

КОНТРОЛЬ ДИЭЛЕКТРИЧЕСКОЙ ПРОНИЦАЕМОСТИ И ТОЛЩИНЫ АНИЗОТРОПНЫХ ДИЭЛЕКТРИЧЕСКИХ ПОКРЫТИЙ МЕТОДОМ ПОВЕРХНОСТНЫХ ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ ВОЛН

© 2021 г. А.И. Казьмин^{1,*}, П.А. Федюнин^{1,**}, Д.П. Федюнин^{1,***}

¹Военный учебно-научный центр Военно-воздушных сил «Военно-воздушная академия им. проф. Н.Е. Жуковского и Ю.А. Гагарина»,
Россия 394064 Воронеж, ул. Старых Большевиков, 54 А
E-mail: *alek-kazmin@yandex.ru; **Fpa1969@yandex.ru; ***jr.fedyunin@yandex.ru

Поступила в редакцию 16.04.2021; после доработки 04.05.2021

Принята к публикации 11.05.2021

Широкое распространение анизотропных композиционных диэлектрических покрытий, работающих в диапазоне СВЧ, в различных наукоемких сферах обусловило поиск и выбор эффективных методов радиоволнового неразрушающего контроля их электрофизических параметров. Существующие подходы, основанные на оценке коэффициентов отражения и прохождения электромагнитных волн, обладают низкой точностью и достоверностью при оценке компонент тензора комплексной диэлектрической проницаемости и толщины подобных покрытий, не учитывают их частотную дисперсию и размещение на металлической подложке. В настоящей работе предложен оригинальный метод локального контроля компонент тензора комплексной диэлектрической проницаемости, с учетом их частотной дисперсии, а также толщины анизотропных диэлектрических покрытий на металлической подложке с использованием радиальных поверхностных электромагнитных волн СВЧ-диапазона. Метод основан на решении обратных задач по определению компонент тензора диэлектрической проницаемости и толщины покрытий по частотной и угловой зависимостям коэффициента ослабления поля радиальной поверхностной электромагнитной волны, возбуждаемой в исследуемом образце. Проведенные численные и натурные эксперименты показали, что при полосе частот измерений 9—13,5 ГГц погрешности оценок коэффициентов анизотропии составляют не более 10 % с доверительной вероятностью 0,95. Обоснован и введен статистический предел разрешения величины анизотропии диэлектрической проницаемости, что позволяет оценить метод в возможности различения двух близких значений любой пары компонент тензора диэлектрической проницаемости. Численные и натурные эксперименты показали, что метод может обеспечить их оценку при отличии друг от друга в 0,2—0,3 % и менее в полосе частот 9—13,5 ГГц.

Ключевые слова: анизотропное диэлектрическое покрытие, тензор комплексной диэлектрической проницаемости, коэффициент анизотропии, частотная дисперсия, неразрушающий контроль, радиальная поверхностная электромагнитная волна, коэффициент ослабления поля, обратная задача.

DOI: 10.31857/S0130308221060063

ВВЕДЕНИЕ

В связи с практическими потребностями в новых материалах и создаваемых на их основе покрытиях, работающих в диапазоне сверхвысоких частот (СВЧ), во многих наукоемких сферах, в том числе микроэлектронной, аэрокосмической, машиностроительной и др., появляется много новых типов композиционных материалов с широким спектром значений комплексных диэлектрической и магнитной проницаемостей и с различной внутренней структурой [1—6]. В отдельное важнейшее самостоятельное направление, связанное с повышением обороноспособности государства, выделяются разработки перспективных типов радиопоглощающих покрытий, обеспечивающих снижение радиолокационной заметности современных образцов вооружения, военной и специальной техники [1—3].

Одним из способов создания тонких, легких и устойчивых к внешним воздействиям покрытий, работающих в широкой полосе частот, является реализация их в виде неоднородных композиционных структур, которые состоят из полимерной основы (матрицы) и соответствующего наполнителя. Для СВЧ-покрытий в роли наполнителя могут выступать [4—6] стекловолокно, ткани из полиэфирных волокон и т.д., а для радиопоглощающих покрытий используются [1—3] углеродные нанотрубки, проводящие частицы нанометрового размера и др.

Учитывая отличие свойств диэлектрических и магнитодиэлектрических покрытий и, соответственно, различные подходы к измерению их электрофизических и геометрических параметров (ЭФП), в данной статье основное внимание будет уделено СВЧ-диэлектрическим покрытиям (ДП) на основе неоднородных композиционных структур. ДП данного типа могут обладать анизотропией комплексной диэлектрической проницаемости, которая в общем случае описывается тензором диагонального вида:

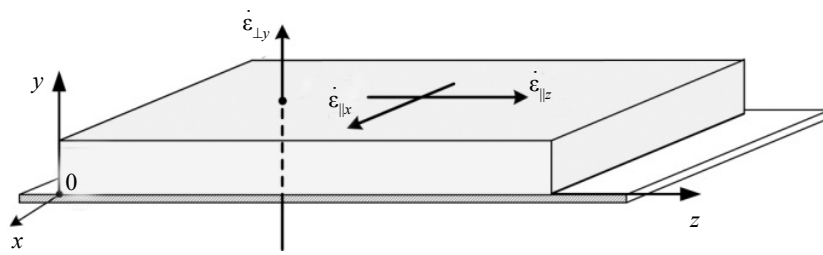


Рис. 1. Компоненты тензора (1).

$$\underline{\underline{\dot{\epsilon}}} = \begin{bmatrix} \dot{\epsilon}_{\parallel x} & 0 & 0 \\ 0 & \dot{\epsilon}_{\perp y} & 0 \\ 0 & 0 & \dot{\epsilon}_{\parallel z} \end{bmatrix}, \quad (1)$$

где $\dot{\epsilon}_{\parallel x} = \epsilon'_{\parallel x} - j\epsilon''_{\parallel x}$ и $\dot{\epsilon}_{\parallel z} = \epsilon'_{\parallel z} - j\epsilon''_{\parallel z}$ — тангенциальные составляющие тензора комплексной диэлектрической проницаемости (в плоскости покрытия), $\dot{\epsilon}_{\perp y} = \epsilon'_{\perp y} - j\epsilon''_{\perp y}$ — нормальная составляющая тензора комплексной диэлектрической проницаемости (рис. 1).

При этом существуют три основных случая диэлектрической анизотропии искусственных композиционных материалов, соответствующих следующим соотношениям между элементами тензора (1) [4]: двухосная анизотропия $\dot{\epsilon}_{\parallel x} \neq \dot{\epsilon}_{\perp y} \neq \dot{\epsilon}_{\parallel z}$, одноосная анизотропия $\dot{\epsilon}_{\parallel x} \approx \dot{\epsilon}_{\parallel z} \neq \dot{\epsilon}_{\perp y}$ и материалы с малыми значениями анизотропии, близкие к изотропным $\dot{\epsilon}_{\parallel x} \approx \dot{\epsilon}_{\perp y} \approx \dot{\epsilon}_{\parallel z}$.

В качестве основного аспекта применения подобных ДП и радиопоглощающих покрытий (в частности) на практике выступает получение объективных данных по их ЭФГП, которыми они будут обладать при размещении на металлической подложке. Исходя из этого, в процессе проектирования изготавливаются образцы ДП различного размера со свойствами, приближенными к тем, которые они будут иметь на реальном объекте. В ходе испытаний на эффективность производится оценка их ЭФГП, к которым относятся компоненты тензора (1) $\underline{\underline{\dot{\epsilon}}}$ и толщина покрытия $t_{\text{п}}$.

Промышленные композиционные СВЧ-материалы, применяемые для производства СВЧ-устройств, в основном обладают одноосной анизотропией, и практически все предлагаемые методы контроля их диэлектрической анизотропии опираются на это допущение (условие). Помимо этого не учитывается возможная частотная дисперсия компонент тензора комплексной диэлектрической проницаемости (1). Вместе с тем при создании новых типов экспериментальных образцов композиционных СВЧ-материалов, в т.ч. радиопоглощающих покрытий, требуются все более точные, достоверные и объективные данные по их ЭФГП с учетом их возможных комбинаций и частотной дисперсии. Кроме того, должна обеспечиваться высокая локальность контроля, позволяющая оценить, как меняются параметры по поверхности образца.

Таким образом, разработка новых методов локального контроля ЭФГП диэлектрических покрытий с анизотропией комплексной диэлектрической проницаемости является актуальной научной задачей.

Для измерения компонент тензора комплексной диэлектрической проницаемости (1) используется ряд СВЧ-методов контроля: резонаторные методы, методы закрытой линии передачи (волноводные и коаксиальные), методы коаксиального пробника, а также методы свободного пространства [4—17].

Оценке компонент тензора диэлектрической проницаемости (1) с помощью резонаторных методов и закрытых линий передачи (волноводные и коаксиальные) посвящено значительное число работ [4—11]. Поскольку представленные методы являются разрушающими и требуют специально подготовленных образцов — эти методы в настоящей статье рассматриваться не будут.

Для контроля ЭФГП диэлектрических материалов широкое распространение получили методы свободного пространства, основанные на одновременном измерении комплексных коэффициентов отражения $R(f, \dot{\epsilon}_{\text{п}}, \dot{\mu}_{\text{п}}, t_{\text{п}})$ и прохождения $T(f, \dot{\epsilon}_{\text{п}}, \dot{\mu}_{\text{п}}, t_{\text{п}})$, где f — частота зондирующего сигнала, с последующим пересчетом их в значения комплексной диэлектрической $\dot{\epsilon}_{\text{п}}$ и магнитной $\dot{\mu}_{\text{п}}$ проницаемостей, а также толщины $t_{\text{п}}$. Чаще всего данные методы реализуются на основе векторных анализаторов электрических цепей и апертурных антенн [13, 14].

Между тем, несмотря на широкое распространение данных методов, вопросы разработки электродинамических моделей совместных измерений компонент тензора диэлектрической проницаемости (1) и толщины анизотропных ДП проработаны недостаточно. Обычно в публикациях приводятся лишь упоминания о том, что можно учесть анизотропию, но конкретных подходов к измерению не приводится [12—14].

В [15, 16] представлен метод свободного пространства, обеспечивающий оценку компонент тензора (1) для специально подготовленного кругового образца ДП определенного размера на металлической подложке. При этом для оценки компонент тензора (1) требуется высокоточное снятие угловых зависимостей коэффициента отражения образца при его различных положениях, с последующим решением обратной задачи, что снижает достоверность и точность проводимых измерений.

В [17] представлен метод свободного пространства с использованием волн круговой поляризации. Различие поперечных составляющих ($\epsilon_{\parallel x}$ и $\epsilon_{\parallel z}$) приводит к тому, что прошедшая или отраженная волна приобретает эллиптическую поляризацию, по параметрам которой судят о величине анизотропии материала (среды). Учитывая то, что антенны круговой поляризации имеют эллиптичность не выше 0,98, на выходе имеется небольшой паразитный сигнал, ограничивающий чувствительность и точность измерений, а для реализации метода требуются данные по толщине образца.

Кроме того, в методах свободного пространства используются апертурные антенны с размерами раскрыва, превышающими рабочую длину волны. Это обеспечивает определение ЭФГП образца в целом и не позволяет осуществлять их локальный контроль. В некоторых решениях используются фокусирующие системы в виде специальных диафрагм и диэлектрических линз, но все же локальность контроля при этом незначительная [13, 14]. Помимо этого, исследуемый образец и держатель образца должны быть размещены между двумя рупорными антеннами. В связи с этим особое внимание уделяется форме образца и его расположению в пространстве.

Таким образом, следует отметить, что подходы, обеспечивающие одновременный контроль компонент тензора (1) при двухосной анизотропии ДП с учетом их частотной дисперсии, а также толщины образца ДП при одностороннем подходе с учетом размещения его на металлической подложке, практически не прорабатывались.

В [18—20] на основе эффектов взаимодействия поверхностных электромагнитных волн (ПЭМВ) СВЧ-диапазона, возбуждаемых непосредственно в исследуемых образцах, разработан ряд методов контроля ЭФГП и дефектов различных типов материалов, а также покрытий на их основе. Информативным параметром в представленных методах выступает частотная зависимость действительной части комплексного коэффициента ослабления (КО) поля ПЭМВ по нормали к поверхности покрытия $\alpha'(f_k, \dot{\epsilon}_n, \dot{\mu}_n, t_n)$, которая определяется методом зонда в широкой полосе частот с определенным дискретным шагом [18—20]:

$$\alpha'(f_k, \dot{\epsilon}_n, \dot{\mu}_n, t_n) = \frac{1}{J} \sum_{j=1}^J \frac{1}{s} \ln \left[\frac{E_j(f_k)}{E_{j+1}(f_k)} \right], \quad (2)$$

где E_j и E_{j+1} — значения напряженности электрического поля ПЭМВ, измеренные по нормали к поверхности покрытия (по оси Y) в точках измерений y и $y + s$, s — расстояние между точками измерений, J — количество точек измерения, $k = 1, \dots, K$ — количество частот измерений.

В этом случае представляется перспективным исследование возможности использования в информативных целях ПЭМВ СВЧ диапазона для контроля диэлектрической проницаемости и толщины образцов ДП с анизотропией диэлектрической проницаемости.

Таким образом, целью статьи является разработка метода локального контроля компонент тензора комплексной диэлектрической проницаемости с учетом их частотной дисперсии и толщины анизотропных ДП с двухосной анизотропией на металлической подложке в едином цикле измерения, с использованием поверхностных электромагнитных волн СВЧ-диапазона, обеспечивающего повышение точности и достоверности их оценки.

ЭЛЕКТРОДИНАМИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ДЛЯ ОПРЕДЕЛЕНИЯ ЭФГП АНИЗОТРОПНЫХ ДИЭЛЕКТРИЧЕСКИХ ПОКРЫТИЙ

Исходя из вида тензора (1), вектор ЭФГП диэлектрических покрытий с двухосной анизотропией диэлектрической проницаемости целесообразно представить семикомпонентным: $\xi_n = \{\epsilon'_{\parallel x}, \epsilon''_{\parallel x}, \epsilon'_{\perp y}, \epsilon''_{\perp y}, \epsilon'_{\parallel z}, \epsilon''_{\parallel z}, t_n\}$. Величину анизотропии компонент тензора комплексной диэлектрической проницаемости (1) целесообразно характеризовать коэффициентами анизотропии [4, 5]:

две пары коэффициентов, характеризующих отличие между собой тангенциальных ($\epsilon'_{\parallel x}, \epsilon''_{\parallel x}, \epsilon'_{\parallel z}, \epsilon''_{\parallel z}$) и нормальной ($\epsilon'_{\perp y}, \epsilon''_{\perp y}$) компонент тензора комплексной диэлектрической проницаемости (1) — $\mathfrak{G}_{\epsilon'}^{xy}, \mathfrak{G}_{\epsilon''}^{xy}, \mathfrak{G}_{\epsilon'}^{zy}, \mathfrak{G}_{\epsilon''}^{zy}$, и пара коэффициентов, характеризующих различие тангенциальных составляющих ($\epsilon'_{\parallel x}, \epsilon''_{\parallel x}$ и $\epsilon'_{\parallel z}, \epsilon''_{\parallel z}$) — $\mathfrak{G}_{\epsilon'}^{xz}, \mathfrak{G}_{\epsilon''}^{xz}$:

$$\mathfrak{G}_{\epsilon'}^{xy} = \left| 1 - \frac{\epsilon'_{\parallel x}}{\epsilon'_{\perp y}} \right|; \mathfrak{G}_{\epsilon''}^{xy} = \left| 1 - \frac{\epsilon''_{\parallel x}}{\epsilon''_{\perp y}} \right|; \mathfrak{G}_{\epsilon'}^{zy} = \left| 1 - \frac{\epsilon'_{\parallel z}}{\epsilon'_{\perp y}} \right|; \mathfrak{G}_{\epsilon''}^{zy} = \left| 1 - \frac{\epsilon''_{\parallel z}}{\epsilon''_{\perp y}} \right|; \mathfrak{G}_{\epsilon'}^{xz} = \left| 1 - \frac{\epsilon'_{\parallel z}}{\epsilon'_{\parallel x}} \right|; \mathfrak{G}_{\epsilon''}^{xz} = \left| 1 - \frac{\epsilon''_{\parallel z}}{\epsilon''_{\parallel x}} \right|. \quad (3)$$

Предлагаемый метод оценки компонент тензора (1) и коэффициентов анизотропии (3) базируется на особенностях распространения радиальной ПЭМВ в исследуемом образце анизотропного ДП и принципах многочастотного метода ПЭМВ [18—20]. Рассмотрим качественные теоретические предпосылки метода. Проанализируем составляющие поля плоской ПЭМВ типа E (4.1) и радиальной ПЭМВ (4.2) над однородным ДП, которые имеют следующий вид [21]:

$$\begin{cases} \dot{H}_y = A e^{-\dot{\alpha}(f_k, \xi_n)y} e^{-j\dot{\gamma}z} \\ \dot{E}_x = (\dot{\gamma} / \omega \epsilon_0) A e^{-\dot{\alpha}(f_k, \xi_n)y} e^{-j\dot{\gamma}z} \\ \dot{E}_z = (j\dot{\alpha} / \omega \epsilon_0) A e^{-\dot{\alpha}(f_k, \xi_n)y} e^{-j\dot{\gamma}z} \end{cases}; \quad (4.1)$$

$$\begin{cases} \dot{H}_\varphi = A e^{-\dot{\alpha}(f_k, \xi_n)y} H_1^{(2)}(-j\dot{\gamma}r) \\ \dot{E}_r = A(\dot{\alpha}(f_k, \xi_n) / j\omega \epsilon_0) e^{-\dot{\alpha}(f_k, \xi_n)y} H_1^{(2)}(-j\dot{\gamma}r), \\ \dot{E}_y = A(\dot{\gamma} / \epsilon_0) e^{-\dot{\alpha}(f_k, \xi_n)y} H_0^{(2)}(-j\dot{\gamma}r), \end{cases} \quad (4.2)$$

где $H_0^{(2)}$ — функция Ханкеля 2 рода нулевого порядка; $H_1^{(2)}$ — функция Ханкеля 2 рода первого порядка, $\dot{\alpha}(f, \xi_n)$ — комплексный коэффициент ослабления поля ПЭМВ, ξ_n — вектор ЭФГП однородного диэлектрического покрытия; $\dot{\gamma} = \alpha_3 - j\beta$ — продольная постоянная распространения, α_3 — коэффициент затухания, β — коэффициент фазы; ω — круговая частота; ϵ_0 — электрическая постоянная; j — мнимая единица, f — текущая частота.

Анализ составляющих поля ПЭМВ над однородным ДП показывает, что у радиальной ПЭМВ (4.2) распределение поля вдоль оси y (по нормали к поверхности покрытия) такое же, как и у соответствующей плоской ПЭМВ (4.1), и определяется экспоненциальным множителем $e^{-\dot{\alpha}(f_k, \xi_n)y}$ с параметром в виде комплексного КО $\dot{\alpha}(f_k, \xi_n)$, который в свою очередь зависит от вектора ЭФГП диэлектрического покрытия ξ_n .

С учетом того, что тангенциальная составляющая диэлектрической проницаемости тензора (1) на осях поперечной анизотропии x и z распадается на две различные компоненты $\epsilon'_{\parallel x} \neq \epsilon'_{\parallel z}$, КО поля радиальной ПЭМВ $\dot{\alpha}(f_k, \xi_n)$ и экспоненциальный множитель $e^{-\dot{\alpha}(f_k, \xi_n)y}$ также будут отличаться на них соответственно. При этом КО поля радиальной ПЭМВ на осях поперечной анизотропии x и z — $\dot{\alpha}^x(f_k)$ и $\dot{\alpha}^z(f_k)$ принимают экстремальные значения и фактически являются максимальным и минимальным (минимальным/максимальным) значениями. Таким образом, анализируя КО по окружности вокруг центра возбуждения радиальной ПЭМВ, можно оценить поперечную анизотропию диэлектрического покрытия.

Геометрия исследуемой задачи приведена на рис. 2. Для экспериментального возбуждения радиальной ПЭМВ в исследуемых анизотропных ДП использовали круглый волновод с волной E_{01} , имеющей осевую симметрию.

С учетом неопределенностей в измерении КО, которые включают шум в измерительной системе, погрешности ее калибровки и другие составляющие, обнаружение максимального и минимального значений КО при малых величинах $\dot{\epsilon}'_{\parallel x}$ и $\dot{\epsilon}'_{\parallel z}$ становится затруднительным. Для компенсации данных неопределенностей измерений следует проводить измерения КО в широкой полосе частот на нескольких частотах [18—20].

Исходя из этого, на первом этапе проводят измерение КО $\alpha'(f_k, i \cdot \Delta\theta)$, где $i = 1, \dots, n$, по окружности относительно центра возбуждения радиальной ПЭМВ с шагом по углу $\Delta\theta$ на K дискретных частотах в каждой точке измерений. Поиск экстремальных значений $\alpha'_{\text{ср}}^x$ и $\alpha'_{\text{ср}}^z$ осуществляется из полученной угловой зависимости усредненных значений КО в каждой точке измерений:

$$\alpha'_{\text{ср}}(i \cdot \Delta\theta) = \frac{1}{K} \sum_{k=1}^K \alpha'(f_k, i \cdot \Delta\theta), \quad i = 1, \dots, n. \quad (5)$$

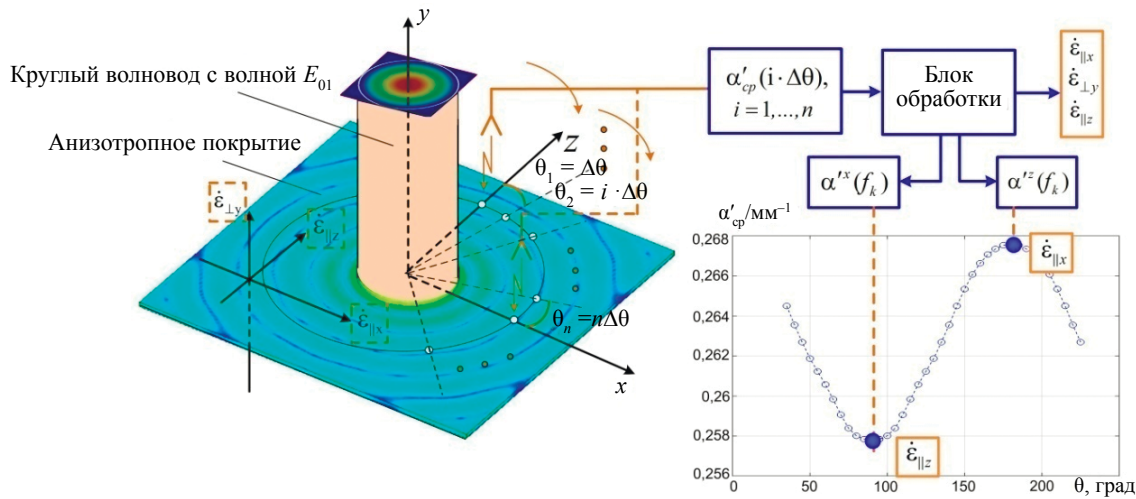


Рис. 2. Геометрия исследуемой задачи.

Таким образом, в результате сканирования анизотропного ДП по окружности оценивают наличие поперечной анизотропии (в плоскости ДП). Для количественной оценки составляющих вектора ЭФГП анизотропного ДП разработан алгоритм обработки КО на поперечных осях анизотропии x и z — $\alpha'^x(f_k)$ и $\alpha'^z(f_k)$.

С учетом наличия двух направлений поперечной анизотропии ДП x и z , вектор его ЭФГП $\xi_n = \{\varepsilon'_{\parallel x}, \varepsilon''_{\parallel x}, \varepsilon'_{\perp y}, \varepsilon''_{\perp y}, \varepsilon'_{\parallel z}, \varepsilon''_{\parallel z}, t_n\}$ был разделен на два подвектора $\xi_n^x = \{\varepsilon'_{\parallel x}, \varepsilon''_{\parallel x}, \varepsilon'_{\perp y}, \varepsilon''_{\perp y}, t_n\}$ и $\xi_n^z = \{\varepsilon'_{\perp y}, \varepsilon''_{\perp y}, \varepsilon'_{\parallel z}, \varepsilon''_{\parallel z}, t_n\}$. В результате, коэффициент ослабления ПЭМВ на осях поперечной анизотропии x и z обозначили в виде $\alpha'^x(f_k, \xi_n^x)$ и $\alpha'^z(f_k, \xi_n^z)$ соответственно. По частотной зависимости коэффициента ослабления $\alpha'_3(f_k, \xi_n)$ находятся компоненты $\dot{\varepsilon}_{\parallel x}$ и $\dot{\varepsilon}_{\perp y}$, а по зависимости $\alpha'_3(f_k, \xi_n)$ — компоненты $\dot{\varepsilon}_{\parallel z}$ и $\dot{\varepsilon}_{\perp y}$.

Структура алгоритмов определения векторов $\xi_n^x = \{\varepsilon'_{\parallel x}, \varepsilon''_{\parallel x}, \varepsilon'_{\perp y}, \varepsilon''_{\perp y}, t_n\}$ и $\xi_n^z = \{\varepsilon'_{\perp y}, \varepsilon''_{\perp y}, \varepsilon'_{\parallel z}, \varepsilon''_{\parallel z}, t_n\}$ из частотных зависимостей $\alpha'^x(f_k, \xi_n^x)$ и $\alpha'^z(f_k, \xi_n^z)$ аналогична. Исходя из этого, рассмотрим алгоритм их обработки без привязки к конкретной оси поперечной анизотропии путем введения обозначения $\alpha''(f_k, \xi_n^r)$, $r = x, z$.

Экспериментальные значения КО $\alpha''_3(f_k, \xi_n)$ на соответствующей поперечной оси анизотропии можно представить как сумму теоретических значений $\alpha''_T(f_k, \xi_n)$ и функции определяющей неопределенности измерения $n(f_k)$ [18, 19]:

$$\alpha''_3(f_k, \xi_n) = \alpha''_T(f_k, \xi_n) + n(f_k); r = x, z; k = 1, 2, \dots, K. \quad (6)$$

Функция $n(f_k)$ представляет собой шум, воздействующий на k -измерение КО, обусловленный как инструментальной и методической погрешностями при контроле, так и достоверностью электродинамической модели измерения коэффициента ослабления ПЭМВ. Она была представлена как аддитивный некоррелированный гауссовский шум с нулевым математическим ожиданием $m[n(f_k)] = 0$ и заданным уровнем дисперсии $\sigma_k^2 = m[n^2(f_k)] = N_0 / 2$, где N_0 — общая мощность шума, присутствующего в измерении.

Алгоритм обработки результатов измерений КО базируется на основном положении теории оценок — информация о значениях компонент тензора комплексной диэлектрической проницаемости $\bar{\varepsilon}$ и толщине t_n анизотропного ДП заключена в совместной плотности распределения вероятностей результатов измерений КО на нескольких частотах, которая достигает своего максимального значения на истинных значениях компонент тензора диэлектрической проницаемости $\bar{\varepsilon}$ и толщины t_n контролируемого ДП. В этом случае средние квадраты ошибок $\Delta_{\varepsilon'}^{xy} = |\hat{\mathcal{G}}_{\varepsilon'}^{xy} - \mathcal{G}_{\varepsilon'}^{xy}|^2$, $\Delta_{\varepsilon''}^{xy} = |\hat{\mathcal{G}}_{\varepsilon''}^{xy} - \mathcal{G}_{\varepsilon''}^{xy}|^2$, $\Delta_{\varepsilon'}^{zy} = |\hat{\mathcal{G}}_{\varepsilon'}^{zy} - \mathcal{G}_{\varepsilon'}^{zy}|^2$, $\Delta_{\varepsilon''}^{zy} = |\hat{\mathcal{G}}_{\varepsilon''}^{zy} - \mathcal{G}_{\varepsilon''}^{zy}|^2$, $\Delta_{\varepsilon'}^{xz} = |\hat{\mathcal{G}}_{\varepsilon'}^{xz} - \mathcal{G}_{\varepsilon'}^{xz}|^2$, $\Delta_{\varepsilon''}^{xz} = |\hat{\mathcal{G}}_{\varepsilon''}^{xz} - \mathcal{G}_{\varepsilon''}^{xz}|^2$ оценки коэффициентов анизотропии $\mathcal{G}_{\varepsilon'}^{xy}, \mathcal{G}_{\varepsilon''}^{xy}, \mathcal{G}_{\varepsilon'}^{zy}, \mathcal{G}_{\varepsilon''}^{zy}, \mathcal{G}_{\varepsilon'}^{xz}, \mathcal{G}_{\varepsilon''}^{xz}$ достигают минимального значения.

Согласно [18, 19], функцию логарифмического правдоподобия для оценки максимального значения совместной плотности распределения вероятностей результатов измерения КО на K -частотах можно представить в следующем виде:

$$L(\mathbf{A}_3^r; \xi_n^r) = -K \ln(\sqrt{\pi N_0}) - \frac{K}{N_0} |\mathbf{A}_3^r - \mathbf{A}_T^r|^2, \quad (7)$$

где \mathbf{A}_3^r и \mathbf{A}_T^r — вектор-столбцы полученных экспериментально и теоретических значений коэффициентов ослабления со следующими компонентами:

$$\mathbf{A}_3^r = [\alpha_3^r(f_1), \alpha_3^r(f_2), \dots, \alpha_3^r(f_k)]^T,$$

$$\mathbf{A}_T^r = [\dot{\alpha}_T^r(f_1, \xi_n^r), \dot{\alpha}_T^r(f_2, \xi_n^r), \dots, \dot{\alpha}_T^r(f_k, \xi_n^r)]^T,$$

где $\alpha_3^r(f_k)$ — действительная часть экспериментальных КО поля ПЭМВ соответствующей оси поперечной анизотропии; $\dot{\alpha}_T^r(f_k, \xi_n^r)$ — теоретические комплексные значения КО поля ПЭМВ по соответствующей оси поперечной анизотропии; $r = x, z$.

Согласно [18,19], мнимые части $\alpha^{rr}(f, \xi_n^r)$, где $r = x, z$, экспериментальных комплексных КО были включены в функцию логарифмического правдоподобия (7) в качестве дополнительного параметра оптимизации. Функциональную зависимость мнимой части $\alpha^{rr}(f, \xi_n^r)$ комплексного КО представили в виде параметрической функции, задаваемой в виде многочлена:

$$\alpha^{rr}(f, \Phi_\alpha^r) = \sum_{i=0}^n a_{n-i}^r f^i, \quad r = x, z, \quad (8)$$

где a_{n-i}^r — параметры, которые фактически представляют собой коэффициенты регрессии данной функциональной зависимости КО, f — текущая частота измерения.

В такой постановке данные коэффициенты необходимы только для обеспечения максимума функции логарифмического правдоподобия (7). Параметры a_{n-i}^r объединили в вектор параметрических коэффициентов функциональных зависимостей (8) мнимой части коэффициента ослабления $\Phi_\alpha^r = \{a_{n-i}^r\}$, $i = 0, \dots, n$, $r = x, z$.

Тогда вектор экспериментальных КО в (7) примет вид:

$$\mathbf{A}_3^r = [\alpha_3^r(f_1) - \alpha^{rr}(f_1, \Phi_\alpha^r), \alpha_3^r(f_2) - j\alpha^{rr}(f_2, \Phi_\alpha^r), \dots, \alpha_3^r(f_k) - j\alpha^{rr}(f_k, \Phi_\alpha^r)]^T.$$

Проведенные исследования показали, что для СВЧ-материалов с плавным законом дисперсии диэлектрической проницаемости для приемлемой точности оценки составляющих вектора ξ_n и обеспечения максимума функции логарифмического правдоподобия (7) в многочлене (8) достаточно 2-3 членов.

Максимум совместной плотности распределения вероятностей результатов измерений КО на K -частотах достигается при значениях составляющих вектора ЭФГП исследуемого ДП ξ_n^r , которые обеспечивают максимум логарифмической функции правдоподобия (7). С учетом того, что первое слагаемое (7) не зависит от вектора ξ_n^r , функционал для оценки ξ_n^r можно представить в следующем виде:

$$\hat{\xi}_n^r = \arg \min_{\xi_n^r} \{Z(\xi_n^r)\}, \quad (9)$$

где

$$Z(\xi_n^r) = \frac{1}{K} |\mathbf{A}_3^r - \mathbf{A}_T^r|^2, \quad r = x, z. \quad (10)$$

В случае, если частотной дисперсией компонента тензора диэлектрической проницаемости (1) исследуемого ДП невозможно пренебречь, вводится операция параметризации. Для учета частотной дисперсии, описываемой гладкими функциями, выражения для компонент тензора диэлектрической проницаемости наиболее целесообразно представить в виде параметрических функций, задаваемых в виде многочленов:

$$\begin{aligned} \varepsilon'_{\parallel x}(f) &= \sum_{l_1=0}^{m_1} a_{m_1-l_1}^{\varepsilon'_{\parallel x}} f^{l_1}; \quad \varepsilon''_{\parallel x}(f) = \sum_{l_2=0}^{m_2} a_{m_2-l_2}^{\varepsilon''_{\parallel x}} f^{l_2}; \quad \varepsilon'_{\perp y}(f) = \sum_{l_3=0}^{m_3} a_{m_3-l_3}^{\varepsilon'_{\perp y}} f^{l_3}; \\ \varepsilon''_{\perp y}(f) &= \sum_{l_4=0}^{m_4} a_{m_4-l_4}^{\varepsilon''_{\perp y}} f^{l_4}; \quad \varepsilon'_{\parallel z}(f) = \sum_{l_5=0}^{m_5} a_{m_5-l_5}^{\varepsilon'_{\parallel z}} f^{l_5}; \quad \varepsilon''_{\parallel z}(f) = \sum_{l_6=0}^{m_6} a_{m_6-l_6}^{\varepsilon''_{\parallel z}} f^{l_6}, \end{aligned} \quad (11)$$

где $l_1 = 0, \dots, m_1$; $l_2 = 0, \dots, m_2$; $l_3 = 0, \dots, m_3$; $l_4 = 0, \dots, m_4$; $l_5 = 0, \dots, m_5$; $l_6 = 0, \dots, m_6$; $m_1, m_2, m_3, m_4, m_5, m_6$ — число членов в соответствующем многочлене; f — текущая частота.

С учетом наличия двух осей поперечной анизотропии x и z , параметры $a_{m_1-l_1}^{\varepsilon'_{\parallel x}}, a_{m_2-l_2}^{\varepsilon''_{\parallel x}}, a_{m_3-l_3}^{\varepsilon'_{\perp y}}, a_{m_4-l_4}^{\varepsilon''_{\perp y}}, a_{m_5-l_5}^{\varepsilon'_{\parallel z}}, a_{m_6-l_6}^{\varepsilon''_{\parallel z}}$ и толщина ДП t_{Π} объединяются в два подвектора $\xi_{\Pi}^{rx} = \{a_{m_1-l_1}^{\varepsilon'_{\parallel x}}, a_{m_2-l_2}^{\varepsilon''_{\parallel x}}, a_{m_3-l_3}^{\varepsilon'_{\perp y}}, a_{m_4-l_4}^{\varepsilon''_{\perp y}}, t_{\Pi}\}$, $\xi_{\Pi}^{rz} = \{a_{m_3-l_3}^{\varepsilon'_{\perp y}}, a_{m_4-l_4}^{\varepsilon''_{\perp y}}, a_{m_5-l_5}^{\varepsilon'_{\parallel z}}, a_{m_6-l_6}^{\varepsilon''_{\parallel z}}, t_{\Pi}\}$, осуществляется переход от векторов ξ_{Π}^x, ξ_{Π}^z к векторам ξ_{Π}^{rx} и ξ_{Π}^{rz} :

$$\xi_{\Pi}^x = \{\varepsilon'_{\parallel x}, \varepsilon''_{\parallel x}, \varepsilon'_{\perp y}, \varepsilon''_{\perp y}, t_{\Pi}\} \rightarrow \xi_{\Pi}^{rx} = \{a_{m_1-l_1}^{\varepsilon'_{\parallel x}}, a_{m_2-l_2}^{\varepsilon''_{\parallel x}}, a_{m_3-l_3}^{\varepsilon'_{\perp y}}, a_{m_4-l_4}^{\varepsilon''_{\perp y}}, t_{\Pi}\}, \quad (12)$$

$$\xi_{\Pi}^z = \{\varepsilon'_{\perp y}, \varepsilon''_{\perp y}, \varepsilon'_{\parallel z}, \varepsilon''_{\parallel z}, t_{\Pi}\} \rightarrow \xi_{\Pi}^{rz} = \{a_{m_3-l_3}^{\varepsilon'_{\perp y}}, a_{m_4-l_4}^{\varepsilon''_{\perp y}}, a_{m_5-l_5}^{\varepsilon'_{\parallel z}}, a_{m_6-l_6}^{\varepsilon''_{\parallel z}}, t_{\Pi}\}, \quad (13)$$

и все дальнейшие операции по минимизации функционала (9) выполняются с использованием данных векторов. Таким образом, в результате его минимизации определяются коэффициенты многочленов (11) или фактически конкретный вид зависимости соответствующего компонента тензора комплексной диэлектрической проницаемости.

Согласно замен (12, 13) и представления мнимой части комплексного коэффициента ослабления в виде (8) функционал оценки ξ_{Π}^r (9) исследуемого анизотропного ДП с частотной дисперсией на каждой из осей поперечной анизотропии x и z примет вид:

$$\hat{\xi}_{\Pi}^{rr} = \arg \min_{\xi_{\Pi}^r, \Phi_{\alpha}^r} \{Z(\xi_{\Pi}^r, \Phi_{\alpha}^r)\}, \quad (14)$$

где

$$Z(\xi_{\Pi}^r, \Phi_{\alpha}^r) = \frac{1}{K} |\mathbf{A}_{\text{э}}^{rr} - \mathbf{A}_{\text{т}}^{rr}|^2, \quad r = x, z, \quad (15)$$

где $\mathbf{A}_{\text{э}}^{rr}$ и $\mathbf{A}_{\text{т}}^{rr}$ — вектор-столбцы, со следующими компонентами:

$$\mathbf{A}_{\text{э}}^{rr} = [\alpha_{\text{э}}^{rr}(f_1) - j\alpha_{\text{э}}^{rr}(f_1, \Phi_{\alpha}^r), \quad \alpha_{\text{э}}^{rr}(f_2) - j\alpha_{\text{э}}^{rr}(f_2, \Phi_{\alpha}^r), \dots, \alpha_{\text{э}}^{rr}(f_K) - j\alpha_{\text{э}}^{rr}(f_K, \Phi_{\alpha}^r)]^T,$$

$$\mathbf{A}_{\text{т}}^{rr} = [\dot{\alpha}_{\text{т}}^r(f_1, \xi_{\Pi}^{rr}), \quad \dot{\alpha}_{\text{т}}^r(f_2, \xi_{\Pi}^{rr}), \dots, \dot{\alpha}_{\text{т}}^r(f_K, \xi_{\Pi}^{rr})]^T.$$

Поиск минимумов функционалов (9) и (14) проводится численно в заданном диапазоне изменения величин компонентов векторов $\mathbf{A}_{\text{э}}^r$ и $\mathbf{A}_{\text{т}}^r$ или $\mathbf{A}_{\text{э}}^{rr}$ и $\mathbf{A}_{\text{т}}^{rr}$ в случае учета частотной дисперсии.

Численную оптимизацию функционалов (9) и (14) проводили с помощью алгоритма роя частиц, реализованного в виде функции «particleswarm» приложения Global Search пакета Matlab.

Без учета частотной дисперсии, с учетом дополнительного вектора Φ_{α}^r с двумя составляющими, параметризация функционала (9) осуществляется по 8 переменным, а с учетом частотной дисперсии и введением параметризаций (12,13) — по 12 переменным. Для составляющих векторов ξ_{Π}^r, ξ_{Π}^z и Φ_{α}^r границы верхнего и нижнего диапазона их изменения при оптимизации были установлены на 30 % от номинальных значений. Параметры алгоритма роя частиц, обеспечивающие гарантированное нахождение глобального минимума целевых функций (9, 14), следующие: ‘SwarmSize’—3500, ‘InertiaRange’—[0.01,0.999], ‘InitialSwarmSpan’—1000, ‘SelfAdjustmentWeight’— $1 \cdot 10^{-20}$, ‘SocialAdjustment Weight’—1,2. Среднее время минимизации целевых функций (8, 14) составляет не более 1-1,5 мин на компьютере с процессором типа intel core i5 с тактовой частотой 2,33 ГГц и 4 Гбайт оперативной памяти.

Теоретические значения комплексных коэффициентов ослабления $\dot{\alpha}_{\text{т}}^r(f_k, \xi_{\Pi}^r)$ при минимизации функционалов (9) и (14) для каждой из осей поперечной анизотропии x и z определяются путем решения дисперсионного уравнения:

$$D[\dot{\alpha}_{\text{т}}^r(f_1, \xi_{\Pi}^r); f_k] = 0, \quad r = x, z, \quad k = 1, \dots, K. \quad (16)$$

Расчетная схема составления дисперсионного уравнения (16) методом «поперечного резонанса» приведена на рис. 3.

Особенность составления дисперсионного уравнения в данном случае заключается в том, что поперечное волновое число в слое анизотропного ДП \dot{q} зависит одновременно как от тангенциальной составляющей диэлектрической проницаемости $\dot{\varepsilon}_{\parallel}$, так и от нормальной компоненты $\dot{\varepsilon}_{\perp}$ в виде их отношения: $\dot{\varepsilon}_{\parallel} / \dot{\varepsilon}_{\perp}$.

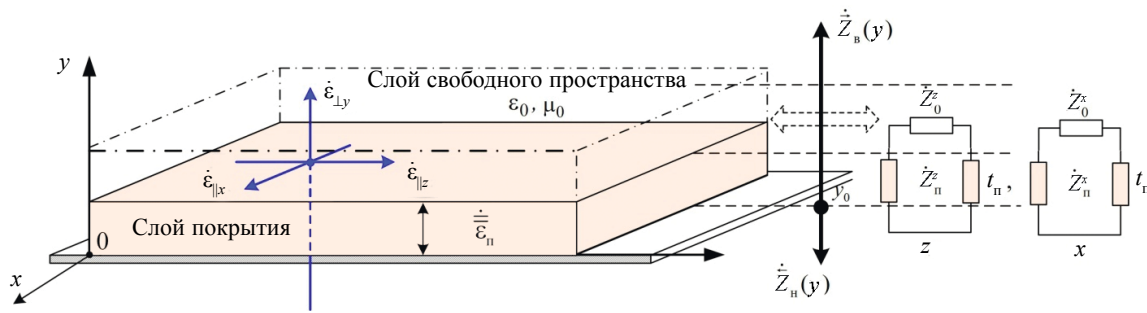


Рис. 3. Расчетная схема составления дисперсионного уравнения.

Уравнение «поперечного резонанса» для составления дисперсионного уравнения (16) имеет следующий вид [22, 23]:

$$\dot{Z}_b^r(y) + \dot{Z}_n^r(y) = 0 \quad \text{при } \forall y, \quad r = x, z, \quad (17)$$

где $\dot{Z}_b^r(y)$, $\dot{Z}_n^r(y)$ — эквивалентные характеристические сопротивления «вверх» и «вниз» относительно произвольного опорного сечения y_0 (для удобства математических преобразований выбрано сечение y_0 между слоем покрытия и металлической подложкой).

Толщина рассматриваемых СВЧ-композиционных ДП на практике составляет обычно от 0,2 мм и более, что намного больше поверхностного слоя в металле, поэтому принято, что $\dot{Z}_n^r(y) \approx 0$, а $\dot{Z}_b^r(y)$ определяются по рекуррентной формуле трансформации волновых сопротивлений [22—25]:

$$\dot{Z}_b^r \equiv \dot{Z}^r(\pi_0) = \dot{Z}_n^r \frac{\dot{Z}_0^r + j\dot{Z}_n^r \operatorname{tg}(q^r t_n)}{\dot{Z}_n^r + j\dot{Z}_0^r \operatorname{tg}(q^r t_n)}, \quad (18)$$

где $\dot{Z}^r(\pi_0)$ — эквивалентное характеристическое сопротивление анизотропного слоя и слоя над ним (слой «свободное пространство»); \dot{Z}_0^r, \dot{Z}_n^r — характеристические сопротивления на границе раздела между слоем анизотропного ДП и свободным пространством и в слое ДП для поперечных осей анизотропии x и z соответственно.

Выражения для \dot{Z}_0^r и \dot{Z}_n^r имеют следующий вид [22—25]:

$$\dot{Z}_0^r = -j \frac{\dot{\alpha}_T^r(f_k, \xi_n^r)}{\omega \varepsilon_0}; \quad \dot{Z}_n^r = \frac{q^r}{\omega \varepsilon_0 (\varepsilon_r' - j\varepsilon_r'')}, \quad r = x, z, \quad (19)$$

где $\dot{\alpha}_T^r(f_k, \xi_n^r)$ — теоретические комплексные КО ПЭМВ для поперечных осей анизотропии x и z ; q^r — комплексное поперечное волновое число в слое ДП, $r = x, z$, при этом $q^x = \sqrt{\varepsilon_x' / \varepsilon_y' \sqrt{k_0^2 \varepsilon_y' - k_0^2 - \dot{\alpha}_T^{x2}(f_k, \xi_n^x)}}$, а $q^z = \sqrt{\varepsilon_z' / \varepsilon_y' \sqrt{k_0^2 \varepsilon_y' - k_0^2 - \dot{\alpha}_T^{z2}(f_k, \xi_n^z)}}$, k_0 — волновое число свободного пространства, $k_0 = 2\pi f / c$, c — скорость ЭМВ в свободном пространстве, j — мнимая единица.

Таким образом, итоговое дисперсионное уравнение для нахождения теоретических комплексных КО анизотропного ДП на металлической подложке для каждой из осей поперечной анизотропии x и z можно представить как

$$D[\dot{\alpha}_T^r(f_k, \xi_n^r); f_k] = 0 \equiv \dot{Z}^r(\pi_0) = 0, \quad r = x, z. \quad (20)$$

Полученные дисперсионные уравнения (20) позволяют для заданной частоты f_k , значений составляющих тензора (1): $\varepsilon_x', \varepsilon_x'', \varepsilon_y', \varepsilon_y'', \varepsilon_z', \varepsilon_z''$ и толщины t_n ДП однозначно определять комплексные коэффициенты ослабления ПЭМВ $\dot{\alpha}_T^x(f_k, \xi_n^x)$ и $\dot{\alpha}_T^z(f_k, \xi_n^z)$.

Таким образом, разработанный метод определения ЭФГП анизотропных ДП с помощью радиальных ПЭМВ включает в себя следующую последовательность действий.

1. Измерение экспериментальных действительных частей коэффициентов ослабления $\alpha'(f_k, i \cdot \Delta\theta)$, где $i = 1, \dots, n$, по окружности относительно центра возбуждения радиальной ПЭМВ с шагом по углу $\Delta\theta$ на K дискретных частотах в каждой точке измерений. Их усреднение в каждой точке окружности по формуле (5) и построение угловой зависимости $\alpha'_{cp}(i \cdot \Delta\theta)$.

2. Из полученной угловой зависимости $\alpha'_{cp}(i \cdot \Delta\theta)$ осуществляется поиск максимального/минимального (минимального/ максимального) значений коэффициентов ослабления α'_{cp} и α'^z_{cp} . Если значения α'_{cp} и α'^z_{cp} найдены, то принимается решение, что ДП обладает поперечной анизотропией и имеется две поперечные составляющие $\hat{\xi}_{||}^{lx}$ и $\hat{\xi}_{||}^{lz}$.

3. Составление функционалов оценки $\hat{\xi}_{||}^{lx}$ (9) или $\hat{\xi}_{||}^{lz}$ (14) и дисперсионного уравнения (20).

4. Решение оптимизационных задач по минимизации функционалов (9) или (14), в ходе которых определяются искомые вектора ЭФГП $\hat{\xi}_{||}^{lx}$ или $\hat{\xi}_{||}^{lz}$.

5. Если экстремальных значений КО α'_{cp} и α'^z_{cp} не обнаружено, то принимается решение, что ДП не обладает поперечной анизотропией. При этом также решается оптимизационная задача (9) или (14) для нахождения вектора ЭФГП, содержащего только пять компонентов — $\hat{\xi}_{||} = \{\epsilon'_{||}, \epsilon''_{||}, \epsilon'_{\perp y}, \epsilon''_{\perp y}, t_{||}\}$.

ОЦЕНКА СТАТИСТИЧЕСКОГО ПРЕДЕЛА РАЗРЕШЕНИЯ ВЕЛИЧИНЫ АНИЗОТРОПИИ ДИЭЛЕКТРИЧЕСКОЙ ПРОНИЦАЕМОСТИ

Введем понятие о статистическом пределе разрешения величины анизотропии, т.е. о минимальных значениях коэффициентов анизотропии $\vartheta_{\epsilon^{xy}}, \vartheta_{\epsilon^{yz}}, \vartheta_{\epsilon^{zy}}, \vartheta_{\epsilon^{xz}}, \vartheta_{\epsilon^{zx}}, \vartheta_{\epsilon^{yz}}$, которые могут быть выявлены представленным методом.

Методики оценки предела статистического разрешения для любого из коэффициентов $\vartheta_{\epsilon^{xy}}, \vartheta_{\epsilon^{yz}}, \vartheta_{\epsilon^{zy}}, \vartheta_{\epsilon^{xz}}, \vartheta_{\epsilon^{zx}}, \vartheta_{\epsilon^{yz}}$ аналогичны, поэтому рассмотрим обобщенный коэффициент ϑ и, соответственно, обобщенный средний квадрат ошибки их оценки Δ без привязки к конкретному коэффициенту.

Среднее значение Δ по всем возможным значениям коэффициента анизотропии (задаваемым значениям) $\vartheta \in \{\vartheta_1, \vartheta_2, \dots, \vartheta_N\}$ представим [18]:

$$\Delta = \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N |\hat{\vartheta}_n - \vartheta_n|^2, \quad (21)$$

где $\hat{\vartheta}_n$ — n -величина коэффициента анизотропии полученная при минимизации функционала (9) или (14).

Предел статистического разрешения η для полученной оценки Δ с учетом заданной доверительной вероятности p , $0 \leq p \leq 1$ представим в следующем виде [18]:

$$\eta = 2\zeta\sqrt{\Delta}, \quad (22)$$

при этом ζ определяется путем решения уравнения

$$p = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{x-\zeta}^{x+\zeta} e^{-\frac{x^2}{2}} dx, \quad (23)$$

где p — вероятность того, что средняя величина коэффициента анизотропии $\hat{\vartheta}$ лежит в пределах разрешения, около истинной величины коэффициента анизотропии ϑ , x — стандартизированное значение Δ .

Таким образом, фактически предел статистического разрешения, определяемый по выражению (22), является доверительным интервалом оценки величины коэффициента анизотропии $\hat{\vartheta}$, полученной при измерении.

МАТЕРИАЛЫ И ОБОРУДОВАНИЕ

Метод реализуется с помощью базового измерительного комплекса (ИК), используемого в предыдущих исследованиях [18—20]. На рис. 4а представлена фотография ИК, на рис. 4б — структурная схема и общая схема проведения эксперимента по оценке ЭФГП диэлектрического покрытия, где цифрами обозначено: 1 — векторный анализатор электрических цепей; 2 — приемная антенна; 3 — механизм перемещения; 4 — электронная вычислительная машина; 5 — антенна возбуждения ПЭМВ (круглый волновод); 6 — металлическая поверхность; 7 — анизотропное диэлектрическое покрытие.

Отличие схемы ИК от базовой [18—20] заключается в использовании в качестве антенны возбуждения радиальной ПЭМВ круглого волновода. Для возможности возбуждения симметричной волны E_{01} в конструкцию волновода был добавлен штырь, помещенный в центре его поперечного сечения, вдоль оси y . Несмотря на то, что вдоль фланца волновода возбуждается пространственная волна и в нем могут также возбудиться паразитные типы волн, ошибками измерений, вызванными их влиянием, можно пренебречь, поскольку оценка КО поля ПЭМВ проводилась на малом расстоянии от поверхности (2—2,5 мм).

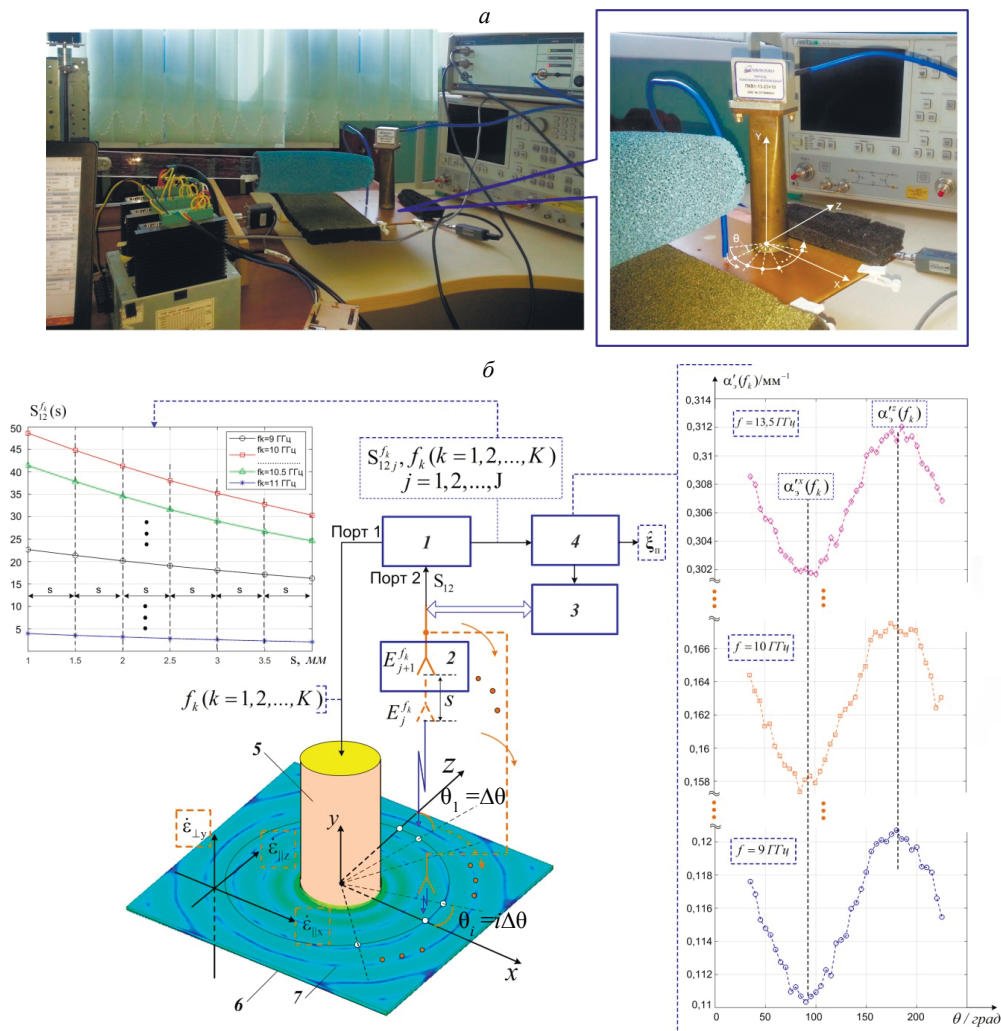


Рис. 4. Фотография (а) и структурная схема (б) ИК, реализующего метод контроля ЭФГП анизотропных диэлектрических покрытий.

Кроме того, система перемещения приемной антенны 3 была запрограммирована для перемещения измерительного зонда 2 по окружности вокруг круглого волновода 5 (рис. 4). Для поиска экстремальных значений $\alpha'_{cp}{}^x$ и $\alpha'_{cp}{}^z$ достаточно было исследовать поле ПЭМВ в пределах одной полуокружности.

Оценку действительной части КО поля радиальной ПЭМВ производили по измеренным с помощью векторного анализатора электрических цепей коэффициентам передачи S_{12} , которые пропорциональны значениям напряженности поля ПЭМВ, по формуле:

$$\alpha'_s(f_k, \xi_n) = \frac{1}{J} \sum_{j=1}^J \frac{1}{s} \ln \left[\frac{S_{12j}}{S_{12j+1}} \right], \quad (24)$$

где s — шаг между точками измерений, который составлял 0,5 мм; J — количество точек измерения (экспериментальные исследования показали, что для приемлемой точности оценок коэффициента ослабления необходимо $J = 4-5$ точек измерения над поверхностью).

В качестве образцов покрытий для натурных экспериментов были использованы изотропный стандартный образец полиметилметакрилата ($\epsilon \approx 2,7 - j0,081$) и промышленные СВЧ-ламинаты трех различных производителей: Rogers Ro4003C, Arlon 25N, Taconic RF-35 [6].

ОБСУЖДЕНИЕ РЕЗУЛЬТАТОВ ЧИСЛЕННЫХ ЭКСПЕРИМЕНТОВ

Для оценки статистического предела оценки коэффициентов анизотропии проведена серия численных экспериментов.

На рис. 5 приведены угловые зависимости действительной части комплексного КО поля радиальной ПЭМВ $\alpha'(f_k, i \cdot \Delta\theta, \xi_n)$ на частоте $f_k = 10,5$ ГГц, построенные с шагом по углу $\Delta\theta = 5$ град, для фиксированных значений $\epsilon'_{\parallel x} = 5$, $\epsilon'_{\parallel y} = 5$, $\epsilon''_{\parallel x} = \epsilon''_{\parallel y} = \epsilon''_{\parallel z} = 0,028$, при величине $\epsilon'_{\parallel z}$, изменяющейся от 4 до 4,99. Толщина ДП составляла 3 мм. Зависимости были получены путем численного моделирования в системе электродинамического моделирования CST Microwave Studio.

Анализ зависимостей рис. 5 показывает, что КО поля радиальной ПЭМВ достигает максимума на поперечной оси анизотропии x , на которой $\epsilon'_{\parallel x} = \epsilon'_{\parallel y} = 5$, что обусловлено тем, что отношение $\sqrt{\epsilon'_x / \epsilon'_y}$ в поперечном волновом числе в слое ДП \dot{q}^x (19) равно единице.

Минимум КО возникает на поперечной оси анизотропии z , на которой $\epsilon'_{\parallel z} < \epsilon'_{\parallel y}$ и, соответственно, отношение $\sqrt{\epsilon'_z / \epsilon'_y}$ в поперечном волновом числе в слое ДП \dot{q}^z (19) становится меньше единицы. Таким образом, проведенное численное моделирование подтверждает базовые положения разработанного метода по возможности обнаружения поперечной анизотропии и контроля поперечных компонент тензора комплексной диэлектрической проницаемости $\dot{\epsilon}_{\parallel x}$ и $\dot{\epsilon}_{\parallel z}$ соответственно.

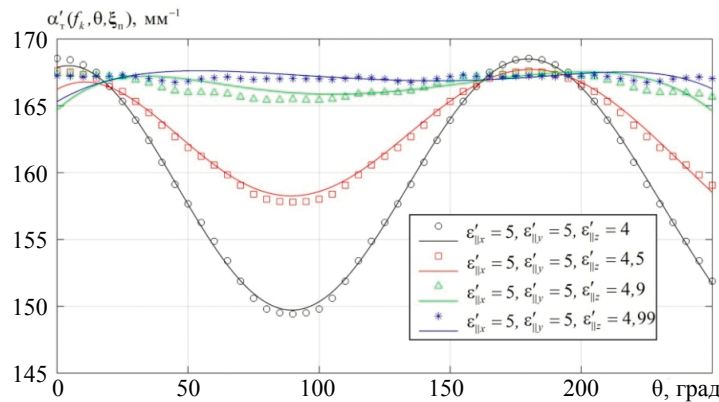


Рис. 5. Угловые зависимости коэффициента ослабления поля радиальной ПЭМВ.

На рис. 6а приведены частотные зависимости действительной $\alpha'_T(f_k, \xi_n)$ части комплексного КО диэлектрического покрытия на его поперечной оси анизотропии x при возрастающих значениях тангенциальной составляющей диэлектрической проницаемости $\epsilon'_{\parallel x}$ от 4 до 4,99 и фиксированных значениях $\epsilon'_{\perp y} = 5$, $\epsilon''_{\parallel x} = \epsilon''_{\parallel y} = 0,028$.

На рис. 6б приведены частотные зависимости мнимой $\alpha''_T(f_k, \xi_n)$ части КО при возрастающих значениях тангенциальной составляющей диэлектрической проницаемости $\epsilon''_{\parallel x}$ от 0,01 до 0,0279 и фиксированных значениях $\epsilon'_{\perp y} = 5$, $\epsilon'_{\perp x} = 5$, $\epsilon'_{\parallel y} = 0,028$.

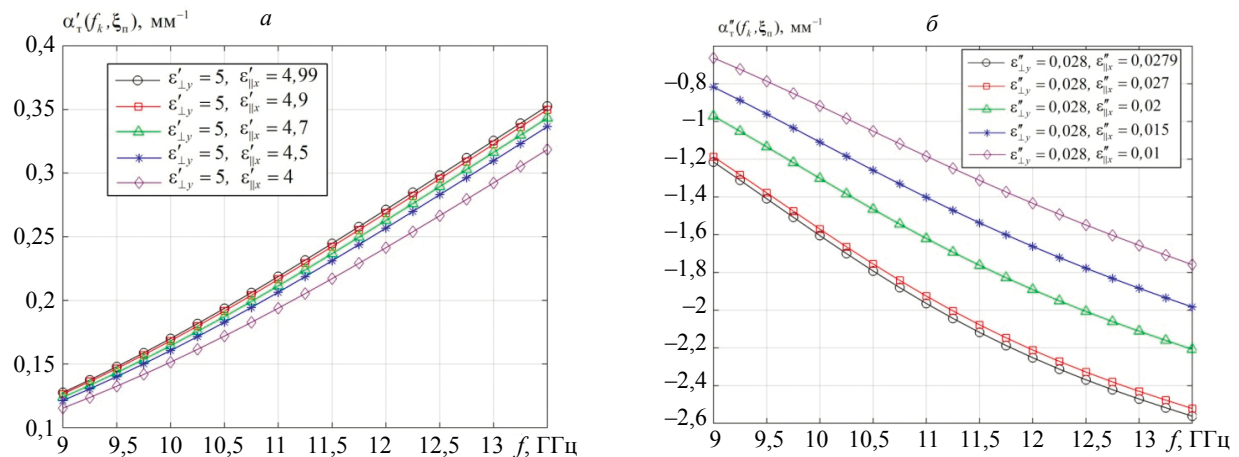


Рис. 6. Частотные зависимости действительной (а) и мнимой (б) частей КО.

Анализ частотных зависимостей действительной части КО рис. 6а показывает, что даже при небольшом отличии значений нормальной составляющей диэлектрической проницаемости $\varepsilon'_{\perp y} = 5$ от тангенциальной составляющей $\varepsilon'_{\parallel x} = 4,99$ зависимости различаются. Частотные зависимости мнимой части коэффициента ослабления (см. рис. 6б) еще более выражены, они отличаются даже при значениях $\varepsilon''_{\perp y} = 0,028$ и $\varepsilon''_{\parallel x} = 0,0279$.

Таким образом, анализ приведенных зависимостей показывает, что они существенно отличаются для разных величин составляющих тензора диэлектрической проницаемости, что позволяет оценивать их путем решения соответствующей обратной задачи.

Оценку статистического предела разрешения анизотропии проводили для коэффициентов, характеризующих отличие нормальной и тангенциальной составляющих на осях поперечной анизотропии x и z — $\mathcal{Q}_{\varepsilon'}^{xy}, \mathcal{Q}_{\varepsilon''}^{xy}, \mathcal{Q}_{\varepsilon'}^{zy}$ и $\mathcal{Q}_{\varepsilon''}^{zy}$. Для каждой из приведенных осей поперечной анизотропии оценки предела статистического разрешения аналогичны, поэтому рассмотрим его на примере коэффициентов $\mathcal{Q}_{\varepsilon'}^{xy}$ и $\mathcal{Q}_{\varepsilon''}^{xy}$.

Для моделирования экспериментальных коэффициентов ослабления $\alpha_s^{ix}(f_k, \xi_n^x)$ к теоретическим значениям $\alpha_t^{ix}(f_k, \xi_n^x)$, на основе модели (6), был добавлен аддитивный некоррелированный гауссовский шум со средним квадратическим отклонением (СКО) $\sigma(\alpha_t^{ix}(f_k, \xi_n^x)) = \sqrt{N_0/2}$.

На рис. 7 приведены зависимости средних квадратов ошибок $\Delta_{\varepsilon'}^{xy}$ и $\Delta_{\varepsilon''}^{xy}$ оценки коэффициентов анизотропии $\mathcal{Q}_{\varepsilon'}^{xy}$ и $\mathcal{Q}_{\varepsilon''}^{xy}$ при возрастании значений СКО уровня шума, при измерениях коэффициента ослабления на 10 частотах, при увеличении ширины полосы частот измерений: $\Delta f_1 = 9\text{—}9,9$ ГГц ($f_{k+1} - f_k = 100$ МГц), $\Delta f_2 = 9\text{—}10,8$ ГГц ($f_{k+1} - f_k = 200$ МГц), $\Delta f_3 = 9\text{—}12,5$ ГГц ($f_{k+1} - f_k = 350$ МГц) и $\Delta f_4 = 9\text{—}13,5$ ГГц ($f_{k+1} - f_k = 500$ МГц).

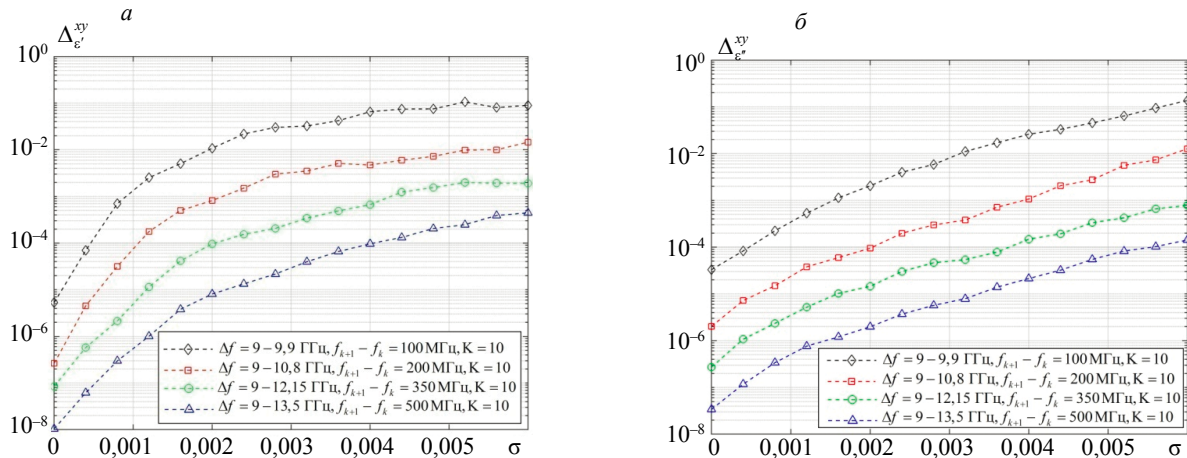


Рис. 7. Зависимости средних квадратов ошибок $\Delta_{\varepsilon'}^{xy}$ (а) и $\Delta_{\varepsilon''}^{xy}$ (б) оценки коэффициентов анизотропии $\mathcal{Q}_{\varepsilon'}^{xy}$ и $\mathcal{Q}_{\varepsilon''}^{xy}$ при возрастании значений СКО уровня шума, при увеличении ширины полосы частот измерений.

На рис. 8 приведены зависимости средних квадратов ошибок $\Delta_{\varepsilon'}^{xy}$ и $\Delta_{\varepsilon''}^{xy}$ оценки коэффициентов анизотропии $\mathcal{Q}_{\varepsilon'}^{xy}$ и $\mathcal{Q}_{\varepsilon''}^{xy}$ при возрастании значений СКО уровня шума, при фиксированной ширине полосе частот измерений $\Delta f = 9\text{—}13,5$ ГГц, при увеличении количества частот измерений: $K_1 = 5$, $K_2 = 10$, $K_3 = 16$, $K_4 = 19$.

Анализ зависимостей рис. 7 и 8 показывает, что средние квадраты ошибок $\Delta_{\varepsilon'}^{xy}$ и $\Delta_{\varepsilon''}^{xy}$ оценки величин коэффициентов анизотропии $\mathcal{Q}_{\varepsilon'}^{xy}$ и $\mathcal{Q}_{\varepsilon''}^{xy}$ увеличиваются при возрастании СКО уровня шума, уменьшении ширины полосы частот измерений и количества частот измерений. Проведенные численные эксперименты показали, что при ширине полосы частот измерений $\Delta f = 9\text{—}13,5$ ГГц предельный прирост повышения точности обеспечивается при измерениях на 18—22 частотах.

В целом, относительная погрешность оценок коэффициентов анизотропии, при ширине полосы частот измерений $\Delta f = 9\text{—}13,5$ ГГц и СКО уровня шума 0,002—0,003 не превышает 10 % при доверительной вероятности 0,95. Погрешности оценок толщины при этом не превышают 5 % вплоть до значения СКО уровня шума 0,006.

На основании полученных зависимостей оценок средних квадратов ошибок $\Delta_{\varepsilon'}^{xy}$ и $\Delta_{\varepsilon''}^{xy}$ оценивали статистический предел разрешения $\eta \cdot 100$ % коэффициентов анизотропии $\mathcal{Q}_{\varepsilon'}^{xy}$ и $\mathcal{Q}_{\varepsilon''}^{xy}$ как функцию от значений доверительной вероятности.

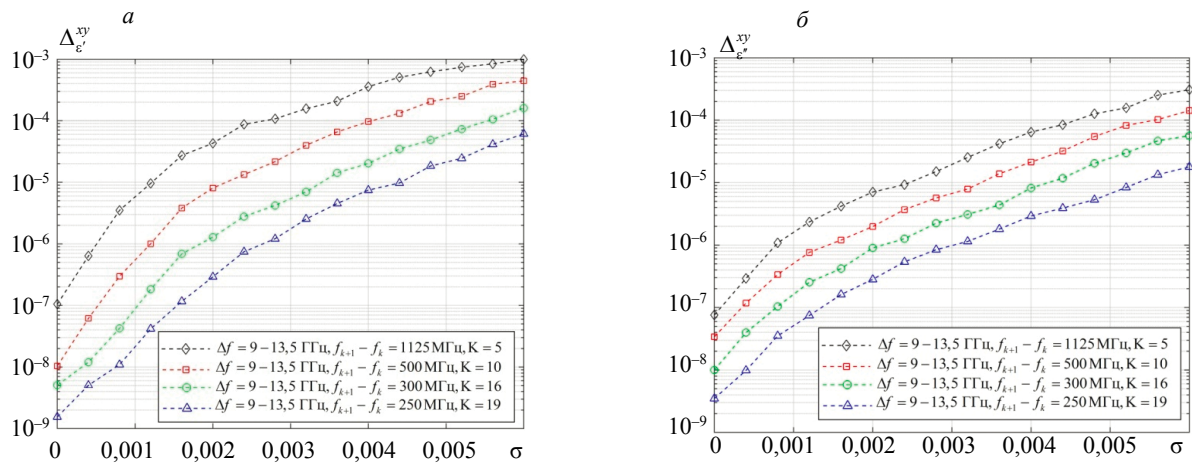


Рис. 8. Зависимости средних квадратов ошибок Δ_{ϵ}^{xy} (а) и Δ_{ϵ}^{xy} (б) оценки коэффициентов анизотропии $\mathcal{Q}_{\epsilon}^{xy}$ и $\mathcal{Q}_{\epsilon}^{xy}$ при возрастании значений СКО уровня шума, при увеличении количества частот измерений.

На рис. 9 приведены зависимости предела разрешения коэффициентов анизотропии $\mathcal{Q}_{\epsilon}^{xy}$ и $\mathcal{Q}_{\epsilon}^{xy}$ для СКО уровня шума $\sigma(\alpha_T^x(f_k, \xi_{\Pi}^x)) = 0,024$ и $\sigma(\alpha_T^x(f_k, \xi_{\Pi}^x)) = 0,006$, для ширины полосы частот измерений $\Delta f = 9\text{—}13,5$ ГГц при измерениях на $K = 19$ частотах.

Анализ зависимостей рис. 9 показывает, что с увеличением СКО уровня шума разрешение уменьшается для всех значений доверительной вероятности. Это в основном связано с тем, что Δ монотонно возрастает при увеличении СКО уровня шума (см. рис. 7, 8). Анализ зависимостей рис. 9 показывает, что при доверительной вероятности 0,95 минимально достижимые значения коэффициента $\mathcal{Q}_{\epsilon}^{xy}$ составляют около 0,35 и 3 %, при СКО уровня шума — 0,024 и 0,006 соответственно, а для коэффициента $\mathcal{Q}_{\epsilon}^{xy}$ — около 0,3 % и 1,6 % при СКО уровня шума 0,024 и 0,006 соответственно.

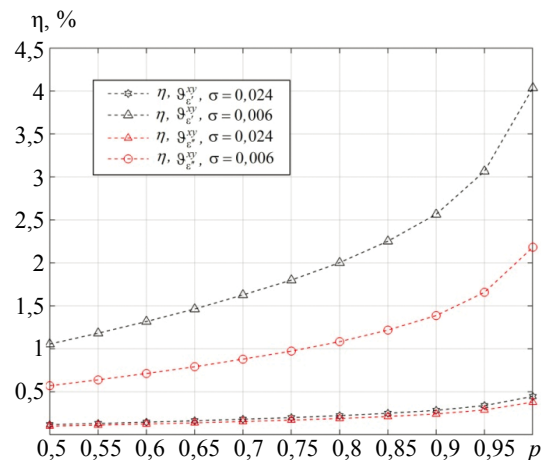


Рис. 9. Зависимость предела разрешения от доверительной вероятности.

Уменьшение СКО уровня шума с 0,006 до 0,024 обеспечивает увеличение разрешения в 8-9 раз. Таким образом, если требуется увеличить разрешение необходимо уменьшать уровень шума в измерительных данных (повышать точности оценок коэффициентов ослабления), либо проводить измерения в более широкой полосе частот измерений с использованием большего количества фиксированных частот. В целом для небольших значений уровня шума разрешения для коэффициентов $\mathcal{Q}_{\epsilon}^{xy}$ и $\mathcal{Q}_{\epsilon}^{xy}$ сопоставимы между собой.

ОБСУЖДЕНИЕ РЕЗУЛЬТАТОВ НАТУРНЫХ ЭКСПЕРИМЕНТОВ ПО ОЦЕНКЕ ЭФГП

Очевидный путь экспериментальной проверки разработанного метода является определение диэлектрической проницаемости четко выраженных изотропных диэлектрических покрытий (кон-

трольных образцов). Исходя из этого, вначале был исследован листовой образец стандартного образца полиметилметакрилата толщиной 1 мм ($\epsilon \approx 2,7 - j0,081$). Для обеспечения разрешения, близкого к статистическому пределу разрешения коэффициентов анизотропии (22), измерение КО поля ПЭМВ проводили в диапазоне частот 9—13,5 ГГц с дискретным шагом по частоте 0,25 ГГц (количество частот $K=19$).

В результате кругового сканирования образца с шагом по углу $\Delta\theta = 1^\circ$ не отмечено расхождения в угловой зависимости коэффициентов ослабления $\alpha'_{cp}(f_k, i \cdot \Delta\theta)$ (максимум и минимум отсутствуют), в следствии чего был сделан вывод об отсутствии поперечной анизотропии (в плоскости покрытия). Далее путем минимизации функционала (9) оценивалась нормальная составляющая ϵ_{\perp} тензора диэлектрической проницаемости. По результатам измерений не отмечено расхождение величин ϵ_{\parallel} и ϵ_{\perp} , которое превышало бы погрешности измерений. Таким образом, установлено, что материал однороден и не обладает анизотропией. Относительная погрешность оценки действительной части диэлектрической проницаемости материала в исследуемом диапазоне составляет не более 5—7 %.

Далее были исследованы СВЧ-ламинаты различных производителей, расположенные на металлической подложке: Rogers Ro4003C, Arlon 25N, Taconic RF-35 с похожими ЭФГП [6]. Данные материалы являются неоднородными и включают в свой состав базовый полимерный компонент и армирующий наполнитель (стекло, бумага, ткани из полиэфирных волокон и т.д.). Поэтому они обладают более или менее заметной анизотропией диэлектрической проницаемости. При этом следует отметить, что данные производителя, указанные в каталогах, фактически содержат информацию только о величине ϵ'_{\perp} , измеренную по стандарту IPC TM 650 2.5.5.5 на фиксированной частоте 10 ГГц.

На первом этапе осуществляли оценку наличия поперечной анизотропии путем поиска экстремальных значений коэффициентов ослабления. По результатам измерений для всех исследуемых образцов, как и в случае однородного материала, экстремальных значений коэффициентов ослабления не обнаружено, что также подтверждает отсутствие поперечной анизотропии.

Далее решали оптимизационную задачу (14), находили оценки ϵ_{\perp} , ϵ_{\parallel} и коэффициенты анизотропии $\mathcal{Q}_{\epsilon}^{xy} \cdot 100\%$ и $\mathcal{Q}_{\epsilon}^{xy} \cdot 100\%$ соответственно, а также толщины образцов. Исследуемые материалы, согласно данных каталогов производителей, обладают незначительной частотной дисперсией в диапазоне частот 9—13,5 ГГц. Для повышения точности и достоверности оценок введена параметризация частотных зависимостей ϵ_{\perp} , ϵ_{\parallel} на основе (11). Исследования показали, что аппроксимацию достаточно было проводить полиномами с 2 параметрами.

Для уменьшения случайных погрешностей измерения проводились для пяти образцов каждого типа покрытия. Результаты оценок значений ϵ_{\perp} , ϵ_{\parallel} исследованных образцов СВЧ-ламинатов на частоте 10 ГГц приведены в табл. 1. Мнимые части ϵ_{\perp} и ϵ_{\parallel} приведены в виде тангенса угла диэлектрических потерь.

Таблица 1

Результаты измерения ЭФГП СВЧ-ламинатов

Материал	Толщина, мм	$\epsilon'_{\parallel}/\tan \delta$	$\epsilon'_{\perp}/\tan \delta$	$\mathcal{Q}_{\epsilon}^{xy} \cdot 100\%$	$\mathcal{Q}_{\epsilon}^{xy} \cdot 100\%$	IPC TM 650 2.5.5.5@10 ГГц
Rogers Ro4003C	0,508	3,68/0,0037	3,4/0,0028	7,6	24,3	3,38/0,0027
Arlon 25N	0,51	3,57/0,0041	3,39/0,0033	5,1	19,5	3,38/0,0025
Taconic RF-35	0,5	3,9/0,0049	3,46/0,0038	11,3	22,3	3,5/0,0033

Видно, что для исследуемых образцов отмечается расхождение величин ϵ_{\perp} и ϵ_{\parallel} , т.е. нормальная и тангенциальная составляющие тензора (1) различаются, но это различие не указано в каталогах производителей. Несмотря на то, что исследуемые образцы позиционируются как обладающие похожими ЭФГП, наблюдается значительное расхождение в величинах ϵ_{\perp} . Это, вероятно, обусловлено конкретной технологией, которую использует тот или иной производитель, и используемыми материалами матрицы и наполнителя.

Таким образом, коэффициент анизотропии $\mathcal{Q}_{\epsilon}^{xy} \cdot 100\%$ этих материалов варьируется от 5,1 до 11,3 %, а коэффициент $\mathcal{Q}_{\epsilon}^{xy} \cdot 100\%$ от 19,5 до 24,3 %. Измеренные нормальные значения ϵ'_{\perp} и $\tan \delta$, полученные с помощью предлагаемого метода на частоте 10 ГГц, незначительно отличаются от значений, приведенных в каталогах, определенных по методу испытаний IPC TM-650 2.5.5.5 (погрешность соответствует допускам, приведенным в каталогах) и с данными, полученными резонаторным методом в [5]. Погрешность оценки толщины покрытий не превышает 5—7 %.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

1. Представлены результаты исследования, позволившие обосновать метод неразрушающего контроля компонентов тензора комплексной диэлектрической проницаемости, а также толщины анизотропных диэлектрических покрытий на металлической подложке, с использованием радиальных поверхностных электромагнитных волн СВЧ-диапазона, возбуждаемых в исследуемом образце.

2. Численные и натурные эксперименты показали, что разработанный метод в полосе частот измерений 9—13,5 ГГц обеспечивает оценку коэффициентов анизотропии анизотропных ДП с погрешностью не более 10 % с достоверной вероятностью 0,95.

3. Введено понятие о статистическом пределе разрешения величины анизотропии, т.е. о минимальных значениях коэффициентов анизотропии, которые могут быть выявлены представленным методом. Численные и натурные эксперименты показали, что метод обеспечивает оценку коэффициентов анизотропии ДП величиной 0,2—0,3 % и менее в полосе частот измерений 9—13,5 ГГц.

5. В направлении дальнейшего развития планируется развитие метода и проведение исследований по контролю анизотропии магнитной проницаемости у магнитодиэлектрических покрытий, в т.ч. с учетом влияния внешнего поля подмагничивания, а также анизотропии электрофизических параметров различных типов метаматериалов.

Работа выполнена в рамках подготовки диссертации на соискание ученой степени доктора технических наук в докторантуре ВУНЦ ВВС «ВВА» (г. Воронеж).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Лагарьков А.Н., Федоренко А.И., Кисель В.Н., Кибец С.Г., Семенов В.Н. Актуальные задачи стелс-технологии [электронный ресурс] / Ин-т теоретической и прикладной электродинамики РАН: офиц. сайт. URL: [http://www.itae.ru/science/topics/№4%20\(стелс\).pdf](http://www.itae.ru/science/topics/№4%20(стелс).pdf) (дата обращения: 29.03.2021).

2. Lagarkov A.N., Matysin S.M., Rozanov K.N., Sarychev A.K. Dielectric properties of fiber-filled composites // Journal of Applied Physics. 1998. V. 84. No. 7. P. 3806—3814.

3. Казанцева Н.Е., Рывкина Н.Г., Чмутин И.А. Перспективные материалы для поглотителей электромагнитных волн сверхвысокочастотного диапазона // Радиотехника и электроника. 2003. Т. 48. № 2. С. 196—207.

4. Dankov Plamen I. Experimental Characterization of Positive and Negative Dielectric Constants and Artificial Anisotropy of Meta-materials in the Microwave Range // J. Phys.: Conf. Ser. 2020. V. 1598 (012002). Doi: 10.1088/1742-6596/1598/1/012002

5. Dankov Plamen I. Dielectric Anisotropy of Modern Microwave Substrates, Microwave and Millimeter Wave Technologies from Photonic Bandgap Devices to Antenna and Applications / Edited by Igor Minin. IntechOpen. Published 01 March 2010. Doi: 10.5772/9061

6. Богданов Ю., Кочемасов В., Хасьянов Е. Фольгированные диэлектрики — как выбрать оптимальный вариант для печатных плат ВЧ/СВЧ-диапазонов. Часть 1 // Печатный монтаж. 2013. № 2. С. 156—168.

7. Rautio James C., Arvas Serhend. Measurement of Planar Substrate Uniaxial Anisotropy // IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques. 2009. V. 57. Is. 10. P. 2456—2463. Doi: 10.1109/TMTT.2009.2029030

8. Hyde IV M.W., Havrilla M.J., Bogle A.E. Nondestructive Determination of the Permittivity Tensor of a Uniaxial Material Using a Two-Port Clamped Coaxial Probe // IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques. Jan. 2016. V. 64. No. 1. P. 239—246. Doi: 10.1109/TMTT.2015.2502242

9. Crowgey B.R., Tuncer Ozgur, Tang Junyan, Rothwell E.J., Shanker B., Kempel L.C., Havrilla M.J. Characterization of Biaxial Anisotropic Material Using a Reduced Aperture Waveguide // Transactions on Instrumentation and Measurement. Oct. 2013. V. 62. No. 10. P. 2739—2750. Doi: 10.1109/TIM.2013.2259752

10. Boybay M.S., Ramahi O.M. Open-Ended Coaxial Line Probes With Negative Permittivity Materials // Transactions on Antennas and Propagation. May 2011. V. 59. No. 5. P. 1765—1769. Doi: 10.1109/TAP.2011.2123056

11. Li Zhen, Haigh Arthur, Soutis Constantinos, Gibson Andrew, Sloan Robin. A Simulation-Assisted Non-destructive Approach for Permittivity Measurement Using an Open-Ended Microwave Waveguide // Journal of Nondestructive Evaluation. 2019. No. 37, 39. <https://doi.org/10.1007/s10921-018-0493-1>

12. Антропов О.С., Дробахин О.О. Повышение разрешающей способности метода фурье-преобразования коэффициента отражения путем экстраполяции спектра на основе принципа минимума длительности // Дефектоскопия. 2009. № 5. С. 72—80.

13. Басков К.М., Политико А.А., Семенов В.Н., Чистяев В.А., Акимов Д.И., Краснолобов И.И. Радиоволновой контроль параметров образцов многослойных стенок радиопрозрачных укрытий. Журнал радиоэлектроники [электронный журнал]. 2019. № 11. Режим доступа: <http://jre.cplire.ru/jre/nov19/12/text.pdf>. DOI 10.30898/1684-1719.2019.11.12

14. *Semenenko V.N., Chistyayev V.A., Politiko A.A., Baskov K.M.* Test Stand for Measuring the Free-Space Electromagnetic Parameters of Materials over an Ultrawide Range of Microwave Frequencies // *Measurement Techniques*. 2019. V. 62. No. 2. P. 161—166.
15. *Chen L.F., Ong C.K., Neo C.P., Varadan V.V., Varadan V.K.* *Microwave Electronics: Measurement and Materials Characterization*. UK: Wiley, 2004. ISBN: 978-0-470-84492-2.
16. *Hashimoto O., Shimizu Y.* Reflecting Rubber Characteristics of Anisotropic Sheets and Measurement of Complex Permittivity Tensor // *Transactions on Microwave Theory and Techniques*. Nov 1986. V. 34. No. 11. P. 1202—1207. Doi: 10.1109/TMTT.1986.1133517
17. *Михнев В.А.* Реконструктивная микроволновая структуроскопия многослойных диэлектрических сред. Минск: ПЧУП «Светоч», 2002. 192 с.
18. *Kaz'min A.I., Fedyunin P.A.* Estimating the Extent of Exfoliation of Dielectric and Magnetodielectric Coatings with Surface Microwaves // *Russian Journal of Nondestructive Testing*. 2020. V. 56. No. 9. P. 727—741. [*Казьмин А.И., Федюнин П.А.* Оценка степени отслоения диэлектрических и магнитодиэлектрических покрытий с использованием поверхностных электромагнитных волн СВЧ диапазона // *Дефектоскопия*. 2020. № 9. С. 50—63.]
19. *Казьмин А.И., Федюнин П.А.* Контроль электрофизических параметров метаматериалов методом поверхностных электромагнитных волн // *Дефектоскопия*. 2021. № 4. С. 51—67.
20. *Казьмин А.И., Федюнин П.А.* Восстановление структуры электрофизических параметров многослойных диэлектрических материалов и покрытий по частотной зависимости коэффициента ослабления поля поверхностной электромагнитной волны // *Измерительная техника*. 2019. № 9. С. 39—45.
21. *Харвей А.Ф.* *Техника сверхвысоких частот. Т. 1 / Пер. с англ. В.И. Сушкевич. М.: Советское радио, 1965. 783 с.*
22. *Фелсен Л., Маркувиц Н.* *Излучение и рассеяние волн / Под ред. М.Л. Левина. Пер. с англ. М.: Мир, 1978. Т.1. 546 с. Т.2. 550 с.*
23. *Valerio Guido, Jackson David R., Galli Alessandro.* Fundamental properties of surface waves in lossless stratified structures // *Proceedings of the Royal Society*. March 2010. V. 466. P. 2447—2469. Doi: org/10.1098/rspa.2009.0664
24. *Chen Zhuozhu, Shen Zhongxiang.* Surface Waves Propagating on Grounded Anisotropic Dielectric Slab // *Applied Sciences*. 2018. No. 8(1). P. 102. Doi:10.3390/app8010102
25. *Бреховских Л. М.* *Волны в слоистых средах. М.: Наука, 1973. 343 с.*