

ВОССТАНОВЛЕНИЕ АМПЛИТУД ИЗЛУЧЕНИЯ ДЕФЕКТА ПО СИГНАЛАМ АКУСТИЧЕСКОЙ ЭМИССИИ НА СВОБОДНОЙ ГРАНИЦЕ МАССИВНОГО ТЕЛА

© 2019 г. В.Н. Беркович^{1,*}, С.И. Буйло^{2,**}

¹Донской казачий государственный институт пищевых технологий и бизнеса (ДКГТПТиБ) (филиал) Московского государственного университета технологий и управления им. К.Г. Разумовского (Первый казачий университет), Россия 344007 Ростов-на-Дону, ул. Семашко, 55

²Институт математики, механики и компьютерных наук им. И.И. Воровича Южного федерального университета (ЮФУ), Россия 344090 Ростов-на-Дону, ул. Мильчакова, 8А
E-mail: *vberkovich@mail.ru; **bsi@math.sfedu.ru

Поступила в редакцию 26.12.2018; после доработки 19.02.2019;
принята к публикации 01.03.2019

Рассмотрена задача динамической теории упругости об установившихся колебаниях в массивном упругом теле, находящемся на стадии предразрушения материала в условиях антиплоской деформации. Исследован процесс излучения акустической эмиссии (АЭ) на стадии накопления дефектов, представляющих собой конечный древовидный граф, направленный к свободной границе упругого тела. Решена задача излучения дефекта в предположении активности его части, ближайшей к границе тела. Для решения обратной задачи восстановления амплитуд излучения дефекта по сигналам АЭ использован вариационный подход.

Ключевые слова: акустическая эмиссия, граничное интегральное уравнение, диагностика, древовидный граф, математическая модель, неразрушающий контроль, обратная задача, предразрушающее состояние, смешанная краевая задача.

DOI:10.1134/S0130308219040031

Метод акустико-эмиссионной диагностики (АЭ) предразрушающего состояния материалов к настоящему времени достиг уже такого уровня развития, который обеспечивает вполне удовлетворительную достоверность его результатов [1—6, 15]. Вместе с тем, достоверность АЭ метода можно еще более увеличить, если использовать дополнительную информацию о связи параметров АЭ с физико-механическими аспектами растущих дефектов. Существенный интерес в решении этой проблемы представляет моделирование процесса излучения АЭ на стадии развития и накопления дефектов.

Решение этой проблемы предполагает 2 этапа: первый — построение физико-математической модели взаимосвязи между акустическими откликами (смещениями) свободной поверхности тела на акустическое излучение внутреннего дефекта и параметрами этого излучения, второй этап — построение физико-математической модели взаимосвязи между акустическими откликами свободной поверхности и электрическими сигналами АЭ, регистрируемыми приемным устройством (пьезодатчиком) на поверхности исследуемого тела.

Цель работы — моделирование возможности оценки амплитуд излучения растущего дефекта по регистрируемым параметрам АЭ на поверхности тела на основе физико-математической модели взаимосвязи между акустическим откликом свободной поверхности тела на акустическое излучение дефекта внутри тела.

Таким образом, в настоящей работе рассматривается первый этап вышеописанной проблемы, который приводит к постановке следующей задачи.

1. Будем рассматривать смешанную задачу динамической теории упругости об установившихся гармонических колебаниях пространственного сдвига (антиплоские колебания) упругого полупространства Ω с системой N линейных дефектов, формирующих звенья древовидного графа, моделируемых с помощью разрезов J_{km} конечной длины l_{km} ($k, m = 1, 2, \dots, N$), составляющих углы α_{km} со свободной границей Γ полупространства (рис. 1).

Предполагается, что колебания упругой среды возбуждаются источниками $U_z(x, y, t) = f(x, y) \times \exp(-i\omega t)$, локализованными лишь на берегах A_0A_1 ближайшего к свободной границе Γ звена $J_{01}^\pm$ (разреза) древовидного графа J .

На бесконечности предполагается выполнение условий излучения Зоммерфельда. В условиях установившихся колебаний ставится задача восстановления амплитуд излучения дефекта с помощью волнового поля смещений на свободной границе полупространства Ω .

Как известно, явление АЭ связано с процессом перестройки внутренней структуры материала на микроуровне и сопровождается высвобождением упругой энергии в окрестности дефекта, по-

пространства Ω в форме криволинейных интегралов по «правым» берегам разрезов J_{nm}^+ (при обходе древовидного разреза в положительном направлении):

$$u(x, y) = \sum_{n=0}^N \sum_{m=n}^{M_n} \int_{J_{nm}^+} G(x, y | \xi, \eta) q_{nm}(\xi, \eta) dl, \quad (x, y) \in \Omega. \quad (3)$$

В сумме (3) M_n — количество дефектов, исходящих из узлов ломаной A_n . Устремляя в указанных выше равенствах точку «наблюдения» (x, y) на берега разрезов J_{km}^+ и переходя к локальным координатам (r, ρ) вдоль берегов разрезов, приходим к системе граничных интегральных уравнений (ГИУ), которые в сокращенной матрично-векторной записи имеют вид:

$$\mathbf{K}\mathbf{q}(\rho) = \sum_{n=0}^N \sum_{m=n}^{M_n} \int_0^{l_{nm}} \mathbf{k}_{nm}(r, \rho) \cdot \mathbf{q}_{nm}(\rho) d\rho = \mathbf{f}(r), \quad 0 \leq r \leq \max\{l_{nm}\}, \quad (4)$$

$$\mathbf{k}_n(r, \rho) = \mathbf{h}_n(r, \rho) + \mathbf{h}_n^*(r, \rho) = \{k_{nm}(r, \rho), \quad r \in J_n, \rho \in J_m\}, \\ n = 1, 2, \dots, N, \quad m = 1, 2, \dots, M_n;$$

$$\mathbf{f}(r) = \begin{cases} f_1(r), & r \in J_{01} \\ 0, & r \in J_{nm}, n, m > 1 \end{cases}; \quad \mathbf{q}(\rho) = \{q_{nm}(\rho), \rho \in J_{nm}\}; \quad q_{nm}(\rho) = \mu^{-1} \left[\frac{\partial u}{\partial \nu} \right]_{J_{nm}};$$

$$\mathbf{h}_n(r, \rho) = \frac{1}{\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} K_{-iu}(\kappa r) K_{-iu}(\kappa \rho) \mathbf{H}_n(u) du, \quad \kappa = -ik; \quad (5)$$

$$\mathbf{h}_n^*(r, \rho) = \frac{1}{\pi^2} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} K_{-i\eta}(\kappa r) K_{-i\eta'}(\kappa \rho) K_{-i(\eta-\eta')}(\kappa M) \mathbf{H}_n^*(u) d\eta d\eta';$$

$$\mathbf{H}_n(u) = \mathbf{H}_n(u | \alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_N), \quad \mathbf{H}_n^*(u) = \mathbf{H}_n^*(u | \mathbf{l}_1, \mathbf{l}_2, \dots, \mathbf{l}_N; \alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_N); \\ M_n = M_n(\mathbf{l}_1, \mathbf{l}_2, \dots, \mathbf{l}_N; \alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_N).$$

Элементы матриц-функций $\mathbf{H}_n$, $\mathbf{H}_n^*$, а также параметр M_n в данной работе не приводятся ввиду их громоздкости. Компонентами векторов $\mathbf{l}_n$ являются длины звеньев, выходящих из одного узла ломаной, а векторов α_n — углы, которые составляют эти звенья с положительным направлением оси X . Их выражения, в частности, для случая 2-х пересекающихся дефектов конечной длины приведены в [11]. Остальные составляющие могут быть восстановлены с помощью функции Грина (2) в процессе ее построения методом отражений от свободной поверхности полупространства Ω для каждого звена древовидного графа. В соотношениях (4), (5) функция $K_{-in}(\kappa r)$ — модифицированная функция Бесселя. Исследование вопросов однозначной разрешимости ГИУ и построение решения полученной системы ГИУ (4) также дано в [11] и основано на применении методов [9, 10].

2. Для постановки и решения обратной задачи восстановления искомых параметров излучающего дефекта используем эквивалентную вариационную [13] постановку краевой задачи (1), сводящуюся к отысканию точек стационарности функционала Гамильтона—Остроградского и введем функционал действия $H(u)$:

$$H(U) = \int_{t_1}^{t_2} a(U) dt - \int_{t_1}^{t_2} b(U) dt, \quad U = U(x, y, t), \quad \forall t_2 > t_1 > 0;$$

$$a(U) = \iint_{\Omega} W(U) d\Omega, \quad b(U) = \frac{1}{2} D \iint_{\Omega} \left(\frac{\partial U}{\partial t} \right)^2 d\Omega,$$

где $W(U)$ — упругий потенциал, D — плотность однородной области Ω . Известно, что из условия стационарности $\delta H(U) = 0$ функционала Гамильтона—Остроградского вытекают все соотношения, определяющие начально-краевую задачу для системы уравнений теории упругости.

Для случая установившихся колебаний $U(x, y, t) = u(x, y)\exp(-i\omega t)$ в силу произвольности моментов времени $t_2 > t_1$ условие стационарности функционала $H(U)$ приводит к условию минимума функционала $\Psi(g) = a(g) + \frac{1}{2}\omega^2 D \iint_{\Omega} g^2 d\Omega > 0$, где g — действительная либо мнимая части комплексной амплитуды $u(x, y)$.

Для построения приближенного представления комплексных амплитуд смещений среды вместо древовидного графа рассмотрим случай только одного излучающего дефекта J и будем отыскивать комплексные амплитуды смещений $u = u_1 + iu_2$, приближая последние линейными комбинациями вида:

$$u(x, y) \approx \sum_{n=1}^N A_n \varphi_n(x, y) = u_N(x, y); \quad (6)$$

$$\varphi_n(x, y) = K_0(\kappa R_n^-) + K_0(\kappa R_n^+), \quad R = \sqrt{(x - \xi_n)^2 + (y - \eta_n)^2}, \quad (\xi_n, \eta_n) \notin \Omega,$$

где A_n подлежат определению. Можно доказать [12], что система квадратично суммируемых функций $\{\varphi_n(x, y)\}$, $n = 1, 2, \dots$ обладает свойством полноты в любой конечной подобласти $\Omega^* \subset \Omega$, если последовательность точек (ξ_n, η_n) имеет точку сгущения при $n \rightarrow \infty$. Это означает, что приближение линейными комбинациями (6) можно осуществить с любой степенью точности, и, в частности, в смысле $\Psi(u - u_N) < \varepsilon$, где ε сколь угодно мало, когда N достаточно велико. Условие $\delta\Psi(u) = 0$ есть условие минимума функционала $\Psi(u)$, который достигается на точном решении задачи.

Неизвестные коэффициенты A_n будем отыскивать из условий минимума функционала $\Psi(u - u_N)$, используя полную систему функций $\{\varphi_n(x, y)\}$, $n = 1, 2, \dots$, которые удовлетворяют граничному условию $\left. \frac{\partial \varphi_n}{\partial \nu} \right|_{\Gamma} = 0$.

Приравнявая нулю производные $\frac{\partial \Psi(u - u_N)}{\partial A_n} = 0$, $n = 1, 2, \dots, N$ и преобразуя левые части полученных уравнений с помощью формул Грина, а также учитывая, что выбранные функции $\varphi_n(x, y)$ удовлетворяют уравнению (1), граничным условиям и условиям на бесконечности краевой задачи (1), приходим к следующей системе линейных алгебраических уравнений для отыскания неизвестных A_n :

$$\sum_{n=1}^N A_n \int_J \varphi_n \frac{\partial \varphi_m}{\partial \nu} dl - \int_J f \frac{\partial \varphi_m}{\partial \nu} dl = 0, \quad m = 1, 2, \dots, N. \quad (7)$$

Однозначная разрешимость уравнений (7) вытекает из однозначной разрешимости системы ГИУ (4). Подставляя найденные $A_j = A_j(f|l, \alpha)$ как линейные функционалы от амплитуды f сигналов, излучаемых дефектом в выражения смещений (6) свободной поверхности Γ , получим интегральное соотношение связи неизвестных амплитуд смещений f , распределенных на дефекте J с амплитудами измеренных смещений $u|_{\Gamma} = f^*$ свободной поверхности.

Для восстановления амплитуд f излучения дефекта на основе результатов измерений $f^*(x_m, 0)$, $m = 1, 2, \dots, M$ достаточно представить интеграл $\int_J f \frac{\partial \varphi_m}{\partial \nu} dl$ в виде конечной суммы с помощью квадратурной формулы, а затем применить известные процедуры метода наименьших квадратов для оценки параметров функции смещений свободной поверхности $y = 0$:

$$\sum_{k=1}^M \left[\sum_{n=1}^N A_n(f_1, f_2, f_3, \dots, f_P | l, \alpha) \varphi_n(x_k, 0) - f^*(x_k, 0) \right]^2 \rightarrow \min,$$

где $f_1, f_2, f_3, \dots, f_P$ — значения амплитуд f в узлах квадратурной формулы для контура J^+ . Восстановленные амплитуды позволяют восстановить также и амплитуды скачков напряжений $q(\rho)$ на дефекте J с помощью ГИУ (4).

Замечание. Для восстановления параметров излучения древовидного дефекта в уравнениях (7) следует положить $J = \bigcup_{n=1}^N \bigcup_{m=n}^{M_n} J_{nm}$ и провести аналогичные рассуждения.

3. Построение рассмотренной выше математической модели приводит к наличию трансляционной симметрии в направлении пространственной координаты z , чего вообще-то не должно быть для материала с древовидным дефектом, и является побочным эффектом моделирования. Вместе с тем исследования авторами вопросов анализа сигналов АЭ от дефектов в массивных телах и конструкциях показали, что, несмотря на отсутствие трансляционной симметрии, имеет место удовлетворительное совпадение качественных результатов экспериментальных исследований с теоретическими, полученными на основе использования модели колебаний пространственного сдвига.

Как показывает опыт численного решения обратных задач механики для упругих тел [14], наибольшая эффективность процедур восстановления искомых параметров достигается при значении частот ω , близких к резонансным. В случае АЭ от дефектов на указанных частотах мощность потока излучаемой энергии через свободную поверхность будет наибольшей. Поэтому, в заключение, аналогично [15] приведем амплитудно-частотную характеристику (АЧХ) акустических откликов (смещений) свободной поверхности (рис. 2), построенную на основе предложенной модели при имитационном моделировании акустического излучения в полупространстве от одного внутреннего линейного дефекта J длины l с амплитудой $\text{Re}\{u|_J\} = f(r) = \sqrt{\frac{l}{r}} \frac{\sin kr}{\sin kl}$, где r — локальная координата, связанная с границей дефекта J , а в качестве упругих характеристик математической модели выбирались характеристики Сталь 20.

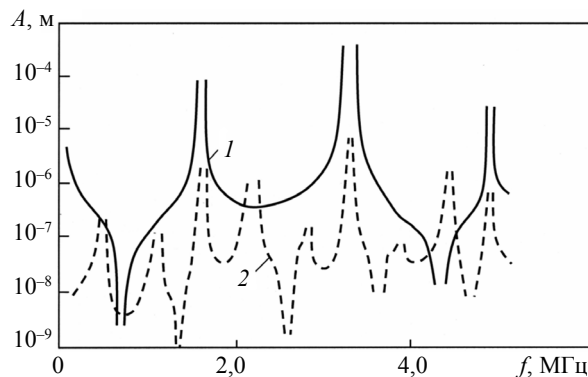


Рис. 2. Частотная характеристика амплитуды смещения свободной поверхности:
1 — $\alpha = 1^\circ$, $l = 5,0 \cdot 10^{-4}$ м; 2 — $\alpha = 45^\circ$, $l = 1,5 \cdot 10^{-3}$ м. Материал — Сталь 20.

Для построения указанной выше характеристики осуществлялось аналитическое построение приближенного решения ГИУ (5) для случая одного дефекта ($n = 1$, $N = M_n = 1$). Полученное решение (скачок напряжений на дефекте) подставлялось в выражение (3) смещений свободной поверхности, а затем проводился численный анализ. На рис. 2. показано изменение амплитуды АЭ в точке свободной поверхности в зависимости от угла α наклона и длины l дефекта J . Бесконечные разрывы графика соответствуют резонансным частотам и связаны с отсутствием поглощения в среде, моделируемой упругим полупространством. В экспериментах по регистрации сигналов АЭ для реальных упругих материалах на месте бесконечных разрывов АЧХ находятся максимумы амплитуд сигналов.

Рассмотрение второго этапа моделирования (с учетом АЧХ приемного датчика АЭ), представляет собой самостоятельную достаточно сложную проблему, которая выходит за рамки настоящей работы и связана с построением математической модели динамики пьезоупругой накладки на свободной поверхности полупространства.

Таким образом, предлагаемая модель позволяет исследовать связь параметров акустического излучения дефекта внутри тела с параметрами акустического сигнала (смещения) на его поверхности, что может быть использовано при решении задач повышения достоверности результатов АЭ-диагностики.

Работа выполнена при поддержке Минобрнауки РФ (Проект № 9.4726.2017/8.9).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Буйло С.И. Физико-механические, статистические и химические аспекты акустико-эмиссионной диагностики. Ростов-на-Дону: Изд-во ЮФУ, 2017. 184 с.
2. Иванов В.И., Барат В.А. Акустико-эмиссионная диагностика. М.: Спектр, 2017. 368 с.
3. Акустико-эмиссионный контроль авиационных конструкций / Под ред. Л.Н. Степановой и А.Н. Серьезнова. М.: Машиностроение-Полет, 2008. 440 с.
4. Буйло С.И. Физико-механические и статистические аспекты повышения достоверности результатов акустико-эмиссионного контроля и диагностики. Ростов-на-Дону: Изд-во ЮФУ, 2008. 192 с.
5. Буйло С.И. Диагностика предразрушающего состояния материалов по параметрам амплитудного распределения сигналов сопутствующего акустического излучения // Дефектоскопия. 2012. № 11. С. 32—45.
6. Builo S.I. Physical, Mechanical and Statistical Aspects of Acoustic Emission Diagnostics / In: Physics and Mechanics of New Materials and Their Applications. New York: Nova Science Publishers. Chapter 15. 2013. 444 p.
7. Рекач В.Г. Руководство к решению задач по теории упругости. М.: Высшая школа, 1977. 275 с.
8. Лебедев Н.Н. Специальные функции и их приложения. М.—Л.: Наука, 1968. 358 с.
9. Бесов О.В., Ильин В.П., Никольский С.М. Интегральные представления функций и теоремы вложения. М.: Наука, 1975. 478 с.
10. Беркович В.Н. О точном решении одного класса интегральных уравнений смешанных задач упругости и математической физики // Докл. АН СССР. 1982. Т. 267. № 2. С. 327—330.
11. Беркович В.Н. Акустическое излучение в упругой среде от внутреннего дефекта с изломом // Международ. научн.-иссл. журнал. 2018. № 3. С. 11—14.
12. Купрадзе В.Д. Методы потенциала в теории упругости. М.: Физматгиз, 1963. 472 с.
13. Михлин С.Г. Вариационные методы в математической физике. М.: Наука. Главное изд-во физ.-мат. лит., 1970. 512 с.
14. Ватутьян А.О., Соловьев А.Н. Прямые и обратные задачи для однородных и неоднородных упругих и электроупругих тел. Ростов-на-Дону: Изд-во ЮФУ, 2008. 175 с.
15. Трипалин А.С., Буйло С.И. Акустическая эмиссия. Ростов-на-Дону: Изд-во РГУ, 1986. 159 с.