

ПРИМЕНЕНИЕ НЕЭКВИДИСТАНТНОГО ПРЕОБРАЗОВАНИЯ ФУРЬЕ ДЛЯ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ УЛЬТРАЗВУКОВОЙ ТОМОГРАФИИ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ АНТЕННЫХ РЕШЕТОК

© 2020 г. Д.О. Долматов^{1,*}, Н.И. Ермошин^{1,**}, Д.А. Конева^{1,***}, Д.А. Седнев^{1,****}

¹Национальный исследовательский Томский политехнический университет,
Россия 634040 Томск, ул. Ленина, 30

E-mail: *dolmatovdo@tpu.ru; **nikvan@tpu.ru; ***d.a.koneva@gmail.com; ****sednev@tpu.ru

Поступила в редакцию 28.04.2020; после доработки 22.06.2020

Принята к публикации 23.06.2020

В ультразвуковой томографии с использованием технологии цифровой фокусировки антенной (ЦФА) задача повышения производительности контроля неразрывно связана с задачей повышения скорости получения синтезированных изображений. Данная задача может быть эффективно решена при одновременном использовании нескольких подходов, направленных на повышение скорости получения результатов. В рамках этой работы рассматривается алгоритм неэквидистантного быстрого преобразования Фурье (НБПФ). НБПФ может быть использован в существующих вычислительно-эффективных алгоритмах пространственно-временной обработки с расчетами в частотной области и способен обеспечивать корректное восстановление синтезированных изображений при использовании разреженных и неэквидистантных антенных решеток (АР). Полученные экспериментальные данные свидетельствуют о способности алгоритма на основе НБПФ восстанавливать синтезированные изображения с высокой разрешающей способностью.

Ключевые слова: ультразвуковая томография, цифровая фокусировка антенной, антенные решетки, неэквидистантное быстрое преобразование Фурье, алгоритмы пространственно-временной обработки с расчетами в частотной области.

DOI: 10.31857/S0130308220080011

ВВЕДЕНИЕ

Актуальным вопросом развития методов и аппаратуры ультразвукового неразрушающего контроля является переход от решения задачи дефектоскопии к решению задачи дефектометрии. В этой связи, большой интерес представляют системы промышленной ультразвуковой томографии, обеспечивающие получение результатов контроля в форме изображений внутренней структуры объектов, обладающие высокой разрешающей способностью. Одним из подходов, нашедшим широкое применение в системах ультразвуковой томографии, является технология ЦФА. Она предполагает использование АР в качестве ультразвукового преобразователя и получение изображений внутренней структуры объектов контроля за счет применения алгоритмов пространственно-временной обработки, основанных на методе синтезированной апертуры [1, 2].

В контексте использования систем ультразвуковой томографии, задача повышения производительности ультразвукового контроля неразрывно связана с задачей увеличения скорости получения изображений без потери их качества. Все существующие решения данной задачи могут быть разделены на два принципиальных подхода. Первый подход заключается в использовании в пространственно-временной обработке оптимизированного набора данных, обеспечивающего высокое качество получаемых синтезированных изображений. Для решения задачи оптимизации набора ультразвуковых данных могут использоваться разреженные АР или неэквидистантные преобразователи.

В случае, если в процессах зондирования объекта контроля и приеме отраженных эхосигналов принимают участие не все элементы АР, то говорят о разреженных АР. Выбранная конфигурация разреженной АР должна создавать в объекте контроля акустическое поле, способное обеспечивать получение синтезированного изображения высокого качества. Простейшим подходом к определению конфигурации разреженной АР является перебор элементов [3]. Также для повышения скорости нахождения оптимальной конфигурации разреженной АР могут применяться стохастические алгоритмы оптимизации, например алгоритм имитации отжига или генетический алгоритм [4, 5].

Кроме того, оптимизированный набор данных может быть получен за счет использования неэквидистантных АР, в которых элементы расположены с непостоянным шагом. АР данного типа способны обеспечить получение синтезированных изображений высокого качества при меньшем по сравнению с эквидистантными преобразователями количестве элементов. В контексте использования матричных АР было предложено использование спиральных преобразователей, а также датчиков с расположением элементов, описываемых диском Пуассона [6—8].

Вторым подходом, направленным на повышение скорости получения синтезированных изображений, является разработка и использование вычислительно-эффективных алгоритмов пространственно-временной обработки. В этой связи большой интерес представляют алгоритмы с расчетами в частотной области. Подобные алгоритмы способны обеспечить более высокую скорость получения изображений по сравнению с широко применяемыми на сегодняшний день алгоритмами расчета во временной области [9, 10]. Алгоритмы пространственно-временной обработки с расчетами в частотной области базируются на использовании алгоритма быстрого преобразования Фурье (БПФ), который подразумевает преобразование данных, заданных на равномерной сетке. В свою очередь, использование разреженных и неэквидистантных АР предполагает регистрацию ультразвуковых данных с непостоянным шагом между элементами. Это, в результате, приводит к тому, что пространственно-временной обработке подлежат данные, заданные на неравномерной сетке. Таким образом, актуальным вопросом применения алгоритмов пространственно-временной обработки с расчетами в частотной области является их адаптация для случая, когда применяются разреженные или неэквидистантные АР.

В рамках данной работы для адаптации алгоритмов пространственно-временной обработки с расчетами в частотной области ультразвуковых данных, заданных на неравномерной сетке, рассматривается алгоритм НБПФ. Этот алгоритм способен обеспечить корректность пространственно-временной обработки при сохранении высокой вычислительной эффективности, характерной для стандартного БПФ [11]. Эффективность применения НБПФ изучается в рамках использования разреженных АР, конфигурация которых определяется с использованием алгоритма имитации отжига.

МЕТОДИКА ПРОВЕДЕНИЯ ИССЛЕДОВАНИЯ

Алгоритм НБПФ. Задача получения фурье-образа $F(k_1, k_2, k_3)$ функции $f(x, y, z)$, заданной на нерегулярной сетке, является неэквидистантным преобразованием Фурье первого рода. Реализация алгоритма НБПФ, обеспечивающего высокую скорость получения результатов, рассмотрена в [12]. Данный алгоритм включает в себя последовательное применение операции свертки с гауссианом, применение алгоритма быстрого преобразования Фурье и реализацию обратной свертки.

Для реализации операции свертки, обеспечивающей высокую точность получаемых результатов, задается регулярная сетка с повышенной относительно требуемой сетки частотой дискретизации. Параметры сетки с повышенной частотой дискретизации определяются с учетом степени передискретизации (oversampling ratio), которая является входным параметром при реализации алгоритма.

Для каждой точки (x_j, y_j, z_j) функции $f(x, y, z)$ определяется ближайшая точка (ξ_1, ξ_2, ξ_3) на регулярной сетке; при этом: $\xi_1 < x_j$, $\xi_2 < y_j$, $\xi_3 < z_j$. Для каждой точки функции $f(x, y, z)$ рассчитываются параметры гауссианы:

$$E_1 = \exp \left[-\frac{(x_j - \xi_1)^2 + (y_j - \xi_2)^2 + (z_j - \xi_3)^2}{4\tau} \right]; \quad (1)$$

$$E_{2x} = \exp \left[\frac{\pi(x_j - \xi_1)}{M_r \tau} \right]; \quad (2)$$

$$E_{2y} = \exp \left[\frac{\pi(y_j - \xi_2)}{M_r \tau} \right]; \quad (3)$$

$$E_{2z} = \exp \left[\frac{\pi(z_j - \xi_3)}{M_r \tau} \right]; \quad (4)$$

$$E_3(k) = \exp[\tau k^2], |k| < N/2, \quad (5)$$

где τ — параметр, определяющий ширину гауссианы; M_r — количество отсчетов в регулярной сетке с повышенным шагом дискретизации; k — волновое число; N — размеры регулярной сетки, для которой требуется получить преобразование Фурье.

Таким образом, для каждой точки (x_j, y_j, z_j) функции $f(x, y, z)$ рассчитывается:

$$V_{xyz} = f(x_j, y_j, z_j) \cdot E_1 \cdot E_{2x}(n_1) \cdot E_{2y}(n_2) \cdot E_{2z}(n_3); \quad (6)$$

$$f_{\tau}(m_1 + n_1, m_2 + n_2, m_3 + n_3) = f_{\tau}(m_1 + n_1, m_2 + n_2, m_3 + n_3) + V_{xyz}, \quad (7)$$

где $n_1 = \overline{-M_{sp} + 1, M_{sp}}$, $n_2 = \overline{-M_{sp} + 1, M_{sp}}$, $n_3 = \overline{-M_{sp} + 1, M_{sp}}$, $(m_1, m_2, m_3) = \frac{(\xi_1, \xi_2, \xi_3) \cdot M_r}{2\pi}$.

Параметр M_{sp} определяет количество точек на регулярной сетке с повышенной частотой дискретизации в окрестности точки (x_j, y_j, z_j) функции $f(x, y, z)$.

Результатом сопряжения является функция $f_{\tau}(m_1, m_2, m_3)$ с регулярной сеткой, для которой с использованием алгоритма быстрого преобразования Фурье получают фурье-образ $F_{\tau}(k_1, k_2, k_3)$. Получение итогового результата обеспечивается применением операции обратной свертки:

$$F(k_1, k_2, k_3) = \sqrt{\frac{\pi}{\tau}} \cdot E_3(k_1) \cdot E_3(k_2) \cdot E_3(k_3) \cdot F_{\tau}(k_1, k_2, k_3). \quad (8)$$

Алгоритм имитации отжига. В контексте использования технологии ЦФА не представляется возможным разделить режимы зондирования объекта контроля и приема эхосигналов. В этой связи при исследовании дефектометрических характеристик используют, как правило, не диаграмму направленности, а функцию рассеяния точки (Point Spread Function). В точке с угловой координатой θ относительно акустической оси АР функция рассеяния точки может быть вычислена следующим образом [13]:

$$PSF(\omega, \theta) = \sum_{n=n_1}^{n_r} w_n^T(n) \cdot \exp[-j \cdot k \cdot n \cdot d \cdot \sin(\theta)] \cdot \sum_{p=p_1}^{p_r} w_m^R(p) \cdot \exp[-j \cdot k \cdot p \cdot d \cdot \sin(\theta)], \quad (9)$$

где ω — угловая частота; w_m^R , w_n^T — взвешивающие коэффициенты для каждого из элементов АР; k — волновое число; $n_1 \dots n_r$ — элементы АР, участвующие в процессе зондирования объекта контроля; $p_1 \dots p_r$ — элементы АР, участвующие в приеме отраженных эхосигналов; d — шаг антенной решетки.

Для решения задачи получения оптимальной конфигурации разреженной АР может применяться модифицированный алгоритм имитации отжига, рассмотренный в [5]. Задача алгоритма заключается в поиске конфигурации АР, при которой ширина основного лепестка функции рассеяния точки, характеризуемая полной шириной на половине высоты (ПШПВ), будет наименьшей. При этом уровень боковых лепестков будет ниже заранее установленного уровня Q . Алгоритм имитации отжига предусматривает реализацию итерационной процедуры. При реализации алгоритма случайным образом задается начальная конфигурация разреженной АР. На каждой итерации определяется новая конфигурация АР, для которой с использованием формулы (9) определяются параметры функции рассеяния точки (ширина основного лепестка, уровень боковых лепестков). Принятие рассматриваемой конфигурации АР в качестве текущего решения определяется вероятностью P , которая рассчитывается следующим образом:

$$P = \begin{cases} 1; \Delta W < 0, \Delta SL < 0 \\ \exp(-\Delta W / T_k); \Delta W > 0, \Delta SL < 0 \\ \exp(-\Delta SL / T_k); \Delta W < 0, \Delta SL > 0 \\ \exp(-\Delta W / T_k) \cdot \exp(-\Delta SL / T_k); \Delta W > 0, \Delta SL > 0 \end{cases}, \quad (10)$$

где ΔW — разница между шириной основного лепестка функции рассеяния точки рассматриваемой конфигурации и текущего решения; ΔSL — разница между уровнем боковых лепестков функции рассеяния точки рассматриваемой конфигурации и заданного уровня Q ; T_k — температура (параметр, определяющий вероятность принятия рассматриваемой конфигурации в качестве текущего решения).

Алгоритм пространственно-временной обработки с расчетами в частотной области для ультразвуковой томографии с применением АР. Алгоритм пространственно-временной обработки с расчетами в частотной области для ультразвуковой томографии с использованием АР, рассмотренный в [9], требуется адаптировать для случая использования АР, имеющих непостоянный шаг между элементами. Рассмотрим набор эхосигналов, описываемый функцией $p(t, x_e, x_r)$, где t — время, а x_e и x_r — координаты зондирующего и принимающего элементов. Сетка, на которой задана функция, не является равномерной, что требует применения трехмерного НБПФ, реализация которого рассмотрена в формулах (1)—(8). Результатом применения трехмерного НБПФ является фурье-образ $P(\omega, k_{x_e}, k_{x_r})$, заданный на постоянной сетке:

$$p(t, x_e, x_r) \xrightarrow{\text{НБПФ}} P(\omega, k_{x_e}, k_{x_r}). \quad (11)$$

В рамках алгоритма пространственно-временная обработка осуществляется по отдельности для каждого из L слоев $P(\omega, k_{x_e}, k_{x_r} = \text{const})$ трехмерной функции. В рамках пространственно-временной обработки осуществляется замена переменных и интерполяция

$$P_i(\omega, k_{x_e}, (k_{x_r} = \text{const})) \rightarrow P_i(k_z, k_x), i = \overline{1, L}, \quad (12)$$

осуществляемая с применением следующих выражений:

$$k_{x_e} = k_x - k_{x_r}, \quad (13)$$

$$k = \frac{w}{c} = \frac{\pm(k_z^4 + 2 \cdot (k_{x_r}^2 + (k_x - k_{x_r})^2) \cdot k_z^2 + k_{x_r}^4 + (k_x - k_{x_r})^4 - 2 \cdot k_{x_r}^2 \cdot (k_x - k_{x_r})^2)^{1/2}}{2 \cdot k_z}, \quad (14)$$

где c — скорость продольных акустических волн в объекте контроля.

Полученные изображения складываются для получения общего результата:

$$P(k_z, k_x) = \sum_{i=1}^L P_i(k_z, k_x). \quad (15)$$

Итоговое синтезированное изображение получают путем обратного двумерного преобразования Фурье функции $P(k_z, k_x)$:

$$P(k_x, k_z) \xrightarrow{\text{БПФ}} I(x, z). \quad (16)$$

Экспериментальная часть. Алгоритм поиска оптимальной конфигурации разреженной АР, основанный на алгоритме имитации отжига, был реализован в программном пакете Matlab R2016a. Исходными данными разработанного алгоритма являются:

- 1) количество элементов АР;
- 2) рабочая частота элементов АР;
- 3) шаг АР;
- 4) скорость продольных ультразвуковых волн в объекте контроля;
- 5) количество активных элементов в конфигурации разреженной АР.

Результатом работы алгоритма является конфигурация АР, определяющая активные элементы в преобразователе, которые принимают участие в зондировании объекта контроля и приеме отраженных сигналов. Задача поиска оптимальной конфигурации решалась для АР Olympus 5L16-A10, которая использовалась в эксперименте. Преобразователь состоит из 16 элементов с рабочей частотой 5 МГц и шагом 0,6 мм. Алгоритм применялся для нахождения оптимальной конфигурации разреженных АР, состоящих из 8, 10 и 12 элементов.

Эффективное решение задачи поиска оптимальной конфигурации разреженной АР зависит от корректно выбранных параметров алгоритма имитации отжига. Для их получения предварительно проводилось исследование параметров функции рассеяния точки различных конфигураций разреженной АР. При реализации алгоритма имитации отжига использовались значения ΔW и ΔSL , нормированные на предельные значения параметров функции рассеяния точки, которые были получены в ходе исследования. В рамках поиска оптимальной конфигурации АР параметр T_k изменялся от 0,5 до 0,01. При каждом фиксированном параметре T_k осуществлялось 5 итераций. Изменение параметра T_k осуществлялось по следующему закону:

$$T_k^{n+1} = 0,98 \cdot T_k^n. \tag{17}$$

Значение параметра Q также определялось на основе анализа параметров функции рассеяния точки, полученные для различных конфигураций разреженной АР. Для разреженных АР, состоящих из 12, 10 и 8 элементов, параметр Q был выбран равным -25 , -20 и -15 дБ соответственно.

Кроме того, в программном пакете Matlab R2016a был реализован алгоритм пространственно-временной обработки с расчетами в частотной области с применением НБПФ, основы которого рассмотрены в предыдущих разделах. Входными данными для алгоритма являются набор эхосигналов, зарегистрированных активными элементами разреженной АР. Результатом применения алгоритма является синтезированное изображение внутренней структуры объекта контроля.

Для экспериментальной проверки использовался участок тестового блока, содержащий боковые отверстия. Расположение дефектов представлено на рис. 1.

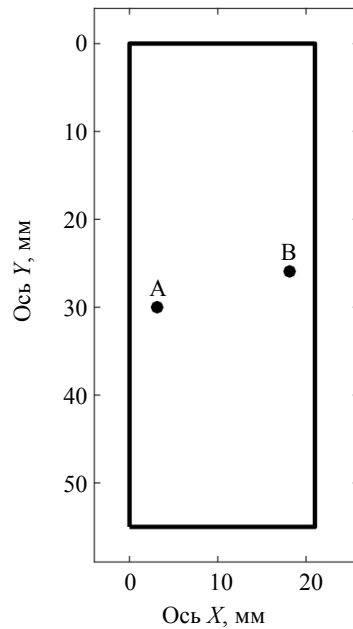


Рис. 1. Расположение дефектов в образце.

В представленной на рис. 1 координатной сетке центры отверстий имеют следующие координаты (в мм): А(3; 30), В(18; 26).

Для регистрации эхосигналов использовалась лабораторная установка, основой которой является блок ультразвуковой электроники OPTUS (I-Deal Technologies GmbH, рис. 2). Данный блок электроники имеет 128 каналов, реализующий как совмещенный режим, так и режим двойного сканирования.



Рис. 2. Электронный блок OPTUS.

Для оценки качества результатов, полученных с использованием алгоритма на основе использования НБПФ, проводилось их сравнение с результатами, полученными с применением пространственно-временной обработки с расчетами во временной области. Вопросы реализации такого алгоритма рассмотрены в [14]. В рамках подобного сравнения оценивалась разрешающая способность результатов, полученных с применением двух алгоритмов, которая осуществлялась с использованием величины Array Performance Indicator (API) [15]. Величина API рассчитывается для каждого из отражателей по следующей формуле:

$$API = \frac{S_{-6\text{дБ}}}{\lambda^2}, \quad (18)$$

где $S_{-6\text{дБ}}$ — площадь отражателя, в которой амплитуда синтезированного изображения выше порога в -6 дБ от максимальной амплитуды, соответствующей этому отражателю на синтезированном изображении.

РЕЗУЛЬТАТЫ И ИХ ОБСУЖДЕНИЕ

Результаты работы алгоритма имитации отжига для определения оптимальной конфигурации разреженной АР представлены в табл. 1. На рис. 3 представлены функции рассеяния точки для полученных конфигураций разреженной АР.

Таблица 1

Оптимальные конфигурации разреженных АР

Количество активных элементов АР	Номера активных элементов	ПШПВ главного лепестка	Уровень боковых лепестков, дБ
8	1, 2, 3, 6, 9, 10, 12, 14	6,25	-16,12
10	1, 3, 5, 6, 8, 9, 12, 13, 14, 15	6,25	-21,64
12	1, 3, 4, 5, 7, 8, 9, 10, 12, 13, 14,15	6,55	-25,84

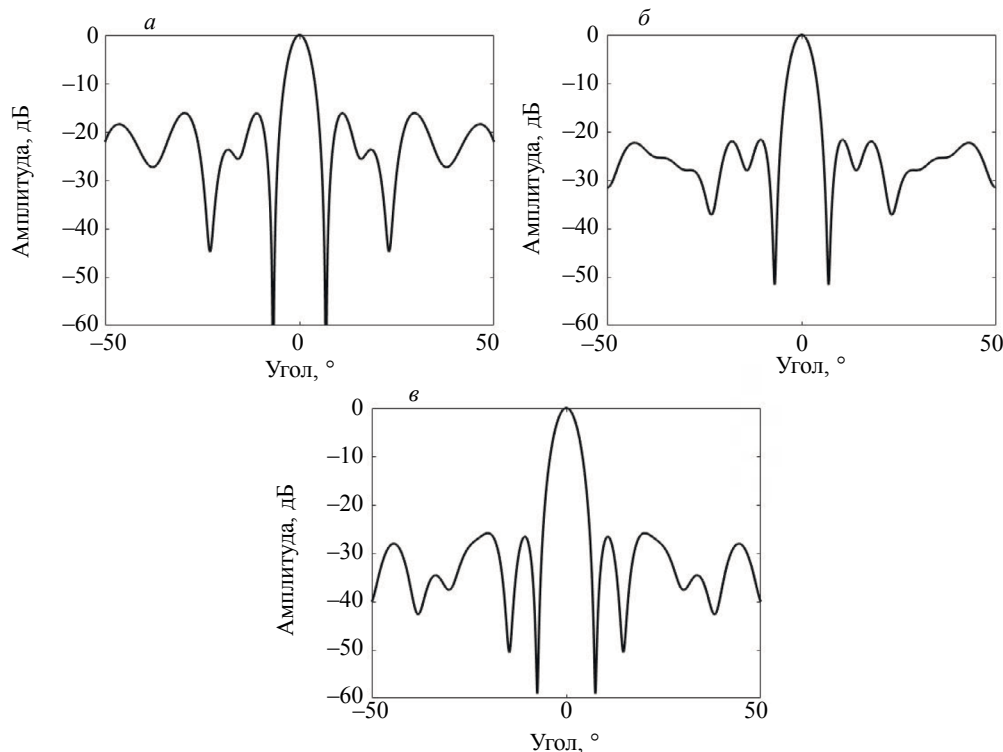


Рис. 3. Функции рассеяния точек: 8 активных элементов (а); 10 активных элементов (б); 12 активных элементов (в).

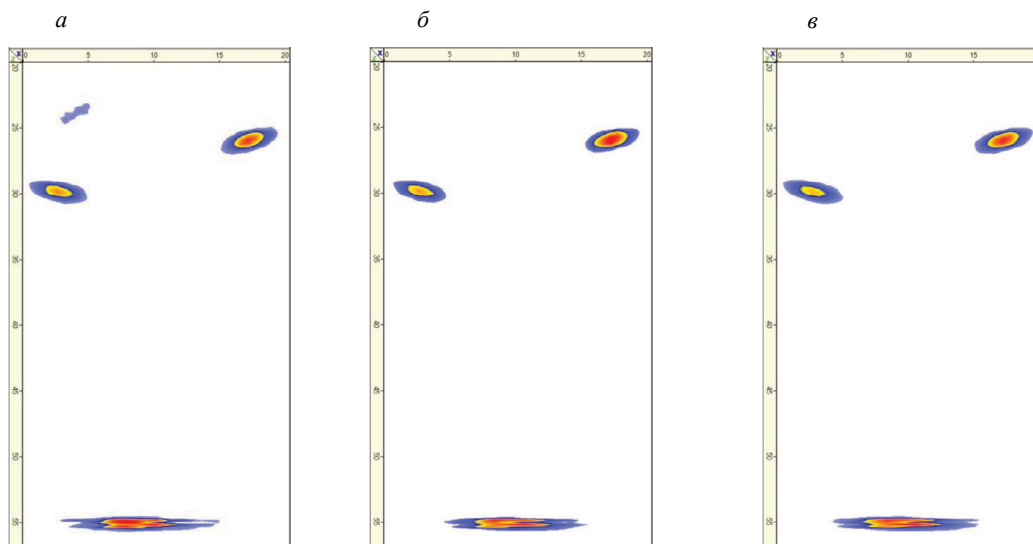


Рис. 4. Результаты применения алгоритма на основе НБПФ для ультразвуковых сигналов, полученных с использованием разреженной АР: 8 элементов (а); 10 элементов (б); 12 элементов (в).

Набор эхосигналов, зарегистрированный элементами разреженной АР, использовался для пространственно-временной обработки с использованием алгоритма на основе НБПФ и алгоритма с расчетами во временной области. На рис. 4 представлены результаты, полученные с использованием различных конфигураций разреженной АР при использовании алгоритма на основе НБПФ, а на рис. 5 — аналогичные результаты при использовании алгоритма с расчетами во временной области.

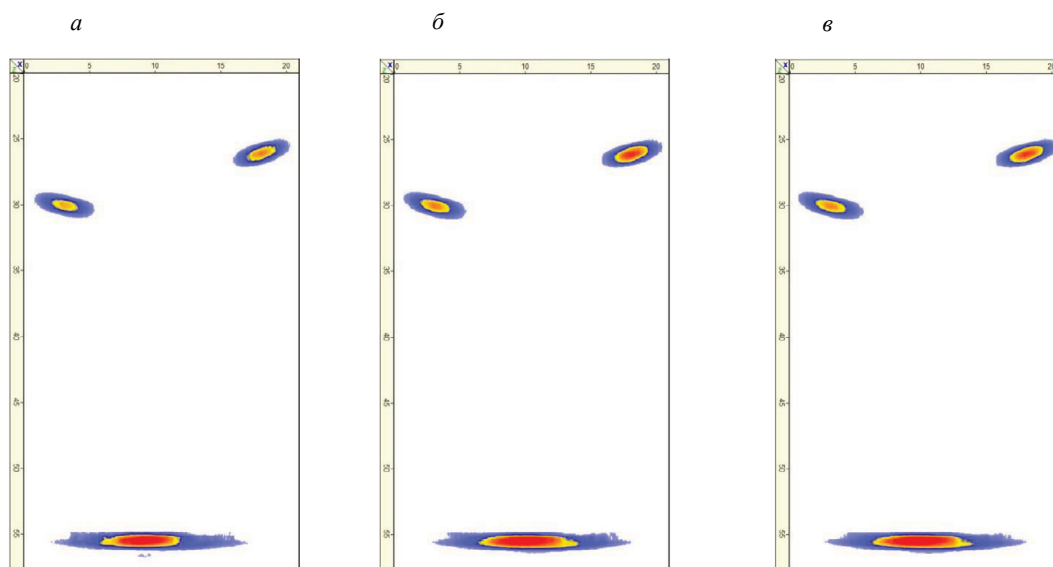


Рис. 5. Результаты применения алгоритма расчета во временной области для ультразвуковых сигналов, полученных с использованием разреженной АР: 8 элементов (а); 10 элементов (б); 12 элементов (в).

Оценка разрешающей способности полученных результатов проводилась с помощью определения АРІ отражателей для каждого из результатов. Значения АРІ представлены в табл. 2.

Таким образом, разрешающая способность изображений, полученная с использованием алгоритма на основе НБПФ, оказалась сходной с разрешающей способностью результатов, полученных с применением алгоритма расчета во временной области. Это свидетельствует об эффектив-

Значения API результатов

Дефект	Алгоритм на основе НБПФ			Алгоритм с расчетами во временной области		
	8 активных элементов	10 активных элементов	12 активных элементов	8 активных элементов	10 активных элементов	12 активных элементов
A	11,06	11,38	11,46	11,06	11,84	12,35
B	11,58	11,02	11,48	12,27	11,55	11,91

ности предложенного подхода для адаптации алгоритмов пространственно-временной обработки с расчетами в частотной области для ультразвуковой томографии с использованием технологии ЦФА и применением разреженных AP. Полученные результаты могут служить основой для дальнейшего развития алгоритмов пространственно-временной обработки с расчетами в частотной области. Прежде всего, представляет интерес применение алгоритма на основе НБПФ для трехмерной ультразвуковой томографии с использованием разреженных и неэквидистантных матричных AP. Также важным вопросом является аппаратная оптимизация рассмотренного алгоритма, которая не рассматривалась в рамках данной статьи. При решении данной задачи высокая скорость получения синтезированных изображений может быть достигнута путем переноса вычислений на программируемые логические интегральные схемы или графические процессоры.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В контексте развития систем ультразвуковой томографии важным вопросом является повышение скорости получения синтезированных изображений. В этой связи интерес представляет разработка и использование подходов, обеспечивающих возможность совместного использования различных способов направленных на повышение скорости получения результатов. В данной статье рассмотрена возможность использования НБПФ, которое обеспечивает возможность применения вычислительно-эффективных алгоритмов пространственно-временной обработки с расчетами в частотной области в сочетании с использованием разреженных и неэквидистантных AP. Эффективность предложенного подхода рассматривалась в контексте использования разреженной AP, конфигураций которой была определена с использованием алгоритма имитации отжига. Проведенный анализ алгоритма на основе НБПФ показал его способность обеспечивать разрешающую способность, сравнимую с разрешающей способностью результатов, полученных с использованием алгоритмов расчета во временной области. Разница в значении API отражателей при использовании двух алгоритмов составляла не более 7 %. Таким образом, полученные результаты могут служить базисом для дальнейших исследований и разработок, связанных с аппаратной оптимизацией алгоритма и его применением для трехмерной ультразвуковой томографии с использованием разреженных и неэквидистантных AP.

Исследование выполнено при финансовой поддержке Госзадания «Наука», проект № FSWW-2020-0014, а также Программы повышения конкурентоспособности Национального исследовательского Томского политехнического университета, проект № ВИУ-МНОЛ НК-187/2020.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Самокрутов А.А., Шевалдыкин В.Г. Ультразвуковая томография металлоконструкций методом цифровой фокусировки антенной решетки // Дефектоскопия. 2011. № 1. С. 21—38.
2. Базулин Е.Г. Сравнение систем для ультразвукового неразрушающего контроля, использующих антенные решетки или фазированные антенные решетки // Дефектоскопия. 2013. № 7. С. 51—75.
3. Bannouf S., Robert S., Casula O., Prada C. Data set reduction for ultrasonic TFM imaging using the effective aperture approach and virtual sources // Journal of Physics: Conference Series. IOP Publishing. 2013. V. 457. No. 1. P. 012007.
4. Hu H., Du J., Xu N., Jeong H., Wang X. Ultrasonic sparse-TFM imaging for a two-layer medium using genetic algorithm optimization and effective aperture correction // NDT & E International. 2017. V. 90. P. 24—32.
5. Nikolov M., Behar V. Analysis and Optimization of Medical Ultrasound Imaging Using the Effective Aperture Approach // Cybernetics and information technologies. 2005. V. 5. No. 2. P. 257—265.
6. Martínez-Graullera O., Martín C.J., Godoy G., Ullate L.G. 2D array design based on Fermat spiral for ultrasound imaging // Ultrasonics. 2010. V. 50. No. 2. P. 280—289.

7. *Ramalli A., Boni E., Savoia A.S., Tortoli P.* Density-tapered spiral arrays for ultrasound 3-D imaging // IEEE Transactions on ultrasonics, ferroelectrics, and frequency control. 2015. V. 62. No. 8. P. 1580—1588.
8. *Velichko A., Wilcox P.D.* Quantitative Characterisation of Complex Defects Using Two-Dimensional Ultrasonic Arrays // Proceedings of the ECNDT. 2010. V. 1. P. 18.
9. *Hunter A.J., Drinkwater B.W., Wilcox P.D.* The wavenumber algorithm for full-matrix imaging using an ultrasonic array // IEEE transactions on ultrasonics, ferroelectrics, and frequency control. 2008. V. 55. No. 11. P. 2450—2462.
10. *Dolmatov D.O., Sednev D.A., Bulavinov A.N., Pinchuk R.V.* Applying the Algorithm of Calculation in the Frequency Domain to Ultrasonic Tomography of Layered Inhomogeneous Media Using Matrix Antenna Arrays // Russian Journal of Nondestructive Testing. 2019. V. 55. No. 7. P. 499—506.
11. *Capozzoli A., Curcio C., Liseno A.* Optimized Nonuniform FFTs and Their Application to Array Factor Computation // IEEE Transactions on Antennas and Propagation. 2018. V. 67. No. 6. P. 3924—3938.
12. *Greengard L., Lee J.Y.* Accelerating the nonuniform fast Fourier transform // SIAM review. 2004. V. 46. No. 3. P. 443—454.
13. *Moreau L., Drinkwater B.W., Wilcox P.D.* Ultrasonic imaging algorithms with limited transmission cycles for rapid nondestructive evaluation // IEEE transactions on ultrasonics, ferroelectrics, and frequency control. 2009. V. 56. No. 9. P. 1932—1944.
14. *Holmes C., Drinkwater B., Wilcox P.* The post-processing of ultrasonic array data using the total focusing method // Insight-Non-Destructive Testing and Condition Monitoring. 2004. V. 46. No. 11. P. 677—680.
15. *Fan C., Caleap M., Pan M., Drinkwater B.W.* A comparison between ultrasonic array beamforming and super resolution imaging algorithms for non-destructive evaluation // Ultrasonics. 2014. V. 54. No. 7. P. 1842—1850.