

УДК 551.515

ОТКЛИК АТМОСФЕРНОЙ ЦИРКУЛЯЦИИ НА АНОМАЛИИ ПРИТОКОВ ТЕПЛА В ДВУМЕРНОЙ БАРОКЛИННОЙ МОДЕЛИ АТМОСФЕРЫ

© 2020 г. М. В. Курганский*

*Институт физики атмосферы им. А.М. Обухова РАН,
Пыжевский пер., 3, Москва, 119017 Россия*

**e-mail: kurgansk@ifaran.ru*

Поступила в редакцию 27.06.2019 г.

После доработки 05.08.2019 г.

Принята к публикации 25.09.2019 г.

Рассматривается отклик крупномасштабной атмосферной циркуляции на аномальный нагрев с незамерзающей поверхности Баренцева и Карского морей, который наблюдается последние два десятилетия. Для этой цели применяется упрощенная двумерная бароклидная модель атмосферы, получающаяся осреднением уравнений гидротермодинамики по высоте, а также ее двухслойный аналог, в котором эффект аномального нагрева и, соответственно, горизонтальной бароклиности сосредоточен в прилегающем к поверхности слое атмосферы толщиной 1–2 км, что более соответствует условиям в Арктике. Построены квазигеострофические приближения к обеим моделям; для однослойной модели (в адиабатическом и невязком приближении) также дана формулировка в терминах механики Намбу. В обеих моделях обнаружено появление очага повышенной приземной температуры воздуха над областью нагрева, некоторого понижения приземного давления там и, наконец, возникновение антициклонической циркуляции в основной толще атмосферы. Показано, что модельные результаты крайне чувствительны к параметризации экмановского пограничного слоя.

Ключевые слова: арктическое потепление, горизонтальная бароклидность, квазигеострофические модели атмосферы, механика Намбу, экмановский пограничный слой, антициклоническая циркуляция

DOI: 10.31857/S0002351520010058

ВВЕДЕНИЕ

Климатические изменения последних лет сопровождаются особенно резким сокращением площади и толщины морского льда в Арктике и, как следствие, аномальным выделением тепла над остающейся открытой в предзимний и начальный зимний периоды поверхностью Баренцева и отчасти Карского морей [1]. Известно, что потепление в Арктике последних двух десятилетий неожиданно сопровождалось чередой суровых зим как на Евразийском континенте, так и в Северной Америке, но остается открытым вопрос о причинах этой экстремальности и вклада в нее атмосферного блокирования (см. также раздел “Холодные зимы последних лет” в [2]). Простейшее объяснение этому обстоятельству заключается в том, что при потеплении в Арктике происходит уменьшение меридионального градиента температуры между экватором и Северным полюсом. Как следствие – в соответствии с уравнением термического ветра – уменьшается интенсивность зональной циркуляции атмосферы и вместе с этим уменьшается перенос в зимний период относительно теплого воздуха с океанов на восток вглубь континентов. При этом также увеличивает-

ся степень меридиональности атмосферной циркуляции, что способствует затоку холодного арктического воздуха в средние широты. Согласно [2], формирование аномально холодных погодных режимов над Северной Евразией в последние десятилетия связано с характерной структурой в виде антициклонической аномалии над Баренцевым морем и южнее его, приводящей к блокированию западного зонального переноса¹. Начиная с работы [4], достигнут консенсус относительно динамических “путей” (pathways), ведущих в недавние десятилетия от отрицательных аномалий морского льда и положительных аномалий температуры воздуха над Баренцево-Карским морем (в течение осени) к низким температурам в Северной Америке и Евразии в середине и конце зимы. Было предложено два динамических пути: тропосферный путь, в основном действующий осенью до начала зимы, и стратосферный путь, действующий в конце зимы. Тропосферный путь связан с

¹ Усиления эффектов блокирования (увеличения их интенсивности, количества, размеров) в зимние месяцы над континентами (т.е. холодных зим там) вообще следует ожидать при глобальном потеплении (в частности, из-за увеличения содержания CO₂ в атмосфере) [3].

форсированием тропосферных цугов планетарных волн, которые могут интерферировать с уже существующими планетарными волнами Россби и в итоге вести к увеличению вероятности блокирования над Скандинавией в начале зимы [5]. На втором пути аномалии морского льда и суровые зимы на континентах динамически связаны через полярную стратосферу и ослабление стратосферного полярного вихря [6]. Этот стратосферный путь может инициироваться и усилиться за счет увеличения сибирского снежного покрова в октябре месяце [7]. Возникает вопрос, есть ли прямая динамическая связь между аномальным выделением тепла в Арктике и теми изменениями характеристик крупномасштабной атмосферной циркуляции, что способствовали бы упомянутым процессам? В работе [8] была высказана идея нелинейного отклика атмосферной циркуляции над Баренцевым и Карским морями на степень покрытия его ледовым покровом. При полностью покрытыми льдом морями циркуляция атмосферы над ними циклоническая. Она сменяется на антициклоническую при частично покрытыми льдом морями, а затем снова становится циклонической при полностью свободными ото льда морями. Этот эффект был продемонстрирован как на численных расчетах с помощью модели ECHAM5, так и проинтерпретирован теоретически. Последнее представляет наибольший интерес в плане данной работы. Именно, в [8] рассмотрен баланс тепла в планетарном пограничном слое и выписаны явно условия динамического и термодинамического равновесия на его верхней границе. Следуя [9], при расчете вертикальной скорости на верхней границе планетарного (экмановского) пограничного слоя в [8] учитывалась бароклинность атмосферы. При этом имеется в виду, что приземный нагрев создает горизонтальные градиенты температуры воздуха, которые в силу уравнения термического ветра влияют на конвергенцию (дивергенцию) воздуха в пограничном слое, а значит и на вертикальную скорость на его верхней границе. Согласно авторам [8], именно эффект бароклинности ответственен за нелинейный отклик атмосферной циркуляции на изменения ледовой обстановки над Баренцевым и Карским морями.

В данной работе мы еще раз независимо рассмотрим вопрос о динамическом отклике атмосферы высоких широт на аномальный нагрев с поверхности и будем использовать для этой цели двумерную бароклинную модель атмосферы [10]. Эта модель обобщает классическую модель баротропной сжимаемой по горизонтали атмосферы [11] на случай учета (хотя и в схематическом виде) процессов усвоения притоков тепла и его превращения в работу по преодолению сил трения. Модель [10] получается путем усреднения уравнений гидротермодинамики по высоте в

предположении, что компоненты скорости ветра, а также потенциальная температура слабо зависят от высоты и меняются лишь по горизонтали. Тем самым, строго говоря, нарушается динамический баланс между полями скорости и температуры, поддерживаемый вертикальными циркуляциями и математически выражаемый уравнением термического ветра. Об этом затруднении писал еще Теннеке [12], которому принадлежит одна из первых формулировок двумерной модели атмосферы с учетом горизонтальной плавучести в поле силы Кориолиса. Постоянство потенциальной температуры с высотой может быть объяснено действием двух факторов: во-первых, сильным вертикальным механическим перемешиванием благодаря большим скоростям ветра (что также выравнивает с высотой и скорость ветра); во-вторых, интенсивной конвекцией от источника тепла на поверхности. Есть также основания полагать, что сильное конвективное перемешивание по вертикали имеет своим следствием выравнивание скорости ветра с высотой и концентрацию сдвига скорости вблизи поверхности земли. В арктических широтах подобные условия возникают тогда, когда холодный воздух с температурой существенно ниже нуля градусов по Цельсию натекает на открытую поверхность воды. При этом хорошо перемешанный слой может достигать высоты в 1–2 километра, однако в целях упрощения задачи и из методических соображений, мы вначале рассмотрим случай, когда вся атмосфера перемешана по вертикали. Затем, во второй части работы будет обрисован случай, когда хорошо перемешанный слой имеет конечную толщину, малую по сравнению с высотой однородной атмосферы. Потенциальная температура в этом слое может (слабо) меняться по горизонтали под действием притоков тепла, однако она всегда остается меньшей, чем потенциальная температура вышележащего слоя воздуха, т.е. условие глобальной статической устойчивости по вертикали выполнено. В океанологии, многослойные модели, основанные на обобщениях модели “мелкой воды” на случай учета изменений плотности по горизонтали, предлагались, например, в [13]. Они активно используются в теоретических исследованиях и в настоящее время (напр. [14]); сходные модели для атмосферы (хотя и более идеализированные, чем в настоящей работе) предлагались, например, в [15].

Исходим из уравнений гидродинамики, взятых в квазистатическом приближении и записанных для простоты в декартовой системе координат (x, y, z) , где ось x направлена на восток, ось y — на север и ось z — вверх:

$$\frac{D}{Dt} \mathbf{v} + f \mathbf{k} \times \mathbf{v} = -\frac{1}{\rho} \nabla p + \mathbf{F}, \quad (1)$$

$$0 = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial z} - g, \quad (2)$$

$$\frac{\partial}{\partial t} \rho + \nabla \cdot (\rho \mathbf{v}) + \frac{\partial}{\partial z} (\rho w) = 0, \quad (3)$$

$$c_p \frac{D}{Dt} \ln T - R \frac{D}{Dt} \ln p = \frac{Q}{\rho T}, \quad (4)$$

$$p = \rho RT. \quad (5)$$

В этих уравнениях $\mathbf{v} = (u, v)$ – вектор горизонтальной скорости ветра, w – вертикальная скорость, $\nabla = (\partial/\partial x, \partial/\partial y)$ – двумерный оператор Гамильтона, \mathbf{k} – единичный вектор, направленный вертикально вверх, ρ – плотность воздуха, p – давление, T – температура, R – газовая постоянная, c_p – удельная теплоемкость при постоянном давлении, f – параметр Кориолиса, g – ускорение свободного падения, \mathbf{F} – вектор силы турбулентного вязкого трения, Q – притоки тепла в расчете на единицу объема; $D/Dt = \partial/\partial t + \mathbf{v} \cdot \nabla + w \partial/\partial z$ – символ полной (индивидуальной) производной по времени. Система уравнений (1)–(5) является полной, если вектор \mathbf{F} выражен в терминах скорости \mathbf{v} и поле притоков тепла Q является известной функцией координат и времени. В дальнейшем нас интересуют приложения к арктической атмосфере, где параметр Кориолиса меняется очень мало, и поэтому мы считаем его постоянным по величине и ограничиваемся приближением f – плоскости. Отметим, что это приближение не является необходимым и делается для облегчения логики рассуждений. Аналогичное приближение использовалось в работе [11].

МОДЕЛЬ ДВУМЕРНОЙ БАРОКЛИННОЙ АТМОСФЕРЫ

Следуя [11, 10], усредним уравнения (1)–(5) по толще атмосферы, считая вектор скорости $\mathbf{v} = (u, v)$ и потенциальную температуру $\theta = T(p_{00}/p)^{R/c_p}$, где $p_{00} = 10^3$ гПа, независимыми от высоты. Методика осреднения подробно описана в [11, 10], а также воспроизведена в [16, 17]. Именно, вводим операторы осреднения по высоте $\hat{A} = \int_0^\infty A dz$, $\bar{B} = \int_0^\infty B \rho dz / \int_0^\infty \rho dz \equiv \int_0^\infty B \rho dz / \hat{\rho}$ и из уравнений (1)–(3) после ряда операций находим, что

$$\frac{\hat{D}}{Dt} \mathbf{v} + f \mathbf{k} \times \mathbf{v} = -\frac{1}{\hat{\rho}} \nabla \hat{p} + \hat{\mathbf{F}}, \quad (6)$$

$$\frac{\partial}{\partial t} \hat{\rho} + \nabla \cdot (\hat{\rho} \mathbf{v}) = 0. \quad (7)$$

Здесь $\hat{D}/Dt = \partial/\partial t + \mathbf{v} \cdot \nabla$ – символ полной производной по времени при горизонтальном (двумерном) движении и $\hat{\rho} = p_0/g$, где p_0 – приземное давление. Чтобы привести к осредненному (редуцированному) виду уравнения (4) и (5), следуем [16, 17] и выпишем выражение для \hat{p} , воспользовавшись уравнением состояния (5), определением потенциальной температуры и условием ее постоянства с высотой:

$$\hat{p} = R \theta \hat{\rho}_{00} \frac{\kappa}{2\kappa - 1} \left(\hat{\rho} / \hat{\rho}_{00} \right)^{\frac{2\kappa - 1}{\kappa}}. \quad (8)$$

В этом уравнении $\hat{\rho}_{00} \equiv p_{00}/g$ и $\kappa = c_p/c_v$, где c_v – удельная теплоемкость при постоянном объеме. Уравнение (8) является частным случаем политропного уравнения с показателем политропы $n = (2\kappa - 1)/\kappa$. Случаю несжимаемой жидкости отвечает предел $\kappa \rightarrow \infty$, когда $n \rightarrow 2 -$. Беря логарифмическую полную производную по времени от уравнения (8), используя уравнение (4), а также определение потенциальной температуры, будем иметь

$$\frac{D}{Dt} \ln \hat{p} + \frac{2\kappa - 1}{\kappa} \nabla \cdot \mathbf{v} = \frac{\kappa - 1}{\kappa} \left(\frac{Q}{p} \right). \quad (9)$$

При выводе (9) также использовалось уравнение (7). Уравнения (6), (7) и (9) образуют полную систему уравнений движения двумерной бароклинной атмосферы [10]. Работа [10] нашла быстрый отклик в работах [18, 19]. В частности, в [19] линеаризованные относительно состояния покоя уравнения (6), (7) и (9) (при $\hat{\mathbf{F}} = 0$) использовались для решения обобщенной задачи об адаптации полей давления и скорости в присутствии источников тепла. Близкая по духу к [10] климатическая модель была предложена в [20].

Непосредственно проверяется, что уравнение баланса энергии для уравнений (6), (7) и (9) имеет вид

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t} \left(\hat{\rho} \frac{\mathbf{v}^2}{2} + \frac{\kappa}{\kappa - 1} \hat{p} \right) + \nabla \cdot \left(\hat{\rho} \mathbf{v} \frac{\mathbf{v}^2}{2} + \frac{2\kappa - 1}{\kappa - 1} \mathbf{v} \hat{p} \right) = \\ = \hat{p} \left(\frac{Q}{p} \right) + \mathbf{v} \cdot \hat{\mathbf{F}}. \end{aligned}$$

Под знаком частной производной по времени стоит сумма e кинетической и полной потенциальной энергии: $e = \hat{\rho} (\mathbf{v}^2/2) + \hat{\rho} c_p \bar{T}$. Энергия генерируется при наличии положительной корреляции между полем \hat{p} и средним по столбу воздуха полем объемных источников тепла, отнесенных к давлению воздуха (Q/p) .

Следующий шаг состоит во введении в уравнения (6), (7) и (9) квазигеострофического приближения. Это можно делать несколькими способами

ми. Один из них состоит в следующем. Используя уравнение $\hat{p} = \hat{p} R \bar{T}$, которое следует из (5), перепишем (9) с учетом (7) в виде

$$\frac{D}{Dt} \ln \bar{T} + \frac{\kappa - 1}{\kappa} \nabla \cdot \mathbf{v} = \frac{\kappa - 1}{\kappa} \left(\frac{Q}{p} \right). \quad (10)$$

Соответственно, уравнение (6) примет вид

$$\frac{\hat{D}}{Dt} \mathbf{v} + f \mathbf{k} \times \mathbf{v} = -\nabla (R \bar{T}) - R \bar{T} \nabla \ln \hat{p} + \hat{\mathbf{F}}. \quad (11)$$

Введем квазигеострофическое приближение в уравнения (7), (10) и (11), взятые в адиабатическом приближении, а слагаемые с диссипацией и притоками тепла допишем позже. Вводим постоянные средние значения термодинамических переменных и малые отклонения от них по формулам: $\hat{p} = \langle \hat{p} \rangle + \hat{p}'$, $\bar{T} = \langle \bar{T} \rangle + \bar{T}'$. Приближенно имеем

$$\frac{\hat{D}}{Dt} \mathbf{v} + f \mathbf{k} \times \mathbf{v} = -c_1^2 \nabla (\xi + \eta) - c_1^2 \eta \nabla \xi, \quad (12)$$

$$\frac{\hat{D}}{Dt} \xi + \nabla \cdot \mathbf{v} = 0, \quad (13)$$

$$\frac{D}{Dt} \eta + \frac{\kappa - 1}{\kappa} \nabla \cdot \mathbf{v} = 0, \quad (14)$$

где $\xi = \hat{p}' / \langle \hat{p} \rangle$, $\eta = \bar{T}' / \langle \bar{T} \rangle$ и $c_1^2 = R \langle \bar{T} \rangle$. Представим поле скорости в виде суммы соленоидальной и малой потенциальной компоненты, $\mathbf{v} = \mathbf{k} \times \nabla \psi + \nabla \phi$, где ψ – функция тока и ϕ – потенциал скорости. Применим к (12) операции вихря и дивергенции, получаем линейное уравнение геострофического баланса $f \nabla^2 \psi = c_1^2 \nabla^2 (\xi + \eta)$ и после простых преобразований приходим от (12)–(14) к уравнениям

$$\frac{\partial}{\partial t} (\nabla^2 \psi - L_1^{-2} \psi) + J(\psi, \nabla^2 \psi) = -f \frac{\partial \eta}{\partial t}, \quad (15)$$

$$f \frac{\partial}{\partial t} \eta + f J(\psi, \eta) = \frac{\kappa - 1}{2\kappa - 1} L_1^{-2} \frac{\partial \psi}{\partial t}, \quad (16)$$

где $L_1 = c_1 / f$ и J означает якобиан. Уравнения (15) и (16) можно записать более компактно, сделав замену переменных $f \sigma = f \eta - \frac{\kappa - 1}{2\kappa - 1} L_1^{-2} \psi$,

$$\frac{\partial}{\partial t} (\nabla^2 \psi - L_0^{-2} \psi) + J(\psi, \nabla^2 \psi) = -f \frac{\partial \sigma}{\partial t}, \quad (17)$$

$$\frac{\partial}{\partial t} \sigma + J(\psi, \sigma) = 0. \quad (18)$$

В левой части (17) появился масштаб Обухова $L_0 = c_0 / f$ [11], где $c_0^2 = R \langle T_0 \rangle$ и $\langle T_0 \rangle$ – средняя при-

земная температура, связанная со средней температурой атмосферы $\langle \bar{T} \rangle$ соотношением $\langle \bar{T} \rangle \frac{2\kappa - 1}{\kappa} = \langle T_0 \rangle$.

Как показывает прямая выкладка, $\sigma = \frac{\kappa}{2\kappa - 1} \frac{\theta'}{\langle \theta \rangle}$.

Уравнения (17) и (18) могли бы быть получены непосредственно из уравнений (6)–(9) путем квазигеострофического разложения последних, но это требует определенного искусства аппроксимаций. Использованный обходной путь более “алгоритмичен”, и мы предпочитаем его. Отметим, что в переменных (ξ, σ) линейное уравнение квазигеострофического баланса имеет вид $f \nabla^2 \psi = c_0^2 \nabla^2 (\xi + \sigma)$.

В адиабатическом приближении система уравнений (17) и (18) обладает законами сохранения энергии

$$E = \frac{1}{2} \iint [(\nabla \psi)^2 + L_0^{-2} \psi^2] dx dy \quad (17a)$$

и так называемых инвариантов Казимира (казимиров)

$$F = \iint [\Phi(\sigma) \Pi + \Gamma(\sigma)] dx dy, \quad (18a)$$

где введено обозначение $\Pi = \nabla^2 \psi - L_0^{-2} \psi$ для потенциальной завихренности, которая сохраняется в баротропной атмосфере [11]; Φ и Γ – произвольные дифференцируемые функции.

Представляет определенный интерес записать уравнения (17) и (18) в форме уравнений Намбу [21, 22], используя для этого две функции Гамильтона:

$$\mathcal{H} = \frac{1}{2} \iint [(\nabla \psi)^2 + L_0^{-2} \psi^2] dx dy, \quad \mathcal{G} = \iint \sigma \Pi dx dy.$$

Вычисляя вариации этих функционалов

$$\delta \mathcal{H} = -\iint \Pi \delta \psi dx dy = -\iint \psi \delta \Pi dx dy,$$

$$\delta \mathcal{G} = \iint (\sigma \delta \Pi + \Pi \delta \sigma) dx dy,$$

имеем выражения для вариационных производных $\psi = -\delta \mathcal{H} / \delta \Pi$, $\Pi = -\delta \mathcal{H} / \delta \psi$, $\sigma = \delta \mathcal{G} / \delta \Pi$, $\Pi = \delta \mathcal{G} / \delta \sigma$. Поэтому для произвольного функционала

$$\mathcal{F} = \mathcal{F} \{ \Pi, \sigma \} = \iint F(\Pi, \sigma) dx dy$$

уравнения (17) и (18) записываются в форме уравнений Намбу

$$\frac{d\mathcal{F}}{dt} = [\mathcal{F}, \mathcal{H}, \mathcal{G}] \equiv \iint \left[-\frac{\delta \mathcal{F}}{\delta \Pi} J \left(\frac{\delta \mathcal{H}}{\delta \Pi}, \frac{\delta \mathcal{G}}{\delta \sigma} \right) - \frac{\delta \mathcal{F}}{\delta \Pi} J \left(\frac{\delta \mathcal{H}}{\delta \Pi}, \frac{\delta \mathcal{G}}{\delta \Pi} \right) + \frac{\delta \mathcal{F}}{\delta \sigma} J \left(\frac{\delta \mathcal{H}}{\delta \Pi}, \frac{\delta \mathcal{G}}{\delta \Pi} \right) \right] dx dy + \dots,$$

где квадратные скобки обозначают скобку Намбу для данной задачи. Многоточием отмечен тот факт, что для того чтобы скобка Намбу была совершенно антисимметрична, т.е. меняла бы знак при перестановке любых двух функционалов и, следовательно, обращалась бы в нуль при равенстве любых двух функционалов, к выписанному интегралу добавляются еще два, полученные циклической перестановкой функционалов. Из выписанного уравнения автоматически следуют законы сохранения $d\mathcal{H}/dt = d\mathcal{G}/dt = 0$. Таким образом, приведен еще один пример задачи в геофизической гидродинамике, допускающей запись в форме уравнений Намбу. Отметим, что уравнения (17) и (18) могут быть альтернативно записаны в форме так называемых скобок Намбу II рода [23], когда для построения скобок используются функционалы \mathcal{H} , $\mathcal{K} = (1/2) \iint \Pi^2 dx dy$ и $\mathcal{L} = \iint \sigma dx dy$. При этом потенциальная энтропия \mathcal{K} не является интегралом движения и используется как чисто конструктивный элемент. Скобка Намбу II рода допускает непосредственный предельный переход $\sigma \rightarrow 0$ к случаю баротропной атмосферы [11], где \mathcal{K} уже является интегралом движения.

При учете экмановского трения, аномальных притоков тепла и радиационного выхолаживания по Ньютону уравнения (17) и (18) приобретают вид

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t} (\nabla^2 \psi - L_0^2 \psi) + J(\psi, \nabla^2 \psi) = \\ = -f \frac{\partial \sigma}{\partial t} - \mu \nabla^2 (\psi - \gamma f L_0^2 \sigma), \end{aligned} \quad (19)$$

$$\frac{\partial}{\partial t} \sigma + J(\psi, \sigma) = \frac{\kappa - 1}{2\kappa - 1} \left(\frac{\partial Q}{\partial p} \right) - \Lambda \sigma, \quad (20)$$

где $\mu = f h_E / 2H$, причем h_E – толщина экмановского пограничного слоя и H – высота однородной атмосферы, и Λ – постоянная радиационного выхолаживания². Безразмерный параметр $0 \leq \gamma \leq 1$ введен для того, чтобы хотя бы частично учесть, что экмановское трение определяется геострофической скоростью на верхней границе экмановского пограничного слоя, и эта скорость при наличии горизонтального градиента потенциальной температуры отличается от средней по толще атмосферы геострофической скорости ветра. Речь идет об эффекте термического ветра, которым мы пренебрегли при выводе уравнений (6), (7) и (9),

² Обобщение уравнений (6), (7) и (9) на случай учета изменения скорости ветра с высотой (при двухпараметрическом по высоте задании профиля скорости) дано в [24]. Там же приведено фильтрующее (с использованием нелинейного уравнения геострофического баланса) приближение к этим уравнениям, однако без учета экмановского трения, которое играет ключевую роль в данной работе.

но пытаемся косвенно учесть при параметризации эффекта экмановского трения. Сходная система уравнений, но исходящая из (15) и (16) (также с учетом орографии и бета-эффекта) приведена в [25]. Предельный случай $\gamma = 1$ в (19) отвечает полному учету эффекта термического ветра, а предельный случай $\gamma = 0$ полному пренебрежению этим эффектом. В последнем случае уравнения (19) и (20) обладают лишь тривиальным (нулевым) стационарным решением при ненулевых притоках тепла. При $\gamma \neq 0$ нетривиальное стационарное решение существует для всех переменных задачи при постоянном во времени источнике

тепла $\hat{Q} = \frac{\kappa - 1}{2\kappa - 1} \left(\frac{\partial Q}{\partial p} \right)$. Предположим, что \hat{Q} имеет простую осесимметричную форму, например,

$$\hat{Q} = \frac{\kappa - 1}{2\kappa - 1} \left(\frac{\partial Q}{\partial p} \right) J_0(kr),$$

где J_0 – функция Бесселя нулевого порядка и r – радиальная координата (расстояние до центра тепловой аномалии). При этом ограничиваемся такими расстояниями до оси симметрии, когда функция Бесселя положительна, т.е. $r \leq \mathcal{R}$, где $k\mathcal{R} = \mu_1$ и $\mu_1 \approx 2.4$ – первый нуль функции J_0 . Якобианы в (19) и (20) обращаются в нуль, если решение задачи ищется в виде $(\psi, \sigma) = (\psi_0, \sigma_0) J_0(kr)$. При этом $\nabla^2 \psi = -k^2 \psi$ и мы получаем стационарное решение (19) и (20) вида

$$\psi_0 = \frac{\gamma f}{k_0^2} \frac{1}{\Lambda} \frac{\kappa - 1}{2\kappa - 1} \left(\frac{\partial Q}{\partial p} \right), \quad \sigma_0 = \frac{1}{\Lambda} \frac{\kappa - 1}{2\kappa - 1} \left(\frac{\partial Q}{\partial p} \right), \quad (20a)$$

где $k_0^2 \equiv L_0^{-2}$. Как это следует из геострофического соотношения $f\psi_0 = c_0^2 (\sigma_0 + \xi_0)$, относительное возмущение приземного давления равно $\xi_0 = -(1 - \gamma) \sigma_0$. Наконец, из определения потенциальной температуры следует, что относительное возмущение приземной температуры (оно совпадает с относительным возмущением средней температуры столба воздуха в изэнтропической по высоте атмосфере) равно $\eta_0 = (2\kappa - 1) \kappa^{-1} \sigma_0 + (\kappa - 1) \kappa^{-1} \xi_0$, и поэтому $\eta_0 = (1 + \gamma(\kappa - 1) \kappa^{-1}) \sigma_0$.

Отметим, что если при $\gamma = 0$ решать задачу с нулевыми начальными условиями, включая в момент времени $t = 0$ постоянный приток тепла

$$\hat{Q} = \frac{\kappa - 1}{2\kappa - 1} \left(\frac{\partial Q}{\partial p} \right) J_0(kr),$$

то при $t > 0$ будет иметь место нестационарный процесс генерации, а затем релаксации к нулю поля слабой антициклонической завихренности, который описывается следующим решением уравнений (19) и (20) для функции тока

$$\Psi = \frac{f}{k^2 + k_0^2} \frac{\kappa - 1}{2\kappa - 1} \left(\frac{Q}{p} \right)_0 \times \frac{[\exp(-\Lambda t) - \exp(-t/\tau)] J_0(kr)}{\tau^{-1} - \Lambda}, \quad \tau = \frac{k^2 + k_0^2}{\mu k^2}.$$

Отметим, что при $0 < \gamma < 1$ решение задачи с нулевыми начальными условиями также имеет характер “всплеска” антициклональной завихренности, однако потом происходит релаксация к стационарному состоянию, которое описывается первым соотношением (20а).

По определению объемного притока тепла $\int_0^\infty Q dz = H$, где H – сумма потоков явного и скрытого тепла через открытую поверхность моря. Чтобы в исходной трехмерной модели атмосферы не нарушалась нейтральная стратификация, считается, что Q/p не зависит от высоты. Теперь элементарная выкладка дает, что $(Q/p)_0 = H_0/\hat{p} = H_0/(R\hat{p}\bar{T})$, где H_0 – амплитуда потоков тепла. В качестве оценки принимаем, что $H_0 \sim 10 \text{ Вт м}^{-2}$, а также используем значения $R = 287 \text{ м}^2 \text{ с}^{-2} \text{ К}^{-1}$, $\bar{T} = 250 \text{ К}$, $\hat{p} \approx 10^4 \text{ кг м}^{-2}$, $\Lambda^{-1} = 2 \times 10^6 \text{ с}$ ($\approx 23 \text{ сут}$), $\frac{\kappa - 1}{2\kappa - 1} = \frac{2}{9}$, $f = 1.46 \times 10^{-4} \text{ с}^{-1}$.

Получается, что относительные возмущения η_0 и ξ_0 составляют соответственно по порядку величины $+6 \times 10^{-3}$ и $-6 \times (1 - \gamma) \times 10^{-3}$, т.е. в абсолютных единицах над аномалией притоков тепла развиваются положительная аномалия приземной температуры порядка 2 К и отрицательная аномалия приземного давления, составляющая долю от 6 гПа, если γ близко к единице.

Сказанное выше иллюстрируется любезно предоставленным М.Г. Акперовым рис. 1а, 1б, где показаны композиты разности “Высокий минус низкий зимний приток Атлантических водных масс” над акваториями Баренцева и частично Карского морей для (а) приземной температуры воздуха и (б) давления на уровне моря за январь-март месяцы. Композиты получены на основе модельных расчетов с последней версией региональной климатической модели HIRHAM-NAOSIM [26]. Композиты на рис. 1а, 1б в целом неплохо, учитывая всю схематичность двумерной бароклинной модели, согласуются с нашими оценками. Также в наших расчетах в среднем по толще атмосферы возникает достаточно слабая антициклоническая циркуляция с завихренностью, равной по абсолютной величине $\sim 4.5 \times 10^{-6} \text{ с}^{-1}$ (если $k^2 \sim 10k_0^2$ и γ близко к единице). Поскольку значения максимума аномалии притока тепла могут превышать $H_0 \sim 10 \text{ Вт м}^{-2}$, то к полученно-

му значению следует относиться как к оценке снизу. Особенностью предложенной модели является то, что она предсказывает падение приземного давления в области нагрева, но одновременно возникновение слабой антициклонической циркуляции в среднем по толще атмосферы. Это происходит из-за того, что в области аномалии нагрева возникает максимум температуры и, как следствие, происходит более медленное, чем в окружающей атмосфере падение давления с высотой, приводящее к антициклонической циркуляции в более высоких слоях атмосферы, и эта антициклоническая циркуляция превалирует при усреднении по толще атмосферы.

ДВУХСЛОЙНАЯ МОДЕЛЬ АТМОСФЕРЫ С ГОРИЗОНТАЛЬНОЙ БАРОКЛИННОСТЬЮ

Представленная выше модель отличается простотой и наглядностью, но она идеализирована в том отношении, что в ней вся атмосфера перемешана по вертикали и аномальный нагрев воздействует на всю ее толщу, хотя в арктической атмосфере его воздействие сосредоточено в нижних слоях тропосферы. Поэтому может представить интерес модель атмосферы, где прилегающий к поверхности перемешанный по вертикали слой имеет толщину порядка 1–2 километра, т.е. много меньше высоты однородной атмосферы. Впервые подобная модель была предложена и реализована в работе [27]. В реальной атмосфере этот перемешанный слой ограничен сверху устойчиво стратифицированным слоем воздуха, в котором потенциальная температура растет с высотой. Однако мы считаем, что верхний слой атмосферы характеризуется постоянством во всем его объеме потенциальной температуры, значение которой всегда выше, чем у потенциальной температуры в нижнем слое, где она под действием притоков тепла может меняться от одного столба воздуха к другому. Таким образом, условие глобальной статической устойчивости атмосферы по вертикали выполнено. В каждом из слоев скорость ветра постоянна с высотой, но меняется от одного слоя к другому. Полагаем, что нижний слой имеет верхнюю границу, описываемую уравнением $z = \zeta(x, y, t)$, потенциальная температура столбов воздуха в нем есть $\theta(x, y, t)$, а постоянная потенциальная температура верхнего слоя равна Θ . Индексом “1” помечаем остальные переменные, относящиеся к верхнему слою, и индексом “2” – к нижнему. Выполняя операции усреднения по слоям, аналогично тому, как это было сделано для всей толщи атмосферы, получим

$$\left(\frac{\hat{D}}{\hat{D}t} \right)_1 \mathbf{v}_1 + f \mathbf{k} \times \mathbf{v}_1 = -\frac{1}{\hat{p}_1} \nabla \hat{p}_1 - \nabla(g\zeta), \quad (21)$$

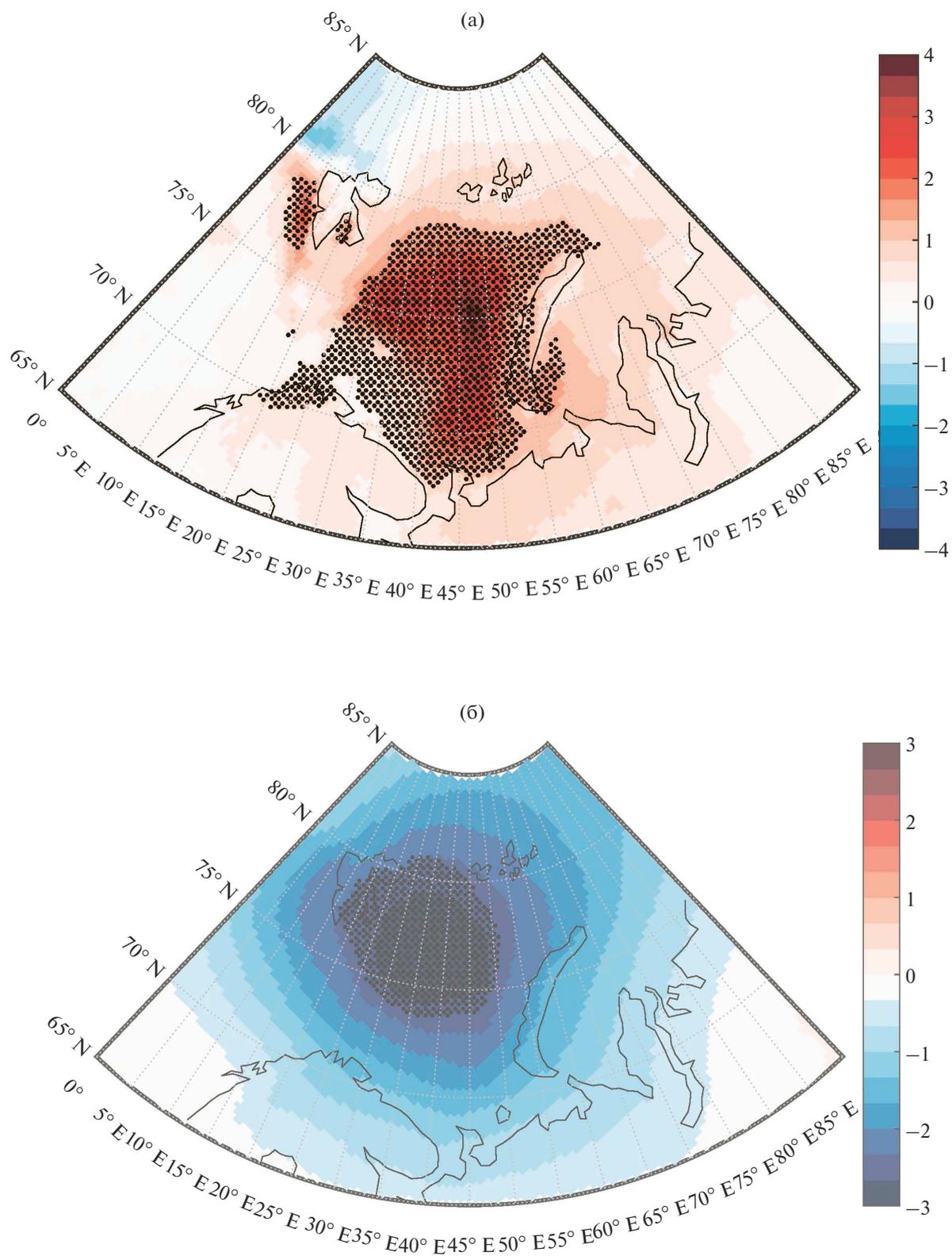


Рис. 1. Композит разности “Высокий минус низкий приток Атлантических водных масс в зимний период” для (а) приземной температуры воздуха [К] и (б) давления на уровне моря [гПа] за период январь–март. Черные точки показывают статистическую значимость на уровне $p < 0.1$.

$$\frac{\partial}{\partial t} \hat{\rho}_1 + \nabla \cdot (\hat{\rho}_1 \mathbf{v}_1) = 0, \quad (22)$$

$$\left(\frac{\hat{D}}{Dt} \right)_2 \mathbf{v}_2 + f \mathbf{k} \times \mathbf{v}_2 = -\frac{1}{\hat{\rho}_2} \nabla \hat{p}_2 + \frac{\hat{\rho}_1}{\hat{\rho}_2} \nabla (g\zeta), \quad (23)$$

$$\frac{\partial}{\partial t} \hat{\rho}_2 + \nabla \cdot (\hat{\rho}_2 \mathbf{v}_2) = 0. \quad (24)$$

В этих уравнениях

$$\hat{\rho}_1 = R\Theta \hat{\rho}_{00} \frac{\kappa}{2\kappa-1} \left(\frac{\hat{\rho}_1}{\hat{\rho}_{00}} \right)^{\frac{2\kappa-1}{\kappa}}, \quad (25)$$

$$\hat{\rho}_2 = R\Theta \hat{\rho}_{00} \frac{\kappa}{2\kappa-1} \times \left[\left(\frac{\hat{\rho}_1 + \hat{\rho}_2}{\hat{\rho}_{00}} \right)^{\frac{2\kappa-1}{\kappa}} - \left(\frac{\hat{\rho}_1}{\hat{\rho}_{00}} \right)^{\frac{2\kappa-1}{\kappa}} \right], \quad (26)$$

где $\hat{\rho}_1 = p_h/g$, $\hat{\rho}_2 = (p_0 - p_h)/g$ и p_h — давление на поверхности раздела между слоями. Потенциальная температура в нижнем слое меняется согласно уравнению

$$\left(\frac{\hat{D}}{Dt} \right)_2 \ln \theta = \frac{\kappa-1}{\kappa} \overline{\left(\frac{Q}{p} \right)}. \quad (27)$$

Система уравнений замыкается уравнением для геопотенциала $g\zeta$ на поверхности раздела

$$g\zeta = R\Theta \frac{\kappa}{\kappa-1} \left[\left(\frac{\hat{\rho}_1 + \hat{\rho}_2}{\hat{\rho}_{00}} \right)^{\frac{\kappa-1}{\kappa}} - \left(\frac{\hat{\rho}_1}{\hat{\rho}_{00}} \right)^{\frac{\kappa-1}{\kappa}} \right], \quad (28)$$

которое следует из усредненного по нижнему слою уравнения гидростатики. Уравнения (21)–(28) образуют полную систему, если заданы притоки тепла в правой части (27). Хотя эти уравнения могут быть приспособлены к численной реализации, аналитическое их исследование в общем виде весьма громоздко и упрощается, когда оба слоя имеют одинаковую массу: $\langle \hat{\rho}_1 \rangle = \langle \hat{\rho}_2 \rangle$.

Анализ уравнений упрощается и в интересующем нас случае, когда нижний слой тонкий, т.е. $\varepsilon = \hat{\rho}_2/\hat{\rho}_1 \ll 1$, и в задаче существует малый параметр. В этом случае выражения (26) и (28) факторизуются

$$\hat{\rho}_2 \approx R\Theta \hat{\rho}_{00} \left(\frac{\hat{\rho}_1}{\hat{\rho}_{00}} \right)^{\frac{2\kappa-1}{\kappa}} \frac{\hat{\rho}_2}{\hat{\rho}_1} = R\Theta \left(\frac{\hat{\rho}_1}{\hat{\rho}_{00}} \right)^{\frac{\kappa-1}{\kappa}} \hat{\rho}_2,$$

$$g\zeta \approx R\Theta \left(\frac{\hat{\rho}_1}{\hat{\rho}_{00}} \right)^{\frac{\kappa-1}{\kappa}} \frac{\hat{\rho}_2}{\hat{\rho}_1},$$

откуда следует, что в этом приближении $g\zeta \approx \hat{\rho}_2/\hat{\rho}_1$. Как и в случае однослойной модели, вводим средние температуры верхнего и нижнего слоев по фор-

мулам $\hat{\rho}_{1,2} = R\bar{T}_{1,2}\hat{\rho}_{1,2}$. Правые части уравнений (21) и (23) записываются в виде

$$-\frac{1}{\hat{\rho}_1} \nabla \hat{p}_1 - \nabla (g\zeta) = -\nabla \left(R\bar{T}_1 + R\bar{T}_2 \frac{\hat{\rho}_2}{\hat{\rho}_1} \right) - R\bar{T}_1 \nabla \ln \hat{\rho}_1, \quad (29)$$

$$-\frac{1}{\hat{\rho}_2} \nabla \hat{p}_2 + \frac{\hat{\rho}_1}{\hat{\rho}_2} \nabla (g\zeta) = -R\bar{T}_2 \nabla \ln \hat{\rho}_2 - \nabla (R\bar{T}_2) + \frac{\hat{\rho}_1}{\hat{\rho}_2} \nabla \left(\frac{\hat{\rho}_2}{\hat{\rho}_1} R\bar{T}_2 \right) = -R\bar{T}_2 \nabla \ln \hat{\rho}_2 + R\bar{T}_2 \nabla \ln \left(\frac{\hat{\rho}_2}{\hat{\rho}_1} \right) = -R\bar{T}_2 \nabla \ln \hat{\rho}_1. \quad (30)$$

Как и выше, полагаем $\hat{\rho}_{1,2} = \langle \hat{\rho}_{1,2} \rangle + \hat{\rho}'_{1,2}$, $\bar{T}_{1,2} = \langle \bar{T}_{1,2} \rangle + \bar{T}'_{1,2}$ и вводим обозначения $\xi_{1,2} = \hat{\rho}'_{1,2}/\langle \hat{\rho}_{1,2} \rangle$, $\eta_{1,2} = \bar{T}'_{1,2}/\langle \bar{T}_{1,2} \rangle$. С учетом постоянства потенциальной температуры в верхнем слое, очевидно, имеем $\eta_1 = \frac{\kappa-1}{\kappa} \xi_1$. Теперь с асимптотической точностью, считая $\langle \hat{\rho}_2 \rangle / \langle \hat{\rho}_1 \rangle = \varepsilon \ll 1$, приходим к геострофическим соотношениям

$$f\psi_1 = a_1^2 \xi_1 + \varepsilon a_2^2 \xi_2 + \varepsilon a_2^2 \eta_2, \quad f\psi_2 = a_2^2 \xi_1. \quad (31)$$

Здесь введены обозначение $a_1^2 = R\Theta \left(\langle \hat{\rho}_1 \rangle / \hat{\rho}_{00} \right)^{\frac{\kappa-1}{\kappa}}$ и $a_2^2 = R\Theta \left(\langle \hat{\rho}_1 \rangle / \hat{\rho}_{00} \right)^{\frac{\kappa-1}{\kappa}}$. Линеаризуем уравнения неразрывности (22) и (24), берем операцию вихря от уравнений движения (21) и (23), учитывая при этом (29) и (30), и исключаем из уравнений неразрывности и вихря горизонтальную дивергенцию скорости в обоих слоях. Подставляем второе соотношение (31) в получившееся для верхнего слоя уравнение и, наоборот, подставляем первое соотношение (31) в получившееся уравнение для нижнего слоя. Наконец, пользуясь определением потенциальной температуры нижнего слоя и делая замену переменных $\chi = \eta_2 - \frac{\kappa-1}{\kappa} a_2^{-2} \psi_2$, мы с асимптотической точностью по параметру ε приходим на первом этапе к системе уравнений

$$\frac{\partial}{\partial t} \nabla^2 \psi_1 + J(\psi_1, \nabla^2 \psi_1) = \frac{f^2}{a_2^2} \frac{\partial}{\partial t} \psi_2 + \frac{f^2}{a_2^2} J(\psi_1, \psi_2) - \varepsilon \lambda \nabla^2 (\psi_1 - \psi_2), \quad (32)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t} \nabla^2 \psi_2 + J(\psi_2, \nabla^2 \psi_2) = & -f \frac{\partial}{\partial t} \chi + \frac{f^2}{\varepsilon a_2^2} \frac{\partial}{\partial t} \psi_1 + \\ & + \frac{f^2}{\varepsilon a_2^2} J(\psi_2, \psi_1) - \frac{f^2 \delta}{\varepsilon a_2^2} \frac{\partial}{\partial t} \psi_2 - \\ & - \mu \nabla^2 \psi_2 + \lambda \nabla^2 (\psi_1 - \psi_2), \end{aligned} \quad (33)$$

$$\frac{\partial}{\partial t} \chi + J(\psi_2, \chi) = \frac{\kappa - 1}{\kappa} \left(\frac{\overline{Q}}{p} \right) - \Lambda \chi. \quad (34)$$

При этом в первом уравнении (31) переменная η_2 без потери точности может быть заменена на χ . В уравнении (33) введено краткое обозначение $\delta = a_1^2/a_2^2 > 1$. В правую часть уравнения (33) добавлено экмановское трение, причем толщину экмановского слоя необходимо соотносить со средней толщиной нижнего слоя $\langle \zeta \rangle$, так что в (33) $\mu = h_E/(2\langle \zeta \rangle)$. Также в (34) учтено радиационное выхолаживание с постоянной Λ . Кроме того, в (32) и (33) введено слагаемое, описывающее вертикальный турбулентный обмен импульсом между слоями. Соответствующий коэффициент считается малым, $\lambda \ll \mu$. При этом учтено, что тонкий нижний слой имеет относительную массу ε .

Продолжаем асимптотическую процедуру разложения уравнений (32)–(34) по малому параметру ε . Поскольку притоки тепла, экмановское и внутреннее трение приложены к тонкому нижнему слою, то все члены в правой части уравнения (33) имеют фактически порядок ε^{-1} . Поэтому в первом приближении по ε левой частью уравнения (33) можно пренебречь и положить ее равной нулю. Вычисляя из получившегося уравнения $\partial \psi_2 / \partial t + J(\psi_1, \psi_2)$ и подставляя в (32), после непосредственных преобразований будем иметь

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t} \left(\nabla^2 \psi_1 - \frac{f^2}{a_1^2} \psi_1 \right) + J(\psi_1, \nabla^2 \psi_1) = \\ = -\frac{\varepsilon f}{\delta} \frac{\partial}{\partial t} \chi - \frac{\varepsilon f}{\delta^2} (\delta - 1) J(\psi_1, \chi) - \\ - \frac{\varepsilon \mu'}{\delta^2} \nabla^2 \left(\psi_1 - \frac{\varepsilon \gamma a_2^2}{f} \chi \right), \end{aligned} \quad (32a)$$

$$\begin{aligned} \mu' = \mu \left[1 + \frac{\lambda}{\mu} (\delta - 1)^2 \right], \\ \gamma = \left[1 - \frac{\lambda}{\mu} (\delta - 1) \right] / \left[1 + \frac{\lambda}{\mu} (\delta - 1)^2 \right] < 1. \end{aligned}$$

При преобразовании якобиана и диссипативных членов в правой части (32a) использовалось, что приближенно $\psi_1 = \delta \psi_2 + (\varepsilon a_2^2/f) \chi$, т.е. считалось, что ξ_2 и ξ_1 имеют один порядок величины. При $\lambda = 0$, когда $\gamma = 1$, экмановское трение в точ-

ности определяется функцией тока ψ_2 геострофического ветра в нижнем слое; ср. (33). При $\lambda > 0$, учитывая тем самым обмен импульсом между слоями и, соответственно, влияние циркуляции в верхнем слое на процессы в экмановском пограничном слое, мы в согласии с анализом уравнения (19) имеем значения γ немного меньшие единицы.

Соответственно, уравнение (34) записывается в виде

$$\frac{\partial}{\partial t} \chi + \frac{1}{\delta} J(\psi_1, \chi) = \frac{\kappa - 1}{\kappa} \left(\frac{\overline{Q}}{p} \right) - \Lambda \chi. \quad (34a)$$

Уравнения (32a) и (34a) образуют полную систему уравнений, если заданы притоки тепла в правой части (34a). По найденному решению функция тока в нижнем слое диагностически выражается из соотношения $\delta \psi_2 = \psi_1 - (\varepsilon a_2^2/f) \chi$. Уравнения (32a) и (34a) близки к уравнениям (19) и (20). В адиабатическом и невязком приближении и при $\delta = 1$ они совпадают по форме с уравнениями (17) и (18) за исключением множителя ε в первом слагаемом в правой части (32a). Появление при $\delta > 1$ якобиана в правой части (32a) — прямое следствие учета глобальной статической устойчивости в используемой двухслойной модели атмосферы. В адиабатическом и невязком приближении и при $\delta > 1$ закон сохранения энергии имеет тот же вид, что и (17a), однако теряется свойство сохранения интеграла от произведения $\nabla^2 \psi_1 - (f^2/a_1^2) \psi_1$ на произвольную функцию χ ; ср. (18a). Путем переопределения масштаба времени $t = \delta t'$ левая часть (34a) записывается как полная производная по времени. Однако при этом в якобиане в левой части (32a) перед вихрем скорости $\nabla^2 \psi_1$ появляется множитель δ . В статье [25] обсуждается, как аналогичный, больший единицы, множитель возникает в уравнениях (15) и (16), если принять, что исходное движение атмосферы эквивалентно-баротропно, т.е. скорость ветра меняется с высотой по величине, но не по направлению.

При стационарных притоках тепла уравнения (32a) и (34a) имеют ненулевое стационарное решение. Если поле притоков тепла, подобно тому, как в предыдущем разделе, имеет вид

$$\hat{Q} = \frac{\kappa - 1}{\kappa} \left(\frac{\overline{Q}}{p} \right) J_0(kr) \text{ и решение (32a) и (34a)}$$

ищется в виде $(\psi_1, \chi) = (\psi_{10}, \chi_0) J_0(kr)$, то будем иметь

$$\psi_{10} = \frac{\varepsilon \gamma a_2^2}{f \Lambda} \frac{\kappa - 1}{\kappa} \left(\frac{\overline{Q}}{p} \right), \quad \chi_0 = \frac{\kappa - 1}{\kappa \Lambda} \left(\frac{\overline{Q}}{p} \right). \quad (35)$$

Этим решениям отвечает поле функции тока в нижнем слое и поле приземного давления соответственно вида

$$\psi_{20} = \frac{\varepsilon(\gamma-1)a_2^2}{\delta f \Lambda} \frac{\kappa-1}{\kappa} \overline{\left(\frac{Q}{p}\right)}, \quad (36)$$

$$\xi_{10} + \varepsilon \xi_{20} \approx \xi_{10} = \frac{f}{a_2^2} \psi_{20} = \frac{\varepsilon(\gamma-1)}{\delta \Lambda} \frac{\kappa-1}{\kappa} \overline{\left(\frac{Q}{p}\right)}.$$

Полагая $\Lambda^{-1} \sim 2 \times 10^6 \text{ с}$, $\overline{\left(\frac{Q}{p}\right)}_0 \approx H_0 / (p_0 \langle h \rangle)$, где $H_0 \sim 10 \text{ Вт м}^{-2}$ – амплитуда потока тепла на поверхности, $p_0 \approx 10^3 \text{ гПа}$ – приземное давление воздуха и $\langle h \rangle \sim 2 \times 10^3 \text{ м}$, мы из (35) получим, что $\chi_0 \sim 2.9 \times 10^{-2}$. Как следствие, амплитуда возникающей в верхнем слое антициклонической циркуляции при $k^2 \sim 10(f^2/a_2^2) \sim 10^{-12} \text{ м}^{-2}$, $\varepsilon \approx 0.2$ и $\gamma \sim 0.8-0.9$ равна $-k^2 \psi_{10} \sim -7.2 \times 10^{-6} \text{ с}^{-1}$. При этом, если $\delta \approx 1.2$, то в нижнем слое возникает крайне слабая циклоническая циркуляция с амплитудой $k^2 \psi_{20} \sim 1.0 \times 10^{-6} \text{ с}^{-1}$, и мы также имеем, что $\xi_{10} + \varepsilon \xi_{20} \sim -1.0 \times 10^{-3}$, см. (36). Получается значительный положительный отклик в приземной температуре воздуха ($\sim 7-8 \text{ К}$), небольшое понижение приземного давления в центре нагрева ($\sim 1 \text{ гПа}$), достаточно заметный антициклональный отклик атмосферной циркуляции в основной толще атмосферы и очень слабая циклоническая циркуляция в нижнем, нагреваемом слое воздуха.

ЗАКЛЮЧИТЕЛЬНЫЕ ЗАМЕЧАНИЯ

Установление антициклонической циркуляции над Баренцевым и Карским морями ведет к ослаблению западного зонального переноса в более низких широтах и может способствовать формированию блокирующей этот перенос вихревой пары – антициклонической аномалии на севере и циклонической аномалии на юге. Раз сформировавшись, эта вихревая пара “стационарирует” в основном западном потоке [28] и в ее тылу осуществляется заток очень холодных арктических воздушных масс на евразийский континент, что ведет там к суровым зимам (ср. [2]). Безусловно, предложенная в работе теоретическая схема очень идеализирована, однако, как представляется, она качественно верно описывает отклик атмосферной циркуляции на аномальные условия нагрева над Арктическим бассейном. Представленные в работе две модели имеют много общего, но обладают и определенными различиями, особенно, что касается параметризации притоков тепла и их вертикального распределения. Обе мо-

дели показывают возникновение четко выраженной антициклонической циркуляции над областью нагрева. В обеих моделях это напрямую связано с эффектом экмановского трения³. Поэтому выводы работы говорят, в том числе, о крайней важности надлежащей параметризации эффекта планетарного пограничного слоя в моделях атмосферы и об очень большой чувствительности моделей к таким параметризациям, особенно при моделировании крупномасштабной циркуляции атмосферы над Арктикой при различном (в разных моделях) представлении физических процессов, определяющих взаимодействие “атмосфера–морской лед–океан”, которое осуществляется мелко-масштабными процессами, в частности, турбулентностью в атмосферном пограничном слое [30].

Работа выполнена при поддержке Российского Научного Фонда (грант № 18-47-06203). Автор признателен В.Н. Крупчатникову и И.И. Мохову за полезные обсуждения. Особая благодарность М.Г. Акперову за предоставленные иллюстрации к статье (рис. 1а, 1б). В 2019 году исполняется 70 лет с момента опубликования выдающейся работы А.М. Обухова [11], и автор был бы рад, если бы данная статья могла быть приуроченной к этой дате.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Мохов И.И.* Современные изменения климата в Арктике // Вестник Российской Академии Наук. 2015. Т. 85. № 5–6. С. 478–484.
2. *Мохов И.И., Семенов В.А.* Погодно-климатические аномалии в российских регионах и их связь с глобальными изменениями климата // Метеорология и гидрология. 2016. № 2. С. 16–28.
3. *Lupo A.R., Oglesby R.J., Mokhov I.I.* Climatological features of blocking anticyclones: a study of Northern Hemisphere CCM1 model blocking events in present-day and double CO2 concentration atmospheres // Climate Dynamics. 1997. V. 13. P. 181–195.
4. *Honda M., Inoue J., Yamane S.* Influence of low Arctic sea-ice minima on anomalously cold Eurasian winters // Geophys. Res. Lett. 2009. V. 36(8). P. L08707.
5. *Crasemann B., Handorf D., Jaiser R., Dethloff K., Nakamura T., Ukita J., Yamazaki K.* Can preferred atmospheric circulation patterns over the North-Atlantic-Eurasian region be associated with arctic ice loss? // Polar Science. 2017. V. 14. P. 9–20.
6. *Kim B.-M., Son S.-W., Min S.-K., Jeong J.-H., Kim S.-J., Zhang X., Shim T., Yoon J.-H.* Weakening of the stratospheric polar vortex by Arctic sea-ice loss // Nature communication. 2014. V. 5. P. 4646.
7. *Cohen J., Barlow M., Kushner P.G., Saito K.* Stratosphere-troposphere coupling and links with Eurasian

³ Отметим, что сходный результат получался в идеализированной теоретической модели конвекции во вращающейся жидкости [29].

- land surface variability // *J. Climate*. 2007. V. 20(21). P. 5335–5343.
8. *Petoukhov V., Semenov V.A.* A link between reduced Barents–Kara sea ice and cold winter extremes over northern continents // *J. Geophysical Research*. 2010. V. 115. P. D21111.
 9. *Wiin-Nielsen A.* Vorticity, divergence, and vertical velocity in a baroclinic boundary layer with a linear variation of the geostrophic wind // *Boundary Layer Meteorology*. 1974. V. 6. P. 459–476.
 10. *Алишаев Д.М.* О динамике двумерной бароклинной атмосферы // *Изв. АН СССР. Физика атмосферы и океана*. 1980. Т. 16. № 2. С. 99–107.
 11. *Обухов А.М.* К вопросу о геострофическом ветре // *Изв. АН СССР. Сер. геогр. и геофиз.* 1949. Т. 13. № 4. С. 281–306.
 12. *Tennekes H.* The general circulation of two-dimensional turbulent flow on a beta-plane // *J. Atmospheric Sciences*. 1977. V. 34. P. 702–712.
 13. *Ripa P.* Conservation laws for primitive equations models with inhomogeneous layers // *Geophysical & Astrophysical Fluid Dynamics*. 1993. V. 70. № 1–4. P. 85–111.
 14. *Goncharov V.P., Pavlov V.I.* Structural elements of collapses in shallow water flows with horizontally nonuniform density // *J. Experimental and Theoretical Physics*. 2013. V. 117. № 4. P. 754–763. (The article is published in the original.)
 15. *Ингель Л.Х.* О крупномасштабном динамическом эффекте источника тепла в однородном слое вращающейся жидкости (линейное приближение) // *Труды ИЭМ*. 1986. Вып. 39(122). С. 118–130.
 16. *Курганский М.В.* Введение в крупномасштабную динамику атмосферы (Адиабатические инварианты и их применение). Л. Гидрометеиздат. 1993. 168 с.
 17. *Kurgansky M.V.* *Adiabatic Invariants in Large-scale Atmospheric Dynamics*. London and New York. Taylor & Francis. 2002. 222 p.
 18. *Кабанов А.С., Нетреба С.Н.* Возмущение зонального потока локальным источником тепла // *Метеорология и гидрология*. 1983. № 8. С. 21–28.
 19. *Ингель Л.Х.* О влиянии источника тепла на крупномасштабные поля давления и ветра (квазибаротропная модель) // *Метеорология и гидрология*. 1983. № 8. С. 29–38.
 20. *Petoukhov V., Ganopolski A., Brovkin V., Claussen M., Kubatzki C., Rahmstorf S.* CLIMBER-2: a climate model of intermediate complexity. Part I: Model description and performance for present climate // *Climate Dynamics*. 2000. V. 16. P. 1–7.
 21. *Nambu Y.* Generalized Hamiltonian dynamics // *Physical Reviews*. 1973. V. D7. P. 2405–2412.
 22. *Nevir P., Blender R.* A Nambu representation of incompressible hydrodynamics using helicity and enstrophy // *J. Physics A: Mathematical General*. 1993. V. 26. P. L1189–L1193.
 23. *Salazar R., Kurgansky M.V.* Nambu brackets in fluid mechanics and magnetohydrodynamics // *J. Physics A: Mathematical and Theoretical*. 2010. V. 43. P. 305501 (1–8).
 24. *Алишаев Д.М.* О крупномасштабной динамике двумерной бароклинной неадиабатической атмосферы // *Изв. АН СССР. Физика атмосферы и океана*. 1981. Т. 17. № 2. С. 123–130.
 25. *Kurgansky M.V., Dethloff K., Pischchenko I.A., Gernandt H., Chmielewski F.-M., Jansen W.* Long-term climate variability in a simple, nonlinear atmospheric model // *J. Geophysical Research*. 1996. V. 101(D2). P. 4299–4314.
 26. *Dorn W., Rinke A., Köberle C., Dethloff K., Gerdes R.* HIRHAM–NAOSIM 2.0: The upgraded version of the coupled regional atmosphere–ocean–sea ice model for Arctic climate studies // *Geoscientific Model Development Discussions* 2018. <https://doi.org/10.5194/gmd-2018-278>
 27. *Lavoie R.L.* A mesoscale numerical model of lake-effect storms // *Journal of the Atmospheric Sciences*. 1972. V. 29. P. 1025–1040.
 28. *Обухов А.М., Курганский М.В., Татарская М.С.* Динамические условия возникновения засух и других крупномасштабных погодных аномалий // *Метеорология и гидрология*. 1984. № 10. С. 5–13.
 29. *Перестенко О.В., Ингель Л.Х.* К линейной теории нестационарной конвекции в устойчиво стратифицированной вращающейся среде над термически неоднородной поверхностью // *Изв. АН СССР. Физика атмосферы и океана*. 1990. Т. 26. № 9. С. 906–916
 30. *Vihma T., Pirazzini R., Fer I., Renfrew I.A., Sedlar J., Tjernström M., Lüpkes C., Nygård T., Notz D., Weiss J., Marsan D., Cheng B., Birnbaum G., Gerland S., Chechin D., Gascard J.C.* Advances in understanding and parameterization of small-scale physical processes in the marine arctic climate system: A review // *Atmospheric Chemistry and Physics*. 2014. V. 14(17). P. 9403–9450.

Atmospheric Circulation Response to Heat Flow Anomalies in a Two-Dimensional Baroclinic Model of the Atmosphere

M. V. Kurgansky*

*Obukhov Institute of Atmospheric Physics RAS,
Pyzhevsky, 3, Moscow, 119017 Russia*

*e-mail: kurgansk@ifaran.ru

The response of large-scale atmospheric circulation on anomalous heating from the ice-free surface of the Barents and Kara Seas, which has been observed over the past two decades, is considered. For this purpose,

a simplified two-dimensional baroclinic model of the atmosphere is used, which is obtained by averaging the hydrodynamic equations in height, as well as its two-layer analogue, in which the effect of anomalous heating and, accordingly, horizontal baroclinicity is concentrated within the surface adjacent 1-2 km thick atmospheric layer, which fits more closely the Arctic conditions. Quasi-geostrophic approximations are constructed for both models; for a single-layer model (in the adiabatic and non-viscous approximation), the formulation is also given in terms of Nambu mechanics. In both models, the appearance of a center of increased surface air temperature over the area of anomalous heating, a slight decrease in surface pressure there, and finally, the emergence of anticyclonic circulation in the main atmospheric bulk was detected. It is shown that the model results are extremely sensitive to the parametrization of the Ekman boundary layer.

Keywords: Arctic warming, horizontal baroclinicity, quasi-geostrophic atmospheric models, Nambu mechanics, Ekman boundary layer, anticyclonic circulation