

УДК 519.63+517.958:533.9

ЧИСЛЕННЫЕ ИССЛЕДОВАНИЯ ДИНАМИКИ РАЗВИТИЯ ДВУМЕРНЫХ ВОЗМУЩЕНИЙ В МАГНИТНЫХ ЛОВУШКАХ-ГАЛАТЕЯХ

© 2022 г. К. В. Брушлинский, Е. В. Степин

Исследование устойчивости ловушек для магнитного удержания плазмы является одной из главных задач в решении проблемы управляемого термоядерного синтеза. Основные тенденции, качественные и количественные закономерности в этом вопросе могут быть получены в терминах математического моделирования и вычислительного эксперимента. Объектом моделирования в настоящей работе являются магнитоплазменные конфигурации в распрямлённой в цилиндр тороидальной ловушке “Галатей-Полюс”, которые выводятся из состояния равновесия малыми возмущениями. Математический аппарат исследования составляют задачи с двумерными нестационарными дифференциальными уравнениями магнитной газодинамики для возмущений основных параметров плазмы и магнитного поля, полученными в линейном приближении. В серии расчётов с различными начальными данными в работе изучена картина развития возмущений с течением времени и описаны её основные закономерности. Получено ограничение на максимальное давление плазмы, выраженное в безразмерных единицах, в пределах которого возмущения не растут со временем, т.е. устойчивость обсуждаемых конфигураций сохраняется.

DOI: 10.31857/S0374064122080118, EDN: CGZSZO

Введение. Настоящая статья продолжает серию работ по численным исследованиям равновесных плазменных конфигураций в магнитных ловушках, которые являются постоянным объектом внимания в программах реализации управляемого термоядерного синтеза. Конкретно рассматривается класс ловушек, в которых удерживающее плазму магнитное поле создаётся токнесущими проводниками, погружёнными в плазменный объём, но не соприкасающимися с горячей плазмой. Они иницированы А.И. Морозовым и названы “галатейми” [1]. Отличительной особенностью этих устройств является большое разнообразие геометрии магнитного поля и, следовательно, богатый спектр возможных равновесных плазменных конфигураций в них. С примерами технологической реализации галатей можно ознакомиться в работах [2–4]. Работы предшествующих лет и общая идеология многосвязных ловушек обсуждаются в монографии [5, с. 545]. Теория используемых математических моделей процессов в галатейках предполагает плазму достаточно плотной, допускающей приближения механики сплошной среды. Математический аппарат моделей составляют задачи для дифференциальных уравнений магнитной газодинамики (МГД), в приближённом решении которых значительную роль играют численные методы и расчёты с применением современной высокопроизводительной вычислительной техники.

Исследования магнитоплазменных конфигураций в ловушках направлены в основном на решение двух групп вопросов. Во-первых, определяются геометрия и количественные характеристики равновесных конфигураций. Рассматриваемые конфигурации в значительной части установок обладают симметрией (плоской, осевой, винтовой) или допускают её, что существенно упрощает описание математических моделей и процесс их исследования. Система уравнений плазмостатики, благодаря симметрии, сводится к одному скалярному дифференциальному уравнению второго порядка для функции потока магнитного поля – хорошо известному уравнению Грэда–Шафранова [6, 7], двумерные краевые задачи для которой решаются численно итерационными методами установления. Решения задач для этого уравнения в применении к ловушкам-галатейкам представлены в работах [8–14] и монографиях [15, 16]. Уравнение Грэда–Шафранова хорошо описывает идеализированную ситуацию строгого равновесия, в котором игнорируется высокая конечная проводимость плазмы и связанная с ней медленная диффузия магнитного поля.

Во-вторых, существенным в проблеме удержания плазмы на протяжении необходимого времени становится общий для современной физики плазмы вопрос об устойчивости рассматриваемых равновесных конфигураций (см. [17–19]).

В применении к галатеем, а более конкретно – к галатее-поясу [3], в наших предшествующих работах поставлены и частично решены следующие вопросы:

1) определено необходимое, но не достаточное условие “диффузионной устойчивости”, связанное со сходимостью итерационных методов решения задач с уравнением Грэда–Шафранова и, как выяснилось, со спектральным свойством дифференциального оператора линеаризованной задачи [15, 16];

2) найдено условие устойчивости кольцевых одномерных конфигураций, окружающих один прямой проводник с током – основной элемент конструкций всех галатей; условия устойчивости получены в терминах спектральных задач с линеаризованными МГД-уравнениями, сведёнными к одному уравнению второго порядка для вектора скорости [20–22], а именно, численно найдена “граница устойчивости”, при которой дифференциальный оператор имеет нулевое собственное значение;

3) численно решена аналогичная двумерная задача с галатеей-поясом и показано, что эта “граница устойчивости” усиливает ограничение на максимальное давление, отнесённое к магнитным единицам, связанное с требованием “диффузионной устойчивости” [23].

В настоящей работе рассмотрена двумерная задача об устойчивости галатее-пояса, распрямлённой в цилиндр квадратного сечения, без перехода к двумерной линеаризованной задаче с возмущённым вектором скорости. Малые возмущения равновесной конфигурации описываются системой в общем случае семи линеаризованных МГД-уравнений, которая распадается на две независимые друг от друга системы: одна содержит пять уравнений для возмущений v_{1x} , v_{1y} , p_1 , H_{1x} , H_{1y} в плоскости (x, y) , а другая – два уравнения для возмущения скорости и магнитного поля в осевом направлении: v_{1z} и H_{1z} . Основной интерес представляет первая система, для которой ставится и численно решается начально-краевая задача в квадрате. Здесь не требуется искать спектр задачи, поскольку зависимость возмущений от времени имеет вид $\exp(i\omega t)$, и устойчивость проявляется в том, что решение задачи не растёт со временем.

В результате серии расчётов качественно получен следующий результат: устойчивость имеет место только при обсуждаемом выше ограничении на отношение характерных значений газового давления плазмы к её магнитному давлению, которое сильнее, чем условие “диффузионной” устойчивости и практически не зависит от выбора начальных условий и других деталей постановки задачи.

Сопоставление двух различных методов исследования и совпадение основного результата, во-первых, подтверждает сам результат, во-вторых, представляет самостоятельный методический интерес в вопросах численного моделирования актуальных задач современной физики.

1. Постановка задачи и метод решения. Математическая модель исследуемого объекта – распрямлённой в цилиндр квадратного сечения ловушки “Галатее-Пояс” с двумя прямыми проводниками и равновесной конфигурации плазмы, магнитного поля и электрического тока в ней получена ранее (см., например, [13, 23]) в процессе численного решения краевой задачи с уравнением Грэда–Шафранова для функции магнитного потока $\psi(x, y)$:

$$\Delta\psi + \frac{dp}{d\psi} + j^{\text{ex}} = 0 \tag{1}$$

в квадрате $-2 < x, y < 2$ с граничным условием $\psi|_{\Gamma} = 0$. Здесь и ниже все величины приведены к безразмерной форме, т.е. отнесены к естественным единицам, составленным из размерных параметров задачи:

$$x_u = y_u = x_0, \quad H_u = \frac{2J_c}{cx_u}, \quad j_u = \frac{c}{4\pi} \frac{H_u}{x_u}, \quad p_u = \frac{H_u^2}{4\pi},$$

где x_0 – расстояние от оси до центров токонесущих проводников, J_c – величина полного электрического тока в каждом из них.

Равновесная конфигурация магнитного поля при этом может быть найдена с помощью следующих соотношений:

$$H_x = \frac{\partial \psi}{\partial y}, \quad H_y = -\frac{\partial \psi}{\partial x}.$$

Предполагается, что давление плазмы между магнитными силовыми линиями $\psi(x, y) = \text{const}$ задаётся в виде функции

$$p(\psi) = p_0 \exp\left(-\frac{(\psi - \psi_0)^2}{q^2}\right), \tag{2}$$

где $\psi_0 = \psi(0, 0)$ – равенство, обеспечивающее сосредоточение плазмы в центре и на проходящей через него сепаратрисе поля в соответствии с идеологией магнитного удержания плазмы, без соприкосновения с конструктивными элементами ловушки. Величина p_0 является одним из основных параметров задачи и соответствует максимальному давлению плазмы, выраженному в безразмерных единицах, которое достигается в ловушке.

Электрический ток в проводниках условного радиуса r_c с центрами $x_1 = 1, x_2 = -1$, погружённых в плазменный объём, моделируется с помощью функции j^{ex} в уравнении (1) в следующем виде:

$$j^{\text{ex}} = j_0 \sum_{k=1}^2 \exp\left(-\frac{(x - x_k)^2 + y^2}{r_c^2}\right), \quad j_0 = \frac{2}{r_c^2}.$$

Решение этой задачи существует, т.е. итерационный метод решения сходится, при ограничении $p_0 < p_0^{\text{diff}}$, которое названо условием “диффузионной” устойчивости. Этот тип соответствует устойчивости рассматриваемых двумерных конфигураций относительно возмущений магнитного поля той же размерности.

В качестве примера равновесной магнитоплазменной конфигурации, исследованию устойчивости которой посвящена настоящая работа, на рис. 1 представлен результат расчёта обсуждаемой задачи с уравнением (1) при максимальном значении безразмерного давления плазмы $p_0 = 1.5$.

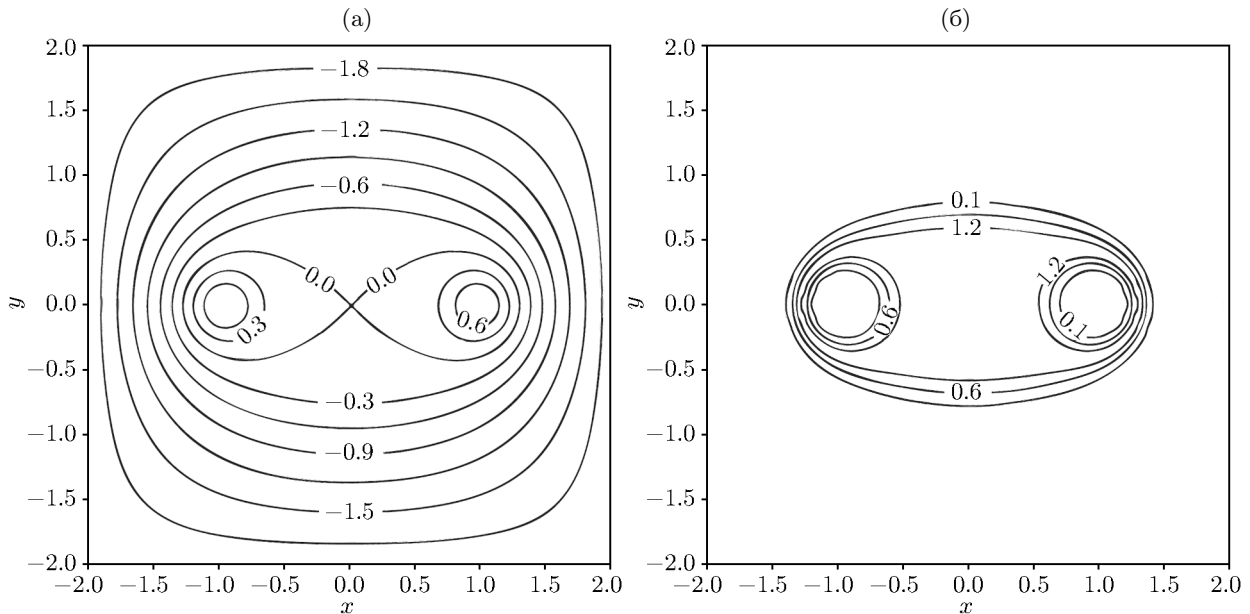


Рис. 1. Равновесная магнитоплазменная конфигурация в цилиндрическом аналоге ловушки “Галатей-Пояс” квадратного сечения при $p_0 = 1.5$: (а) – линии уровня функции магнитного потока $\psi(x, y)$; (б) – линии уровня безразмерного давления плазмы $p(x, y)$.

Как уже неоднократно обсуждалось в предыдущих работах, на рисунке видно, что основной объём плазмы сосредоточен в центре ловушки в окрестности сепаратрисы магнитного

поля в соответствии с видом функции (2), и плазма не соприкасается с внешней границей установки и токонесущими проводниками, создающими удерживающее магнитное поле. Отметим, что здесь представлена конфигурация при значении давления p_0 почти в два раза большим, чем рассмотренным в работе [23], при этом плазменный объём приобрел выпуклый в сторону внешней границы ловушки вид. Изменение давления плазмы наиболее интенсивно вблизи проводников и внешней границы равновесной конфигурации. Подробное исследование зависимости свойств равновесных магнитоплазменных конфигураций в ловушке “Галатеея-Пояс” от основных параметров задачи, включая p_0 , r_c и q , содержится в статье [24].

Отдельный интерес, в контексте проводимых в данной работе исследований устойчивости равновесных конфигураций в галатее-поясе, представляет вид векторного поля напряжённости магнитного поля $\mathbf{H} = (H_x, H_y)$ в рассматриваемой системе, представленный на рис. 2. Магнитное поле направлено против часовой стрелки вокруг плазменного объёма и на его внешней границе. Такое же направление оно имеет и вокруг проводников с током. Именно такая конфигурация магнитного поля обеспечивает условие несприкосновения плазмы с конструктивными элементами ловушки: результирующая амперова сила $\mathbf{F}_A = \mathbf{j} \times \mathbf{H}$ направлена в сторону сепаратрисы магнитного поля в области, занимаемой плазмой, и при этом в окрестности проводников изотропно обращена от них.

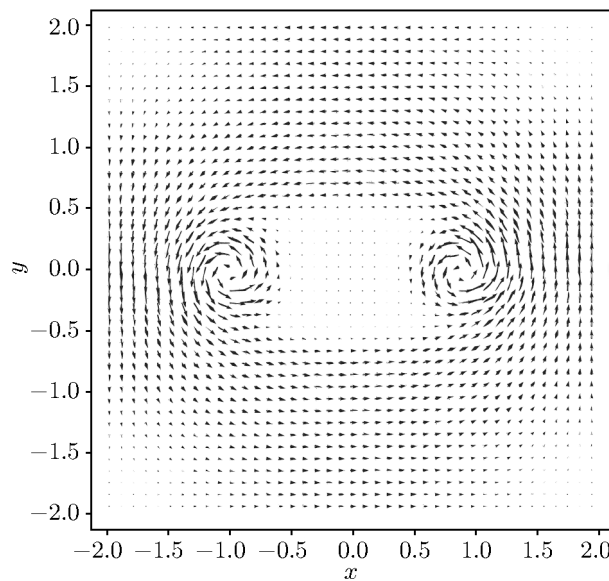


Рис. 2. Векторное поле напряжённости магнитного поля $\mathbf{H} = (H_x, H_y)$ в равновесной магнитоплазменной конфигурации при $p_0 = 1.5$.

Исследование устойчивости этих конфигураций ведётся в терминах линеаризованных на состоянии покоя дифференциальных уравнений магнитной газодинамики

$$\rho \frac{\partial \mathbf{v}_1}{\partial t} + \nabla p_1 = \mathbf{j}_1 \times \mathbf{H} + (\mathbf{j} - \mathbf{j}^{\text{ex}}) \times \mathbf{H}_1, \quad \frac{\partial p_1}{\partial t} + \mathbf{v}_1 \cdot \nabla p + \gamma p \operatorname{div} \mathbf{v}_1 = 0,$$

$$\frac{\partial \mathbf{v}_1}{\partial t} = \operatorname{rot} (\mathbf{v}_1 \times \mathbf{H}), \quad \mathbf{j} = \operatorname{rot} \mathbf{H}, \quad (3)$$

где величины без индекса соответствуют состоянию равновесия, а индексом “1” отмечены малые возмущения.

В отличие от предыдущих работ, уравнения (3) сводятся не к уравнениям второго порядка только для скорости, а к полной системе семи уравнений первого порядка. В условиях симметрии рассматриваемой задачи невозмущённые величины p , \mathbf{H} , \mathbf{j} зависят только от переменных x , y . Возмущения будем предполагать тоже двумерными, т.е. зависящими от (t, x, y) .

В этих предположениях уравнения (3) распадаются на две независимые системы, одна из которых содержит пять уравнений для векторов возмущений в плоскости (x, y) , а другая – два уравнения только для z -компонент векторов \mathbf{v}_1 и \mathbf{H}_1 :

$$\rho \frac{\partial u_1}{\partial t} + \frac{\partial p_1}{\partial x} + H_y \left(\frac{\partial H_{1y}}{\partial x} - \frac{\partial H_{1x}}{\partial y} \right) + j^{\text{pl}} H_{1y} = 0,$$

$$\rho \frac{\partial v_1}{\partial t} + \frac{\partial p_1}{\partial y} - H_x \left(\frac{\partial H_{1y}}{\partial x} - \frac{\partial H_{1x}}{\partial y} \right) - j^{\text{pl}} H_{1x} = 0,$$

$$\frac{\partial p_1}{\partial t} + \frac{\partial p}{\partial x} u_1 + \frac{\partial p}{\partial y} v_1 + \gamma p \left(\frac{\partial u_1}{\partial x} + \frac{\partial v_1}{\partial y} \right) = 0,$$

$$\frac{\partial H_{1x}}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial y} (H_x v_1 - H_y u_1) = 0, \quad \frac{\partial H_{1y}}{\partial t} - \frac{\partial}{\partial x} (H_x v_1 - H_y u_1) = 0, \tag{4}$$

$$\rho \frac{\partial w_1}{\partial t} - \left(H_x \frac{\partial H_{1z}}{\partial x} + H_y \frac{\partial H_{1z}}{\partial y} \right) = 0, \quad \frac{\partial H_{1z}}{\partial t} - \frac{\partial}{\partial x} (H_x w_1) - \frac{\partial}{\partial y} (H_y w_1) = 0, \tag{5}$$

где (u_1, v_1, w_1) – компоненты вектора скорости возмущений \mathbf{v}_1 , $j^{\text{pl}} = j_z - j^{\text{ex}}$.

Система (5) фактически является вариантом хорошо известной системы уравнений акустики, решения которой не растут со временем. Поэтому для исследования эволюции двумерных возмущений сосредоточимся на решении основной системы (4). Её разностный аналог легко построить с помощью разностной сетки “шахматного” типа (рис. 3), состоящей из целых (кружки) и полуцелых (кресты) точек, смещённых друг относительно друга на полшага по x , y и t . Расчёт ведётся в квадратной области $-2 < x, y < 2$ с граничным условием $v_{1n} = 0$.

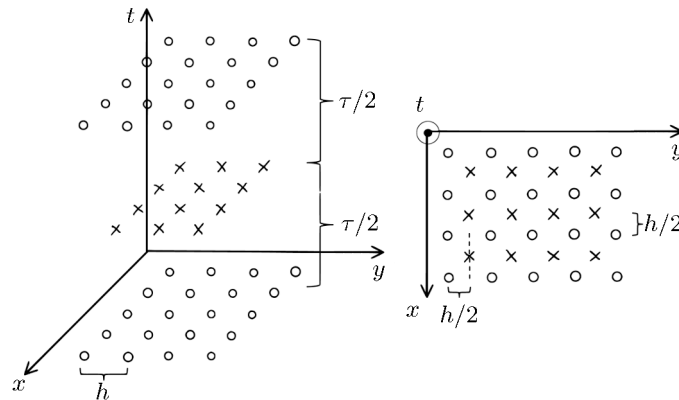


Рис. 3. Равномерная разностная сетка “шахматного” типа. h – шаг по пространственным координатам x и y , τ – шаг по времени t .

Вопрос об устойчивости равновесия относительно двумерных возмущений здесь решается напрямую, т.е. без спектрального анализа дифференциального оператора второго порядка в уравнениях только для скорости возмущений. В расчётах основной интерес представляет поведение возмущений со временем на качественном уровне: растут или не растут они со временем. В результате этот подход, несмотря на кажущуюся внешне громоздкость (исследуется задача для пяти уравнений вместо двух или трёх), оказался логически проще и легче реализуемым в расчётах.

2. Результаты численного моделирования. В серии расчётов получены основные закономерности, качественные и количественные выводы об устойчивости двумерных равновесных магнитоплазменных конфигураций в распрямлённой в цилиндр квадратного сечения ловушке “Галатей-Пояс” относительно малых возмущений параметров задачи, включая динамические, той же размерности.

Отметим, что, в отличие от статьи [23], используемый в настоящем исследовании подход позволяет напрямую проследить эволюцию параметров возмущений с ростом времени. В дан-

ной работе выбраны такие начальные условия задачи с уравнениями (4), которые отвечают выводу из состояния равновесия самой среды кинематическим способом, т.е. эти условия соответствуют начальному профилю возмущений скорости, но при этом предполагается, что в начальный момент времени возмущения магнитного поля и давления плазмы отсутствуют. Такая ситуация может возникать в реальных условиях, когда магнитная ловушка, например, приводится в движение.

На рис. 4 на примере равновесной магнитоплазменной конфигурации с $p_0 = 1.5$ (см. рис. 1, 2) представлены различные варианты начального профиля возмущений скорости плазмы, которые были использованы в расчётах. На рис. 4, а векторное поле скорости возмущений v_1 сонаправлено с магнитным полем равновесной конфигурации (см. рис. 2), на рис. 4, б плазма приобретает начальный импульс в направлении верхнего правого угла ловушки, и, наконец, на рис. 4, в скорость возмущений направлена по часовой стрелке, т.е. противоположно магнитному полю.

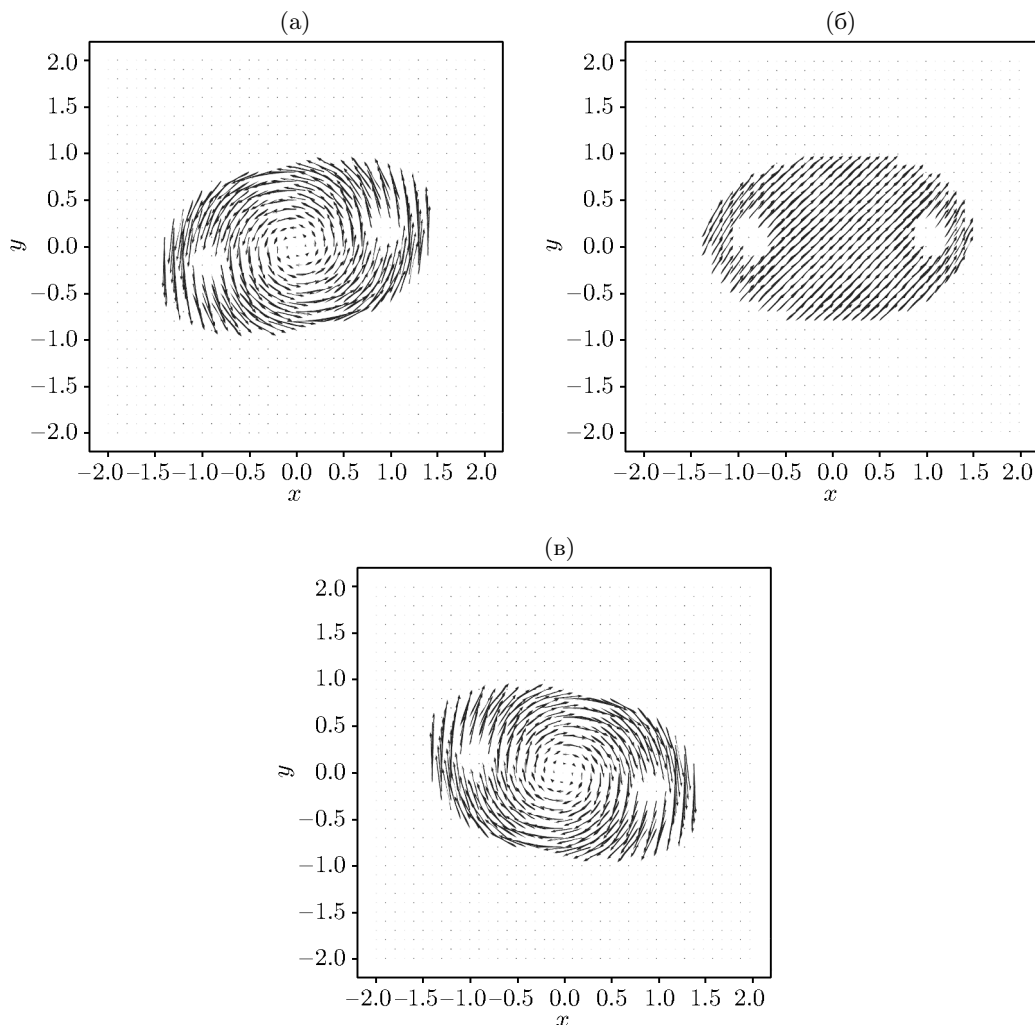


Рис. 4. Начальные профили векторного поля возмущений скорости плазмы в магнитоплазменной конфигурации с $p_0 = 1.5$.

Расчёты показали, что динамика возмущений сильно зависит от начальных данных. Отдельно стоит отметить, что, несмотря на отсутствие возмущений магнитного поля в начальный момент времени, они появляются уже на первых итерациях численного решения задачи и развиваются с течением времени. Этот результат согласуется с физической природой процесса: движение плазмы как электропроводной среды приводит к перераспределению магнитной конфигурации ловушки.

На рис. 5 представлена картина возмущений магнитного поля при фиксированном значении времени расчёта для начальных данных, соответствующих рис. 4.

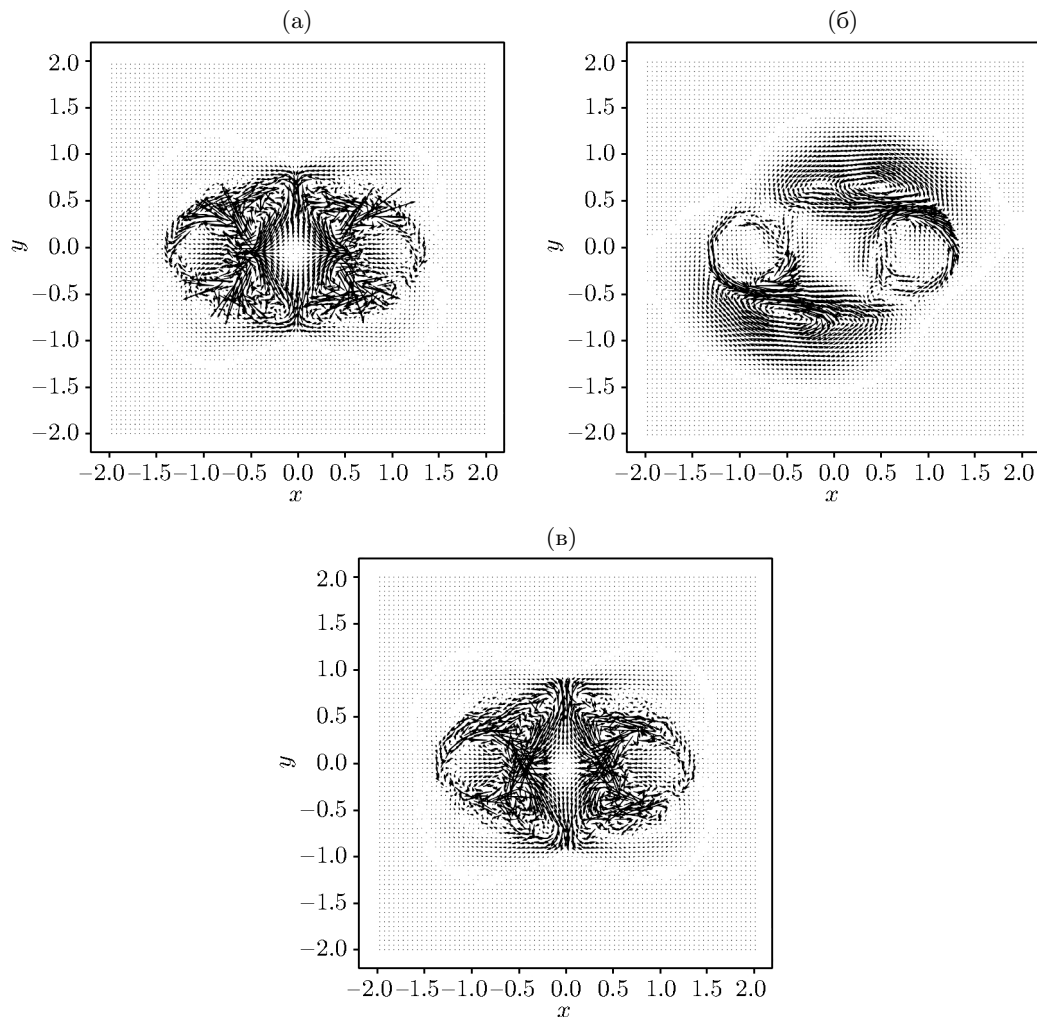


Рис. 5. Развитие возмущений магнитного поля в конфигурации с $p_0 = 1.5$ при различных начальных условиях на возмущение скорости. Срез по времени $T = 1$.

В случае, когда начальный профиль возмущений скорости плазмы сонаправлен с магнитным полем равновесной конфигурации, наблюдается “втекание” магнитного поля внутрь ловушки в центр со стороны её верхней и нижней границ, при этом в центральной области ловушки магнитное поле поворачивается в сторону проводников и приобретает тенденцию к их огибанию (рис. 5, а). В расчётах также наблюдается образование на периферии плазменной конфигурации симметрично расположенных в каждом из её квадрантов вихрей возмущений магнитного поля. Если плазма начинает смещение вдоль диагонали ловушки (рис. 5, б), то картина относительно предыдущего случая качественно меняется. Вблизи правого проводника с центром в точке $x_1 = 1$ на верхней границе плазменного объёма наблюдается развитие вихря возмущений магнитного поля, отвечающее, по всей видимости, суперпозиции влияния магнитного поля равновесной конфигурации, направленного против часовой стрелки, и начального профиля поля скорости возмущений. Такой же вихрь симметричным образом возникает в области левого проводника на нижней границе ловушки. Наконец, характер развития возмущений в случае, когда начальный профиль скорости имеет противоположное магнитному полю равновесной конфигурации направление (рис. 5, в), с точностью да наоборот повторяет картину, представленную на рис. 5, а: магнитное поле “вытекает” из плазменного объёма через середину верхней и нижней границы ловушки, при этом в области проводников возмущения магнитного поля направлены в центр плазменного объёма.

В основе таких сложных картин развития возмущений магнитного поля лежит тенденция магнитоплазменной конфигурации восстановить изначальное равновесие. Динамика развития возмущений скорости имеет более простой характер, поэтому соответствующие графики в данной работе не приводятся. Отметим лишь, что плазма обтекает области, занятые проводниками, не соприкасаясь с ними. Наибольшую скорость имеют возмущения на внешней границе плазменного объёма, где давление плазмы интенсивно падает.

Очевидно, что картина развития возмущений будет уникальна для каждого конкретного варианта начальных данных. Если учитывать также начальные возмущения магнитного поля \mathbf{H}_1 и давления плазмы p_1 , то можно моделировать практически любые ситуации, при которых магнитные ловушки подвергаются тому или иному воздействию.

В конечном итоге, как это уже было отмечено выше, устойчивость той или иной магнито-плазменной конфигурации оказывается напрямую связанной с вопросом: растут ли обсуждаемые возмущения со временем или нет? В настоящей работе результаты расчётов показали, что возмущения параметров плазмы, какую бы сложную картину развития, связанную со способом задания начальных данных, они ни имели, не растут со временем, если максимальное давление плазмы p_0 , выраженное в магнитных единицах, не превышает некоторого критического значения p_0^{cr} . При этом обнаруженное критическое значение p_0^{cr} оказалось меньше p_0^{diff} , соответствующего “диффузионной” устойчивости, т.е. устойчивости относительно возмущений только магнитного поля той же размерности, что и изучаемые конфигурации. Этот результат качественно совпадает с полученным ранее в работе [23], но совсем из других соображений, а именно, из численного анализа спектральных свойств дифференциального оператора второго порядка для вектора скорости возмущений. Совпадение результатов говорит о состоятельности обеих математических моделей устойчивости равновесных магнитоплазменных конфигураций в ловушках, создаваемых для удержания плотной горячей плазмы. В расчётах значение критического давления было уточнено до $p_0^{\text{cr}} \approx 4$. Важно также отметить, что неустойчивость обсуждаемых конфигураций в ловушке “Галатейя-Пояс” проявляется в неограниченном росте амплитуды возмущений именно на периферии плазменного объёма, где давление плазмы интенсивно убывает, и этот результат также подтверждается выводами из исследований одномерных конфигураций, окружающих прямой проводник с током, опубликованных в работах [20–22].

Утверждение. *Для исследования малых двумерных возмущений равновесных магнито-плазменных конфигураций в ловушке “Галатейя-Пояс” сформулирована и численно реализована в программном коде нестационарная МГД-модель, позволяющая проследить их развитие во времени. Установлено, что возмущения не растут при более сильном ограничении на максимальное давление плазмы, измеренное в магнитных единицах, чем для “диффузионной” устойчивости, т.е. устойчивости относительно возмущений магнитного поля. Представленные выводы качественно совпадают и количественно уточняют предыдущие результаты, полученные с помощью спектрального метода.*

Заключение. В работе представлена двумерная нестационарная модель устойчивости равновесных конфигураций в ловушках-галатейях – перспективных установках для магнитного удержания плазмы, разрабатываемых в рамках решения проблемы управляемого термоядерного синтеза. Модель позволяет проследить эволюцию возмущений параметров плазмы и магнитного поля, а также качественно и количественно оценить критерии, способствующие или препятствующие устойчивости рассматриваемых ловушек. На примере ловушки “Галатейя-Пояс” с двумя токонесящими проводниками, погружёнными в плазменный объём, выполнена серия расчётов с различными способами задания начальных профилей скорости возмущений и выявлены основные закономерности в характере их развития. Получен критерий МГД-устойчивости, связанный с ограничением на максимальное давление плазмы в ловушке, выраженное в безразмерных единицах. Эти результаты качественно совпадают и количественно уточняют полученные ранее результаты в цикле исследований устойчивости ловушек-галатей.

Работа выполнена при финансовой поддержке Министерства науки и высшего образования Российской Федерации в рамках реализации программы Московского центра фундаментальной и прикладной математики по соглашению № 075-15-2022-283.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Морозов А.И. О галатях – плазменных ловушках с омываемыми плазмой проводниками // Физика плазмы. 1992. Т. 18. Вып. 3. С. 305–316.
2. Морозов А.И., Пустовитов В.Д. О стеллараторе с левитирующими обмотками // Физика плазмы. 1991. Т. 17. Вып. 10. С. 1276.
3. Морозов А.И., Франк А.Г. Тороидальная магнитная ловушка-галатhea с азимутальным током // Физика плазмы. 1994. Т. 20. № 11. С. 982–989.
4. Морозов А.И., Бугрова А.И., Бишаев А.М., Липатов А.С., Козинцева М.В. Параметры плазмы в модернизированной ловушке-галатее “Тримикс” // Журн. техн. физики. 2007. Т. 77. № 12. С. 15–20.
5. Морозов А.И. Введение в плазмодинамику. М., 2008.
6. Grad H., Rubin H. Hydrodynamic equilibria and force-free fields // Proc. 2nd United Nations Int. Conf. on the Peaceful Uses of Atomic Energy. Geneva. 1958. V. 31. P. 190–197 / N.Y. Columbia Univ. Press, 1959.
7. Шафранов В.Д. Равновесие плазмы в магнитном поле // Вопросы теории плазмы / Под ред. М.А. Леонтовича. М., 1963. Вып. 2. С. 92–131.
8. Брушлинский К.В., Зуева Н.М., Михайлова М.С., Морозов А.И., Пустовитов В.Д., Тузова Н.Б. Численное моделирование прямых винтовых шнуров с проводниками, погруженными в плазму // Физика плазмы. 1994. Т. 20. № 3. С. 284–292.
9. Брушлинский К.В., Морозов А.И., Петровская Н.Б. Численное моделирование винтовой равновесной конфигурации с плазмой на сепаратрисе // Мат. моделирование. 1998. Т. 10. № 11. С. 29–36.
10. Морозов А.И., Савельев В.В. О галатях-ловушках с погруженными в плазму проводниками // Успехи физ. наук. 1998. Т. 168. № 11. С. 1153–1194.
11. Брушлинский К.В., Игнатов П.А. Плазмостатическая модель магнитной ловушки “Галатhea-Пояс” // Журн. вычислит. математики и мат. физики. 2010. Т. 50. № 12. С. 2184–2194.
12. Брушлинский К.В., Гольдич А.С., Десятова А.С. Плазмостатические модели магнитных ловушек-галатей // Мат. моделирование. 2012. Т. 24. № 8. С. 81–86.
13. Брушлинский К.В., Кондратьев И.А. Сравнительный анализ расчётов равновесия плазмы в тороидальных и цилиндрических магнитных ловушках // Мат. моделирование. 2018. Т. 30. № 6. С. 76–94.
14. Tao B., Jin X., Li Z., Tong W. Equilibrium configuration reconstruction of multipole galatea magnetic trap based on magnetic measurement // IEEE Transactions on Plasma Science. 2019. V. 47. № 7. P. 3114–3123.
15. Брушлинский К.В. Математические и вычислительные задачи магнитной газодинамики. М., 2009.
16. Брушлинский К.В. Математические основы вычислительной механики жидкости, газа и плазмы. М., 2017.
17. Кадомцев Б.Б. Гидромагнитная устойчивость плазмы // Вопросы теории плазмы / Под ред. М.А. Леонтовича. М., 1963. Вып. 2. С. 132–176.
18. Соловьёв Л.С. Гидромагнитная устойчивость замкнутых плазменных конфигураций // Вопросы теории плазмы / Под ред. М.А. Леонтовича. М., 1972. Вып. 6. С. 210–290.
19. Бейтман Г. МГД-неустойчивости. М., 1982.
20. Брушлинский К.В., Кривцов С.А., Степин Е.В. Об устойчивости равновесия плазмы в окрестности прямого проводника с током // Журн. вычислит. математики и мат. физики. 2020. Т. 60. № 4. С. 153–163.
21. Брушлинский К.В., Степин Е.В. Математические модели равновесных конфигураций плазмы, окружающей проводники с током // Дифференц. уравнения. 2020. Т. 56. № 7. С. 901–909.
22. Brushlinskii K. V., Stepin E. V. Plasma equilibrium and stability in a current-carrying conductor vicinity // J. Phys.: Conf. Ser. 2020. V. 1640. P. 012018.
23. Брушлинский К.В., Степин Е.В. Вопросы устойчивости в двумерных математических моделях равновесия плазмы в магнитных ловушках-галатях // Дифференц. уравнения. 2021. Т. 57. № 7. С. 867–879.
24. Brushlinskii K. V., Stepin E. V. On equilibrium magnetoplasma configurations in “Galatea-Belt” magnetic traps // J. Phys.: Conf. Ser. 2021. V. 2028. P. 012026.

Институт прикладной математики
имени М.В. Келдыша РАН, г. Москва,
Национальный исследовательский ядерный
университет “МИФИ”, г. Москва,
Московский государственный университет
имени М.В. Ломоносова

Поступила в редакцию 22.02.2022 г.
После доработки 22.02.2022 г.
Принята к публикации 05.07.2022 г.