

ВЕРОЯТНОСТНО-ИНФОРМАЦИОННЫЙ ПОДХОД К ОЦЕНКЕ ДОСТОВЕРНОСТИ РЕЗУЛЬТАТОВ АКУСТИКО-ЭМИССИОННОГО МЕТОДА КОНТРОЛЯ И ДИАГНОСТИКИ

© 2021 г. С.И. Буйло^{1,*}, Б.И. Буйло², М.И. Чебаков¹

¹Институт математики, механики и компьютерных наук им. И.И. Воровича
Южного федерального университета (ЮФУ), Россия 344090 Ростов-на-Дону, ул. Мильчакова, 8А

²Российский университет транспорта (МИИТ), Россия 127055 Москва, Минаевский пер., 2
E-mail: *sibuilo@yandex.ru

Поступила в редакцию 25.02.2021; после доработки 22.03.2021

Принято к публикации 26.03.2021

Рассмотрены особенности количественного определения достоверности результатов акустико-эмиссионного (АЭ) метода контроля и диагностики. Установлено, что традиционное определение достоверности через вероятность попадания контролируемого параметра в некоторый интервал иногда страдает информационной недоопределенностью. Показано, что учет вероятностно-информационных аспектов оценки достоверности позволяет однозначно связать понятие достоверности результатов контроля и диагностики с количеством информации, получаемой в ходе проведения самой операции контроля или диагностики. Приведены примеры практического определения информационной достоверности результатов метода АЭ.

Ключевые слова: акустическая эмиссия, вероятность, диагностика, достоверность, контроль, коэффициент трения, плотность вероятности, теория информации К. Шеннона, трение, трибология.

DOI: 10.31857/S0130308221050055

Методы акустико-эмиссионного (АЭ) контроля и диагностики получили к настоящему времени уже такой уровень развития, который обеспечивает достаточно высокую степень надежности и достоверности получаемых результатов [1—8]. Вместе с тем анализ большого количества публикаций показывает, что представленные в них результаты в большинстве случаев получены без количественной оценки их достоверности. Это говорит о том, что вопросы количественной оценки достоверности проработаны еще явно недостаточно.

Существующие количественные методы оценки достоверности D обычно сводятся к оценке разности между единицей и так называемой «ошибкой контроля» ΔD , определяемой как сумма вероятностей отклонения правильной и принятия неверной гипотезы о результатах контроля [9]:

$$D = 1 - \Delta D; \quad \Delta D = \alpha + \beta, \quad (1)$$

где α и β — хорошо известные в математической статистике назначаемые вероятности (уровни значимости) ошибок 1-го и 2-го рода [3, 9—11].

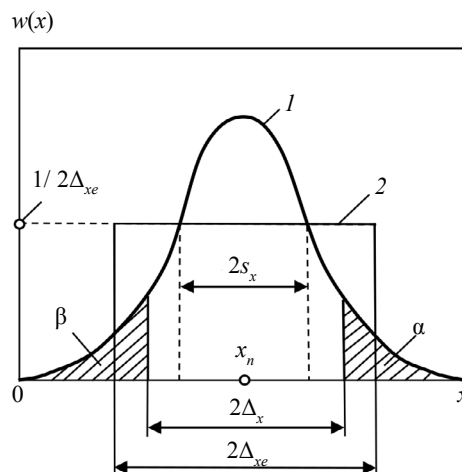


Рис. 1. Оценка доверительного интервала в процессе контроля: 1 — нормальный закон распределения; 2 — энтропийный интервал погрешности.

Таким образом, согласно (1), достоверность D в случае контроля какого-либо параметра (например, длины трещины) x_n есть вероятность $P = \int_{x_n - \Delta_x}^{x_n + \Delta_x} w(x) dx = 1 - (\alpha + \beta)$ того, что искомое значение x_n попадает в некоторый интервал $2\Delta_x$, определяемый $w(x)$ — плотностью распределения параметра и выбранными значениями вероятностей ошибок:

$$\alpha = \int_{x + \Delta_x}^{\infty} w(x) dx \text{ и } \beta = \int_{-\infty}^{x - \Delta_x} w(x) dx. \text{ Часто выбирают } \alpha = \beta = 0,05.$$

Графически эти вероятности соответствуют заштрихованным площадям на рис. 1. Определение достоверности, согласно соотношению (1), безупречно с точки зрения математической статистики, однако иногда страдает некоторой информационной недоопределенностью. Так, например, даже в случае очень большой погрешности (большая дисперсия s_x^2 с нормальным законом распределения все равно можно получить близкую к единице достоверность D оценки измеряемого параметра x , устремив к бесконечности длину интервала неопределенности $2\Delta_x$.

Таким образом, иногда получается как бы высокая достоверность результатов измерения контролируемого параметра, хотя фактически эти результаты имеют нулевую информативность.

ВВЕДЕНИЕ ПОНЯТИЯ ИНФОРМАЦИОННОЙ ДОСТОВЕРНОСТИ

Для преодоления такой недоопределенности ранее нами предложен несколько иной подход к определению достоверности, в отличие от (1) связанный не с вероятностью, а с количеством информации q , получаемой в процессе оценки самого контролируемого параметра [3, 12]:

$$R = 1 - \exp(-q), \quad (2)$$

здесь R — некоторая «информационная достоверность» (т.е. определенная через количество полученной информации в ходе процедуры контроля).

Легко заметить, что информационная достоверность (2) ведет себя так же, как и традиционно определяемая согласно (1). Видно, что при малой информации, полученной в процессе контроля, она стремится к нулю, а при увеличении количества информации стремится к единице. Обоснуем возможность и правомерность такого подхода к оценке достоверности более подробно.

Согласно математической теории информации К. Шеннона, ее количество, получаемое в результате любого сообщения (естественно, в том числе и вследствие проведения процедуры контроля), равно убыли неопределенности, то есть разности энтропии до и после получения сообщения (в нашем случае проведения процедуры контроля) [13, 14]:

$$q = H(x) - H(x/x_n); \quad H(x) = - \int_{-\infty}^{\infty} w(x) \ln w(x) dx; \quad (3)$$

$$H(x/x_n) = - \int_{-\infty}^{\infty} w(x/x_n) \ln w(x/x_n) dx,$$

где q — количество информации; $H(x)$ и $H(x/x_n)$ — энтропия до и после процедуры контроля; x — контролируемая величина; $w(x)$ и $w(x/x_n)$ — плотности функций вероятностей значений контролируемой величины и погрешности ее определения.

Рассмотрим процесс убыли неопределенности в результате проведения операции контроля при равномерной плотности распределения $w(x) = 1/(x_2 - x_1)$ контролируемой величины и ее погрешности $w(x/x_n) = 1/2\Delta_x$. Здесь $(x_2 - x_1)$ — допустимые границы значений x . Подстановка в соотношения (3) значений плотностей вероятностей равномерного распределения показывает, что в этом случае после интегрирования имеем:

$$q = \ln(x_2 - x_1) - \ln 2\Delta_x = \ln[(x_2 - x_1)/2\Delta_x]. \quad (4)$$

Следовательно, в понятиях теории информации смысл контроля (или диагностики) состоит в сужении интервала неопределенности в ходе его (ее) проведения.

Для количественной оценки дезинформационного действия погрешности в расчетах достоверности при любом виде плотности распределения мы предлагаем воспользоваться понятием «энтропийного значения погрешности». По определению [15, 16], энтропийное значение по-

грешности Δ_{xe} — это погрешность с равномерным распределением, которая вносит такое же дезинформационное действие, что и погрешность с данным законом распределения.

Покажем практический расчет энтропийных значений погрешности на примерах равномерного и нормального распределений. Это легко сделать количественно аналогично оценкам дезинформационного действия помехи [13, 14] с использованием соотношений (3) для апостериорной энтропии.

Для случая равномерного закона распределения с плотностью $w(x)$:

$$w(x) = 1/2\Delta_x \text{ при } |x - x_n| \leq \Delta_x; w(x) = 0 \text{ при } |x - x_n| > \Delta_x,$$

оценим:

$$H(x/x_n) = - \int_{-\infty}^{\infty} w(x/x_n) \ln w(x/x_n) dx = - \int_{x_n - \Delta_x}^{x_n + \Delta_x} (1/2\Delta_x) \ln(1/2\Delta_x) dx = \ln 2\Delta_x; \quad (5)$$

$$s_x^2 = \int_{-\infty}^{\infty} x^2 w(x) dx = \int_{x_n - \Delta_x}^{x_n + \Delta_x} x^2 (1/2\Delta_x) dx = \Delta_x^2/3; \quad s_x = \Delta_x/\sqrt{3}; \quad 2\Delta_x = 2\sqrt{3}s_x. \quad (6)$$

Подставив (6) в (5), получим:

$$H(x/x_n) = \ln 2\sqrt{3}s_x. \quad (7)$$

Для случая нормального закона распределения с плотностью $w(x)$:

$$w(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}s_x} e^{-\frac{x^2}{2s_x^2}}. \quad (8)$$

Учитывая, что $\int_{-\infty}^{+\infty} w(x) dx = 1$, $\int_{-\infty}^{+\infty} x^2 w(x) dx = s_x^2$, а $\ln \sqrt{e} = 1/2$, получим:

$$\begin{aligned} H(x/x_n) &= - \int_{-\infty}^{\infty} w(x/x_n) \ln w(x/x_n) dx = - \int_{-\infty}^{+\infty} w(x) [\ln \sqrt{2\pi}s_x + (x^2 / 2s_x^2)] dx = \\ &= \ln \sqrt{2\pi}s_x \int_{-\infty}^{+\infty} w(x) dx + (2s_x^2)^{-1} \int_{-\infty}^{+\infty} x^2 w(x) dx = \ln \sqrt{2\pi}s_x + 1/2 = \ln(\sqrt{2\pi}e s_x). \end{aligned} \quad (9)$$

Приравнивая дезинформационные действия помехи (погрешности) с равномерным и нормальным распределением, то есть из равенства значений энтропий (5) и (9), получим:

$$\Delta_x = \Delta_{xe} = (\sqrt{2\pi}e / 2)s_x = \sqrt{\pi e / 2} s_x \approx 2,066s_x. \quad (10)$$

Аналогично расчету стандартного отклонения погрешности s_x по формуле (6) получим стандартное отклонение контролируемого параметра S_x :

$$S_x = (x_2 - x_1) / \sqrt{3}. \quad (11)$$

Таким образом, на основании (3), (4), (10) и (11), количество информации в случае произвольных законов распределения контролируемого параметра и его погрешности можно записать в виде следующего выражения:

$$q = \ln [(x_2 - x_1)_e / 2\Delta_{xe}] = \ln(S_x / ks_x), \quad (12)$$

где $(x_2 - x_1)_e$ — энтропийные границы значений контролируемого параметра x (интервал неопределенности до проведения операции контроля); S_x и s_x — стандартные отклонения контролируемого параметра и погрешности; k — некоторый коэффициент, зависящий от конкретных законов распределения контролируемого параметра и погрешности. В случае, если эти законы одинаковы, то $k = 1$. Если же погрешность имеет нормальный закон, а контролируемый параметр равномерный, то $k = 1,195$.

Получим это, подставив в (4) выраженный через стандартное отклонение согласно (6) интервал равномерного распределения контролируемой величины $x_2 - x_1$ и ее же энтропийное значение погрешности согласно (10):

$$q = \ln(2\sqrt{3}S_x/\sqrt{2\pi e} s_x) = \ln(S_x/1,195s_x), \quad (13)$$

откуда $k = 1,195$.

Эти два случая, соответствующие $k = 1$ и $k = 1,195$, наиболее часто реализуются при практических экспериментах.

Учитывая (10) и (12), нами и предлагается ввести по аналогии с (1) понятие так называемой «информационной достоверности» R , определив ее следующим образом [3, 12]:

$$R = 1 - dR, \quad (14)$$

где $dR = 2\Delta_{xe}/(x_2 - x_1)_e$ — некоторая информационная ошибка, откуда получим:

$$R = 1 - dR = 1 - 2\Delta_{xe}/(x_2 - x_1)_e = 1 - ks_x/S_x. \quad (15)$$

Сравнение (12) и (15) показывает, что

$$q = -\ln(1 - R),$$

откуда и получается обоснование правомерности введения нами ранее искомого соотношения (2), то есть определения информационной достоверности:

$$R = 1 - \exp(-q). \quad (16)$$

Следовательно, достоверность (2) оказалась однозначно связанной с количеством информации q , полученным в результате проведения операции контроля.

При использовании реальных методов неразрушающего контроля, требуемый параметр (например, размер дефекта, или длина трещины x_n) обычно не может быть проконтролирован непосредственно, а оценивается по параметрам какого-либо другого процесса, коррелирующего с контролируемым параметром (например, по амплитуде отраженного УЗ сигнала u_n или суммарного количества N_a актов акустической эмиссии (АЭ) и др.).

Пусть в результате экспериментов получено следующее уравнение регрессии:

$$\sigma_g = AN_a + B \text{ при } \rho < 1, \quad (17)$$

где σ_g — разрушающая нагрузка; N_a — суммарное количество актов АЭ до момента разрушения; ρ — коэффициент корреляции между σ_g и N_a ; A и B — некоторые константы.

Тогда, воспользовавшись (15) и известной формулой $s_x = S_x\sqrt{1-\rho^2}$ стандартного отклонения точек от линии регрессии при $s_x \ll S_x$ [11, 15, 17], нами получено следующее выражение для количественной оценки достоверности по коэффициенту корреляции при любых функциях распределения контролируемой величины и погрешности ее определения [3, 12]:

$$R = 1 - ks_x/S_x = 1 - k\sqrt{1-\rho^2}. \quad (18)$$

В случае, если погрешность имеет нормальный закон, а контролируемый параметр равномерный, то согласно (13) коэффициент $k = 1,195$.

Для наиболее распространенного случая одного и того же закона распределения контролируемого параметра и погрешности его определения $k = 1$, откуда формула оценки достоверности для этого случая приобретает наиболее простой вид:

$$R = 1 - \sqrt{1-\rho^2}. \quad (19)$$

Равномерное и нормальное распределения встречаются наиболее часто. Для других же видов распределений требуется дополнительный расчет k , аналогичный выводу соотношения (13).

Естественно, что коэффициент корреляции ρ (а, следовательно, и оценка достоверности R) зависят от точности подбора вида регрессионной кривой. При этом всегда следует подбирать наиболее простую функцию, обеспечивающую требуемую точность аппроксимации. Результаты наших экспериментов показывают, что во многих случаях для аппроксимации экспериментальных данных АЭ (например, по связи разрушающей нагрузки σ_g с суммарным количеством актов АЭ N_a) хорошо подходит самая простая линейная функция регрессии, обеспечивающая при этом достаточно высокие значения коэффициента корреляции ρ .

Следует также отметить, что оценка достоверности по коэффициенту корреляции – это всего лишь один из возможных способов вычисления достоверности. В общем случае оценка информационной достоверности должна проводиться по формуле (2) с подстановкой в нее количества информации, определяемого из соотношений (3) при подстановке в них конкретных значений плотностей функций вероятностей контролируемой величины и погрешности ее определения.

ПРАКТИЧЕСКОЕ ОПРЕДЕЛЕНИЯ ИНФОРМАЦИОННОЙ ДОСТОВЕРНОСТИ

Количественное определение информационной достоверности покажем на примере экспериментальных результатов АЭ диагностики прочности при статическом одноосном растяжении серии из 89 стандартных образцов стали 95X18 для внецентренного растяжения. Эта коррозионно-стойкая нержавеющая сталь широко используется в двигателестроении, а также в авиационной и ракетно-космической технике. Форма образцов и схема экспериментальной установки были аналогичны описанным в [3]. Испытывали плоские с надрезом образцы для внецентренного растяжения размерами $60 \times 60 \times 4$ мм. Затем по данным экспериментов рассчитывали выборочные функции распределения прочности σ_g , суммарного количества актов АЭ N_a и оценивали коэффициент корреляции между ними ρ (в экспериментах использовалось предложенное нами ранее восстановление потока актов АЭ по параметрам регистрируемых сигналов АЭ [1, 3]).

С помощью известного в статистике метода наименьших квадратов [10, 11, 17] было получено следующее уравнение регрессии:

$$\sigma_g = 382,23 N_a + 526,11 \quad \text{при } \rho = 0,9924, \quad (20)$$

где σ_g — разрушающее напряжение; N_a — суммарное количество восстановленных актов АЭ до момента разрушения; ρ — коэффициент корреляции между σ_g и N_a .

Подставив значение ρ из (20) в соотношение (19) получим, что достоверность результатов данного эксперимента равна 0,8769, то есть $R = 0,8769$.

Предложенный подход к оценке достоверности результатов перспективен и в задачах АЭ диагностики транспортных средств. Дело в том, что метод АЭ в последнее время находит все большее применение в решении задач диагностики изделий железнодорожного транспорта, однако пока, в основном, для контроля трещин и определения координат растущих дефектов в литых конструкциях [6, 18, 19]. Помимо решения аналогичных задач нами совместно с Ростовским государственным университетом путей сообщения на протяжении ряда лет проводятся исследования [20, 21] по новому перспективному направлению создания АЭ методов диагностики трения пары колесо—рельс со специальными покрытиями, повышающими его долговечность за счет значительного снижения трения [22]. Естественно, что создание метода АЭ диагностики трения требует и оценки достоверности результатов этой диагностики.

В настоящее время в пробной эксплуатации находится система лубрикации, основанная на создании на боковой поверхности рельса нового многослойного антифрикционного наномодифицированного покрытия. На рис. 2 приведены наши последние результаты по АЭ диагностике стадий разрушения этого принципиально нового антифрикционного покрытия. В ходе эксперимента исследовалась динамика изменения коэффициента трения и параметров сопутствующей АЭ в процессе испытания модельной трибосистемы «вращающийся ролик—неподвижная колодка» с многослойным наномодифицированным антифрикционным покрытием. Сигналы АЭ принимались и регистрировались с помощью цифрового АЭ диагностического комплекса A-Line 32D отечественной фирмы ИНТЕРЮНИС. Экспериментальная установка и методика подобных экспериментов подробно описаны нами в [20].

Метод АЭ диагностики трения имеет свои особенности. Известно, что процессы фрикционного взаимодействия сопровождаются настолько большим количеством излучаемых актов АЭ, что это приводит к почти полному перекрытию регистрируемых сигналов. Исследования показывают, что практически все отечественные и зарубежные АЭ диагностические комплексы, включая и такие

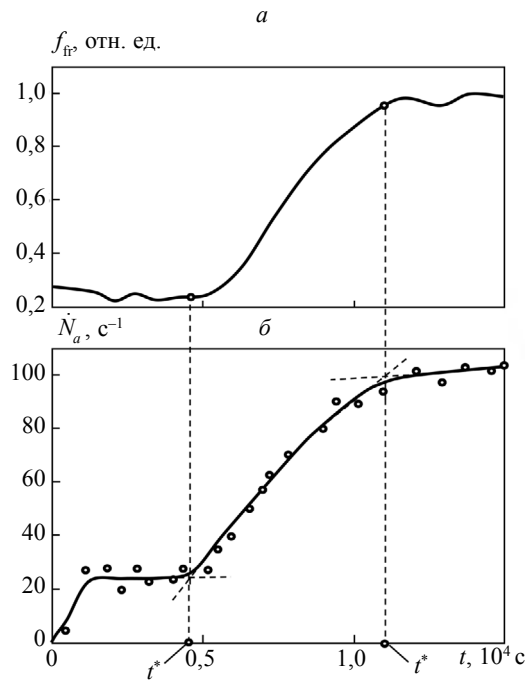


Рис. 2. Графики коэффициента трения (а) и восстановленной интенсивности потока актов АЭ (б).

известные системы, как Spartan и A-Line 32D, теряют из-за перекрытия более 90 % событий АЭ при высокой интенсивности источников АЭ внутри тела [1, 3]. Для решения этой проблемы в экспериментах использовалось предложенное нами ранее восстановление потока актов АЭ по параметрам регистрируемых сигналов АЭ [1, 3].

Анализ результатов рис. 2 показывает, что наблюдаются три стадии разрушения покрытия, и на всех стадиях отмечается сильная корреляция коэффициента трения с восстановленным потоком актов АЭ. Это позволяет предложить экспресс-оценку коэффициента трения по данным АЭ испытаний часто даже без прямого измерения этого коэффициента.

Статистическая обработка данных на рис. 2 методом наименьших квадратов дает следующее уравнение регрессии:

$$f_{\text{тр}} = 0,08025 \dot{N}_a + 0,05259 \quad \text{при} \quad \rho(f_{\text{тр}}, \dot{N}_a) = 0,9690, \quad (21)$$

где $\rho(f_{\text{тр}}, \dot{N}_a)$ — коэффициент корреляции между коэффициентом трения $f_{\text{тр}}$ и восстановленной интенсивностью потока актов АЭ \dot{N}_a .

Оценим достоверность определения $f_{\text{тр}}$ по формуле (21). Подставив в (19) определенное согласно (21) значение корреляции коэффициента трения с восстановленной интенсивностью потока актов АЭ, получим, что информационная достоверность R оценки коэффициента трения $f_{\text{тр}}$ по восстановленной интенсивности потока актов АЭ \dot{N}_a для данных на рис. 2 имеет величину порядка 73,5 %.

На рис. 3 показаны наши предварительные результаты по АЭ оценке коэффициента трения на стадии приработки материала подвижных шлицевых соединений вращающихся элементов самого грузоподъемного в мире транспортного вертолета Ми-26 [21]. Видно, что точки окончания времени приработки, определенные по стабилизации коэффициента трения (о) и по минимуму нормированной (выраженной в относительных единицах относительно максимальной) интенсивности потока актов АЭ (•), отличаются мало.

Оценим достоверность этих результатов. Методом наименьших квадратов был получен следующий вид зависимости коэффициента трения от восстановленной интенсивности потока актов АЭ:

$$f_{\text{тр}} = A\dot{N}_a + B = 0,0032 \dot{N}_a + 0,2854 \quad \text{при} \quad \rho(f_{\text{тр}}, \dot{N}_a) = 0,9292. \quad (22)$$

Подставив в (19) определенное согласно (22) значение корреляции коэффициента трения с восстановленной интенсивностью потока актов АЭ, получим, что достоверность R оценки коэффици-

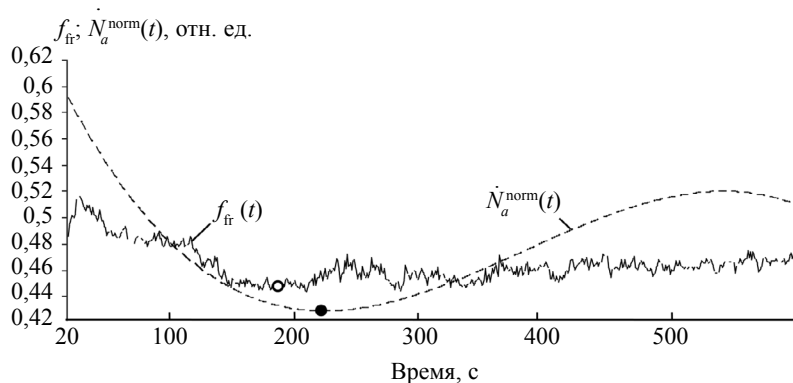


Рис. 3. Определение стадии приработки по коэффициенту трения и по минимуму нормированной интенсивности потока актов АЭ.

ента трения f_{fr} по восстановленной интенсивности потока актов АЭ \dot{N}_a в экспериментах, представленных на рис. 3, имеет величину порядка 63 %:

$$R = 1 - \sqrt{1 - \rho^2} = 1 - \sqrt{1 - 0,8634} = 0,6304.$$

Эти результаты показывают, что метод АЭ диагностики с количественным определением достоверности имеет хорошие перспективы применения в задачах неразрушающего контроля и диагностики прочности элементов различных видов транспортных средств.

ВЫВОДЫ

1. Информационная достоверность (определяемая через количество информации) качественно ведет себя так же, как и традиционная: так, она стремится к нулю при малом количестве информации, полученной в процессе контроля или диагностики, а при увеличении количества информации стремится к единице.

2. Учет вероятностно-информационных аспектов определения достоверности позволяет однозначно связать понятие достоверности результатов контроля и диагностики с количеством информации, получаемой в ходе проведения самой операции контроля или диагностики.

Исследования финансово поддержаны Южным федеральным университетом, грант № ВнГр-07/2020-04-ИМ (Министерство науки и высшего образования Российской Федерации).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Буйло С.И. Физико-механические, статистические и химические аспекты акустико-эмиссионной диагностики. Ростов-на-Дону: Изд-во ЮФУ, 2017. 184 с.
2. Иванов В.И., Барат В.А. Акустико-эмиссионная диагностика. М.: Спектр, 2017. 368 с.
3. Буйло С.И. Физико-механические и статистические аспекты повышения достоверности результатов акустико-эмиссионного контроля и диагностики. Ростов-на-Дону: Изд-во ЮФУ, 2008. 192 с.
4. Серьезнов А.Н., Степанова Л.Н., Муравьев В.В., Комаров К.Л., Кабанов С.И., Лебедев Е.Ю., Кожемякин В.Л., Паньков А.Ф. Акустико-эмиссионная диагностика конструкций. М.: Радио и связь, 2000. 280 с.
5. Серьезнов А.Н., Степанова Л.Н., Кабанов С.И., Кареев А.Е., Лебедев Е.Ю., Кожемякин В.Л., Рамазанов И.С., Харламов Б.М. Акустико-эмиссионный контроль авиационных конструкций. М.: Машиностроение — Полет, 2008. 440 с.
6. Серьезнов А.Н., Степанова Л.Н., Ивлиев В.В., Кабанов С.И., Бехер С.А., Власов К.В., Бобров А.Л., Кареев А.Е., Лебедев Е.Ю., Канифадин К.В., Рамазанов И.С., Тенитилов Е.С., Кочетков А.С. Акустико-эмиссионный контроль железнодорожных конструкций. Новосибирск: Наука, 2011. 272 с.
7. Skalskyi V.R., Koval P.M. Some methodological aspects of application of acoustic emission. Lviv: Spolom, 2007. 336 p.
8. Буйло С.И. Связь амплитуды акустического излучения ансамбля микродефектов со скоростью деформации и восстановлению количества актов АЭ при изменении динамического диапазона регистрируемых сигналов // Дефектоскопия. 2007. № 3. С. 69—77.
9. Волченко В. Н. Вероятность и достоверность оценки качества металлопродукции. М.: Металлургия, 1979. 88 с.

10. Пугачев В. С. Теория вероятностей и математическая статистика. М.: Наука, 1979. 496 с.
11. Лавренчик В. Н. Постановка физического эксперимента и статистическая обработка его результатов. М.: Энергоатомиздат, 1986. 272 с.
12. Буйло С.И. Вероятностно-информационные аспекты оценки достоверности результатов неразрушающего контроля и диагностики прочности твердых тел // Дефектоскопия. № 5. 1996. С. 20—25.
13. Shannon C.E. A Mathematical Theory of Communication // The Bell System Technical Journal. 1948. V. 27. July. October. P. 379—423, 623—656.
14. Шеннон К. Работы по теории информации и кибернетике. М.: ИИЛ, 1963. 832 с.
15. Новицкий П.В., Зограф И.А. Оценка погрешностей результатов измерений. Л.: Энергоатомиздат, 1991. 304 с.
16. Рабинович В.И., Цапенко М.П. Информационные характеристики средств измерения и контроля. М.: Энергия, 1968. 202 с.
17. Щиголев Б.М. Математическая обработка наблюдений. М.: Наука, 1969. 344 с.
18. Степанова Л.Н., Грассман С.А., Кабанов С.И., Бобров А.Л., Бехер С.А., Большанов А.А. Акустико-эмиссионный контроль боковых рам коробчатого сечения // Дефектоскопия. 2011. № 3. С. 10—16.
19. Степанова Л.Н., Грассман С.А., Кабанов С.И., Бобров А.Л., Бехер С.А., Большанов А.А. Методика акустико-эмиссионного контроля колесных пар грузового вагона // Дефектоскопия. 2007. № 4. С. 67—75.
20. Буйло С.И., Ивановкин П.Г., Мясникова Н.А. Диагностика особых точек коэффициента трения многослойного наномодифицированного антифрикционного покрытия методом акустической эмиссии // Дефектоскопия. 2013. № 6. С. 26—31.
21. Builo S.I., Builo B.I., Kolesnikov V.I., Vereskun V.D., Popov O.N. Application of the acoustic emission method in problems of vehicle diagnostics // Journal of Physics: Conference Series. 2020. V. 1636. № 1. 012006.
22. Колесников В.И., Мясникова Н.А., Мигаль Ю.Ф., Буря А.И., Мясников Ф.В., Чигвинцева О.П. Влияние адгезионного сцепления на границе раздела компонент на фрикционные характеристики полимерных композитов // Вестник РГУПС. 2011. № 4. С. 9—13.