

## ИМИТАЦИОННАЯ МОДЕЛЬ ОЦЕНКИ АРТЕФАКТОВ НЕМОНОЭНЕРГЕТИЧНОСТИ И РАССЕЯНИЯ В КОМПЬЮТЕРНОЙ ТОМОГРАФИИ

© 2021 г. С.П. Осипов<sup>1,\*</sup>, Х.Д. Мирзоев<sup>1</sup>, С.В. Чахлов<sup>1,\*\*</sup>, О.С. Осипов<sup>2</sup>, Е.Ю. Усачев<sup>3</sup>

<sup>1</sup>Национальный исследовательский Томский политехнический университет,  
Россия 634028 Томск, пр-т Ленина, 30

<sup>2</sup>Medialooks, Россия 236016 Калининград, ул. Александра Невского, 59

<sup>3</sup>МИРЭА — Российский технологический университет, 119454 Москва, пр. Вернадского, 78  
E-mail: \*osip1809@rambler.ru; \*\*chakhlov@tpu.ru

Поступила в редакцию 29.04.2021; после доработки 17.05.2021

Принята к публикации 17.05.2021

Предложена имитационная модель оценки артефактов немонотонности и рассеяния в компьютерной томографии в геометрии параллельного пучка на примере неоднородных объектов с осевой симметрией. Алгоритм моделирования состоит из блока формирования проекций и блока реконструкции изображений сечений объекта на основе обратного преобразования Абеля. Разработанный алгоритм реализован в виде программы на MathCad. Эффективность алгоритма и программы продемонстрирована на примере многослойного шара. Доказана близость модельных и экспериментальных оценок радиальных распределений линейного коэффициента ослабления излучения.

*Ключевые слова:* рентгеновское излучение, рентгеновская компьютерная томография, линейный коэффициент ослабления, артефакт немонотонности, артефакт рассеяния, имитационное моделирование.

DOI: 10.31857/S0130308221070058

### ВВЕДЕНИЕ

Вся история развития компьютерной томографии (КТ) в различных ее реализациях от средств визуализации структуры объекта контроля (ОК) до средств измерений связана с исследованиями артефактов [1—3], обусловленных физическими и техническими факторами, и совершенствованием технических и алгоритмических средств снижения влияния этих артефактов до значений, приемлемых для конечных потребителей [4, 5]. Под артефактами в КТ понимаются отклонения распределений оценок информативных параметров по сечениям или объему ОК в целом от действительных распределений этих параметров. Артефакты вызываются физическими и техническими причинами [2, 6]. К физическим причинам относятся искажения законов испускания, взаимодействия и регистрации фотонного излучения от некоторых идеализированных законов и моделей, например, модели плоскопараллельного пучка моноэнергетического излучения. Технические причины обуславливаются невозможностью обеспечения соответствия реальных технических условий формирования информации «идеальной» модели. Исследование артефактов представляет интерес не только в классической КТ, но и в томографии на основе метода дуальных энергий (МДЭ) [7, 8], метода мультиэнергий (ММЭ) [9, 10] и спектральной томографии [11, 12]. Существенное влияние на смещение оценок распределений линейного коэффициента ослабления (ЛКО) рентгеновского излучения (РИ) (классическая КТ), распределений плотности и эффективного атомного номера (ЭАН) (КТ на основе МДЭ или ММЭ, спектральная КТ) по объему ОК оказывает ряд физических и технических факторов: немонотонность источника излучения [3, 4, 13, 14]; существенный вклад излучения, рассеянного в ОК в интегральный поток регистрируемого излучения [15—17]; наличие фонового излучения [18, 19]; непрозрачность части ОК для используемого излучения — «металлический артефакт» [2, 6, 20, 21]; послесвечение сцинтилляторов [22—24]; «мертвое время» детекторов [25—27] регистрирующих излучение в счетном и спектрометрическом режимах; уширение функции рассеяния точки [28, 29] в радиационных преобразователях (РП) излучения, обусловленное рассеянием, оптическим и (или) радиационным влиянием каналов друг на друга. Особое внимание физическим факторам при исследовании артефактов в КТ уделяется потому, что даже для «идеальной» системы КТ артефакты, обусловленные физикой взаимодействия РИ с веществом (испускание, «собственно взаимодействие» и регистрация), существуют и уменьшить их влияние на качество итоговых изображений можно специальными техническими, методическими и алгоритмическими приемами, усложняющими схемы систем КТ и их функционирование. К техническим причинам артефактов в КТ относят любое отклонение параметров основных компонентов соответствующих систем (источников рентгеновского

излучения (ИРИ), детекторов рентгеновского излучения (ДРИ), устройств позиционирования ОК от идеальных, например, неточное позиционирование каналов в ДРИ, изменение шага по углу при вращении объекта относительно взаимосвязанных ИРИ и ДРИ и т.п.

Особое место среди физических артефактов КТ занимают артефакты немоноэнергетичности и рассеяния. Причиной важности первого артефакта является природа РИ, у которого энергетический спектр далек от  $\delta$ -функции. Значимость же рассеяния связана с естественным желанием потребителей получить от производителей системы КТ с максимально возможной производительностью. Производительность систем КТ зависит от типа ДРИ. Системы КТ с панельными ДРИ обладают существенно лучшей производительностью по сравнению с системами с линейными ДРИ, но и более значимым влиянием эффекта рассеяния на качество реконструкции.

Математическое и имитационное моделирование артефактов [10, 30—32] в КТ в настоящее время превалирует перед экспериментальной оценкой влияния того или иного физического фактора на качество контроля и измерений методом КТ.

В качестве объектов для оценки физических артефактов часто используют однородные цилиндры и шары [19, 25, 32—34]. Среди промышленных изделий можно выделить осесимметричные объекты с неоднородной по плотности и ЭАН структурой. Примером таких ОК являются, например, шаровые и кольцевые тепловыделяющие элементы, коаксиальные кабели, стальные трубы в оболочках и т.п. Для оценки артефактов немоноэнергетичности и рассеяния применительно к КТ указанных выше ОК необходима соответствующая имитационная модель, которая должна быть наглядной, высокопроизводительной и допускать вариацию параметров ОК и систем КТ.

Имитационные модели оценки артефактов в КТ базируются на моделях формирования и обработки информации в КТ (например, [35]) и сводятся к их адаптации.

## 1. АДАПТАЦИЯ ИМИТАЦИОННОЙ МОДЕЛИ ФОРМИРОВАНИЯ ПРОЕКЦИЙ ПРИМЕНИТЕЛЬНО К ОБЪЕКТАМ С ОСЕВОЙ СИММЕТРИЕЙ

Адаптация модели формирования проекций [35] основывается на учете формы, структуры ОК и описании искажения модели физическим фактором, соответствующим исследуемому артефакту. Итоговая модель состоит из нескольких блоков.

### 1.1. Схема формирования идеальных проекций в КТ

Выше при описании понятия «артефакт в КТ» подчеркнуто, что искажения определяются относительно некоторой «идеальной» модели системы формирования «идеальных» проекций. «Идеальность» определяется моделью плоского (линейного) мононаправленного пучка моноэнергетического гамма-излучения. Энергетический спектр  $f(E, E_0)$  источника гамма-излучения с энергией  $E_0$  описывается  $\delta$ -функцией Дирака:

$$f(E, E_0) = \delta(E - E_0). \quad (1)$$

В классической реализации КТ в качестве параметра, характеризующего материал ОК в точке  $(x, y) \in \mathbf{S}$  (см. рис. 1) выступает линейный коэффициент ослабления (ЛКО) излучения  $\mu(E_0, x, y)$ . На рис. 1 введены две декартовых системы координат: неподвижная —  $XOY$  и подвижная —  $X'O'Y'$ ,  $O \in \mathbf{S}$  и  $O' \in \mathbf{S}$ . Здесь точки  $O$  и  $O'$  совпадают. Двумерная область  $\mathbf{S}$  является ограниченным множеством, поэтому ее можно вписать в круг  $\mathbf{R} \subset \mathbf{R}^2$  радиусом  $R$ . На рис. 1 красной линией отмечен луч  $\mathbf{L}(\theta, x')$ , проходящий через точку  $x'$  под углом  $\theta$ . При формировании проекции  $\mathbf{P}_\theta$  — совокупности интегралов от функции  $\mu$  по параллельным лучам, соответствующим углу  $\theta$ , луч перемещается в перпендикулярном направлении, обозначенном на рис. 1 красной пунктирной стрелкой.

Связь систем координат  $XOY$  и  $X'O'Y'$  описывается преобразованиями поворота:

$$\begin{cases} x' = x \cos \theta + y \sin \theta \\ y' = -x \sin \theta + y \cos \theta \end{cases} \quad \begin{cases} x = x' \cos \theta - y' \sin \theta \\ y = x' \sin \theta + y' \cos \theta \end{cases} \quad (2)$$

Обозначим  $\mu_0(x, y) = \mu(E_0, x, y)$ . Формула для оценки идеальных проекций  $\mathbf{P}_\theta$ ,  $0 \leq \theta \leq 2\pi$ , для рассматриваемых ОК примет вид:

$$\mathbf{P}_\theta = \left\{ P(E_0, x', \theta) = \int_{L(\theta, x')} \mu_0(x', y') d y' \mid -R \leq x' \leq R \right\}, \quad (3)$$

где  $\mu_0(x, y) = 0$  для  $(x, y) \in \mathbf{R} \setminus \mathbf{S}$ ;  $P(E_0, x', \theta)$  — толщина ОК по лучу  $L(\theta, x')$  в длинах свободного пробега (д.с.п.).

Для иллюстрации на рис. 1 представлено изображение сечения трехслойного шара.

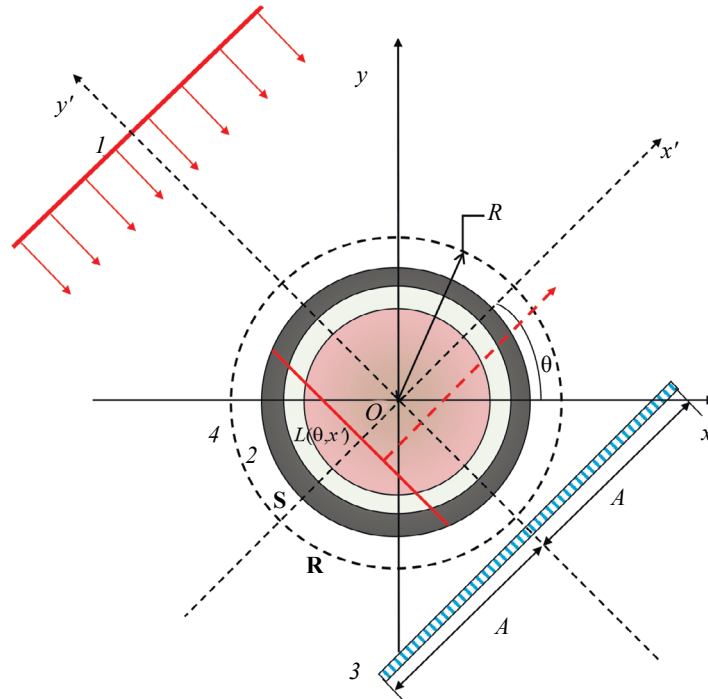


Рис. 1. Схема формирования проекций в КТ в геометрии параллельного пучка:  
1 — ИРИ; 2 — ОК; 3 — линейный ДРИ; 4 — окружность, описывающая сечение ОК.

Совокупность идеальных проекций  $\mathbf{P}$  равна объединению единичных проекций (3):

$$\mathbf{P} = \bigcup_{\theta \in [0, 2\pi]} \mathbf{P}_{\theta}. \quad (4)$$

*Замечание 1.* Для тел вращения при совпадении точки  $O$  системы координат  $XOY$  с центром вращения  $O'$  проекции для разных ракурсов одинаковы:

$$\forall \theta_1, \theta_2 \quad (0 \leq \theta_1 \leq 2\pi) \wedge (0 \leq \theta_2 \leq 2\pi) \wedge (\theta_1 \neq \theta_2) \Rightarrow \mathbf{P}_{\theta_1} \equiv \mathbf{P}_{\theta_2}. \quad (5)$$

*Замечание 2.* Соблюдение наложения точек  $O$  и  $O'$  друг на друга имеет исключительно важное значение для производительности сканирования в томографии применительно к рассматриваемому классу объектов и влияет на выбор алгоритма обработки информации и производительность реконструкции изображений сечений.

## 1.2. Исходные параметры виртуальной системы КТ

Исходные параметры виртуальной системы КТ сопоставляются не только с числами, с материалами (плотности и соответствующие ЭАН), но и с функциями, например, с энергетическим спектром излучения. В блок исходных параметров входят параметры, характеризующие ИРИ и ДРИ, а также поворотный стол.

### 1.2.1. Характеристики источника рентгеновского излучения

К параметрам ИРИ относятся: режим излучателя — импульсный или непрерывный; частота следования импульсов для импульсного режима  $\nu$ , Гц; максимальная энергия РИ  $E_{\max}$ ; ЭАН материала мишени в рентгеновском аппарате  $Z_p$ ; материал предварительного фильтра, плотность  $\rho_f$ , г/см<sup>3</sup>,

$Z_f$ ; поток фотонов, попадающих на фронтальную поверхность детектора линейного ДРИ в случае отсутствия ОК,  $n_0$ , фотонов/(см<sup>2</sup>×с); энергетический спектр ИРИ  $f(E, E_{\max})$  с учетом характеристических линий материала мишени и ослабления материалом предварительного фильтра.

### 1.2.2. Характеристики детектора рентгеновского излучения

Основными параметрами ДРИ являются: режим регистрации — счетный или интегральный; тип детектора — линейный или панельный; количество детекторов в детекторе  $M_L$  для линейного ДРИ или  $M_F \times N_F$  для панельного ДРИ; материал РП, плотность  $\rho_d$ , г/см<sup>3</sup>, ЭАН  $Z_d$ ; толщина  $h_d$ , см; размер элемента РП в направлении, перпендикулярном распространению излучения,  $a_d \times b_d$ , см<sup>2</sup>; разрядность аналого-цифрового преобразователя (АЦП)  $k_{\text{ADC}}$ ; время формирования цифрового сигнала (ЦС)  $\Delta t$ ; предельный уровень ЦС для интегрального режима регистрации  $C_{\text{lim}}$ :

$$C_{\text{lim}} < 2^{k_{\text{ADC}}} - 1 = C_{\text{max}}. \quad (6)$$

### 1.2.3. Параметры поворотного стола

Поворотный стол предназначен для вращения ОК и обеспечения сканирования его (объекта) пучком РИ и формирования совокупности проекций  $P_\theta$ ,  $0 \leq \theta \leq 2\pi$ .

*Замечание 3.* В работе рассматривается класс симметричных ОК, для которых при сканировании должно выполняться замечание 1. В этом случае в соответствии с формулой (4) совокупность проекций состоит из одной проекции.

Для обеспечения рационального расположения ОК перед системой ИРИ+ДРИ поворотный стол также обеспечивает поступательное перемещение объекта по вертикали.

Главными потребительскими параметрами поворотного стола являются: режим вращения — непрерывный или дискретный; режим вертикального перемещения — непрерывный или дискретный; угловая скорость вращения для непрерывного режима вращения  $\omega$ , оборот/с; шаг по углу для дискретного режима вращения  $\Delta\theta$ , °; скорость вертикального перемещения для непрерывного режима  $V_v$ , мм/с; шаг вертикального перемещения для дискретного режима  $\Delta z$ , мм.

Отметим, что дискретность процессов формирования информации в целом приводит к условной замене в математической модели КТ непрерывных режимов (вращения, перемещения) дискретными. В результате можно принять, что параметры поворотного стола характеризуют шаг по углу  $\Delta\theta$ , ° и шаг перемещения по вертикали  $\Delta z$ , мм.

Остановимся на непрерывном режиме излучения и интегральном режиме регистрации фотонов.

## 1.3. Формирование реальных проекций в КТ

Объект контроля просвечивается пучком РИ с регистрацией фотонов линейным или панельным ДРИ. Энергия фотонов, поглощенных в РП, трансформируется или в энергию светового потока, а затем в электрический заряд, или в электрическую энергию непосредственно. Электрическая энергия преобразуется в аналоговый сигнал (АС).

### 1.3.1. Формирование и преобразование исходной информации в проекции

Исходная информация в КТ представляет собой совокупность АС. Выражение связи АС  $I_r$  в точке  $x'$  детектора для угла  $\theta$  с параметрами ИРИ, ОК и ДРИ имеет вид:

$$I_r(x', \theta) = C n_0 a_d b_d \int_0^{E_{\max}} E_{\text{ab}}(E, a_d, b_d, h_d) f(E, E_{\max}) e^{-P(E, x', \theta)} \varepsilon(E, h_d) dE, \quad (7)$$

где  $C$  — коэффициент трансформации поглощенной энергии РИ в электрическую энергию;  $E_{\text{ab}}(E, a_d, b_d, h_d)$  — среднее значение зарегистрированного фотона с энергией  $E$ ;  $\varepsilon(E, h_d) = 1 - e^{-\mu(E, \rho_d, Z_d) h_d}$  — эффективность регистрации.

Совокупность АС  $\mathbf{I} = \{I_r(x', \theta)\}$ , где  $|x'| \leq A$ ,  $0 \leq \theta \leq 2\pi$ , трансформируется с помощью АЦП в соответствующий набор цифровых сигналов (ЦС)  $\mathbf{I}_d$ :

$$\mathbf{I}_d = \left\{ I_d(x', \theta) = \text{int} \frac{I_r(x', \theta)}{\Delta_d} \right\}, \quad (8)$$

где  $\text{int}(x)$  — целая часть аргумента  $x$ ;  $\Delta_d = \frac{C_{\text{lim}} I_r(A, \theta)}{2^{k_{\text{ADC}}} - 1}$  — разрешение АЦП.

Набор ЦС  $\mathbf{I}_d$  преобразуется в совокупность проекций для РИ  $\mathbf{P}_X$ :

$$\mathbf{P}_X = \{P_X(x', \theta) = \ln I_d(A, \theta) - \ln I_d(x', \theta)\}. \quad (9)$$

Для практического воплощения обобщенной модели формирования совокупности проекций в КТ формула (7) нуждается в уточнении и конкретизации. Для описания энергетических спектров ИРИ используют формулу Крамерса  $f_K(E, E_{\max})$  [36], дополняя ее учетом характеристического излучения и ослаблением РИ предварительным фильтром.

### 1.3.2. Адаптация модели формирования проекций с учетом трансформации энергетического спектра источника рентгеновского излучения

Энергетический спектр ИРИ  $f^*(E, E_{\max})$  состоит из суммы энергетических спектров тормозного и характеристического излучений [37]. С учетом вкладов  $\alpha_\chi$  энергетических линий  $E_\chi$  в общий поток РИ искомый энергетический спектр представим формулой:

$$f^*(E, E_{\max}) = (1 - \sum \alpha_\chi) f_K(E, E_{\max}) + \sum \alpha_\chi \delta(E - E_\chi). \quad (10)$$

Предварительная фильтрация приводит к трансформации  $f^*(E, E_{\max})$  в  $f(E, E_{\max})$ :

$$f(E, E_{\max}) = \frac{f^*(E, E_{\max}) e^{-m(E, \rho_f) h_f}}{\int_0^{E_{\max}} f^*(E, E_{\max}) e^{-m(E, \rho_f) h_f} dE}. \quad (11)$$

*Замечание 4.* Калибровка «по белому» (деление измеренного сигнала с ОК на сигнал без ОК) делает процедуру нормировки (11) излишней.

Обозначим  $\mathbf{p}_f = (Z_f \ \rho_f \ h_f)$ ,  $\mathbf{p}_d = (a_d \ b_d \ h_d)$  и

$$f_{ab}(E, \mathbf{p}_f, \mathbf{p}_d) = E_{ab}(E, \mathbf{p}_d) f(E, E_{\max}) e^{-m(E, Z_f) \rho_f h_f} \varepsilon(E, h_d). \quad (12)$$

Применение свойств  $\delta$ -функции позволяют избежать сложностей, связанных с ее аппроксимацией. После подстановки (9)—(11) в (7) и обозначения  $C_n = C n_0 a_d b_d$  получим:

$$I_\chi(x', \theta) = C_n \left( \sum \alpha_\chi f_{ab}(E_\chi, \mathbf{p}_f, \mathbf{p}_d) e^{-P(E_\chi, x', \theta)} + (1 - \sum \alpha_\chi) I_r(x', \theta) \right). \quad (13)$$

Выражения (7)—(13) являются основой адаптивной модели формирования проекций применительно к задаче оценки артефакта немоноэнергетичности и уровня снижения его (артефакта) в случае предварительной фильтрации.

### 1.3.3. Учет рассеяния излучения при формировании проекций в КТ

Наличие фотонов, рассеянных в объеме ОК и зарегистрированных ДРИ, существенным образом ухудшает качество реконструкции изображений сечений в КТ. Снижение доли рассеяния в потоке регистрируемого излучения достигается ограничением рассеивающего объема с помощью коллиматоров [38, 39], что сложно реализовать для панельных ДРИ, для которых доля рассеяния снижается за счет рационального выбора  $E_{\max}$  и ограничений на размеры ОК (размеры меньше — вклад меньше). Для линейных ДРИ эффективно одновременное использование коллиматоров источника и детектора.

Вклад рассеяния характеризуется фактором накопления (энергии, числа фотонов) излучения  $V$ . Фактор накопления энергии представим в виде  $B_E = 1 + I_s/I = 1 + k_E$ , здесь  $I_s$  — аналоговый сигнал для рассеянного излучения. Коэффициент  $k_E$  зависит [39, 40] от энергии  $E$ , ЭАН  $Z$  и толщины ОК по лучу с параметрами  $(x', \theta)$  в д.с.п.  $P(E, x', \theta)$ .

Из вышесказанного следует, что формула расчета АС для учета рассеяния  $I_s$  при формировании совокупности проекций  $\mathbf{P}_S$  примет вид:

$$\frac{I_s(x', \theta)}{I_\chi(x', \theta)} = 1 + C_n \left( \sum \alpha_\chi f_{ab}(E_\chi, \mathbf{p}_f, \mathbf{p}_d) k_E(E_\chi, P(E_\chi, x', \theta), Z) e^{-P(E_\chi, x', \theta)} + (1 - \sum \alpha_\chi) \int_0^{E_{\max}} f_{ab}(E_\chi, \mathbf{p}_f, \mathbf{p}_d) k_E(E, P(E, x', \theta), Z) e^{-P(E, x', \theta)} dE \right). \quad (14)$$

Формула (14) является основой имитационного моделирования проекций в КТ с учетом рассеяния фотонов в ОК.

## 2. АЛГОРИТМЫ ОБРАБОТКИ ПРОЕКЦИЙ В КТ

В работе [35] отмечено, что формулы для оценки проекций для ОК, структурно состоящих из фрагментов с сечениями в форме квадратов или кругов, имеют достаточно простое аналитическое описание. В статьях [35, 41] приведены подходы к формированию проекций для любых сечений, для которых имеются оптические изображения.

В настоящее время разработано значительное количество алгоритмов реконструкции проекций в КТ [42—44], отличающихся по преобразованиям, производительности и устойчивости к возмущениям. Обсудим некоторые из них.

### 2.1. Реконструкция с помощью обратного преобразования Радона

На вход алгоритма реконструкции поступает совокупность проекций  $\mathbf{P}$ . Распределение ЛКО  $\mu(x, y)$  по сечению ОК находится по формуле [45, 46]:

$$\mu(x, y) = -\frac{1}{(2\pi)^2} \int_0^{2\pi} \int_{-R}^R \frac{\frac{\partial P(s, \varphi)}{\partial s}}{s - x \cos \varphi - y \sin \varphi} ds d\varphi. \quad (15)$$

Из анализа выражения (15) можно сделать вывод о вычислительной сложности подхода Радона к реконструкции изображений сечений.

### 2.2. Реконструкция методом обратной проекции с фильтрацией

Метод обратной проекции с фильтрацией (ОПФ) продолжает оставаться одним из самых востребованных способов реконструкции изображений в КТ [35, 42, 47, 48]. Метод ОПФ состоит из этапов фильтрации и обратной свертки.

#### 2.2.1. Фильтрация исходных проекций

На этапе фильтрации исходная совокупность проекций  $\mathbf{P}$  трансформируется в совокупность фильтрованных проекций  $\mathbf{P}_f$  с помощью операции свертки:

$$P_f(x', \theta) = \int P(s, \theta) h(x' - s) ds, \quad (16)$$

здесь  $h$  — фильтр, например, Шеппа—Логана [49].

#### 2.2.2. Обратная свертка

Совокупность проекций  $\mathbf{P}_f$  поступает на блок реконструкции и подвергается преобразованию (обратной свертке). В результате отмеченного преобразования формируется оценка распределения ЛКО  $\hat{\mu}(x, y)$  по сечению ОК:

$$\hat{\mu}(x, y) = \int_0^{2\pi} P_f(x \cos \theta + y \sin \theta) d\theta. \quad (17)$$

Распределение  $\hat{\mu}(x, y)$  является результатом реконструкции. При необходимости для визуализации его трансформируют в полутоновое изображение.

Для рассматриваемого типа ОК методом КТ оценивается радиальное распределение ЛКО  $\hat{\mu}(r)$ . Для реконструкции  $\hat{\mu}(r)$  применяется частный случай обратного преобразования Радона — обратное преобразование Абеля (ОПА).

### 2.3. Оценка радиального распределения ЛКО с помощью ОПА

Методы КТ широко используются для контроля ОК с осевой симметрией, см., например, [50—52]. В связи с расширением номенклатуры промышленных изделий из описанного выше класса наблюдается тенденция увеличения исследований, касающихся реконструкции изображений с помощью ОПА [52—54].

Обратное преобразование Абеля связывает совокупность  $\mathbf{P}$ , состоящую из одной проекции, с оценкой распределения ЛКО  $\hat{\mu}(r)$ :

$$\hat{\mu}(r) = -\frac{1}{\pi} \int_r^R \frac{P'(q)}{\sqrt{q^2 - r^2}} dq. \quad (18)$$

Заметим, что выражение (18) имеет практическое применение при условии выполнения замечаний 1 и 2.

Естественно ожидать, что вычисление интегралов вида (18) по точности и производительности существенно превосходит вычисление интегралов (15)—(17).

#### 2.4. Наличие артефакта и его мера

Полученные в ходе реконструкции оценки распределений  $\hat{\mu}(x, y)$  или  $\hat{\mu}(r)$  можно считать несмещенными и говорить об отсутствии артефактов, если с достаточным уровнем близости выполняются соответствующие приближительные равенства:

$$\hat{\mu}(x, y) \approx \mu(x, y), \quad \hat{\mu}(r) \approx \mu(r). \quad (19)$$

Если же равенства (19) не выполняются, то мерой артефакта, вызываемого физическим фактором  $\Phi$ , является функция  $\Delta_{\Phi}(x, y)$  или функция  $\Delta_{\Phi}(r)$ :

$$\Delta_{\Phi}(x, y) = \hat{\mu}(x, y) - \mu(x, y), \quad \Delta_{\Phi}(r) = \hat{\mu}(r) - \mu(r). \quad (20)$$

Для реконструкции сечений рассматриваемого ОК будем использовать ОПА.

Совокупность выражений (1)—(20) представляет собой имитационную модель формирования и обработки информации в КТ с учетом артефактов немоноэнергетичности и рассеяния. Эта модель реализована в виде программы в системе MathCad, которая использовалась для моделирования артефактов в КТ на примере многослойного шара.

### 3. МОДЕЛИРОВАНИЕ АРТЕФАКТОВ В КТ НА ПРИМЕРЕ ШАРОВ

Для оценки работоспособности разработанных моделей и программ был выбран пятислойный шар с толщинами слоев, равными 4 мм. Наиболее полно ОК характеризуют вектора радиусов слоев  $\mathbf{Rs}$ , плотности материалов слоев  $\mathbf{ps}$  и ЭАН  $\mathbf{Zs}$ . Пример иллюстративный, поэтому выберем следующие значения характеристик ОК:

$$\mathbf{Rs} := (4 \ 8 \ 12 \ 16 \ 20), \quad \mathbf{ps} := (8,5 \ 1 \ 2,7 \ 1,6 \ 7,8), \quad \mathbf{Zs} := (29 \ 5 \ 13 \ 9 \ 26).$$

Радиусы приведены в мм, плотность в г/см<sup>3</sup>.

Для регистрации фотонного излучения выбран линейный ДРИ на основе CsI,  $\rho_d = 4,51$  г/см<sup>3</sup>,  $h_d = 1$  мм,  $k_{\text{ADC}} = 16$ ,  $A = 25$  мм,  $a_d = b_d = 0,1$  мм.

#### 3.1. Моделирование и обработка проекций для гамма-излучения

«Идеальная» проекция моделируется для источника гамма-излучения с энергией  $E_0 = 179$  кэВ. Для моноэнергетического источника в процедуре вычислений отсутствуют интегралы, поэтому процесс моделирования отличается высоким быстродействием, для примера: время формирования проекций для пяти сечений ОК не превышает полминуты. Для наглядности рассматривались сечения на равном удалении от границ каждого слоя.

На рис. 2 приведены результаты реконструкции изображений пяти сечений и радиальные распределения оценок ЛКО  $\hat{\mu}(r)$  и истинные распределения  $\mu(r)$ .

Из анализа реконструированных изображений и сравниваемых графиков распределений, представленных на рис. 2, можно сделать вывод о возможности использования предложенных моделей и программ для исследования влияния физических артефактов на качество восстановления изображений сечений не только рассматриваемого тестового объекта, но и любого другого осесимметричного ОК.

Далее используем предложенные модели и алгоритмы для оценки анализируемых артефактов. Логично исследовать артефакты по мере усложнения модели. Поэтому начнем с учета рассеяния для источников моноэнергетического гамма-излучения.

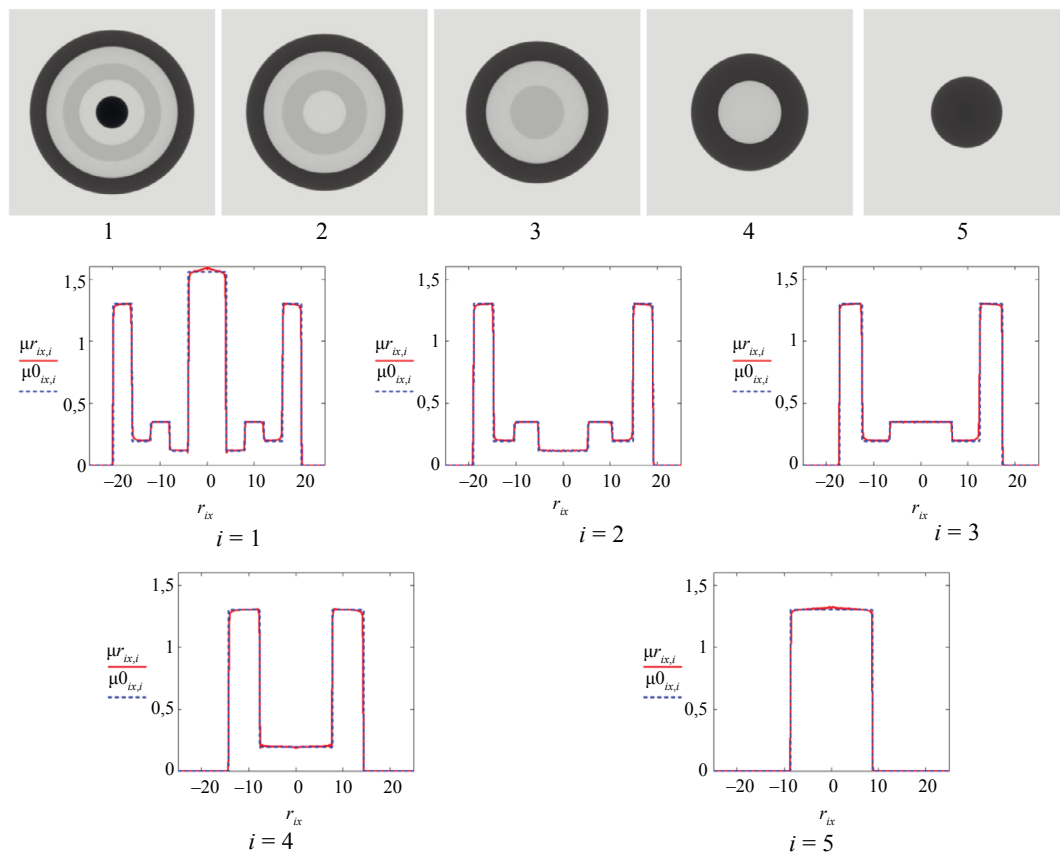


Рис. 2. Результаты реконструкции изображений сечений шарового пятислойного объекта для источника гамма-излучения с энергией  $E_0=179$  кэВ.

### 3.2. Оценка артефактов рассеяния в КТ для моноэнергетического гамма-излучения

Выше отмечено, что наиболее простой способ учета рассеяния базируется на выражении (14). Коэффициент  $k_E$  может принимать большие значения. Применение коллиматоров позволяет снизить значения коэффициента  $k_E$  до уровня 0,1 и менее.

На рис. 3 приведены распределения  $\mu(r)$  для  $k_E=0,1$  для сечений шара. Оценка распределения ЛКО гамма-излучения с учетом рассеяния, как показывают данные, приведенные на рис. 3, может оказаться существенно заниженной.

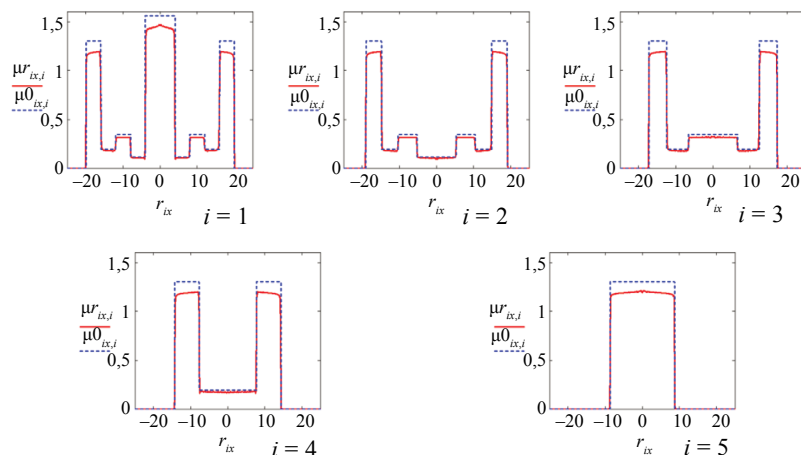


Рис. 3. Сравнение реконструируемых  $\mu(r)$  и реальных  $\mu_0(r)$  радиальных распределений ЛКО для сечений пятислойного шара и источника гамма-излучения  $E_0=179$  кэВ с учетом рассеяния для  $k_E=0,1$ .



### 3.3. Моделирование артефактов немоноэнергетичности в КТ

Для рассмотренного выше примера ОК исследуем влияние артефакта немоноэнергетичности. Для этого в качестве источника фотонов используется ИРИ с максимальной энергией  $E_{\max} = 300$  кэВ. Для фильтрации РИ применяется фильтр из меди  $h_f = 1$  мм.

Для построения идеальной проекции и проведения процесса реконструкции выбор эффективного ЛКО осуществлялся для луча, проходящего через центр ОК.

#### 3.3.1. Энергетический спектр без учета характеристического излучения

На рис. 4 для трех сечений ОК приведена визуализация артефакта немоноэнергетичности в виде реконструированных изображений и радиальных распределений оценок ЛКО.

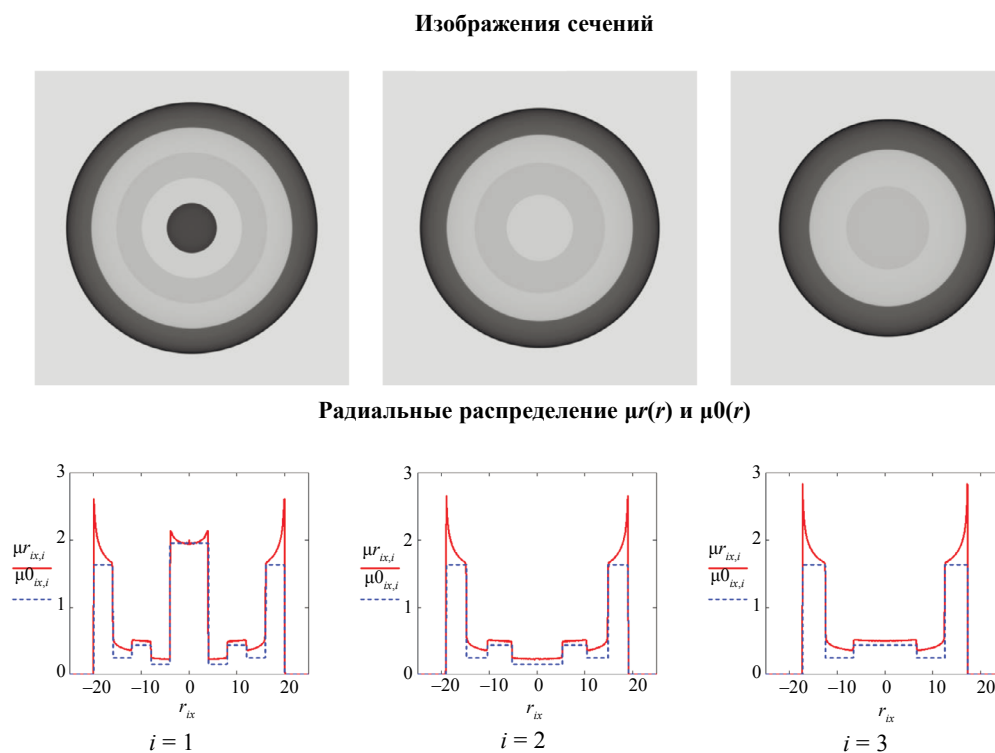


Рис. 4. Визуализация артефакта немоноэнергетичности для сечений шара, медный фильтр,  $h_f = 1$  мм.

На реконструированных изображениях сечений наблюдается заметное потемнение исключительно на границах внешнего слоя многослойного шара. Графики  $\mu(r)$  позволяют более наглядно и детально исследовать влияние немоноэнергетичности излучения, поэтому для дальнейших примеров будем приводить именно их.

Смещение ЛКО, исходя из анализа графиков, приведенных на рис. 4, может достигать 70 %. Этот факт свидетельствует о значимости артефакта немоноэнергетичности на точность оценки распределений ЛКО по сечениям и о невозможности оценки плотности в конкретной точке сечения ОК с приемлемой точностью, например, 5 %. Толщины 1 мм медного фильтра для должной фильтрации РИ с  $E_{\max} = 300$  кэВ явно недостаточно. Увеличение толщины предварительного фильтра [50] приводит к превращению ИРИ в псевдо-монохроматический источник излучения.

Был проведен вычислительный эксперимент по формированию и обработке информации в КТ для приведенных выше условий и  $h_f = 15$  мм. На рис. 5 приведены распределения оценок ЛКО  $\mu(r)$  для первых характерных слоев шара.

Анализ распределений  $\mu(r)$  подтверждает упомянутый ранее вывод.

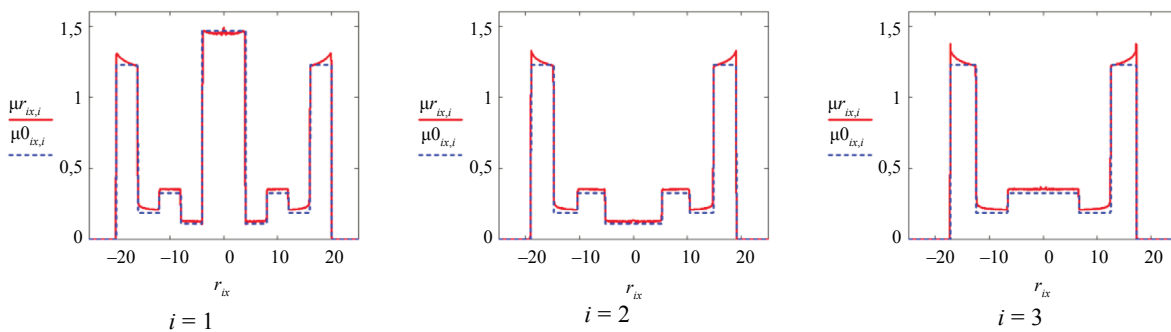


Рис. 5. Радиальные распределения  $\mu(r)$  и  $\mu_0(r)$  с учетом артефакта немоноэнергетичности для сечений шара, медный фильтр  $h_f = 15$  мм.

### 3.3.2. Энергетический спектр с учетом характеристического излучения

Было проведено имитационное моделирование для РИ с учетом характеристического излучения, образующегося в вольфрамовой мишени ( $\alpha_\chi = 0,05$ ,  $E_\chi = 59,3$  кэВ). На рис. 6 для этого случая приведены радиальные распределения оценок ЛКО  $\mu(r)$  и  $\mu_0(r)$  для трех сечений ОК. Расчеты проведены для медного фильтра толщиной  $h_f = 15$  мм.

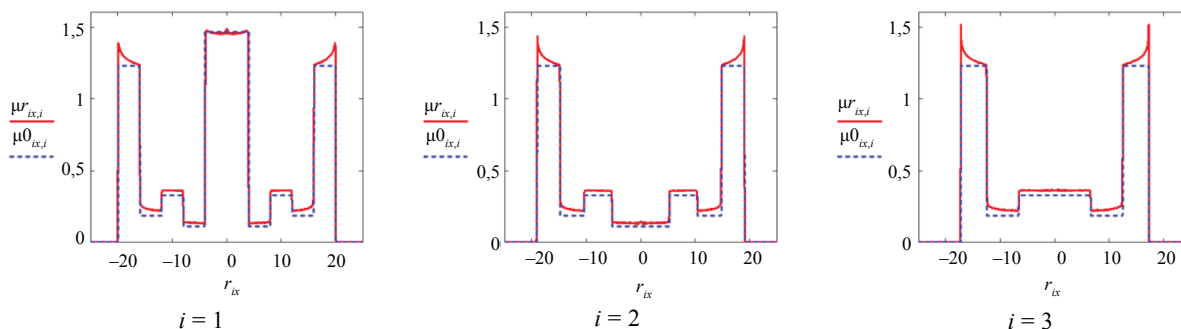


Рис. 6. Радиальное распределение  $\mu(r)$  и  $\mu_0(r)$  с учетом артефакта немоноэнергетичности с характеристическим излучением  $\alpha_\chi = 0,05$ ,  $E_\chi = 59,3$  кэВ для сечений шара, медный фильтр  $h_f = 15$  мм.

Из анализа данных, представленных на рис. 6, можно сделать вывод о том, что вклад характеристического излучения в поток РИ влияет на смещение оценки радиального распределения ЛКО, несмотря на жесткую фильтрацию первичного потока излучения.

### 3.4. Совместный артефакт немоноэнергетичности и рассеяния

Для оценки совместного артефакта немоноэнергетичности и рассеяния был проведен вычислительный эксперимент для условий предыдущего пункта с учетом эффекта рассеяния для  $k_E = 0,1$ . На рис. 7 приведены соответствующие радиальные распределения оценок ЛКО для трех сечений ОК.

На графиках радиальных распределений смещения оценок менее выражены, чем для артефакта рассеяния, что объясняется разнонаправленностью влияния немоноэнергетичности излучения и рассеяния на оценку ЛКО.

## 4. СРАВНЕНИЕ МОДЕЛЬНЫХ И ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫХ ОЦЕНОК АРТЕФАКТОВ НЕМОНОЭНЕРГЕТИЧНОСТИ И РАССЕЯНИЯ В КОМПЬЮТЕРНОЙ ТОМОГРАФИИ

Для проверки работоспособности и эффективности разработанной модели необходимо подтвердить близость модельных и экспериментальных оценок анализируемых артефактов.

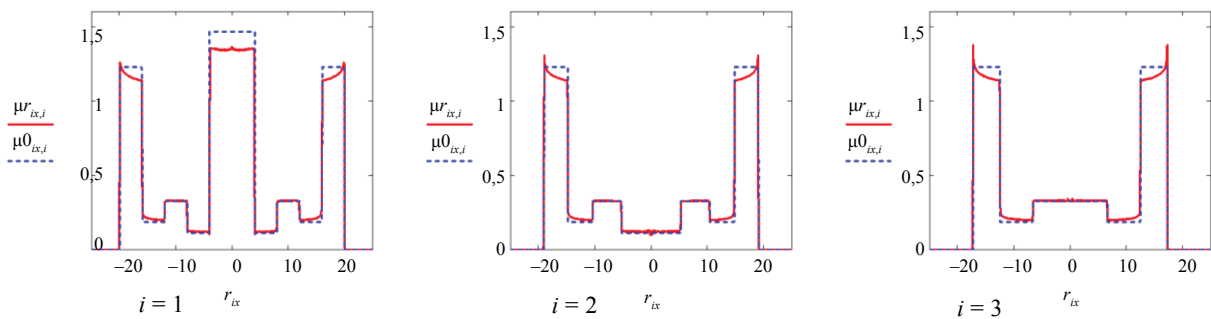


Рис. 7. Радиальные распределения  $\mu(r)$  и  $\mu_0(r)$  с учетом артефактов немоноэнергетичности РИ с характеристическим излучением  $\alpha_\chi=0,05$ ,  $E_\chi=59,3$  кэВ и рассеяния для  $k_E=0,1$  для сечений шара, медный фильтр  $h_f=15$  мм.

#### 4.1. Артефакт немоноэнергетичности

В качестве основы для сравнения модельных и экспериментальных оценок артефакта немоноэнергетичности были использованы результаты [32]. В указанной работе приведены экспериментальные распределения оценок ЛКО для двух объектов. Первый объект представляет собой куб из полиметилметакрилата (ПММА) размерами  $10 \times 10 \times 10$  мм<sup>3</sup> с симметрично расположенным внутри по центру цилиндром из алюминия радиусом 2,5 мм. Второй объект сконструирован аналогично, но куб изготовлен из алюминия, а цилиндр из ПММА. В качестве источника фотонов использовался рентгеновский аппарат непрерывного действия с максимальной энергией  $E_{\max}=50$  кэВ с мишенью из молибдена. Характеристическое излучение молибдена представлено линиями  $K_\alpha$  и  $K_\beta$  с энергиями 17,5 кэВ и 19,6 кэВ соответственно. Толщина алюминиевого фильтра  $h_f=2$  мм. Толщина чувствительного слоя детектора  $h_d=0,45$  мм Si. Режим детектирования фотонов счетный с порогом 5 кэВ. Размер пикселя с учетом геометрического увеличения  $a_d=b_d \approx 0,1$  мм.

При моделировании артефактов вместо внешнего куба [32] был использован цилиндр диаметром 10 мм и высотой 10 мм. На рис. 8 приведены модельные оценки радиальных распределений  $\mu(r)$  для описанного выше примера для внешних цилиндров из алюминия и ПММА.

Сравнение распределений, приведенных на рис. 8, с экспериментальными графиками из [32]

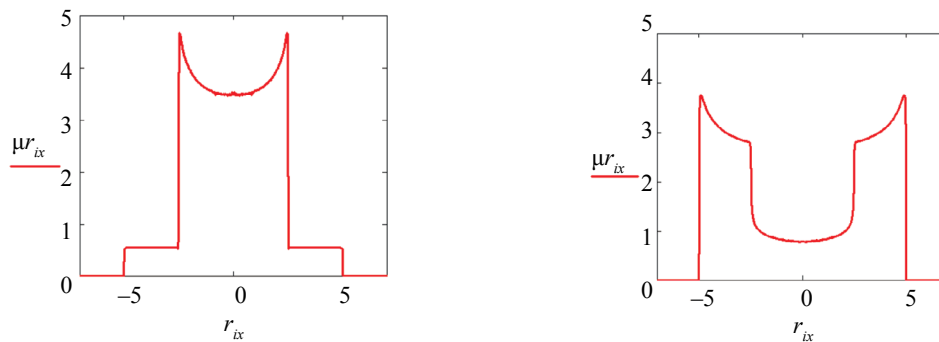


Рис. 8. Модельные оценки радиальных распределений  $\mu(r)$  для примера из [32] для центральных сечений исследуемых объектов.

подтверждает близость оценок распределений ЛКО, полученных экспериментально и методом имитационного моделирования. Расхождение между модельными и экспериментальными оценками пространственных распределений ЛКО в характерных точках графиков (локальные максимумы и минимумы) не превосходит 2,5 %. Такой точности моделирования вполне достаточно, так расхождение в оценках ЛКО для двух рассматриваемых объектов для алюминия 15 % и более, а для ПММА 30 % и более.

Время формирования и обработки пяти проекций не превосходит 2-3 минут, что свидетельствует о высокой производительности MathCad-программы, написанной на основе разработанной имитационной модели.

## 4.2. Артефакт рассеяния

Для проверки эффективности разработанной имитационной модели применительно к оценке артефакта рассеяния в КТ был проведен эксперимент по сканированию стального шара диаметром 33,3 мм. Эксперимент проводится на системе микро-КТ с коническим пучком. Система разработана в Томском политехническом университете и состоит из рентгеновского аппарата (Comet, Швейцария) с фокусным пятном 1 мм, 16-битного TFT-детектора (Perkin Elmer, США) и вращающегося стола. Радиационно-оптический преобразователь представляет собой экран из столбчатых кристаллов CsI. Эксперименты проводились для РИ с максимальной энергией  $E_{\max} = 400$  кэВ. Излучение фильтровали медной пластиной толщиной  $h_f = 4$  мм.

На рис. 9 приведена 2D-проекция стального шара и результаты оценки радиального распределения ЛКО центрального сечения ОК. При моделировании был использован подход к оценке факторов накопления гамма-излучения из работы [55]. Предварительный анализ проекций показал наличие мощного источника вторичного фотонного излучения с неоднородным полем. Указанное поле фотонов формируется рассеянием излучения от элементов томографа и вспомогательных конструкций. С подобными сложностями в интерпретации артефактов в КТ сталкивались многие исследователи (например, [33]). В нашем случае присутствует аддитивная составляющая с ярко выраженной неоднородностью в центре. Отмеченное поле в первом приближении удалось представить в виде точечного изотропного источника излучения, ослабленного структурой с круглым сечением. Радиальное распределение интенсивности вторичного излучения выглядит аналогично распределению из работы [33]. Характеристики поля вторичного излучения оценивались методом невязки.

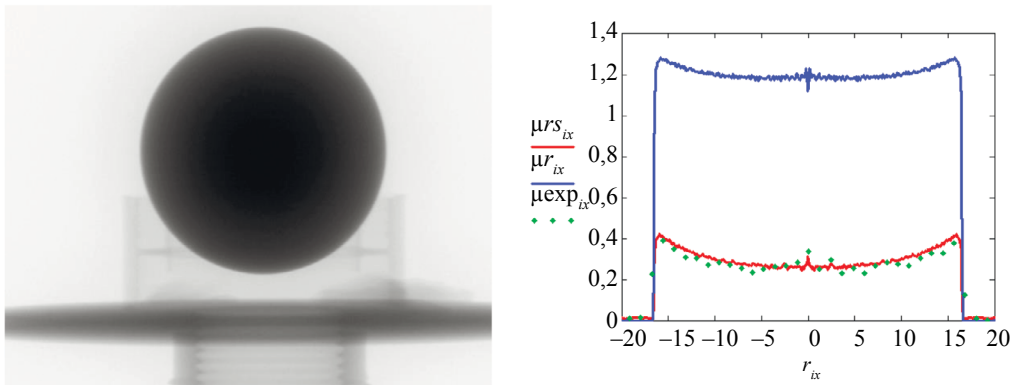


Рис. 9. 2D-проекция стального шара диаметром 33,3 мм и оценки радиальных распределений ЛКО для центрального горизонтального сечения:

— модельное без рассеянного излучения  $\mu r(r)$ ; — модельное с рассеянным излучением  $\mu r^s(r)$ ; ♦ — экспериментальное.

Анализ приведенных графиков подтверждает вывод о необходимости компенсации артефакта рассеяния [33], причем необходимо учитывать все объекты рассеяния, а не только ОК. Близость модельных и экспериментальных радиальных зависимостей ЛКО свидетельствует об эффективности оценки артефакта рассеяния с помощью предложенной имитационной модели и соответствующей ей программы.

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Предложена имитационная модель оценки артефактов немоноэнергетичности и рассеяния в компьютерной томографии в геометрии параллельного пучка на примере неоднородных объектов с осевой симметрией. Алгоритм моделирования состоит из блока формирования проекций и блока реконструкции изображений сечений объекта на основе обратного преобразования Абеля. Разработанный алгоритм реализован в виде программы на MathCad. Эффективность алгоритма и программы продемонстрирована на примере многослойного шара. Доказана адекватность предложенной модели путем сравнения модельных и экспериментальных оценок радиальных распределений линейного коэффициента ослабления излучения. Разработанные имитационные модели и программы позволяют осуществить корректный выбор параметров проектируемых систем рентгеновской

компьютерной томографии, а также могут быть использованы в учебном процессе в качестве блока виртуального томографа.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Kak A.C.* Computerized tomography with X-ray, emission, and ultrasound sources // Proceedings of the IEEE. 1979. V. 67. No. 9. P. 1245—1272. <https://doi.org/10.1109/PROC.1979.11440>
2. *Hsieh J.* Computed tomography: principles, design, artifacts, and recent advances. Bellingham, WA : SPIE, 2009.
3. *Sugawara H., Takayanagi T., Ishikawa T., Katada Y., Fukui R., Yamamoto Y., Suzuki S.* New fast kVp switching dual-energy CT: reduced severity of beam hardening artifacts and improved image quality in reduced-iodine virtual monochromatic imaging // Academic radiology. 2020. V. 27. No. 11. P. 1586—1593. <https://doi.org/10.1016/j.acra.2019.11.015>
4. *Hur J., Kim D., Shin Y.G., Lee H.* Metal artifact reduction method based on a constrained beam-hardening estimator for polychromatic x-ray CT // Physics in Medicine & Biology. 2021. V. 66. No article 66. 065025. <https://doi.org/10.1088/1361-6560/abe026>
5. *Stolfi A., De Chiffre L., Kasperl S.* Error sources // Industrial X-Ray Computed Tomography. Springer, Cham, 2018. P. 143—184. [https://doi.org/10.1007/978-3-319-59573-3\\_5](https://doi.org/10.1007/978-3-319-59573-3_5)
6. *Barrett J.F., Keat N.* Artifacts in CT: recognition and avoidance // Radiographics. 2004. V. 24. No. 6. P. 1679—1691. <https://doi.org/10.1148/rg.246045065>
7. *Alvarez R.E., Macovski A.* Energy-selective reconstructions in x-ray computerised tomography // Physics in Medicine & Biology. 1976. V. 21. No. 5. P. 733—744. <https://doi.org/10.1088/0031-9155/21/5/002>
8. *Kuchenbecker S., Faby S., Sawal S., Lell M., Kachelrieß M.* Dual energy CT: How well can pseudo-monochromatic imaging reduce metal artifacts? // Medical physics. 2015. V. 42. No. 2. P. 1023—1036. <https://doi.org/10.1118/1.4905106>
9. *Li L., Chen Z., Wang G., Chu J., Gao H.* A tensor PRISM algorithm for multi-energy CT reconstruction and comparative studies // Journal of X-ray science and technology. 2014. V. 22. No. 2. P. 147—163. <https://doi.org/10.3233/xst-140416>
10. *Jacobsen M.C., Duan X., Cody D.D., Cressman E., Schellingerhout D., Layman R.R.* Determination of the limit of detection for iodinated contrast agents with multi-energy computed tomography // Medical Imaging 2018: Physics of Medical Imaging. — International Society for Optics and Photonics, 2018. V. 10573. No. article 105734Q. [https://ui.adsabs.harvard.edu/link\\_gateway/2018SPIE10573E.4QJ/doi:10.1117/12.2293935](https://ui.adsabs.harvard.edu/link_gateway/2018SPIE10573E.4QJ/doi:10.1117/12.2293935)
11. *Si-Mohamed S., Bar-Ness D., Sigovan M., Cormode D.P., Coulon P., Coche E., Vlassenbroek A., Normand G., Bousset L., Douek P.* Review of an initial experience with an experimental spectral photon-counting computed tomography system // Nuclear Instruments and Methods in Physics Research Section A: Accelerators, Spectrometers, Detectors and Associated Equipment. 2017. V. 873. P. 27—35. <https://doi.org/10.1016/j.nima.2017.04.014>
12. *Raja A.Y., Moghiseh M., Bateman C.J., De Ruiter N., Schon B., Schleich N., Woodfield T.B.F., Butler Anthony P.H., Anderson N.G.* Measuring identification and quantification errors in spectral CT material decomposition // Applied Sciences. 2018. V. 8. No. 3. No. article 467. <https://doi.org/10.3390/app8030467>
13. *Abella M., Martinez C., Desco M., Vaquero J.J., Fessler J.A.* Simplified statistical image reconstruction for X-ray CT with beam-hardening artifact compensation // IEEE transactions on medical imaging. 2019. V. 39. No. 1. P. 111—118. <https://doi.org/10.1109/TMI.2019.2921929>
14. *Tang S., Huang K., Cheng Y., Mou X., Tang X.* Optimization based beam-hardening correction in CT under data integral invariant constraint // Physics in medicine and biology. 2018. V. 63. No. 13. No. article 135015. <https://doi.org/10.1088/1361-6560/aaca14>
15. *Runje B., Keran Z., Orošnjak M.* Image artefacts in industrial computed tomography // Tehnički glasnik. 2020. V. 14. No. 4. P. 434—439. <https://doi.org/10.31803/tg-20200427122313>
16. *Zbijewski W., Beekman F.J.* Efficient Monte Carlo based scatter artifact reduction in cone-beam micro-CT // IEEE transactions on medical imaging. 2006. V. 25. No. 7. P. 817—827. <https://doi.org/10.1109/TMI.2006.872328>
17. *Sabo-Napadensky I., Amir O.* Reduction of scattering artifact in multislice CT // Medical Imaging 2005: Physics of Medical Imaging. — International Society for Optics and Photonics, 2005. V. 5745. P. 983—992. <https://doi.org/10.1117/12.594885>
18. *Nikolaev D., Buzmakov A., Chukalina M., Yakimchuk I., Gladkov A., Ingacheva A.* CT image quality assessment based on morphometric analysis of artifacts // 2016 International Conference on Robotics and Machine Vision. — International Society for Optics and Photonics, 2017. V. 10253. No. article 102530B. <https://doi.org/10.1117/12.2266268>
19. *Zav'yalkin F.M., Osipov S.P.* Effects of background radiation on image reconstruction error in computerized tomography // Soviet Atomic Energy. 1991. V. 70. No. 3. P. 228—231. <https://doi.org/10.1007/BF01126472>
20. *Park H.S., Choi J.K., Seo J.K.* Characterization of metal artifacts in X-ray computed tomography // Communications on Pure and Applied Mathematics. 2017. V. 70. No. 11. P. 2191—2217. <https://doi.org/10.1002/cpa.21680>

21. *Yue D., Fan Rong C., Ning C., Liang H., Ai Lian L., Ru Xin W., Ya Hong L.* Reduction of metal artifacts from unilateral hip arthroplasty on dual-energy CT with metal artifact reduction software // *Acta Radiologica*. 2018. V. 59. No. 7. P. 853—860. <https://doi.org/10.1177%2F0284185117731475>
22. *Hsieh J., Gurmen O.E., King K.F.* Investigation of a solid-state detector for advanced computed tomography // *IEEE transactions on medical imaging*. 2000. V. 19. No. 9. P. 930-940. <https://doi.org/10.1109/42.887840>
23. *Zefreh K. Z., Welford F. M., Sijbers J.* Investigation on the effect of exposure time on scintillator afterglow for ultra-fast tomography acquisition // *Journal of Instrumentation*. 2016. V. 11. No. 12. No. article C12014. <https://doi.org/10.1088/1748-0221/11/12/C12014>
24. *Miller S.R., Bhandari H.B., Bhattacharya P., Brecher C., Crespi J., Couture A., Dinca C., Rommel M., Nagarkar V.V.* Reduced afterglow codoped CsI: Tl for high-energy imaging // *IEEE Transactions on Nuclear Science*. 2018. V. 65. No. 8. P. 2105—2108. <https://doi.org/10.1109/TNS.2018.2807986>
25. *Brönnimann C., Trüb P.* Hybrid pixel photon counting X-ray detectors for synchrotron radiation // *Synchrotron Light Sources and Free-Electron Lasers: Accelerator Physics, Instrumentation and Science Applications*. 2020. P. 1191—1223. [https://doi.org/10.1007/978-3-319-14394-1\\_36](https://doi.org/10.1007/978-3-319-14394-1_36)
26. *Cammin J., Kappler S.G., Weidinger T., Taguchi K.* Evaluation of models of spectral distortions in photon-counting detectors for computed tomography // *Journal of Medical Imaging*. 2016. V. 3. No. 2. No. article 023503. <https://doi.org/10.1117/1.JMI.3.2.023503>
27. *Danielsson M., Persson M., Sjölin M.* Photon-counting x-ray detectors for CT // *Physics in Medicine & Biology*. 2021. V. 66. No. 3. No. article 03TR01. <https://doi.org/10.1088/1361-6560/abc5a5>
28. *Rathee S.D., Koles Z.J., Overton T.R.* Image restoration in computed tomography: Estimation of the spatially variant point spread function // *IEEE transactions on medical imaging*. 1992. V. 11. No. 4. P. 539—545. <https://doi.org/10.1109/42.192689>
29. *Wang W., Gang G.J., Siewerdsen J.H., Stayman J.W.* Spatial resolution and noise prediction in flat-panel cone-beam CT penalized-likelihood reconstruction // *Medical Imaging 2018: Physics of Medical Imaging*. — International Society for Optics and Photonics, 2018. V. 10573. No. article 1057346. <https://doi.org/10.1117/12.2294546>
30. *Xu Y., Bai T., Yan H., Ouyang L., Pompos A., Wang J., Zhou L., Jiang S.B., Jia X.* A practical cone-beam CT scatter correction method with optimized Monte Carlo simulations for image-guided radiation therapy // *Physics in Medicine & Biology*. 2015. V. 60. No. 9. No. article 3567. <https://doi.org/10.1088/0031-9155/60/9/3567>
31. *Busi M., Olsen U.L., Knudsen E.B., Frisvad J.R., Kehres J., Dreier E.S., Khalil M., Haldrup K.* Simulation tools for scattering corrections in spectrally resolved x-ray computed tomography using McXtrace // *Optical Engineering*. 2018. V. 57. No. 3. No. article 037105. <https://doi.org/10.1117/1.OE.57.3.037105>
32. *Thomsen M., Knudsen E.B., Willendrup P.K., Bech M., Willner M., Pfeiffer F., Poulsen M., Lefmann K., Feidenhans R.* Prediction of beam hardening artefacts in computed tomography using Monte Carlo simulations // *Nuclear Instruments and Methods in Physics Research Section B: Beam Interactions with Materials and Atoms*. 2015. V. 342. P. 314—320. <https://doi.org/10.1016/j.nimb.2014.10.015>
33. *Peterzol A., Létang J.M., Babot D.* A beam stop based correction procedure for high spatial frequency scatter in industrial cone-beam X-ray CT // *Nuclear Instruments and Methods in Physics Research Section B: Beam Interactions with Materials and Atoms*. 2008. V. 266. No. 18. P. 4042—4054. <https://doi.org/10.1016/j.nimb.2008.07.005>
34. *Nakano T., Nakashima Y.* Analytical expressions for the reconstructed image of a homogeneous cylindrical sample exhibiting a beam hardening artifact in X-ray computed tomography // *Journal of X-ray science and technology*. 2018. V. 26. No. 5. P. 691—705. <https://dx.doi.org/10.3233%2FXST-18378>
35. *Osipov S.P., Yadrenkin I.G., Chakhlov S.V., Osipov O.S., Usachev E.Yu., Manushkin A.A.* Calculation model of X-ray computed tomography with density assessment function // *Russian Journal of Nondestructive Testing*. 2021. V. 57. No. 3. P. 222—237. <https://doi.org/10.1134/S1061830921030049>. [*Осипов С.П., Ядренкин И.Г., Чахлов С.В., Осипов О.С., Усачев Е.Ю., Манушкин А.А.* Вычислительная модель рентгеновской компьютерной томографии с функцией оценки плотности // *Дефектоскопия*. 2021. № 3. С. 37—52.]
36. *Kramers H.A.* XCIII. On the theory of X-ray absorption and of the continuous X-ray spectrum // *The London, Edinburgh, and Dublin Philosophical Magazine and Journal of Science*. 1923. V. 46. No. 275. P. 836—871. <https://doi.org/10.1080/14786442308565244>
37. *Zink F.E.* X-ray tubes // *Radiographics*. 1997. V. 17. No. 5. P. 1259—1268. <https://doi.org/10.1148/radiographics.17.5.9308113>
38. *Sasaya T., Sunaguchi N., Hyodo K., Zeniya T., Yuasa T.* Multi-pinhole fluorescent x-ray computed tomography for molecular imaging // *Scientific reports*. 2017. V. 7. No. 1. P. 1—12. <https://doi.org/10.1038/s41598-017-05179-2>
39. *Sidulenko O.A., Kas'yanov V.A., Kas'yanov S.V., Osipov S.P.* Estimated efficiency of slit collimation of a high-energy radiation source for radiometric testing of large objects // *Russian Journal of Nondestructive Testing*. 2006. V. 42. No. 2. P. 101—105. <https://doi.org/10.1134/S1061830906020057>
40. *Benetskii B.A., Plotnikova M.V.* Gamma-radiation accumulation factors for composite materials and radiation shields // *Bulletin of the Lebedev Physics Institute*. 2012. V. 39. No. 4. P. 113—117. <https://doi.org/10.3103/S1068335612040045>

41. *Osipov S.P., Prischepa I.A., Chakhlov S.V., Osipov O.S., Usachev E.Yu.* Algorithms for modeling the formation and processing of information in X-ray tomography of foam materials // Russian Journal of Nondestructive Testing. 2021. V. 57. No. 3. P. 238—250. <https://doi.org/10.1134/S1061830921030050>. [Осипов С.П., Прищепа И.А., Чахлов С.В., Осипов О.С., Усачев Е.Ю. Алгоритмы моделирования и обработки информации в рентгеновской томографии пеноматериалов // Дефектоскопия. 2021. № 3. С. 53—65.]
42. *Zhang T., Xing Y., Zhang L., Jin X., Gao H., Chen Z.* Stationary computed tomography with source and detector in linear symmetric geometry: Direct filtered backprojection reconstruction // Medical physics. 2020. V. 47. No. 5. P. 2222—2236. <https://doi.org/10.1002/mp.14058>
43. *Miqueles E., Koshev N., Helou E.S.* A backprojection slice theorem for tomographic reconstruction // IEEE Transactions on Image Processing. 2017. V. 27. No. 2. P. 894—906. <https://doi.org/10.1109/TIP.2017.2766785>
44. *Brooks R.A., Di Chiro G.* Theory of image reconstruction in computed tomography // Radiology. 1975. V. 117. No. 3. C. 561—572. <https://doi.org/10.1148/117.3.561>
45. *Nishimura M., Psaltis D., Caimi F., Casasent D.* Implementation of the inverse Radon transform by optical convolution // Optics Communications. 1978. V. 25. No. 3. P. 301—304. [https://doi.org/10.1016/0030-4018\(78\)90133-5](https://doi.org/10.1016/0030-4018(78)90133-5)
46. *Gustafsson B.* Mathematics for computer tomography // Physica Scripta. 1996. V. 1996. No. T61. P. 38—43. <https://doi.org/10.1088/0031-8949/1996/T61/006>
47. *Schofield R., King L., Tayal U., Castellano I., Stirrup J., Pontana F., Nicol E.* Image reconstruction: Part 1—understanding filtered back projection, noise and image acquisition // Journal of cardiovascular computed tomography. 2020. V. 14. No. 3. P. 219—225. <https://doi.org/10.1016/j.jcct.2019.04.008>
48. *Dolmatova A., Chukalina M., Nikolaev D.* Accelerated FBP for computed tomography image reconstruction // 2020 IEEE International Conference on Image Processing (ICIP). IEEE. 2020. P. 3030—3034. <https://doi.org/10.1109/ICIP40778.2020.9191044>
49. *Shepp L.A., Logan B.F.* The Fourier reconstruction of a head section // IEEE Transactions on nuclear science. 1974. V. 21. No. 3. P. 21—43. <https://doi.org/10.1109/TNS.1974.6499235>
50. *Osipov S., Chakhlov S., Batranin A., Osipov O., Kytmanov J.* Theoretical study of a simplified implementation model of a dual-energy technique for computed tomography // NDT & E International. 2018. V. 98. P. 63—69. <https://doi.org/10.1016/j.ndteint.2018.04.010>
51. *Ametova E., Ferrucci M., Chilingaryan S., Dewulf W.* A computationally inexpensive model for estimating dimensional measurement uncertainty due to x-ray computed tomography instrument misalignments // Measurement Science and Technology. 2018. V. 29. No. 6. No. article 065007. <https://doi.org/10.1088/1361-6501/aab1a1>
52. *De Micheli E.* A fast algorithm for the inversion of Abel's transform // Applied Mathematics and Computation. 2017. V. 301. P. 12—24. <https://doi.org/10.1016/j.amc.2016.12.009>
53. *Gholami M., Rashedi A., Lenoir N., Hautemayou D., Ovarlez G., Hormozi S.* Time-resolved 2D concentration maps in flowing suspensions using X-ray // Journal of Rheology. 2018. V. 62. No. 4. P. 955—974. <https://doi.org/10.1122/1.4994063>
54. *De Hoop M.V., Ilmavirta J.* Abel transforms with low regularity with applications to x-ray tomography on spherically symmetric manifolds // Inverse Problems. 2017. V. 33. No. 12. No. article 124003. <https://doi.org/10.1088/1361-6420/aa9423>
55. *Harima Y.* An approximation of gamma-ray buildup factors by modified geometrical progression // Nuclear Science and Engineering. 1983. V. 83. No. 2. P. 299—309. <https://doi.org/10.13182/NSE83-A18222>