
**КРАТКИЕ
СООБЩЕНИЯ**

ВИХРЕВАЯ ДИФФУЗИЯ В ВЯЗКОМ ПОДСЛОЕ

© 2019 г. Джон Ньюман*

*Кафедра химической и биомолекулярной технологии Калифорнийский университет
Беркли, Калифорния, 94720-1462 США***e-mail: newman@newman.cchem.berkeley.edu*

Поступила в редакцию 18.12.2018 г.

После доработки 20.02.2019 г.

Принята к публикации 30.03.2019 г.

Предпринята попытка устранить давнюю разницу в прогнозируемом распределении вихревой диффузии в вязком подслое, где в литературе показана зависимость от третьей или от четвертой степени расстояния от твердой стенки. Разрешение предполагает, что зависимость y^3 преобладает очень близко к стенке, в то время как зависимость y^4 может преобладать во внешней части вязкого подслоя вблизи границы с внешним турбулентным потоком. Однако при высоких значениях числа Шмидта общая скорость массообмена будет демонстрировать поведение, соответствующее зависимости y^3 , и будет очень трудно наблюдать экспериментально любые намеки на зависимость y^4 .

Ключевые слова: турбулентность, массоперенос

DOI: 10.1134/S0424857019100062

ВВЕДЕНИЕ

С 1932 года очевидно, что турбулентные колебания в вязком подслое отсутствуют [1, 2]. Они просто распадаются при приближении к твердой поверхности. Некоторые теоретические исследования [3, 4] предполагают, что вихревая диффузия $\mathcal{D}^{(t)}$ пропорциональна y^4 , где y – расстояние от стенки. Экспериментальные измерения массопереноса на твердую стенку при больших числах Шмидта Sc используются для определения там поведения. Те, кто сравнивают [1, 5] возможности y^3 с y^4 , приходят к выводу, что сравнение является неопределенным, но они предпочитают y^3 над y^4 . Некоторые другие [6–8] делают вывод в пользу y^3 без сравнения.

Аргумент в пользу y^3 в непосредственной близости от стенки является весьма простым [1, 2]. Напряжение Рейнольдса является средним для произведения колебаний в тангенциальном и перпендикулярном направлениях, $\bar{\tau}_{xy}^{(t)} = \rho \overline{v'_x v'_y}$, v'_x пропорционален y , и по уравнению непрерывности, v'_y пропорционален y^2 . Следовательно, напряжение Рейнольдса должно быть пропорционально y^3 . Поскольку напряжение связано со средней производной скорости посредством вихревой вязкости

$$\bar{\tau}_{xy} = -\rho (v + v^{(t)}) \frac{\partial \bar{v}_x}{\partial y}, \quad (1)$$

вихревая кинематическая вязкость $v^{(t)}$ должна быть также пропорциональна y^3 . Турбулентный поток массы к стенке пропорционален усреднению колебаний концентрации и нормальной составляющей скорости. По тем же причинам вихревая диффузия $\mathcal{D}^{(t)}$ также должна быть пропорциональна y^3 . Самое простое предположение заключается в том, что равны две величины:

$$\mathcal{D}^{(t)} = v^{(t)}. \quad (2)$$

В литературе существует противоречие относительно того, являются ли они на самом деле равными или пропорциональными, или их изменения с расстоянием существенно различаются. Здесь мы не решаем эту проблему и рассматриваем $\mathcal{D}^{(t)}$ и $v^{(t)}$ как равные величины. Экспериментальная информация о $\mathcal{D}^{(t)}$ может быть получена в основном из экспериментов по массопереносу при высоком Sc и, следовательно, можно исследовать область, очень близкую, поскольку это – область, которая в противном случае не может быть легко исследована экспериментально.

РАЗРЕШЕНИЕ

Теоретические исследования могут быть несколько интуитивными [3, 9] или они могут стать довольно абстрактными и сложными (см., например, ссылки в работе [4]). Возможно, что они предполагают, что структура турбулентного пото-

ка является инвариантной в направлении потока (как в полностью развитом потоке трубы) [4]. Также существует вероятность, что эти исследования применимы к области вязкого подслоя, которая не является глубокой, но более прилегающей к внешнему потоку, как в области, где $v^{(t)}$ становится сравнимой с v .

Мы предлагаем здесь объяснение этих расходящихся выводов. Рисунок 1 представлен на основании рис. 5.5 в электрохимических системах [10], основанном на работе Васана, Тьена и Вильке [11], которые получают описание универсального профиля скорости, который является непрерывным и имеет две непрерывные производные в направлении, перпендикулярном стенке. В частности, результат можно представить тремя прямыми (в логарифмических координатах) наклонов 1, 3 и 4. Эти пунктирные линии наложены на рис. 1. Наклон 1 применяется к внешнему турбулентному потоку (но не распространяется близко к центру трубы). Наклон 3 применяется очень близко к стенке, а наклон 4 относится к промежуточной области, прилегающей к внешнему потоку снаружи и прилегающей к глубокой внутренней области, скажем, для $10 < y^+ < 30$. Это можно прочитать в обеих ссылках [9] и [4], но описание является неясным и неопределенным.

Область, которая фактически исследуется в экспериментах с турбулентным массопереносом при высоких значениях Sc , является частью вязкого подслоя, прилегающего к твердой стенке. Насколько близка к стенке эта область? Мы хотим, чтобы турбулентный диффузионный слой здесь определялся как та область, которая ближе к стенке, чем значение y^+ , где $\mathcal{D}^{(t)}$ сопоставим с коэффициентом диффузии \mathcal{D} (по аналогии с толщиной вязкого подслоя, определенного выше как значения y^+ , где $v^{(t)}$ становится сопоставимой с величиной v). По этому определению толщина диффузионного слоя δ_D становится функцией Sc . Толщина диффузионного слоя пропорциональна $Sc^{-1/3}$ в ламинарном потоке.

На рисунке добавлены точки для нескольких значений Sc . Видно, что область $Sc = 0.1$ (что доступно только для теплообмена в жидких металлах) проходит до $y^+ = 30$, в основном на границе вязкого подслоя с внешней турбулентной зоной. Эта область для $Sc = 1$ находится в пределах вязкого подслоя. Соответствующие области для $Sc = 10$ и 100 проникают в глубину подслоя. Область для $Sc = 100$ находится за пределами шкалы рисунка, а область для $Sc = 1000$ (значение, которое считается типичным для диффузии жидкости) сдвинуто еще дальше влево.

Мы заключаем, что область y^+ подслоя может также появляться рядом с внешней турбулентной областью, тогда как глубокая часть вязкого под-

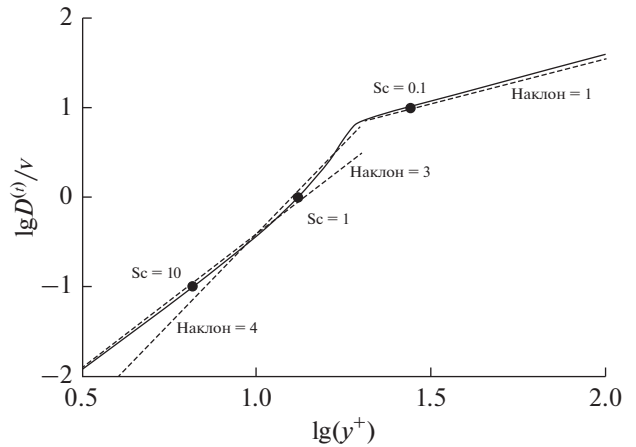


Рис. 1. Изменение вихревой вязкости вблизи сплошной стенки. Пунктирные линии показывают наклоны 1, 3 и 4. Значения числа Шмидта Sc показывают точки, в которых коэффициент вихревой диффузии $\mathcal{D}^{(t)}$ равен коэффициенту диффузии \mathcal{D} . Значение для $Sc = 100$ слегка сдвинуто влево по шкале на рисунке, а значение для $Sc = 1000$ находится ниже и левее области рисунка.

слоя является областью y^3 . Кроме того, в большинстве исследований массопереноса в жидкостях следует ожидать демонстрации этой области y^3 ; то есть демонстрации того, что число Нуссельта пропорционально $Sc^{1/3}$, или эквивалентно, что число Стентона пропорционально $Sc^{-2/3}$.

Это объясняет, почему корреляции в экспериментальной литературе обычно подтверждают результат y^3 , хотя детальные исследования могут с трудом различить y^3 и y^4 . В то же время данные о самой $v^{(t)}$ могут показывать зависимость от y^4 (см. рис. 1 для $10 < y^+ < 20$). Сложно прямо измерить $v^{(t)}$ или $\mathcal{D}^{(t)}$ (хотя Никурадзе [12] отлично решил задачу с течением в трубе вне вязкого подслоя). Обратите внимание, что ссылка [13] показывает показатель степени Sc в пределах 0.01 от предельного значения для большого Sc и хорошо подтверждает y^3 , а не y^4 .

Более подробная информация приведена в приложении.

ПРИЛОЖЕНИЕ

Было бы хорошо рассказать подробнее о том, как можно сделать вывод из теоретических работ.

Левич (1944) мало объясняет свое изменение с y^3 на y^4 ; я не понимаю его утверждение. Поэтому я перехожу к его книге [9] (1962 год для английской версии). Я получаю подсказку, что он говорит об области, прилегающей к внешнему турбулентному потоку, только внутри вязкого подслоя.

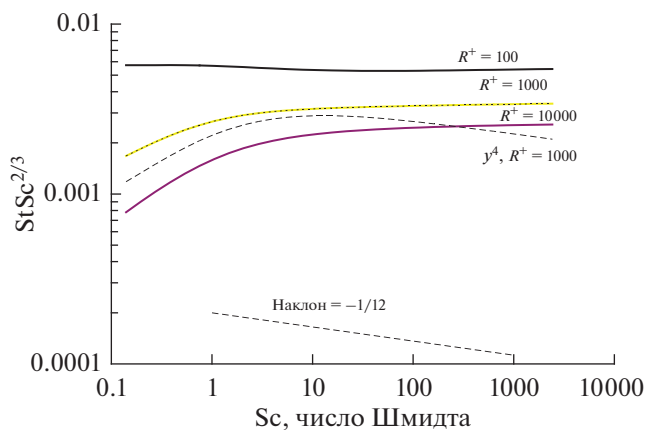


Рис. 2. График, показывающий, как вихревая диффузия должна влиять на скорость массопереноса в потоке в трубе с постоянным потоком у стенки. Сплошные линии показывают, как число Стентона зависит от числа Шмидта для трех значений параметра напряжения R^+ , равного 100, 1000 и 10000 (что соответствует числам Рейнольдса 2245, 36105 и 378600). Для этих кривых вихревая диффузия пропорциональна y^3 в вязком подслое. Кривая из длинных пунктиров иллюстрирует зависимость y^4 в вязком подслое и имеет наклон $-1/12$ для больших чисел Шмидта. Кривая из коротких пунктиров проявляет зависимость для вихревой диффузии, приведенную в книге “Электрохимические системы” (уравнение (15.71)). Она по существу совпадает с кривой для того же значения R^+ , но с простой пропорциональностью y^3 в вязком подслое. Эти кривые имеют нулевой наклон при больших значениях Sc и никогда не проявляют наклон $-1/12$.

У Мартемьянова есть уравнение (уравнение (23)), которое выглядит как подтверждение y^3 , но немного дальше вниз по странице он превращает его в результат y^4 (как раз перед уравнением (28)). Объяснение Воротынцева [М.А. Воротынцев, mivo2010@yandex.com, личное сообщение], по-видимому, состоит в том, что результат y^4 относится к области непосредственно внутри вязкого подслоя и не очень близко к твердой поверхности. В своем уравнении (31) Мартемьянов [14] поддерживает идею о том, что зависимость y^3 преобладает очень близко к стенке, что явно согласуется с рис. 1. Следует еще раз подчеркнуть, что вихревая диффузия может быть не равна и даже не пропорциональна вихревой кинематической вязкости. Она может быть пропорциональной квадратному корню из молекулярной диффузии, причем все это относится только к области очень глубоко внутри диффузионного слоя (ближе к стенке), где он не влияет на общую скорость массопереноса [14, также М.А. Воротынцев, mivo2010@yandex.com, личное сообщение].

Рисунок 2 показывает вычисленные результаты массопереноса для данных форм вихревой диффузии в вязком подслое. Кривые с зависимостью

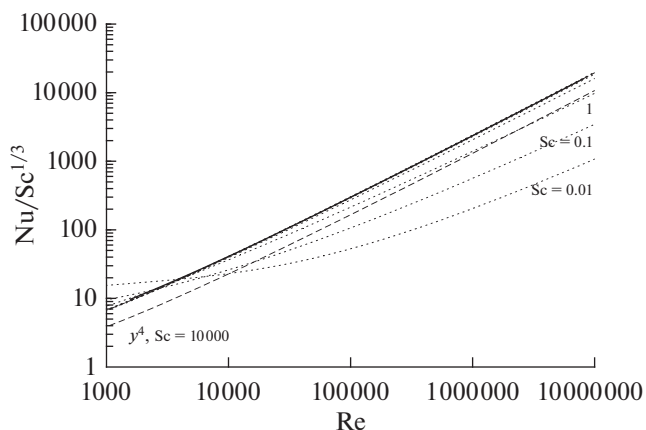


Рис. 3. График скоростей массообмена в турбулентном потоке в трубе, построенный с использованием числа Нуссельта и числа Рейнольдса, но с делением числа Нуссельта на число Шмидта в степени $1/3$. Это мог бы быть обычный способ построения графика массообмена. Основные кривые из коротких пунктиров используют уравнение (15.71) из работы [10] для вихревой диффузии в вязком подслое для разных чисел Шмидта. Кривые выше, что для $Sc = 1$, что для $Sc = 10, 100, 1000$ и 10000 достигают определенного предела для больших Sc . Также имеется сплошная кривая для зависимости y^3 в вязком подслое для $Sc = 1000$ и кривая из длинных пунктиров для зависимости y^4 в вязком подслое. Их нельзя четко отличить от кривых, использующих уравнение (15.71) при больших числах Шмидта. (Дается также кривая при очень больших значениях Sc для зависимости y^4 в вязком подслое, чтобы показать, сильно ли что-то отличается от результатов для y^3 . Эта кривая лежит ниже, чем для $Sc = 1000$.)

y^3 становятся постоянными при больших числах Шмидта, включая кривые, использующие для формы уравнение (15.71). Кривая с зависимостью от y^4 по всему вязкому подслою показывает отрицательный наклон $1/12$ для больших Sc . Область зависимости y^4 , показанная на рис. 1, не проявляется на рис. 2, т.е. остальные три кривые нигде не показывают наклон $-1/12$.

При числе Шмидта 1000 область зависимости y^4 на рис. 1 не видна на рис. 2, потому что эта область находится вне диффузионного слоя и, следовательно, находится в области однородной концентрации.

На рис. 3 показан более привычный график (вычисленных) скоростей массообмена, где строится зависимость числа Нуссельта от числа Рейнольдса, где Sc выступает в качестве параметра. На этом графике сложно сделать выводы о зависимости y^3 от y^4 , поскольку наклон зависит главным образом от числа Рейнольдса.

СООТВЕТСТВИЕ ЭТИЧЕСКИМ СТАНДАРТАМ:

Автор заявляет, что у него нет конфликта интересов.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Murphree, E.V., Relation between Heat Transfer and Fluid Friction, *Ind. Eng. Chem.*, 1932, vol. 24, p. 726. <https://doi.org/10.1021/ie50271a004>
2. Levich, B., The Theory of Concentration Polarization, I, *Acta Physicochim. U.R.S.S.*, 1942, vol. 17, p. 257. [Левич Б. Теория концентрационной поляризации, I, *Acta Physicochim. U.R.S.S.*, 1942, vol. 17, p. 257.]
3. Levich, B., The Theory of Concentration Polarization, II, *Acta Physicochim. U.R.S.S.*, 1944, vol. 19, p. 117. [Левич Б. Теория концентрационной поляризации, II, *Acta Physicochim. U.R.S.S.*, 1944, vol. 19, p. 117.]
4. Martemianov, S.A., Statistical Theory of Turbulent Mass Transfer in Electrochemical Systems, *Russ. J. Electrochem.*, 2017, vol. 53, p. 1076. [Мартемьянов С.А. Статистическая теория турбулентного массопереноса в электрохимических системах. *Электрохимия*. 2017. Т. 53. С. 1076.]
5. Hubbard, D.W., *Mass Transfer in Turbulent Flow at High Schmidt Numbers*, dissertation, University of Wisconsin, 1964.
6. Chilton T.H. and Colburn, A.P., Mass Transfer (Absorption) Coefficients. Prediction from Data on Heat Transfer and Fluid Friction, *Ind. Eng. Chem.*, 1934, vol. 26, p. 1183.
7. Lin, C.S., Moulton, R.W., and Putnam, G.L., Mass Transfer between Solid Wall and Fluid Streams. Mechanism and Eddy Distribution Relationships in Turbulent Flow, *Ind. Eng. Chem.*, 1953, vol. 45, p. 636.
8. Vielstich, W., Der Zusammenhang zwischen Nernst-scher Diffusionsschicht und Prandtl'scher Strömungsgrenzschicht, *Z. Elektrochim.*, 1953, Bd. 57, S. 646.
9. Levich, V.G., *Physicochemical Hydrodynamics*, Sections 4, 25, and 26, Englewood Cliffs, N. J.: Prentice-Hall, Inc., 1962.
10. Newman, J. and Thomas-Alyea, K.E., *Electrochemical Systems*, Hoboken, N.J.: Wiley-Interscience, 2004.
11. Wasan, D.T., Tien, C.L., and Wilke, C.R., Theoretical Correlation of Velocity and Eddy Viscosity for Flow Close to a Pipe Wall, *A.I.Ch.E. J.*, 1963, vol. 9, p. 567.
12. Nikuradse, J., Gesetzmässigkeiten der turbulentem Strömung in glatten Rohren, *Forschungsheft 356*, Beilage zu *Forschung auf dem Gebiete des Ingenieurwesens*, Edition B, Volume 3, September/October, 1932 (Berlin NW7: VDI-Verlag GMBH, 1932). Translated as Nikuradse, J., *Laws of Turbulent Flow in Smooth Pipes*, NASA TT F-10, 359 (Washington: National Aeronautics and Space Administration, October, 1966). [Никурадзе И. Законы турбулентного течения в гладких трубах.]
13. Newman, J., Theoretical Analysis of Turbulent Mass Transfer with Rotating Cylinders, *J. Electrochem Soc.*, 2016, vol. 163, p. E191.
14. Vorotyntsev, M.A., Martem'yanov, S.A., and Grafov, B.M., Closed equation of turbulent heat and mass transfer, *J. Exp. Theor. Phys.*, 1980, vol. 52, p. 909. [Воротынцев, М.А., Мартемьянов, С.А., Графов, Б.М. Замкнутое уравнение турбулентного тепло-массопереноса. *Журн. эксп. и теор. физики*. 1980. Т. 52. С. 909.]