УДК 620.179.15

ЗАВИСИМОСТЬ СИГНАЛА С ДАТЧИКА ТОРМОЗНОГО РЕНТГЕНОВСКОГО ИЗЛУЧЕНИЯ ОТ ЗНАЧЕНИЙ ТЕХНОЛОГИЧЕСКИХ ПАРАМЕТРОВ В ГИБРИДНОМ АДДИТИВНОМ ПРОЦЕССЕ ЭЛЕКТРОННО-ЛУЧЕВОЙ ПРОВОЛОЧНОЙ НАПЛАВКИ

© 2022 г. Е. Л. Кротова^{1,*}, С.В. Варушкин^{1,**}, С. С. Стариков^{1,***}, Н.А. Мусихин^{1,****}, К.А. Рожков^{1,*****}, Д. Н. Трушников^{1,*****}

¹Пермский национальный исследовательский политехнический университет, Россия 614990, Пермский край, г. Пермь, Комсомольский проспект, 29

*E-mail: *lenkakrotova@yandex.ru,**stepan.varushkin@mail.ru, ***StarikovSS@pnppk.ru;* *****musikhin.nikolay@yandex.ru; ****** k-rozhkov@mail.ru;*****trdimitr@yandex.ru

Поступила в редакцию 11.04.2022; после доработки 16.05.2022 Принята к публикации 20.05.2022

Актуальной проблемой процесса электронно-лучевой наплавки проволочным материалом является задача позиционирования присадочной проволоки относительно электронного пучка. Точность позиционирования пучка относительно проволоки значительным образом влияет на характер тепловложения, на процессы переноса расплавленного металла с проволоки на основу и, как следствие, на характер формирования валика. Для построения полноценной системы управления процессом необходима адекватная математическая модель, описывающая формирование сигнала в зависимости от смещения пучка относительно проволоки и от других технологических параметров. В статье получена модель в виде аппроксимации интегрального выражения зависимости сигнала с датчика рентгеновского излучения от значений технологических параметров.

Ключевые слова: электронно-лучевая сварка, осцилляция, численные методы, математическое моделирование, цифровой двойник.

DOI: 10.31857/S013030822207003X, EDN: BOBMIQ

введение

Аддитивные технологии как способ производства изделий сложной геометрической формы широко используются в таких отраслях промышленности, как авиастроительная и ракетостроительная. При этом требования к механическим характеристикам материалов, получаемых в процессе послойного синтеза достаточно высоки.

Общей проблемой аддитивных технологий является сложность обеспечения надлежащей микроструктуры синтезированного материала, химического состава наплавляемого материала, устранения несплавлений и пористости.

Наиболее перспективными являются технологии гибридного изготовления изделий, позволяющие объединить лучшие характеристики аддитивного формирования заготовки и последующего механического удаления материала в процессе создания металлических изделий.

Выбор способа наплавки обуславливается материалом изделия, требованиями к геометрии и точности наплавляемых слоев, требованиями к механическим свойствам наплавленного материала. Использование порошковых материалов позволяет получать слои с минимальными отклонениями по высоте. При этом, метод «direct deposition» может обеспечивать производительность процесса до 3 кг наплавленного металла в час с отклонениями по высоте слоя в пределах до 0,1 мм. Использование проволочных материалов позволяет повысить производительность до 10 кг наплавленного материала в час. Точность геометрических параметров наплавленных слоев зависит от источника тепловой энергии для плавления проволоки. Применение электронного пучка позволяет получать валики с точностью, близкой методу «bed deposition» с использованием порошковых материалов. Высокая точность дозирования вводимой мощности, позиционирования теплового источника и вакуумная защита в процессе электронно-лучевой наплавки обуславливает высокие механические свойства и высокую плотность наплавленного материала.

Актуальной проблемой процесса электронно-лучевой наплавки проволочным материалом является проблема взаимного позиционирования присадочной проволоки и электронного пучка. Точность позиционирования пучка относительно проволоки значительным образом влияет на характер тепловложения, на процессы переноса расплавленного металла с проволоки на основу и как следствие на характер формирования валика. Для избежания нежелательных последствий применяют оперативное управление положением присадочной проволоки по сигналам обратной связи. Контроль и управление процессом может быть осуществлен посредством периодического сканирования технологической зоны и построением двумерного изображения в отраженных электронах [1—5]. Данный способ отлично подходит для визуализации наплавляемого валика в процессе наплавки, но при использовании для контроля положения присадочной проволоки в процессе электронно-лучевой наплавки имеет несколько недостатков:

периодическое прерывание процесса для отклонения электронного пучка, что может негативно сказываться на стабильности процесса и качестве наплавляемого валика;

низкое быстродействие системы;

относительная сложность и высокая стоимость применяемого оборудования.

При бомбардировке поверхности мишени (наплавляемого материала) электронами достаточно большой энергии одновременно возникает сопутствующее рентгеновское излучение двух видов — тормозное и характеристическое, имеющих различный механизм возникновения. При этом, интенсивности этих двух составляющих сложным образом распределены между собой и линейно зависят от интенсивности падающего электронного пучка, которая эквивалентна току электронов пучка. Применяемый в работе метод измеряет возникающее рентгеновское излучение интегрально, без возможности разделения на отдельные составляющие, в связи с этим будем в дальнейшем применять термин «сопутствующее рентгеновское излучение».

В работе [6] предложено использовать для автоматического управления процессом сигнал сопутствующего рентгеновского излучения из зоны взаимодействия электронного пучка с металлической проволокой и наплавляемой основой. При этом, так как зависимость интенсивности рентгеновского излучения от смещения пучка относительно проволоки имеет экстремум, применяют сканирование электронного луча поперек оси проволоки и обработку сигнала методом синхронного детектирования. Для регулирования применяют величину первой гармоники b_m , которая в некоторой области линейно зависит от смещения пучка относительно проволоки.

В статье [7] разработана и верифицирована модель формирования сигнала рентгеновского излучения при взаимодействии электронного пучка с наплавляемой проволокой и представлена модель датчика положения наплавляемой проволоки относительно оси электронного пучка. Модель датчика устанавливает закономерность изменения сигнала рентгеновского излучения от технологических параметров, таких как: параметры осцилляции пучка, ускоряющее напряжение, ток электронов пучка и диаметр пучка в пятне взаимодействия, диаметр проволоки, материалы подложки и присадочной проволоки, смещение проволоки от центра осцилляции пучка.

Наличие математической модели является обязательным шагом для построения системы автоматического управления с использованием ПИД-регулирования. В тоже время модель [7] выражается интегралом от кусочно-заданной функции, решение которого напрямую реализуется только численными методами, что делает использование результата на практике затруднительным. Необходим поиск упрощенных решений. В предлагаемой работе представлена математическая модель в виде аналитической аппроксимации выражения интегрального выражения [7] для дальнейшего использования при построении системы управления по обратной связи с использованием сигнала с датчика. Модель датчика устанавливает зависимость первой гармоники сигнала сопутствующего рентгеновского излучения от смещения проволоки от центра осцилляции электронного пучка, а также от параметров осцилляции пучка, ускоряющего напряжения, тока электронов пучка и диаметра пучка в пятне взаимодействия, диаметра проволоки, от материалов подложки и присадочной проволоки.

РАЗРАБОТКА МАТЕМАТИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ ЗАВИСИМОСТИ ПЕРВОЙ ГАРМОНИКИ СИГНАЛА ТОРМОЗНОГО РЕНТГЕНОВСКОГО ИЗЛУЧЕНИЯ ОТ СМЕЩЕНИЯ ПРОВОЛОКИ ОТ ЦЕНТРА ОСЦИЛЛЯЦИИ ПУЧКА

При падении электронов пучка перпендикулярно поверхности обрабатываемого материала поток энергии тормозного рентгеновского излучения определяется выражением:

$$\Phi_e = k_0 I Z U_0^2, \tag{1}$$

где U_0 — ускоряющее напряжение; Z — атомный номер обрабатываемого материала; k_0 — коэффициент пропорциональности; I — ток электронов пучка [8, 9].

Наличие составляющей характеристического излучения в спектре сопутствующего рентгеновского излучения может учитываться экспериментальной калибровкой коэффициента пропорциональности.

В работе [10] авторы описали распределение интенсивности рентгеновского излучения в пространстве для разных углов падения электронного пучка на обрабатываемый материал (рис. 1) [10]. Из диаграммы видно, что при падении электронного пучка перпендикулярно поверхности обрабатываемого материала излучение распространяется равномерно в пределах ±60° от нормали. При падении электронного пучка под углом 45° на поверхность наблюдается небольшое искажение распространения рентгеновского излучения в пространстве.



Рис. 1. Диаграмма распределения интенсивности рентгеновского излучения в пространстве. Угол падения электронного пучка: ○ — 90°, • — 45° [10].

В работе [11] авторы экспериментально определили влияние угла ф между направлением падения электронов пучка и нормалью к поверхности мишени на значение относительного потока энергии рентгеновского излучения. Указанная зависимость представлена на рис. 2 [11].



Рис. 2. Изменение потока энергии рентгеновского излучения от угла между направлением электронного пучка и нормалью к поверхности [11].

Относительное значение рентгеновского излучения было определено делением, соответствующих текущему углу ϕ , интенсивностей излучения на максимальную интенсивность, измеряемую при $\phi = 0^{\circ}$. Полученная зависимость была аппроксимирована авторами [12, 13] выражением (2) при изменении угла ϕ от 0 до 90°. Данная зависимость может быть аппроксимирована функцией $\cos^{1/3}(\phi)$:

$$\Phi_{\varphi}(\varphi) = \frac{\Phi(\varphi)}{\Phi_e} = \left[1 - \left(\frac{\varphi}{90}\right)^3\right]^{1/2},\tag{2}$$

где $\Phi(\phi)$ — интенсивность рентгеновского излучения при падении электронного пучка под углом ϕ , Φ_e — интенсивность рентгеновского излучения при падении пучка перпендикулярно поверхности.

В работе [13] авторы описали интегральное решение задачи формирования сопутствующего рентгеновского излучения при взаимодействии электронного пучка, осциллирующего поперек проволоки круглого сечения, в момент времени *t* в зависимости от смещения проволоки относительно центра осцилляции электронного пучка.

Электронный пучок с распределением плотности тока j(x, y) взаимодействует и с подложкой, и с проволокой. Проволока расположена параллельно плоскости подложки. На рис. 3 угол φ соответствует углу между падающим на поверхность электронным пучком и нормалью к этой поверхности.



Рис. 3. Схема расчета угла ф относительно центра сечения присадочной проволоки.

Рассмотрим элементарную площадку на поверхности проволоки *dS*. Рассмотрим ситуацию, когда излучение от элемента *dS* — сферическое. Величина потока энергии рентгеновского излучения от элемента *dS* определяется выражением:

$$d\Phi(x,y) = k_0 I Z U_0^2 \left[1 - \left(\frac{2x}{D_{\rm np}}\right)^2 \right]^{1/6} j(x,y) dx dy.$$
(3)

При смещении пучка относительно проволоки на ΔX :

$$\Phi(\Delta X) = \begin{cases} k_0 I Z U_0^2 \iint \left[1 - \left(\frac{2x}{D}\right)^2 \right]^{2/3} \cdot \frac{1}{\sigma_x \sigma_y 2\pi} \cdot \exp\left(\frac{-(x - \Delta X)^2}{2\sigma_x^2} - \frac{y^2}{2\sigma_y^2}\right) dx dy, & -\frac{D}{2} < x < \frac{D}{2} \\ k_0 I Z U_0^2 \iint \frac{1}{\sigma_x \sigma_y 2\pi} \cdot \exp\left(\frac{-(x - \Delta X)^2}{2\sigma_x^2} - \frac{y^2}{2\sigma_y^2}\right) dx dy, & x \le -\frac{D}{2}, x \ge \frac{D}{2} \end{cases}$$
(4)

При измерении интенсивности излучения с помощью датчика сигнал уменьшается по мере увеличения расстояния *l* от области взаимодействия пучка с проволокой и подложкой до прием-

ника. Для точечного источника в отсутствие ослабления излучения средой интенсивность убывает обратно пропорционально квадрату расстояния от источника:

$$J(\Delta X) = \begin{cases} \frac{k_0 I Z U_0^2}{l^2} \iint \left[1 - \left(\frac{2x}{D}\right)^2 \right]^{2/3} \cdot \frac{1}{\sigma_x \sigma_y 2\pi} \cdot \exp\left(\frac{-(x - \Delta X)^2}{2\sigma_x^2} - \frac{y^2}{2\sigma_y^2}\right) dx dy, & -\frac{D}{2} < x < \frac{D}{2} \\ \frac{k_0 I Z U_0^2}{l^2} \iint \frac{1}{\sigma_x \sigma_y 2\pi} \cdot \exp\left(\frac{-(x - \Delta X)^2}{2\sigma_x^2} - \frac{y^2}{2\sigma_y^2}\right) dx dy, & x \le -\frac{D}{2}, x \ge \frac{D}{2} \end{cases}$$
(5)

где $D_{\rm np}$ — диаметр проволоки; ΔX — отклонение по оси X присадочной проволоки от оси электронного пучка; x — координата по оси X; y — координата по оси Y;

$$J(x + \Delta X, y) = \frac{1}{\sigma_x \sigma_y 2\pi} \cdot \exp\left(\frac{-(x - \Delta X)^2}{2\sigma_x^2} - \frac{y^2}{2\sigma_y^2}\right) - pacпределения плотности тока электронного$$

пучка в поперечном сечении при смещении присадочной проволоки относительно электронного луча на ΔX .

Выражение (5) является статической моделью датчика положения проволоки относительно электронного пучка по сигналу сопутствующего рентгеновского излучения. Исследования этого выражения показывают наличие экстремума сигнала при совмещении оси электронного пучка с осью проволоки. При построении систем управления в этом случае использовать экстремальные регуляторы того или иного типа. Воспользуемся методом, предложенным в работе [13]. При введении осцилляции электронного пучка поперек проволоки в спектре сигнала появляются периодические составляющие на частотах, кратных частоте осцилляции:

$$x(t) = A \cdot \sin(2\pi\omega t),\tag{6}$$

где A — амплитуда колебаний; ω — частота колебаний; t — время. Введем обозначение $\alpha = \omega t$. Пусть $\sigma_x = \sigma_y = \sigma$. Тогда выражение (5) примет вид:

$$J(\Delta X, \alpha) = \begin{cases} \frac{k_0 IZU_0^2}{l^2} \iint \left[1 - \left(\frac{2x}{D}\right)^2 \right]^{2/3} \cdot \frac{1}{2\pi\sigma^2} \cdot \exp\left(\frac{-(x - \Delta X - A\sin(\alpha))^2 - y^2}{2\sigma^2}\right) dx dy, & -\frac{D}{2} < x < \frac{D}{2} \\ \frac{k_0 IZU_0^2}{l^2} \iint \frac{1}{2\pi\sigma^2} \cdot \exp\left(\frac{-(x - \Delta X - A\sin(\alpha))^2 - y^2}{2\sigma^2}\right) dx dy, & x \le -\frac{D}{2}, x \ge \frac{D}{2} \end{cases}$$
(7)

Изменение сигнала сопутствующего рентгеновского излучения во времени (7) можно представить в виде кратного ряда Фурье в тригонометрической форме:

$$J(\Delta X, \alpha) = \frac{d_0}{2} + 4\sum_{m=-\infty}^{\infty} d_m \cos(m\alpha) + b_m \sin(m\alpha),$$
(8)

где коэффициенты ряда определяются выражениями:

$$d_0(\Delta X) = \frac{1}{4\pi} \int_{-\pi}^{\pi} J(\Delta X, \alpha) d\alpha;$$
(9)

$$d_m(\Delta X) = \frac{1}{4\pi} \int_{-\pi}^{\pi} J(\Delta X, \alpha) \cos(m\alpha) d\alpha;$$
(10)

$$b_m(\Delta X) = \frac{1}{4\pi} \int_{-\pi}^{\pi} J(\Delta X, \alpha) \sin(m\alpha) d\alpha.$$
(11)

Соотношения (7) и (8) представляют математическую модель сигнала сопутствующего рентгеновского излучения как элемента, обладающего частотным спектром выходного сигнала при наличии периодических колебаниях электронного пучка поперек проволоки. Математическая модель позволяет выявить величину гармонических составляющих сигнала датчика с частотами $m\alpha$, где m — целое число.

Величина амплитуды гармонических составляющих b_m сигнала сопутствующего рентгеновского излучения может быть рассчитана:

$$\begin{cases} \frac{k_0 IZU_0^2 S_{\mu}}{4\pi l^2} \int_{-\pi -\infty}^{\pi +\infty} \int_{-\frac{D_{up}}{2}}^{\frac{D_{up}}{2}} \sin(2\pi m\alpha) \left[1 - \left(\frac{2x}{D_{up}}\right)^2 \right]^{1/6} \frac{\exp\left(\frac{-(x - \Delta x - A \cdot \sin(\alpha))^2 - y^2}{2\sigma^2}\right)}{2\pi\sigma^2} dx dy d\alpha, \quad -\frac{D_{up}}{2} < x < \frac{D_{up}}{2} \\ \frac{k_0 IZU_0^2 S_{\mu}}{4\pi l^2} \int_{-\pi -\infty}^{\pi +\infty} \int_{-\pi -\infty}^{\pi +\infty} \sin(2\pi m\alpha) \frac{\exp\left(\frac{-(x - \Delta x - A \cdot \sin(\alpha))^2 - y^2}{2\sigma^2}\right)}{2\pi\sigma^2} dx dy d\alpha, \quad x \le -\frac{D_{up}}{2}, \frac{D_{up}}{2} \le x \end{cases}$$

$$(12)$$

Вычислим интеграл, выражающий b_m по области $\left(-\frac{D_{\text{пр}}}{2} + \varepsilon; \frac{D_{\text{пр}}}{2} - \varepsilon\right)$:

$$b_{m} = \operatorname{const} \int_{-\pi - \infty}^{\pi + \infty} \int_{-\pi - \infty}^{D_{mp} - \varepsilon} \sin(2\pi m\alpha) \cdot \sqrt{1 - \left(\frac{2x}{D_{mp}}\right)^{2}} \cdot \frac{1}{2\pi\sigma^{2}} \exp\left(\frac{-(x - \Delta x - A\sin(\alpha))^{2} - y^{2}}{2\sigma}\right) dx dy d\alpha.$$
(13)

Заметим, что $\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} \exp\left(\frac{-y^2}{2\sigma^2}\right) dy = 1$ как интеграл от плотности $y \in N(0; \sigma)$ по носителю рас-

пределения.

Для приближенного вычисления используем два стандартных ряда Маклорена и упростим подынтегральное выражение:

$$(1-\alpha)^n = 1 - \alpha n + 0(\alpha^2);$$
 (14)

$$\left[1 - \left(\frac{2x}{D_{\rm np}}\right)^2\right]^{\frac{1}{6}} = 1 - \frac{2x^2}{3D_{\rm np}^2} + O(x^4) \approx \frac{3D_{\rm np}^2 - 2x}{3D_{\rm np}^2};$$
(15)

$$\exp(x) = 1 + \frac{x^{1}}{1!} + \frac{x^{2}}{2!} + \dots + \frac{x^{n}}{n!} + \dots = 1 + x + O(x^{2});$$
(16)

$$\exp\frac{1}{2\sigma^2}(2\sigma^2 - x^2 - \Delta x^2 - A^2\sin^2(\alpha) + 2x\Delta x + 2xA\sin(\alpha) - 2\Delta xA\sin(\alpha)).$$
(17)

Таким образом, наш интеграл для b_m выглядит так:

$$b_{m} = \operatorname{const} \int_{-\pi}^{\pi} \sin(2\pi m\alpha) \int_{-\frac{D_{\mathrm{np}}}{2} + \varepsilon}^{\frac{D_{\mathrm{np}}}{2} - \varepsilon} \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^{2}}} \cdot \frac{(3D_{\mathrm{np}}^{2} - 2x^{2})}{3D_{\mathrm{np}}^{2}} \times \frac{1}{2\sigma^{2}} (2\sigma^{2} - x^{2} - \Delta x^{2} - A^{2}\sin^{2}(\alpha) + 2x\Delta x + 2xA\sin(\alpha))dxd\alpha.$$
(18)

Можно заметить, что только третий множитель подынтегральной функции может зависеть от переменной α. Представим его в виде суммы трех слагаемых, соответствующих степеням синуса α, которую можно записать в следующем виде:

$$E_1 \sin^0(\alpha) + E_2 \sin(\alpha) + E_3 \sin^2(\alpha).$$
⁽¹⁹⁾

Найдем интеграл по переменной α для каждого из этих слагаемых:

$$\int_{-\pi}^{\pi} \sin(2\pi m\alpha) d\alpha = \frac{-1}{2\pi m\alpha} \cos(2\pi m\alpha)_{-\pi}^{\pi} = 0;$$

$$\int_{-\pi}^{\pi} \sin(2\pi m\alpha) \sin \alpha d = \frac{1}{2} \int_{-\pi}^{\pi} \cos(2\pi m\alpha - \alpha) - \cos(2\pi m\alpha + \alpha) =$$
$$= \frac{1}{2} \left(\frac{1}{(2\pi m - 1)} \sin(2\pi m - 1)\alpha \Big|_{-\pi}^{\pi} \right) = \frac{\sin(2\pi^2 m - \pi)}{2\pi m - 1} - \frac{\sin(2\pi^2 m + \pi)}{2\pi m + 1} =$$
$$= \sin 2\pi^2 m \left(\frac{1}{2\pi m + 1} - \frac{1}{2\pi m - 1} \right) = \sin 2\pi^2 m \left(\frac{-2}{4\pi^2 m^2 - 1} \right) = 2\sin \frac{2\pi^2 m}{1 - 4\pi^2 m^2};$$

$$\int_{-\pi}^{\pi} \sin(2\pi m\alpha) \cdot \sin^{2}(\alpha) d\alpha = \int_{-\pi}^{\pi};$$
$$\frac{1}{2} \int_{-\pi}^{\pi} \left(\cos(2\pi m\alpha - \alpha) - \left(\cos(2\pi m\alpha + \alpha) \right) \sin(\alpha) d\alpha =$$
$$= \frac{1}{4} \int_{-\pi}^{\pi} \left(\sin(2\pi m\alpha) + \sin(2\alpha - 2\pi m\alpha) - \sin(2\alpha + 2\pi m\alpha) + \sin(2\pi m\alpha) \right) d\alpha = \frac{1}{4}.$$

Таким образом, ненулевой вклад в значение коэффициента *b_m* вносят только те слагаемые подынтегральной функции, которые содержат sin(α), а остальные слагаемые можно отбросить, получаем:

$$b_{m} = \frac{\text{const}}{\sqrt{2\pi\sigma^{2}}} \int_{-\pi}^{\pi} \sin(2\pi m\alpha) \int_{-\frac{D_{\text{np}}}{2}+\varepsilon}^{\frac{D_{\text{np}}}{2}-\varepsilon} \left(\frac{1}{2\sigma^{2}} 2xA\sin(\alpha) - \frac{4x^{3}}{3D_{\text{np}}^{2}}A\sin(\alpha) - 2xA\sin(\alpha) + \frac{4x^{2}\Delta xA\sin(\alpha)}{3D_{\text{np}}^{2}} \right) dxd\alpha.$$
(20)

Однако в виду симметричности относительно 0 области интегрирования по абсциссе интегралы от произведений, содержащих сомножителем нечетную степень *x* дадут 0.

Теперь, для вычисления нашего коэффициента разложения в ряд Фурье осталось проделать следующее:

Дефектоскопия № 7 2022

$$b_{m} = \frac{\operatorname{const}}{\sqrt{2\pi\sigma^{2}}} \int_{-\pi}^{\pi} \sin(2\pi m\alpha) \int_{-\frac{D_{mp}}{2}+\varepsilon}^{\frac{D_{mp}}{2}-\varepsilon} \left(-2xA\sin(\alpha) + \frac{4x^{2}\Delta xA\sin(\alpha)}{3D_{mp}^{2}} \right) dxd\alpha =$$

$$= \frac{\operatorname{const}}{\sqrt{2\pi\sigma^{2}}} \int_{-\pi}^{\pi} \sin(2\pi m\alpha) \left(-2A\sin(\alpha) \left(\left(\frac{D_{mp}}{2} - \varepsilon \right)^{2} - \left(\frac{D_{mp}}{2} + \varepsilon \right)^{2} \right) + \frac{4}{9D_{mp}^{2}} \Delta xA\sin(\alpha) \left(\left(\frac{D_{mp}}{2} - \varepsilon \right)^{3} - \left(-\frac{D_{mp}}{2} + \varepsilon \right)^{3} \right) \right) d\alpha =$$

$$= \frac{\operatorname{const}}{\sqrt{2\pi\sigma^{2}}} \int_{-\pi}^{\pi} \sin(2\pi m\alpha) \left(\frac{4\Delta xA\sin(\alpha)}{9D_{mp}^{2}} \left(D_{mp} - 2\varepsilon \right) \left(\frac{D_{mp}}{2} - \varepsilon \right)^{2} \right) d\alpha =$$

$$= \frac{\operatorname{const}}{\sqrt{2\pi\sigma^{2}}} \cdot \frac{4\Delta xA}{9D_{mp}^{2}} \left(D_{mp} - 2\varepsilon \right) \left(\frac{D_{mp}}{2} - \varepsilon \right)^{2} \cdot \frac{\operatorname{const}}{\sqrt{2\pi\sigma^{2}}} \int_{-\pi}^{\pi} \sin(2\pi m\alpha) \sin(\alpha) d\alpha =$$

$$= \frac{\operatorname{const}}{\sqrt{2\pi\sigma^{2}}} \cdot \frac{4\Delta xA}{9D_{mp}^{2}} \left(D_{mp} - 2\varepsilon \right) \left(\frac{D_{mp}}{2} - \varepsilon \right)^{2} \cdot 2\sin \frac{2\pi^{2}m}{(1 - 4\pi^{2}m^{2})}.$$
(21)

Окончательный вид коэффициента b_m представлен выражением (22):

$$b_m = \frac{-k_0 I Z U_0^2 S_{\pi}}{\sigma \sqrt{2\pi} 4\pi l^2} \cdot 16 \sin \frac{(2\pi^2 m) \Delta x A}{9 D_{\rm np}^2 (1 - 4\pi^2 m^2)} \cdot \left(\frac{D_{\rm np}}{2} - \varepsilon\right)^3.$$
(22)

Выражение (22) представляет собой аналитическую аппроксимацию интегрального выражения (12), позволяющую провести численный расчет гармоник b_m , и является математической моделью зависимости гармоник сигнала сопутствующего рентгеновского излучения от смещения электронного пучка и более чем 7 параметров, характеризующих параметры пучка и его осцилляции, материала, расположения и характеристик датчика и других. Измерение величины первой гармоники b_1 на практике может быть осуществлено посредством синхронного детектирования путем перемножения сигналов тока отклоняющих катушек и сигнала датчика тормозного рентгеновского излуч



Рис. 4. Величина первой гармоники сигнала сопутствующего рентгеновского излучения в зависимости от координаты пучка относительно проволоки.

чения с последующей низкочастотной фильтрацией. Наличие математической модели в виде (22) дает возможность в дальнейшем разработать систему автоматического управления по обратной связи величиной отклонения электронного пучка относительно наплавляемой проволоки.

На рис. 4 приведены результаты сравнения модели с данными численного решения. Сравнение подтверждает корректность реализованного приближения на линейном участке в окрестности ноля. Корреляция между интегральным решением и аппроксимацией определялась нахождением критерия Колмогорова—Смирнова, который получился равным $D_n = 0,205$.

критерия Колмогорова—Смирнова, который получился равным $D_n = 0,205$. Значения получены при следующих значениях постоянных: $k_0 = 1.10^{-9} \text{ B}^{-1}$, $U_0 = 60 \text{ kB}$, $D_{\text{пр}} = 1,2 \text{ мм}$, $Z_{\text{пр}} = 26$, A = 1 мм, l = 1, m = 1, $\sigma = D_n/6$; $S_n = 1$.

выводы

Разработана математическая модель в виде аналитической аппроксимации интегрального решения нахождения амплитуды гармонических составляющих в сигнале сопутствующего рентгеновского излучения при осцилляции электронного пучка поперек присадочной проволоки. Модель датчика устанавливает зависимость первой гармоники сигнала сопутствующего рентгеновского излучения от смещения проволоки от центра осцилляции пучка, а также от параметров осцилляции пучка, ускоряющего напряжения, тока электронов пучка и диаметра пучка в пятне взаимодействия, диаметра проволоки, от материалов подложки и присадочной проволоки. Сравнение показало хорошее соответствие полученных данных с результатами численного решения. Полученные результаты могут использоваться в системах оперативного управления положением присадочной проволоки по сигналу сопутствующего рентгеновского излучения из технологической зоны.

Работа по моделированию сигнала выполнена при финансовой поддержке Правительства Пермского края в рамках проекта международной исследовательской группы «Моделирование послойного синтеза наплавкой проволочных материалов в реальном времени. Разработка прототипа ПО» Соглашение № С-26/512, разработка датчика реализована при финансовой поддержке Министерства науки и высшего образования Российской Федерации в рамках реализации национального проекта «Наука и университеты» при выполнении государственного задания «Разработка научно-технологических основ формирования системы материал-конструкция со специальными свойствами на основе гибридных аддитивных технологий» — FSNM-2021-0011.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Morozov M.Y., Braverman V.Y., Mednikov D.M.* Electron beam welding and beam positioning // Актуальные проблемы авиации и космонавтики. 2015. Т. 2. № 11. С. 1020—1021.

2. Norman L.J., Fred G.L. Statistics and Experimental Design in Engineering and Physical Sciences / 2nd ed. V. I. John Wiley: New York, NY, USA, 1997. P. 70-74.

3. *Permyakov G., Trushnikov D., Varushkin S.* Numerical Simulation of Electron Beam Welding of Dissimilar Materials Taking into Account Thermoelectric Phenomena / The International Symposium on Visualization in Joining & Welding Science through Advanced Measurements and Simulation, in conjunction with Symposium on the Research Activities of Joint Usage, Osaka, Japan, Osaka Univ, Japan Welding Soc. 17–18 October, 2016. P. 197–198.

4. Panten M., Eichhom F., Spies B. Diagnosis of high energy density electron beam on electron beam welding machines with a new compact measuring equipment / 4eme Collog. int. coudage effision faisceau electrons et laser, Cannes, 26–30 Sept. 1988. V. 1. Saclay, 1988. P. 53–60.

5. *Трушников Д.Н., Варушкин С.В.* Способ электронно-лучевой наплавки с контролем положения присадочной проволоки относительно электронного луча / Патент на изобретение RU 2704682 C1. 30.10.2019.

6. *Trushnikov D.N.* Wire position sensor for controlling the process of electron beam layer-by-layer deposition: Modeling and Verification // IEEE. 2020. P. 3134—3142.

7. Рентгеновские лучи / Пер. с нем. и англ. Под ред. М. А. Блохина. М.: Изд-во иностр. лит., 1960.

8. Хараджа Ф.Н. Общий курс рентгенотехники. М.: Энергия, 1966. 368 с.

9. Sasaki S., Murakami H., Iwami T., Yasunaga S. Automatic Weld line sensing and work positioning for electron beam welding / IIW DOC 4-368-84. 1984.

10. *Браверман В.Я., Белозерцев В.С., Успенский А.Н.* Экспериментальные исследования рентгеновского излучения при электронно-лучевой сварке // Вестник Сибирского аэрокосмического университета имени академика М.Ф. Решетнева. 2005. № 2. С. 196—200.

11. *Браверман В.Я.* Тормозное рентгеновское излучение при электронно-лучевой сварке и его взаимосвязь с параметрами процесса // Вестник Сибирского государственного аэрокосмического университета им. академика М.Ф. Решетнева. 2008. № 3 (20). С. 117—121. 12. Варушкин С.В. Управление электронно-лучевой наплавкой проволочным материалом по параметрам тормозного рентгеновского излучения / Диссертация на соискание ученой степени кандидата технических наук. Пермь. 2019. 133 с.

13. *Браверман В.Я., Вейсвер Т.Г., Белозерцев В.С.* Слежение за стыком при электронно-лучевой сварке в атмосфере // Вестник Сибирского государственного аэрокосмического университета им. академика М.Ф. Решетнева. 2014. № 1 (53). С. 142—147.