УДК 551.51:53.083.7

# ВОССТАНОВЛЕНИЕ ПАРАМЕТРОВ ВНУТРЕННИХ ВОЛН В АТМОСФЕРЕ ПО ФЛУКТУАЦИЯМ АМПЛИТУДЫ СИГНАЛА В РАДИОЗАТМЕННОМ ЭКСПЕРИМЕНТЕ

© 2020 г. В. Кан<sup>а, \*</sup>, М. Е. Горбунов<sup>а, b</sup>, А. В. Шмаков<sup>а</sup>, В. Ф. Софиева<sup>с</sup>

<sup>а</sup>Институт физики атмосферы им. А.М. Обухова Российской академии наук, Пыжевский пер., 3, Москва, 119017 Россия <sup>b</sup>Гидрометцентр России, Предтеченский пер., 11-13, Москва, 123242 Россия <sup>c</sup>Финский Метеорологический Институт, п. я. 503, площадь Эрика Пальмена, 1, Хельсинки, FIN-00101 Финляндия \*E-mail: valerykan@list.ru Поступила в редакцию 16.04.2020 г. После доработки 27.04.2020 г.

Принята к публикации 03.06.2020 г.

В статье рассматривается методика восстановления параметров внутренних гравитационных волн (ВГВ) в стратосфере по флуктуациям амплитуды в спутниковых радиозатменных наблюдениях. В формировании флуктуаций радиосигнала в этих наблюдениях основную роль играют ВГВ, а вклад изотропной турбулентности пренебрежимо мал. Мы рассматриваем методические вопросы: 1) выбор модели пространственного спектра внутренних волн, 2) вывод соотношений, связывающих статистические параметры спектров ВГВ и флуктуаций амплитуды, в приближении фазового экрана и слабых флуктуаций, 3) разработка алгоритма восстановления и 4) оценка возможных ошибок. Восстанавливаемыми параметрами являются внешний или доминантный масштаб и структурная характеристика вертикального спектра ВГВ, определяющая спектральную амплитуду в режиме насыщения. Рабочий диапазон охватывает высоты от 28 км до верхней границы тропопаузы. Оценки погрешностей алгоритма восстановления 10–20% для внешнего масштаба и 20–40% для структурной характеристики.

**Ключевые слова:** радиозатменное зондирование атмосферы, флуктуации амплитуды сигнала, восстановление параметров внутренних волн

**DOI:** 10.31857/S0002351520050077

#### введение

Внутренние гравитационные волны (ВГВ) в средней атмосфере являются основным источником мезомасштабных флуктуаций ветра и температуры с вертикальными масштабами от нескольких километров до сотни метров и с периодами от пяти минут до десятка часов. Они играют существенную роль в энергетическом обмене и глобальной циркуляции атмосферы, генерации турбулентности и перемешивании [1]. Для включения ВГВ в различные модели циркуляции и обмена в атмосфере необходима параметризация волн и исследование глобального высотного, сезонного и географического распределения этих параметров. Актуальность этой задачи подтверждается большим количеством экспериментальных исследований ВГВ в настоящее время. Наблюдения включают измерения флуктуаций температуры и ветра при помощи зондов на многочисленных станциях от тропиков до полюсов [2–6], радаров [7, 8] и самолетов [9, 10]. Глобальный мониторинг метеопараметров и их вариаций обеспечивается разнообразными спутниковыми системами, такими как лимбовые спектрометры [11, 12], затменные наблюдения мерцаний звезд [13–16], радиозатменные измерения [17–24].

Среди спутниковых методов наибольшее распространение получили исследования, основанные на радиозатменных измерениях излучений навигационных спутников GPS (Global Positioning System) на длинах волн  $\lambda_1 = 19.03$  см и  $\lambda_2 = 24.42$  см с частотой выборки 50 Гц. Успех, достигнутый в первом эксперименте со спутником-приемником Microlab-1 [17], стимулировал создание новых приемных систем CHAMP (Challenging Minisatellite Payload), COSMIC (Constellation Observing System for Meteorology, Ionosphere and Climate), MetOp (Meteorological Operational Satellite). Особо следует отметить систему COSMIC, состоящую из 6 приемных спутников, которая в сочетание с 24 передающими спутниками GPS обеспечивает до 3000 профилей в сутки, являющиеся базой глобального мониторинга параметров атмосферы. Эти измерения активно используются мировыми центрами прогноза погоды [18, 19]. В настоящее время жизненный цикл системы COSMIC близок к завершению, однако в стадии тестирования находится еще более мощная система COSMIC-2 [20]. Были запущены китайские спутники FY-3C и FY-3D, поставляющие около 500 профилей в сутки [21]. Идет разработка системы CICERO (Community Initiative for Continuing Earth Radio Occultation) из двух спутников, обеспечивающих около 1100 профилей в сутки [22]. Также существуют коммерческие проекты по запуску больших систем малых спутников типа CubeSat [23]. Увеличению числа зондирований способствует то, что, помимо GPS, современными приемниками используются сигналы ГЛОНАСС и других навигационных систем. Подробный анализ принципов радиозатменного зондирования атмосферы приведен в монографии [24].

Высокий потенциал и стабильность излучения GPS сыграли ключевую роль в развитии радиозатменного зондирования атмосферы Земли, которое обеспечивает глобальность покрытия и хорошее вертикальное разрешение. Это позволило использовать сигналы GPS не только для восстановления регулярных профилей температуры, но и для исследования их флуктуаций [25-34]. Индикатором активности внутренних волн являются мощность флуктуаций температуры и удельная потенциальная энергия Е<sub>р</sub> (спектральная или интегральная в некотором диапазоне вертикальных масштабов), которые оценивают по восстановленным температурным профилям. Для радиозатменного метода оптимальный диапазон высот, в котором погрешности температуры не превышают 1-1.5 К, составляет от 30-35 до 8-10 км [35, 36]. Вертикальное разрешение профилей в случае использования геометрооптического приближения составляет в стратосфере около 1.5 км, а горизонтальное разрешение, связанное с предположением о локальной сферической симметрии атмосферы, составляет 250-300 км [27, 35, 37]. Использование методов, основанных на волновой оптике, позволяет существенно улучшить вертикальное разрешение [24]. Относительно густая сетка зондирований в ряде случаев позволяет исследовать не только индивидуальные, но и парные [38] и тройные [39] температурные профили, попавшие в заданные ячейки координатно-временной сетки. Использование кросс-корреляционного анализа в таких парных и тройных событиях позволяет дополнительно оценить вертикальные и горизонтальные масштабы доминантных волн. В [40, 41] были использованы данные, полученные в самой начале запуска созвездия COSMIC, когда спутники находились близко друг к другу, обеспечивая сетку температурных профилей с шагом вплоть до нескольких километров по горизонтали.

За прошедшие 20 лет данные спутникового мониторинга внутренних волн составили большой массив, покрывающий весь глобус и все сезоны. Как эти данные, так и зондовые, самолетные и радарные измерения, хотя и указывают на некоторую общность характеристик широтнодолготной и сезонной активности волн, однако могут отличаться в несколько раз для схожих измерений. Помимо естественной изменчивости, это объясняется различием в методах интерпретации данных измерений, в частности, разделения регулярного и флуктуационного профилей температуры [28, 34, 39, 42]. Таким образом, экспериментальные спектры ВГВ, хотя и согласуются в общих чертах с "универсальным" спектром [43-45], лемонстрируют сильную изменчивость, наряду с которой часто отмечаются значительные отличия средних экспериментальных данных от теоретических значений [1, 3].

Это указывает на актуальность разработки метода восстановления основных статистических параметров внутренних волн по флуктуациям амплитуды радиосигнала в радиозатменных экспериментах и ее апробации по имеющимся массивам радиозатменных данным измерений. В данной статье рассмотрены методические вопросы: 1) выбор модели пространственного спектра внутренних волн, 2) вывод основных соотношений, 3) разработка алгоритма восстановления и 4) оценки его ошибок. Методика основана на приближениях, традиционных для задачи распространения излучения в случайно неоднородных средах, и во многом аналогична методике восстановления параметров ВГВ и турбулентности по спутниковым затменным наблюдениям мерцаний звезд [13-15]. Как показано в [46], при радиозатменных наблюдениях, в отличие от оптических, можно пренебречь влиянием изотропной колмогоровской турбулентности. Кроме того, разная чувствительность этих методов зондирования, связанная с различием длин волн, приводит к тому, что оптический метод мерцаний звезд применим в диапазоне высот примерно от 50-60 до 30 км [13–15], а радиозондирование от 30–35 до 5-10 км [46]. Таким образом, эти методы хорошо дополняют друг друга по зондируемым диапазонам высот.

Статья организована следующим образом. В Разделе "Основные приближения" рассмотрены модели пространственного спектра внутренних волн и обсуждается приближенное описание флуктуаций радиозатменных сигналов. Мы используем модель 3-мерного спектра ВГВ, которая является обобщением 1-мерного вертикального ("универсального") спектра [43–45]. Приближения фазового экрана и слабых флуктуаций позволяют значительно упростить задачу и учесть влияние сферичности атмосферы, существенную для таких сильно анизотропных образований, как ВГВ [46–48]. В Разделе "Основные соотношения" приводятся формулы, связывающие измеряемый 1-мерный спектр флуктуаций амплитуды с пространственным спектром ВГВ. Пользуясь принятыми приближениями и учитывая сильную анизотропию волн, мы получаем простые аналитические соотношения и строим на их основе алгоритм восстановления параметров ВГВ, основанный на подгонке теоретических спектров амплитудных флуктуаций к экспериментальным. В Разделе "Процедура обработки и примеры восстановления" приведены примеры восстановления параметров ВГВ и даны оценки интегральных погрешностей метода. В "Заключении" резюмируются основные результаты статьи.

## 1. ОСНОВНЫЕ ПРИБЛИЖЕНИЯ

В этом разделе мы приводим краткое изложение основных приближений и моделей, которые использовались для анализа флуктуаций радиосигнала. К ним относятся модель пространственного спектра ВГВ в атмосфере, приближение эквивалентного фазового экрана и приближение слабых флуктуаций (метода Рытова). Подробное описание этих приближений и их обоснование для затменных экспериментов можно найти в [13–15, 47, 48], где приводятся дальнейшие ссылки. Геометрия радиозатменных наблюдений приведена в многочисленных работах, например, в монографии [24].

#### 1.1. Пространственные спектры ВГВ

Мы будем использовать статистическое описание для полей атмосферных неоднородностей и принимаемого сигнала, полагая, что при просвечивании всей атмосферы вдоль линии визирования зондирующая волна взаимодействует с достаточно представительным ансамблем атмосферных неоднородностей показателя преломления, генерируемых турбулентностью и внутренними волнами. Эти неоднородности вызывают флуктуации амплитуды и фазы распространяющегося сигнала. В оптическом диапазоне вклады неоднородностей обоих типов в мерцания сравнимы друг с другом [13–15]. В радиозатменных наблюдениях на длинах волн GPS в средней атмосфере вклад изотропной колмогоровской турбулентности в мощность флуктуаций сигнала как минимум на два порядка меньше, чем вклад сильно анизотропных ВГВ [46]. Это объясняется увеличением дифракционного масштаба Френеля, определяющего амплитудные флуктуации, которое приводит к возрастанию роли крупномасштабных ВГВ с более крутым 3-мерным спектром [46, 49]. Таким образом, флуктуации радиосигнала GPS позволяют восстанавливать только параметры ВГВ.

Для задачи распространения излучения характеристики случайной среды определяются 3-мерным спектром относительных флуктуаций индекса рефракции  $v = (N - \overline{N})/\overline{N}$ , где N = n - 1 - 1индекс рефракции, n – показатель преломления [50]. Черта сверху означает сезонно-региональное среднее на данной высоте. Предполагается, что регулярная атмосфера  $\overline{N}$  является сферически симметричной, а случайное поле у является локально однородным в сферическом слое [47, 48]. В оптике флуктуации индекса рефракции определяются только температурными флуктуациями. В радиодиапазоне дополнительный вклад во флуктуации индекса рефракции вносят флуктуации влажности, и они могут стать определяющими в нижней тропосфере [51]. В данной работе мы ограничиваемся исследованиями ВГВ в стратосфере, где влиянием влажности можно пренебречь. В этом случае относительные флуктуации индекса рефракции v равны относительным флуктуациям плотности  $\delta \rho / \overline{\rho}$  и (с обратным знаком) относительным флуктуациям температуры  $\delta T/\overline{T}$ . Для восстановления 3-мерного спектра неоднородностей мы задаем его параметрическую модель и рассчитываем для нее теоретические спектры флуктуаций амплитуды радиосигнала. Параметры модели определяются так, чтобы теоретические спектры оказывались наиболее близки к экспериментальным.

На основе наблюдений мерцаний звезд А.С. Гурвич разработал модель 3-мерного спектра относительных флуктуаций индекса рефракции, генерируемых случайным ансамблем внутренних волн [13–15, 47]:

$$\Phi_{W}\left(\kappa_{x},\kappa_{y},\kappa_{z}\right) = C_{W}^{2}\eta^{2}(\kappa^{2}+K_{W}^{2})^{-\frac{\mu}{2}}\phi(\kappa/\kappa_{W}),$$

$$\kappa^{2} = \kappa_{z}^{2}+\eta^{2}\kappa_{\perp}^{2},$$

$$\kappa_{\perp}^{2} = \kappa_{x}^{2}+\eta^{2}\kappa_{y}^{2},$$
(1)

где  $C_W^2$  – структурная характеристика, определяющая интенсивность флуктуаций  $\nu, \eta \ge 1 - \kappa o$ эффициент анизотропии, характеризующий отношение характерных горизонтальных масштабов к вертикальным,  $\kappa_z$  – вертикальное волновое число, к<sub>x</sub>, к<sub>y</sub> – горизонтальные волновые числа, ось х совпадает с направлением визирования,  $K_W = 2\pi/L_W$ ,  $k_W = 2\pi/l_W$ ,  $L_W$  – вертикальный внешний масштаб, *l<sub>w</sub> –* внутренний масштаб (масштаб обрушения волн и трансформации в турбулентность). Для стратосферы значения *l*<sub>w</sub> находятся в диапазоне от десятка до сотни метров [13-15]. Показатель степени - µ равен - 5. Функция ф характеризует затухание спектра (1) на самых мелких масштабах. Поскольку дифракционный масштаб Френеля  $\rho_F$  существенно больше

ИЗВЕСТИЯ РАН. ФИЗИКА АТМОСФЕРЫ И ОКЕАНА том 56 № 5 2020

 $l_W$ , то вторые моменты флуктуаций амплитуды радиосигнала GPS практически не зависят от внутреннего масштаба [46], и в дальнейшем мы будем полагать  $\phi = 1$ . Напротив, в оптических затменных наблюдениях зона Френеля много меньше внутреннего масштаба ВГВ и внутренний масштаб является основным масштабом, определяющим мерцания звезд [13–15]. Предположение о том, что случайное поле у является локально однородным в сферическом слое атмосферы, позволяет учесть влияние анизотропии неоднородностей на распространяющееся излучение [47, 48]. Для локально однородных случайных полей показатель степени (наклон) чисто степенных спектров –  $\mu$  должен лежать в пределах:  $-3 > -\mu > -5$ , [50, 52], поэтому введение внешнего масштаба в (1) является необходимым, и в ряде случаев он является одним из определяющих параметров.

Односторонний 1-мерный вертикальный спектр равен интегралу от  $\Phi_W(\kappa_x, \kappa_y, \kappa_z)$  по горизонтальным волновым числам  $\kappa_x, \kappa_y$ :

$$V_{\nu}(\kappa_{z}) = V_{\delta T/\overline{T}}(\kappa_{z}) = \frac{4\pi}{3}C_{W}^{2}(\kappa_{z}^{2} + K_{W}^{2})^{-\frac{3}{2}}, \qquad (2)$$
$$\kappa_{z} \ge 0.$$

Спектр  $\Phi_W$  представляет собой 3-мерное обобщение известной модели насыщенных ВГВ с "универсальным" 1-мерным вертикальным спектром температурных флуктуаций с наклоном –3 [43–45]:

$$V_{\delta T/\bar{T}} = \beta \frac{\omega_{\text{B.V.}}^4}{g^2} \kappa_z^{-3}, \qquad (3)$$

где  $\beta \approx 0.1$  – числовой коэффициент в модели насыщенных ВГВ,  $\omega_{\text{B.V.}}$  – частота Брента–Вяйсяля и g – ускорение свободного падения. Высокочастотная область  $\kappa_z > K_W$  в (1) и (2) соответствует режиму насыщения ВГВ со спектром (3), а низкочастотная область  $\kappa_z < K_W$  соответствует ненасыщенным волнам.

Значения внешнего масштаба  $L_W = 2\pi/K_W$  в стратосфере составляют несколько километров [2, 43, 44]. Экспериментальных данных о волнах с масштабами, близкими к внешнему, мало, и описания спектра в этой области носят, в основном, гипотетический характер [43, 44]. Переход от ненасыщенного режима волн  $\kappa_z < K_W$  к насыщенному  $\kappa_z > K_W$  происходит в некотором интервале пространственных частот, и определение внешнего масштаба зависит от вида параметризации модельного спектра. При нашем определении  $L_W$  в (1) и (2) спектр выходит на плоское плато при переходе к ненасыщенному режиму волн в низкочастотной области аналогично моделям [43, 44]. Иногда используются модели 1-мерного спектра с асимпто-

тической линейной зависимостью  $V_{\delta T/\bar{T}} \sim \kappa_z$  в области ненасыщенных волн [25]. В качестве характерного масштаба иногда используется понятие доминантного масштаба, определяемого как положение максимума энергосодержащего спектра (произведения вертикального спектра на волновое число) [2, 3, 6, 33, 39]. Отношение доминантного масштаба к внешнему масштабу составляет 1–1.5 в зависимости от параметризации спектра ВГВ. В нашем случае оно равно 1.4.

Единственным статистическим параметром, определяющим спектры (1) и (2) в режиме насыщения, является структурная характеристика  $C_W^2$ , которая связана с параметрами "универсального" спектра (3) следующим образом [53]:

$$C_{W}^{2} = \frac{3\beta\omega_{\rm B.V.}^{4}}{4\pi g^{2}}.$$
 (4)

Анализ наблюдений мерцаний звезд [54-56] указывает на то, что коэффициент анизотропии является переменным и возрастает с ростом масштаба неоднородностей, насыщаясь около сотни для вертикальных масштабов 100 м и более. Предельные значения анизотропии для доминантных волн определяются отношением максимальной и минимальной внутренних частот:  $\eta_{\text{max}} \approx \omega_{\text{B.V.}} / f_C$ , где  $f_C$  – параметр Кориолиса. Типичные их значения в стратосфере составляют несколько сотен [1]. Для модели ВГВ характерными масштабами, определяющими флуктуации радиосигнала, являются масштаб Френеля  $\rho_F$  и внешний масштаб [46]. Для радиоволн с  $\lambda \approx 20$  см на трассе GPS – низкоорбитальный спутник  $\rho_F \approx 1.5$  км в стратосфере, а внешний масштаб L<sub>W</sub> составляет несколько километров [2, 6, 44].

Для неоднородностей с вертикальными масштабами свыше 1 км анизотропия η значительно превышает критическое значение  $\eta_{cr} = \sqrt{R_e/H_0} \approx 30$ , где  $R_e$  – радиус Земли,  $H_0 = 6-8$  км – высота однородной атмосферы. В силу сферичности атмосферы угол между лучом и анизотропными неоднородностями меняется вдоль линии визирования, и флуктуации фазы (эйконала) излучения насыщаются при  $\eta \ge \eta_{cr}$ , т.к. луч внутри слоя толщиной *H*<sub>0</sub> взаимодействует лишь с ограниченной частью каждой наклоненной неоднородности. Качественная иллюстрация этого эффекта при затменном зондировании приведена на рис. 1 в [47]. При сильной анизотропии η ≥ η<sub>cr</sub> флуктуации фазы не зависят от η, достигая значений, соответствующих предельному случаю сферически слоистых неоднородностей [47, 48]. Поэтому при рассмотрении флуктуаций амплитуды радиосигнала, определяемыми неоднородностями с характерными масштабами более 1 км можно использовать модели спектров (1) и (2) с постоянной анизотропией  $\eta = \text{const} \gg \eta_{cr}$ . Модель 3-мерного спектра  $\Phi_W$  (1) с постоянной анизотропией широко используется для анализа мерцаний звезд и радиоисточников, для восстановления параметров ВГВ и турбулентности по наблюдениям мерцаний звезд, коррекции шумов мерцаний при восстановлении содержания озона и других составляющих атмосферы в спектрометрических измерениях (см. ссылки в [56]).

#### 1.2. Приближения фазового экрана и слабых флуктуаций

Из-за экспоненциального уменьшения плотности воздуха с высотой основное влияние на распространяющееся излучение оказывает область атмосферы вблизи перигея луча с горизонтальным размером в несколько сотен километров. Поскольку расстояние от перигея луча до приемного спутника составляет около 3000 км, для флуктуационных задач хорошим приближением является замена атмосферы тонким экраном, который вносит только фазовые сдвиги, как регулярные, так и случайные. Амплитудные флуктуации принимаемого сигнала формируются в основном в результате дифракции в свободном пространстве между экраном и приемником [57]. Мы будем располагать фазовый экран в плоскости, проходящей через центр Земли и перпендикулярной падающим лучам. Свойства фазового экрана при затменном зондировании рассмотрены, например, в работах [47, 48, 58-60]. Использование фазового экрана позволяет существенно упростить анализ флуктуаций сигнала и, в частности, учесть влияние регулярного изменения рефракции с высотой. При расчете эквивалентного сдвига эйконала необходимо учесть эффекты, связанные со сферичностью атмосферы [47, 48].

Режим слабых флуктуаций реализуется, когда относительная дисперсия флуктуаций амплитуды принимаемого сигнала меньше единицы [50, 52, 61]. В этом случае в первом приближении метода плавных возмущений Рытова выводятся простые линейные соотношения, связывающие 3-мерный спектр атмосферных неоднородностей с 2-мерным спектром флуктуаций амплитуды и фазы радиосигнала [47, 48, 50, 52]. В оптике для низкоорбитальных приемных спутников режим слабых мерцаний реализуется для высот более 25-30 км [13–15]. В радиодиапазоне для сигнала GPS флуктуации амплитуды во много раз меньше из-за того, что масштаб Френеля, усредняющий флуктуации, примерно в тысячу раз больше по сравнению с оптикой. Дополнительным фактором является сильная регулярная рефракция в тропосфере, приводящая к росту рефракционного ослабления флуктуаций при уменьшении высоты зондирования.



**Рис. 1.** Теоретические спектры амплитудных флуктуаций, нормированные на максимальную дисперсию, при разных значениях внешнего масштаба  $L_W$ . Цифры у кривых – значения  $L_W$  в километрах, штриховая линия – расчет для  $L_W \to \infty$ .

Поэтому условие слабых флуктуаций для радиозатменных наблюдений GPS выполняется вплоть до высот в несколько километров [46]. В нижнем слое тропосферы наблюдаются сильные флуктуации амплитуды, вызванные многолучевым распространением, возникающего чаще всего из-за слоев влажности и наиболее сильно выраженного в тропиках [62–65]. Сложность нелинейных соотношений для сильных флуктуаций существенно затрудняет интерпретацию данных. Некоторые возможности восстановления параметров неоднородностей в этих условиях рассмотрены в [57]. Новый подход к теории флуктуаций радиозатменных сигналов, позволяющий сводить сильные флуктуации в тропосфере к слабым, описан в [66].

Скорость смещения линии визирования в плоскости фазового экрана для спутниковых измерений составляет несколько километров в секунду, поэтому характерное время взаимодействие луча с неоднородностями существенно меньше времени их эволюции, что позволяет использовать гипотезу замороженности случайного поля неоднородностей для перехода от измеренных временны́х зависимостей к пространственным.

## 2. ОСНОВНЫЕ СООТНОШЕНИЯ

Рассмотрим соотношения, связывающие измеряемые характеристики флуктуаций амплитуды с параметрами пространственных спектров ВГВ. В радиозатменном эксперименте мы получаем 1-мерную реализацию сигнала вдоль траектории движения приемного спутника. За время сеанса измерений, составляющего около 1 мин, положение спутника меняется мало по сравне-



**Рис. 2.** Пример сравнения нормированных экспериментальных спектров флуктуаций амплитуды (квадратики) и подогнанных теоретических спектров (сплошные линии). Спектры последовательно сдвинуты по оси абсцисс с множителем 1.5; цифры под кривыми обозначают высоты зондирования в километрах.

нию с расстоянием до фазового экрана. Кроме того, масштаб корреляции флуктуаций индекса рефракции вдоль луча во много раз превышает масштаб их корреляции в направлении, перпендикулярном лучу [50]. Поэтому можно считать, что измеренная реализация соответствует проекции участка траектории спутника на фазовый экран. Определение проекции учитывает рефракционное замедление вертикальной компоненты скорости луча.

Геометрия затменных наблюдений определяется углом захода α на фазовом экране между касательной к отрезку s траектории захода и локальной вертикалью (см. рис. 2 в [47] и рис. 1 в [54]). Угол  $\alpha = 0^{\circ}$  соответствует вертикальным радиозаходам, а  $\alpha = 90^{\circ}$  – горизонтальным, или тангенциальным заходам. Случайное поле ВГВ в диапазоне вертикальных масштабов, существенных для флуктуаций радиосигналов, характеризуется сильной анизотропией. Если  $\tan \alpha < \eta$ , то заходы можно приближенно считать вертикальными [56, 60, 67]. При η ≥50 это условие выполняется вплоть до углов α ≈ 89°, т.е. практически для всех радиозаходов. Как показано в [46, 48], в этому случае 1-мерные вертикальные спектры относительных флуктуаций амплитуды  $\delta A/\overline{A} = (A - \overline{A})/\overline{A}$  (или логарифма относительной амплитуды  $\chi = \ln \left( A / \overline{A} \right)$ для слабых флуктуаций  $\delta A/\overline{A} \ll 1$ ) на приемнике задаются простыми аналитическими выражениями:

$$V_{\delta A/\bar{A}}(\kappa_z) = k^2 \sin^2 \frac{\kappa_z^2}{\kappa_F^2} \tilde{V}_{\delta \Psi}(\kappa_z), \qquad (5)$$

где  $k = 2\pi/\lambda$ ,  $\kappa_F = \sqrt{2k\gamma/qD_r}$  — вертикальное волновое число Френеля и  $\rho_F = 2\pi/\kappa_F = \sqrt{\pi q \lambda D_r/\gamma}$  — вертикальный масштаб Френеля, q — рефракционное ослабление,  $\gamma = (D_t + D_r)/D_t$ ,  $D_r \approx 3200$  км

и  $D_t \approx 25800 \text{ км}$  — расстояния от приемного спутника и спутника GPS до перигея луча,  $\tilde{V}_{\delta\Psi}(\kappa_z)$  вертикальный спектр флуктуаций эйконала  $\psi = S/k$  на выходе из фазового экрана, S — фаза радиоволны. Множитель  $\sin^2(\kappa_z^2/\kappa_F^2)$  в (5) описывает дифракцию при распространении волны после фазового экрана. При уменьшении высоты от 30 до 10 км рефракционное ослабление q уменьшается от 0.85 до 0.21, а френелевский масштаб  $\rho_F$ для  $\lambda = 19.03$  см — от 1.2 до 0.6 км. Спектр флуктуаций эйконала определяется вертикальным спектром относительных флуктуаций индекса рефракции (температуры) (2):

$$\tilde{V}_{\delta\psi}(\kappa_z) = \frac{\overline{\Psi}^2}{\sqrt{1 + \kappa_z^2 H_0^2}} V_{\nu}(\kappa_z), \qquad (6)$$

где  $\overline{\Psi}$  — средняя добавка атмосферного эйконала, обусловленная отличием показателя преломления от единицы [47], и для экспоненциальной атмосферы  $\overline{\Psi} = \sqrt{2\pi R_e H_0} \overline{N}$ . Тогда с учетом (2), (5) и (6) можно записать:

$$V_{\delta A/\bar{A}}(\kappa_{z}) = \frac{4\pi k^{2} C_{W}^{2}}{3} \times \frac{\bar{\Psi}^{2}}{\sqrt{1 + \kappa_{z}^{2} H_{0}^{2}}} \sin^{2} \frac{\kappa_{z}^{2}}{\kappa_{F}^{2}} (\kappa_{z}^{2} + K_{W}^{2})^{-\frac{3}{2}}.$$
(7)

Спектры (5)-(7) являются односторонними для волновых чисел  $\kappa_{z} \ge 0$  в плоскости фазового экрана. Волновые числа в приемной плоскости и в плоскости фазового экрана связаны соотношениями, обратными тем, что связывают масштабы. В данной работе под спектром амплитудных флуктуаций мы понимаем саму спектральную плотность, а не ее произведение на частоту, как в [46]. Асимптотики спектра (7) определяются показателем степени  $-\mu = -5$  в 3-мерном спектре флуктуаций индекса рефракции (1) [46-48]. В области дифракционного затухания для высоких частот  $\kappa_z > \kappa_F$  спектр (7) асимптотически уменьшается с показателем степени  $-\mu + 1 = -4$ . В низкочастотной области  $\kappa_z < \kappa_F$  для спектров (1) и (2) с  $L_W \rightarrow \infty$  асимптотика (7) имеет показатель  $-\mu + 5 = 0$ , т.е. спектр флуктуаций амплитуды насыщается к константе. При этом дисперсия относительных флуктуаций амплитуды, существующая и в предельном случае  $L_W \to \infty$ , записывается в виде [46]:

$$\sigma_{\delta A/\bar{A}}^{2}(L_{W} \to \infty) = \frac{8\pi\sqrt{\pi}k^{2}\overline{\Psi}^{2}}{9H_{0}}C_{W}^{2}\kappa_{\mathrm{F}}^{-3}.$$
(8)

Учет конечного внешнего масштаба  $L_W$  приводит к уменьшению спектральной плотности флуктуаций амплитуды (7) при уменьшении  $\kappa_z$  и, соответственно, к уменьшению дисперсии. Это связано с тем, что заметная доля дисперсии содержится в низкочастотной области, в которой поведение спектра зависит от внешнего масштаба.

Восстановление параметров ВГВ по спектрам флуктуаций радиосигнала существенно проще, чем по спектрам мерцаний звезд [13–15]: а) не надо учитывать колмогоровскую турбулентность; б) спектр амплитудных флуктуаций записывается в аналитическом виде. С другой стороны, остаточное влияние ионосферы [68], которое проявляется в крупномасштабных флуктуациях амплитуды, а также близость масштаба Френеля и внешнего масштаба могут вносить дополнительные погрешности в оценки внешнего масштаба и структурной характеристики.

Для восстановления структурной характеристики и внешнего масштаба, усредненных в некоторых высотно-регионально-сезонных ячейках, можно использовать два варианта: 1) подгонять теоретические спектры амплитудных флуктуаций к индивидуальным экспериментальным спектрам и затем находить усредненные параметры ВГВ в каждой ячейке; 2) сначала усреднять экспериментальные спектры амплитудных флуктуаций в каждой ячейке и к усредненному спектру подгонять теоретический. В первом варианте не всегда удается подогнать теорию к эксперименту. Это связано с тем, что наклон теоретических спектров амплитудных флуктуаций в низкочастотной области  $\kappa_z < \kappa_F$  всегда неотрицателен, а нулевой наклон соответствует  $L_W \rightarrow \infty$ . В индивидуальных экспериментальных спектрах из-за плохой статистической устойчивости оценок на низких частотах это условие может не выполняться и такие спектры нельзя использовать для сравнения с теоретическими. Такая селективность может привести к систематическому занижению оценок внешнего масштаба [53]. Мы будем следовать второму варианту.

Волновые числа мы будем нормировать на масштаб Френеля, а спектральную плотность – на дисперсию. Тогда для теоретического спектра (7), нормированного на дисперсию при  $L_W \to \infty$  (8), можно записать:

$$\frac{V_{\delta A/\bar{A}, \text{the}}\left(\frac{\kappa_{z}}{\kappa_{F}}\right)}{\sigma_{\delta A/\bar{A}, \text{the}}^{2}\left(L_{W} \to \infty\right)} = \frac{\sin^{2}\frac{\kappa_{z}^{2}}{\kappa_{F}^{2}}}{\sqrt{1 + (\kappa_{F}H_{0})^{2}\frac{\kappa_{z}^{2}}{\kappa_{F}^{2}}\left[\frac{\kappa_{z}^{2} + K_{W}^{2}}{\kappa_{F}^{2}}\right]^{3}}}.$$
(9)

Нормированные теоретические спектры (9) зависят только от внешнего масштаба  $L_W$ , а структурная характеристика  $C_W^2$  выпадает из-за нормировки.

На рис. 1 приведены теоретические спектры для разных значений  $L_W$ . Из рисунка видно, что для выбранной модели спектра неоднородностей влияние внешнего масштаба проявляется заметным образом вплоть до  $L_W = 5-7$  км. Глубокие дифракционные осцилляции спектральной плотности связаны с идеализацией модели фазового экрана. Для подгонки теоретические спектры усреднялись в том же спектральном окне, что и экспериментальные. Это позволяет сгладить дифракционные осцилляции.

В эксперименте мы имеем оценки спектральной плотности в некотором ограниченном диапазоне нормированных волновых чисел  $\kappa_{min} - \kappa_{max}$  и только в этом диапазоне частот можно получить оценку частичной дисперсии:

$$\tilde{\sigma}_{\delta A/\bar{A}, \exp}^2 = \int_{\kappa_{\min}}^{\kappa_{\max}} V_{\delta A/\bar{A}, \exp}\left(\frac{\kappa_z}{\kappa_F}\right) d\frac{\kappa_z}{\kappa_F}.$$
 (10)

Для нормированного спектра из эксперимента имеем:

$$S_{\delta A/\bar{A}, \exp}\left(\frac{\kappa_z}{\kappa_F}\right) = \frac{V_{\delta A/\bar{A}, \exp}\left(\frac{\kappa_z}{\kappa_F}\right)}{\tilde{\sigma}_{\delta A/\bar{A}, \exp}^2}.$$
 (11)

Этой функции мы сопоставляем теоретическую функцию:

$$S_{\delta A/\bar{A}, \text{the}}\left(\frac{\kappa_{z}}{\kappa_{F}}\right) = \frac{V_{\delta A/\bar{A}, \text{the}}\left(\frac{\kappa_{z}}{\kappa_{F}}\right)}{\int\limits_{\kappa_{\min}}^{\kappa_{\max}} V_{\delta A/\bar{A}, \text{the}}\left(\frac{\kappa_{z}}{\kappa_{F}}\right) d\frac{\kappa_{z}}{\kappa_{F}}} = (12)$$
$$= \frac{1}{C} \frac{V_{\delta A/\bar{A}, \text{the}}\left(\frac{\kappa_{z}}{\kappa_{F}}\right)}{\tilde{\sigma}_{\delta A/\bar{A}, \text{the}}^{2}\left(L_{W} \to \infty\right)}.$$

Второй множитель в (12) задается соотношением (9), а поправочная константа

$$C \equiv \int_{\kappa_{\min}}^{\kappa_{\max}} \frac{V_{\delta A/\bar{A}, \text{the}}\left(\frac{\kappa_{z}}{\kappa_{F}}\right)}{\tilde{\sigma}_{\delta A/\bar{A}, \text{the}}^{2}\left(L_{W} \to \infty\right)} d\frac{\kappa_{z}}{\kappa_{F}}$$
(13)

рассчитывается интегрированием (9) для заданного внешнего масштаба  $L_W$  в том же интервале волновых чисел  $\kappa_{\min} - \kappa_{\max}$ , что и в эксперименте, и представляет собой долю теоретической частичной дисперсии флуктуаций амплитуды относительно максимальной дисперсии с  $L_W \rightarrow \infty$ . Параметр *C* возрастает с ростом внешнего мас-

ИЗВЕСТИЯ РАН. ФИЗИКА АТМОСФЕРЫ И ОКЕАНА том 56 № 5 2020

штаба: для наших данных *С* изменялось от 0.3 до 0.7. Нормированные спектры (11) и (12) зависят только от внешнего масштаба.

Процедура оценки  $L_W$  заключается в следующем. Для набора значений  $L_W$  по (9) рассчитываются нормированные теоретические спектры и поправочные константы *C*. Подгонкой теоретических спектров (12), рассчитанных для разных  $L_W$ , к экспериментальному спектру (11) можно получить оценку  $L_W$ , минимизирующую невязку между теорией и экспериментом.

Оценка структурной характеристики  $C_W^2$  получается из сравнения экспериментальной и теоретической оценок частичных дисперсий. Пользуясь (13) и (8), запишем теоретическую оценку дисперсии:

$$\tilde{\sigma}_{\delta A/\bar{A},\text{the}}^{2} = \int_{\kappa_{\min}}^{\kappa_{\max}} V_{\delta A/\bar{A},\exp}\left(\frac{\kappa_{z}}{\kappa_{F}}\right) d\frac{\kappa_{z}}{\kappa_{F}}$$

$$= C\sigma_{\delta A/\bar{A},\text{the}}^{2} \left(L_{W} \to \infty\right) =$$

$$= C\frac{8\pi\sqrt{\pi}k^{2}\overline{\Psi}^{2}}{9H_{0}}C_{W}^{2}\kappa_{F}^{-3}.$$
(14)

Отсюда получаем экспериментальную оценку структурной характеристики:

$$C_W^2 = \frac{1}{C} \frac{9H_0 \kappa_{\rm F}^3}{8\pi \sqrt{\pi \psi^2 k^2}} \tilde{\sigma}_{\delta A/\bar{A}, \exp}^2.$$
(15)

Внешний масштаб L<sub>W</sub> и структурная характе-

ристика  $C_W^2$  полностью определяют пространственные спектры ВГВ (1) и (2) для вертикальных масштабов, больших внутреннего масштаба:  $\kappa_z < \kappa_W$ . Внешний масштаб служит границей между ненасыщенными и насыщенными волнами. Структурная характеристика полностью определяет спектр внутренних волн в режиме насыщения.

Показателем активности волн является удельная энергия волн [1]. Поскольку пульсации горизонтальной скорости и температуры, создаваемые волнами, связаны поляризационными соотношениями [1], то в качестве такого показателя можно использовать потенциальную энергию или дисперсию температурных флуктуаций. В линейной теории волн отношение кинетической энергии к потенциальной равно модулю показателя степени временного спектра |p| = 5/3 [1, 25]. Удельная потенциальная энергия ВГВ равна [6, 25, 29, 31, 33, 34, 70]:

$$E_{p} = \frac{1}{2} \left( \frac{g}{\omega_{\text{B.V.}}} \right)^{2} \int_{0}^{\infty} V_{\delta T/\bar{T}} (\kappa_{z}) d\kappa_{z} =$$

$$= \frac{1}{2} \left( \frac{g}{\omega_{\text{B.V.}}} \right)^{2} \sigma_{\delta T/\bar{T}}^{2},$$
(16)

где  $\sigma_{\delta T/\bar{T}}^2$  — относительная дисперсия флуктуаций температуры, полученная интегрированием вертикального спектра относительных флуктуаций температуры  $V_{\delta T/\bar{T}}$  ( $\kappa_z$ ) (2):

$$\sigma_{\delta T/\bar{T}}^2 = \frac{4\pi}{3} C_W^2 K_W^{-2} = \beta \frac{\omega_{\rm B.V.}^4}{g^2} K_W^{-2}.$$
 (17)

И в (17) мы учли соотношение (4). Параметры  $C_W^2$  и  $L_W = 2\pi/K_W$  определяют как среднее значение потенциальной энергии, так и ее изменчивость, при этом определяющий вклад в потенциальную энергию вносят крупные масштабы, близкие к внешнему.

Каждый способ измерения характеризуется своим диапазоном длин волн, к которым он чувствителен (своим "наблюдательным фильтром" по терминологии [1, 71]) и своей методикой фильтрации температурных флуктуаций. Так, для радиозондов вертикальное разрешение составляет около сотни метров [2, 3, 6], а для радиозатменных данных 1.5-2 км [25, 27, 35]. Оценки в крупномасштабной области определяются длиной реализаций, которая для стратосферы составляет интервал в 10-20 км разности по высоте. Кроме того, необходимость в фильтрации для разделения регулярной и флуктуационной компонент профилей температуры, а также статистическая неустойчивость спектральных оценок в низкочастотной области дополнительно ограничивают измерения в этой области. Для корректного учета внешнего масштаба в измерениях учитываются температурные флуктуации с масштабами не менее 3-5 км (радиозонды) и не менее 5-10 км (радиозатменные данные).

## 3. ПРОЦЕДУРА ОБРАБОТКИ И ПРИМЕРЫ ВОССТАНОВЛЕНИЯ

Для обработки использовались данные эксперимента COSMIC в канале L1 ( $\lambda = 19.03$  см) с частотой выборки 50 Гц. Данные включают координаты спутников и амплитуды как функции времени. По координатам спутников, с использованием климатологической модели атмосферы MSIS [69], приближенно вычислялись высоты перигеев лучей.

Для каждого сезона исследовалось широтное (зональное) распределение параметров ВГВ в полосах широт  $0^{\circ}-20^{\circ}$ ,  $20^{\circ}-40^{\circ}$ ,  $40^{\circ}-60^{\circ}$ ,  $60^{\circ}-90^{\circ}$  в северном и южном полушариях для 2011 г. Верхняя граница высот была выбрана равной 32 км. Ниже этой высоты влияние ионосферы достаточно мало и флуктуации амплитуды в статистическом анализе определяются неоднородностями нейтральной атмосферы [46]. Нижняя граница диапазона исследуемых высот задавалась на один километр выше верхней границы тропопаузы в

507

соответствующей полосе географических широт, чтобы уменьшить влияние сильных градиентов температуры [32, 34]. Спектры относительных флуктуаций амплитуды рассчитывались по участкам реализаций с перепадом высот  $\Delta z = 8$  км с шагом 2 км. Этим спектрам приписывались высоты, равные серединам участков реализаций. Таким образом, максимальная высота для всех широт составляла 28 км, а минимальная высота определялась тропопаузой и изменялась от 16 км для полярных зон до 22 км для тропиков. Профиль средней амплитуды радиосигнала для этих участков реализаций определялся квадратичным трендом. Чтобы избежать влияния детрендирования на низкочастотные спектральные компоненты, для анализа использовались периодограммы, начиная с масштаба  $\Delta z/3$ , примерно равного 2.5 $\rho_{\rm F}$ для высоты 28 км и 3.5<sub>р</sub> для 16 км. Рассчитанные периодограммы усреднялись в спектральном окне, содержащем по 3 периодограммы в низкочастотной области  $\kappa_z \leq \kappa_F$  и по 5 периодограмм в высокочастотной области  $\kappa_z > \kappa_F$ .

Отбраковка исходных данных производилась в два этапа. Сначала отбрасывались данные с низким отношением сигнал/шум на высотах 60-80 км и сильно наклонные заходы с углом α > 80°. Далее использовалась априорная информация о спектре: в низкочастотной области его наклон не может быть положительным, а на высокочастотном участке он должен убывать из-за дифракции. Отбраковывались спектры, в которых наблюдались выбросы, превышающие порог  $3/\sqrt{N_{sp}}$ , где *N*<sub>sn</sub> – число усредняемых периодограмм.

Сравнение временных спектров амплитудных флуктуаций на высотах около 60 км, где основную роль играют ионосферные флуктуации, со спектрами на высотах менее 32 км, показывает, что шумы обусловлены ионосферными возмущениями и шумами приемника. Ионосферная компонента проявляется в низкочастотной области, а шум приемника можно считать белым. В режиме слабых флуктуаций характерные частоты спектров амплитудных флуктуаций, вызванные внутренними волнами,  $v_z / \rho_F (v_z - вертикальная ско$ рость перигея луча) не превышают 2-3 Гц [46]. Быстрое дифракционное убывание спектра с показателем степени -4 приводит к тому, что высокочастотные компоненты спектров вблизи частоты Найквиста  $f_N = 25 \, \Gamma$ ц определяются шумами приемника. Для коррекции шума приемника использовались оценки средней спектральной плотности на частотах 12-22 Гц в каждой реализации. Низкочастотные ионосферные возмущения в среднем убывают с уменьшением высоты, однако могут заметно варьировать. Их оценка по спектрам на высотах 60-80 км, перенесенная на

высоты меньшие 30 км, может привести к заметным ошибкам. Разделение вкладов ионосферы и нейтральной атмосферы в амплитудных флуктуациях на высотах ниже 30 км, даже при использовании двухчастотной ионосферной коррекции представляет непростую задачу [72]. Влияние остаточных ионосферных возмущений частично учитывалось на этапе отбраковки по выбросам спектра в низкочастотной области. Отметим, что эта отбраковка может привести к недооценке внешнего масштаба.

Для каждого сезона нормированные экспериментальные спектры флуктуаций амплитуды (11) распределялись по высотно-широтным ячейкам и усреднялись. Далее мы находили значение внешнего масштаба  $L_w$ , минимизирующее квадрат разности оценок экспериментальной (10) и теоретической (14) относительных дисперсий [13, 14]. Для этого перебирались значения  $L_W$  от 1 до 6 км с шагом 1 м. Структурная характеристика определялась по формуле (15), где поправочный коэффициента С (13) вычислялся для оптимального  $L_W$ . По  $L_W$  и  $C_W^2$  определялись оценки интегральных параметров — дисперсии флуктуаций температуры и потенциальной энергии (16) и (17).

Необходимые для расчетов параметры регулярной атмосферы: индекс рефракции  $\overline{N}$ , высота однородной атмосферы Н<sub>0</sub> и частота Брента-Вяйсяля  $\omega_{B,V}$  брались из регионально-сезонных моделей стандартной атмосферы [73]. Рефракционное ослабление *q* определялось в каждой реализации по замедлению вертикальной скорости точки перигея.

На рис. 2 показан пример сравнения нормированных экспериментальных и подогнанных к ним теоретических спектров для высот 16–28 км; измерения были проведены зимой в полярной зоне 60° N-90° N. Теоретические спектры усреднены по тем же спектральным окнам, что и экспериментальные. Максимальное волновое число на приведенных примерах соответствует первому теоретическому дифракционному минимуму:

 $(\kappa_z/\kappa_F)^2 = \pi$ . Внешний масштаб приводит к заметному спаду спектра в низкочастотной области при уменьшении волнового числа. Полученные в данной серии наблюдений оценки внешнего масштаба изменялись от 2.0 до 3.0 км.

Для оценки ошибок восстановления параметров ВГВ мы провели расчеты по длинной реализации и по ее фрагментам, предполагая, что все они принадлежат одному статистическому ансамблю. Для этого были использованы данные COSMIC за 5 сут каждого месяца в марте-мае 2011 г. – всего около 27 тыс. сеансов. Эта реализация и ее последовательные фрагменты по 3000 сеансов были использованы для восстановления  $L_W$ 



**Рис. 3.** Высотные профили внешнего масштаба (левая панель) и структурной характеристики (правая панель), восстановленные по всей реализации (толстые линии) и по частичным реализациям (тонкие линии), для полярной и тропической зон северного полушария.



Рис. 4. То же, что и на рис. 3, но для южного полушария.

и  $C_W^2$ . После отбраковки число сеансов в каждом фрагменте составляло 1500—2000, или по  $N_p = 200$ —300 в каждой широтной полосе. Примеры такого сравнения показаны на рис. 3 и 4, где приведены результаты для полярных и тропических зон северного и южного полушарий. Профили параметров  $L_W$  и  $C_W^2$ , полученные усреднением по частичным реализациям, практически совпадают с профилями, усредненными по всей реализации, и на рисунках не приведены.

Обращает внимание значительное различие параметров ВГВ по широтным поясам: внешний масштаб  $L_W$  в тропиках выше в 1.5 раза по сравнению с полярными широтами, а структурная характеристика  $C_W^2$  – в 2–5 раз. Различие структур-

ных характеристик хорошо просматривается на записях радиосигнала: в тропических областях флуктуации амплитуды значительно сильнее. Различия во внешних масштабах проявляется в низкочастотных флуктуациях, близких к масштабу регулярного хода амплитуды, и поэтому на записях они не столь заметны. В полярных зонах внешний масштаб составляет 2.1–2.5 км и с высотой меняется мало, а в тропических зонах он уменьшается с высотой примерно от 3.5 до 3 км. Структурные характеристики возрастают с высотой с локальными минимумами на высотах 20–24 км.

Среднеквадратичные отклонения, оцененные по частичным реализациям и усредненные по высотам, составляют для внешнего масштаба около 10% с выбросами до 20% в тропиках на высотах

26-28 км, а для структурной характеристики около 20% с выбросами до 40% для тропиков на высоте 26-28 км (рис. 4). Эти значения больше, чем оценка статистического разброса  $1/\sqrt{N_p} \approx 0.07$ , поскольку фактическая размерность ансамбля может быть меньше N<sub>p</sub>, и существуют дополнительные погрешности, связанные с выбором модельного спектра. Увеличение разброса параметров с высотой, более заметное для структурной характеристики, связано с измерительными шумами, влияние которых растет с высотой.

#### ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В данной работе рассмотрена методика восстановления статистических параметров пространственных спектров внутренних волн в атмосфере по флуктуациям амплитуды в спутниковом радиозатменном эксперименте. В принятых нами моделях 3-и 1-мерных спектров внутренних волн (1) и (2) такими параметрами являются внешний

масштаб  $L_W$  и структурная характеристика  $C_W^2$ . Эти параметры являются традиционными для описания распространения излучения в среде со случайными неоднородностями [50, 52]. Внешний масштаб задает границу между ненасыщенным и насыщенным режимами волн, и большая часть энергии волн сосредоточена вблизи этого масштаба. От доминантного масштаба он отличается множителем порядка единицы. Оба эти масштаба широко используются в моделях "универсального" вертикального спектра ВГВ. Структурная характеристика является единственным параметром, определяющим режим насыщенных волн; формула (4) связывает ее с параметрами "универсального" спектра.

Мы используем приближения фазового экрана и слабых флуктуаций. Режим слабых флуктуаций на трассе GPS-низкоорбитальный спутник выполняется вплоть до высот в несколько километров [46]. При расчете атмосферного сдвига фазы на сильно анизотропных внутренних волнах, необходимо учесть связанный со сферичностью атмосферы эффект насыщения флуктуаций фазы при увеличении анизотропии [47, 48]. Эти приближения позволяют получить простые аналитические выражения, связывающие наблюдаемые 1-мерные спектры амплитудных флуктуаций радиосигнала с пространственными спектрами внутренних волн.

Проанализированы возможные интегральные погрешности восстановления параметров внутренних волн. Показано, что они составляют около 10% для внутреннего масштаба и 20% для структурной характеристики с двукратным увеличением вблизи верхней границы высот, что обусловлено ухудшением отношения сигнал-шум с возрастанием высоты.

Восстанавливаемые параметры – внешний масштаб и структурная характеристика – полностью характеризуют спектр ВГВ в интересующем нас диапазоне масштабов. Наклон спектра ВГВ определяется наклоном спектра амплитудных флуктуаций в высокочастотной (дифракционной) области. Вертикальное разрешение профилей амплитуды определяется только шумами приемника и составляет несколько сотен метров [46]. Для температурных спектров, восстановленных из измерений эйконала в геометрооптическом приближении, вертикальное разрешение определяется масштабом Френеля, составляющим около 1.5 км в стратосфере [25, 27, 35]. Попытки авторов [26] определить спектр температурных флуктуаций в дифракционной области простым уменьшением масштаба сглаживания данных эйконала были, как показано в [74], ошибочны. Для улучшения разрешения по сравнению с масштабом Френеля необходимо использовать методы, основанные на принципе синтезированной апертуры [24].

Измеренные параметры спектра ВГВ – внешний (доминантный) масштаб и структурная характеристика – не только значительно варьируют в различных измерениях, но и могут сильно отличаться от теоретических значений [1, 3, 53]. Изменчивость уровня спектра насыщенных ВГВ многократно превышает изменчивость частоты Брента-Вяйсяля. Поэтому возможность раздельного определения каждого параметра и его изменчивости, а не только интегральных характеристик, таких как дисперсия температуры или потенциальная энергия, расширяют возможности исследований ВГВ.

В. Кан, М.Е. Горбунов и А.В. Шмаков благодарят за поддержку Российский фонд фундаментальных исследований (грант № 20-05-00189 А). В.Ф. Софиева благодарит Академию Финляндии (экспертный центр по обратным задачам и проект TT-AVA).

### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- 1. Fritts D.C., Alexander M.J. Gravity wave dynamics and effects in the middle atmosphere // Rev. Geophys. 2003. V. 41. № 1. P. 3-1-3-64. https://doi.org/10.1029/2001RG000106
- 2. Tsuda T., Van Zandt T.E., Mizumoto M., Kato S., Fukao S. Spectral analysis of temperature and Brunt-Vaisala frequency fluctuations observed by radiosondes // J. Geophys. Res. 1991. V. 96. № D9. P. 17265–17278.
- 3. Nastrom G.D., Van Zandt T.E., Warnock J.M. Vertical wavenumber spectra of wind and temperature from high-resolution balloon soundings over Illinois // J. Geophys. Res. 1997. V. 102. № D6. P. 6685–6701.
- 4. Vincent R.A., Alexander M.J. Gravity waves in the tropical lower stratosphere: observational study of seasonal

том 56

**№** 5

2020

and interannual variability // J. Geophys. Res. 2000. V. 105. № D14. P. 17971–17982.

- Yoshiki M., Sato K. A statisticasl study of gravity waves in the polar regions based on operational radiosonde // J. Geophys. Res. 2000. V. 105. № D14. P. 17995–18011.
- 6. *Wang L., Geller M.A., Alexander M.J.* Spatial and temporal variations of gravity wave parameters. Part I: Intrinsic frequency, wavelength, and vertical propagation direction // J. Atmos. Sci. 2005. V. 62. № 1. P. 125–142.
- Fritts D.C., Tsuda T., VanZandt T.E., Smith S.A., Sato T., Fukao S., and Kato S. Studies of velocity fluctuations in the lower atmosphere using the MU radar. II. Momentum fluxes and energy densities // J. Atmos. Sci. 1990. V. 47. № 1. P. 51–66.
- Murayama Y., Tsuda T., Fukao S. Seasonal variation of gravity wave activity in the lower atmosphere observed with the MU radar // J. Geophys. Res. 1994. V. 99. № D11. P. 23057–23069. https://doi.org/10.1029/94JD01717
- Bacmeister J.T., Eckermann S.D., Newman P.A., Lait L.R., Chan K.R., Loewenstein M., Proffitt M.H., Gary B.L. Stratospheric horizontal wavenumber spectra of winds, potential temperature and atmospheric tracers observed by high-altitude aircraft // J. Geophys. Res. 1996. V. 101. № D5. P. 9441–9470. https://doi.org/10.1029/95JD03835
- Cho J.Y.N., Zhu Y., Newel R.E., Anderson B.E., Barrick J.D., Gregory G.L., Sachse G.W., Carroll M.A., Albercook G.M. Horizontal wavenumber spectra of winds, temperature, and trace gases during the Pacific Exploratory Missions: 1. Climatology // J. Geophys. Res. 1999. V. 104. № D5. P. 5697–5716.
- Alexander M.J., Gille J., Cavanaugh C., Coffey M., Craig C., Eden T., Francis G., Halvorson C., Hannigan J., Khosravi R., Kinnison D., Lee H., Massie S., Nardi B., Barnett J., Hepplewhite C., Lambert A., Dean V. Global estimates of gravity wave momentum flux from high resolution dynamics limb sounder (HIRDLS) observations // J. Geophys. Res. 2008. V. 113. № D15S18. https://doi.org/10.1029/2007JD008807
- Ern M., Preusse P., Alexander M.J., Warner C.D. Absolute values of gravity wave momentum flux derived from satellite data // J. Geophys. Res. 2004. V. 109. N

   № D20103.

https://doi.org/10.1029/2004JD004752

- Гурвич А.С., Кан В. Структура неоднородностей плотности в стратосфере по наблюдениям мерцаний звезд из космоса. 1. Модель 3D спектра и реконструкция ее параметров // Изв. РАН. Физика атмосферы и океана. 2003. Т. 39. № 3. С. 335–346.
- 14. Гурвич А.С., Кан В. Структура неоднородностей плотности в стратосфере по наблюдениям мерцаний звезд из космоса. 2. Характерные масштабы, структурные характеристики и диссипация кинетической энергии // Изв. РАН. Физика атмосферы и океана. 2003. Т. 39. № 3. С. 347–358.
- Sofieva V.F., Gurvich A.S., Dalaudier F., Kan V. Reconstruction of internal gravity waves and turbulence parameters in the stratosphere using GOMOS scintillation measurements // J. Geophys. Res. 2007. V. 112.

№ D12113.

https://doi.org/10.1029/2006JD007483

- Sofieva V.F., Dalaudier F., Hauchecorne A., Kan V. High– resolution temperature profiles retrieved from bichromatic stellar scintillation measurements by GOMOS/Envisat // Atmos. Meas. Tech. 2019. V. 12. P. 585–598. https://doi.org/10.5194/amt–12–585–2019
- 17. Ware R., Exner M., Feng D., Gorbunov M., Hardy K., Herman B., Kuo Y., Meehan T., Melbourne W., Rocken C., Schreiner W., Sokolovskiy S., Solheim F., Zou X., Anthes R., Businger S., Trenberth K. GPS sounding of the atmosphere from low Earth orbit: Preliminary results // Bull. Amer. Soc. 1996. V. 77. № 1. P. 19–40.
- Rennie M.P. The Impact of GPS Radio Occultation Assimilation at the Met Office // Quarterly J. Royal Meteorological Society. 2010. V. 136. P. 116–131.
- Poli P., Healy S.B., Dee D.P. Assimilation of Global Positioning System Radio Occultation Data in the ECMWF ERA–Interim Reanalysis // Quarterly J. Royal Meteorological Society. 2010. V. 136. P. 1972–1990.
- Sokolovskiy S., Schreiner W., Weiss J., Zeng Z., Hunt D., Braun J. Initial Assessment of COSMIC-2 Data in the Lower Troposphere: Presentation // Joint 6th ROM SAF Data User Workshop and 7th IROWG Workshop 19–25 September, Konventum, Elsinore, Denmark. https://www.romsaf.org/romsaf-irowg-2019/en/abstract/ 104
- Liao M., Healy S., Zhang P. Processing and quality control of FY-3C GNOS data used in numerical weather prediction applications // Atmos. Meas. Tech. 2019. V. 12. № 5. P. 2679–2692. https://doi.org/10.5104/cmt. 12.2679.2019

https://doi.org/10.5194/amt-12-2679-2019

22. Saltman A., Yunck T. The CICERO constellation: Characteristics, status, and data: Presentation // Joint 6th ROM SAF Data User Workshop and 7th IROWG Workshop 19–25 September, Konventum, Elsinore, Denmark.

https://www.romsaf.org/romsaf-irowg-2019/en/abstract/51

- Masters D., Irisov V., Nguyen V., Duly T., Nogués–Correig O., Tan L., Yuasa T., Sikarin R., Platzer P., Gorbunov M., Rocken C. Status and Plans for Spire's Growing Commercial Constellation of GNSS Science CubeSats: Presentation // Joint 6th ROM SAF Data User Workshop and 7th IROWG Workshop 19–25 September, Konventum, Elsinore, Denmark. https://www.romsaf.org/romsaf-irowg-2019/en/abstract/85
- 24. Горбунов М.Е. Физические и математические принципы спутникового радиозатменного зондирования атмосферы Земли. М.: ГЕОС, 2019. 288 с.
- Tsuda T., Nishida M., Rocken C., Ware R.H. A global morphology of gravity wave activity in the stratosphere revealed by the GPS occultation data (GPS/MET) // J. Geophys. Res. 2000. V. 105. № D6. P. 7257–7273. https://doi.org/10.1029/1999JD901005
- Tsuda T., Hocke K. Vertical Wave Number Spectrum of Temperature Fluctuations in the Stratosphere using GPS Occultation Data // J. Meteor. Soc. Japan. 2002. V. 80. № 4B. P. 925–938.
- 27. *Steiner A.K., Kirchengast G.* Gravity wave spectra from GPS/MET occultation observations // J. Atmos Ocean. Technol. 2001. V. 17. № 4. P. 495–503.

- 28. Ratnam M.V., Tetzlaff G., Jacobi C. Global and Seasonal Variations of Stratospheric Gravity Wave Activity Deduced from the CHAMP/GPS Satellite // J. Atmos. Sci. 2004. V. 61. № 13. P. 1610-1620.
- 29. de la Torre A., Schmidt T., and Wickert J. A global analvsis of wave potential energy in the lower stratosphere derived from 5 years of GPS radio occultation data with CHAMP // Geophys. Res. Lett. 2006. V. 33. № L24809.

https://doi.org/10.1029/2006GL027696

- 30. Alexander S.P., Tsuda T., and Kawatani Y. COSMIC GPS observations of Northern Hemisphere winter stratospheric gravity waves and comparisons with an atmospheric general circulation model // Geophys. Res. Lett. 2008. V. 35. № L10808. https://doi.org/10.1029/2008GL033174
- 31. Hei H., Tsuda T., Hirooka T. Characteristics of atmospheric gravity wave activity in the polar regions revealed by GPS radio occultation data with CHAMP // J. Geophys. Res. 2008. V. 113. № D04107. https://doi.org/10.1029/2007JD008938
- 32. Schmidt T., de la Torre A., Wickert J. Global gravity wave activity in the tropopause region from CHAMP radio occultation data // Geophys. Res. Lett. 2008. V. 35. L16807.

https://doi.org/10.1029/2008GL034986

33. Wang L., Alexander M.J. Global estimates of gravity wave parameters from GPS radio occultation temperature data // J. Geophys. Res.: Atmospheres. 2010. V. 115. № 21.

https://doi.org/10.1029/2010JD013860

34. Rapp M., Dörnbrack 1 A., Kaifler B. An intercomparison of stratospheric gravity wave potential energy densities from METOP GPS radio occultation measurements and ECMWF model data // Atmos. Meas. Tech. 2018. V. 11. P. 1031-1048.

https://doi.org/10.5194/amt-11-1031-2018

- 35. Kursinski E.R., Hajj G.A., Schofield J.T., Linfield R.P., Hardy K.R. Observing Earth's atmosphere with radio occultation measurements using the global positioning system // J. Geophys. Res. 1997. V. 102. № D19. P. 23429-23465.
- 36. Ladstädter F., Steiner A.K., Schwärz M., Kirchengast G. Climate intercomparison of GPS radio occultation, RS90/92 radiosondes and GRUAN from 2002 to 2013 // Atmos. Meas. Tech. 2015. V. 8. P. 1819-1834. https://doi.org/10.5194/amt-8-1819-2015
- 37. Belloul M.B., Hauchecorne A. Effect of periodic horizontal gradients on the retrieval of atmospheric profiles from occultation measurements // Radio Sci. 1997. V. 32. № 2. P. 469–478.
- 38. McDonald A.J. Gravity wave occurrence statistics derived from paired COSMIC/FORMOSAT3 observations // J. Geophys. Res. 2012. V. 117. № D15406. https://doi.org/10.1029/2011JD016715
- 39. Schmidt T., Alexander P., de la Torre A. Stratospheric gravity wave momentum flux from radio occultations // J. Geophys. Res. Atmos. 2016. V. 121 P. 4443–4467. https://doi.org/10.1002/2015JD024135
- 40. Anthes, R. A., Bernhardt P.A., Y. Chen Y., Cucurull L., Dymond K.F, Ector D., Healy S.B., Ho S.-P., Hunt D.C.,

Kuo Y.-H., Liu H., Manning K., McCormick C., Meenam T.K., Randel W.J., Rocken C., Schreiner W.S., Sokolovskiy S.V., Syndergaard S., Thomson D.C., Trenderth K.E., Wee T.-K., Yen N.L., Zeng Z. The COSMIC/FORMOSAT-3 mission: Early Results // Bull. Am. Meteorol. Soc. 2008. V. 89. № 3. P. 313–333. https://doi.org/10.1175/BAMS-89-3-3I3

- 41. Horinouchi T., Tsuda T. Spatial structures and statistics of atmospheric gravity waves derived using a heuristic vertical cross-section extraction from COSMIC GPS radio occultation data // J. Geophys. Res. 2009. V. 114. № D16110. https://doi.org/10.1029/2008JD011068
- 42. John S.R., Kumar K.K. A discussion on the methods of extracting gravity wave perturbations from space-based measurements // Geophys. Res. Lett. 2013. V. 40. P. 2406-2410. https://doi.org/10.1002/GRL.50451
- 43. Dewan E.M., Good R.F. Saturation and the "universal" spectrum for vertical profiles of horizontal scalar winds in atmosphere // J. Geophys. Res. 1986. V. 91. № D2. P. 2742-2748.

https://doi.org/10.1029/JD091iD02p02742

- 44. Smith S.A., Fritts D.C., VanZandt T.E. Evidence of saturation spectrum of atmospheric gravity waves // J. Atmos. Sci. 1987. V. 44. № 10. P. 1404-1410.
- 45. Fritts D.C. A review of gravity wave saturation processes, effects, and variability in the middle atmosphere // PAGEOPH. 1989. V. 130. № 2/3. P. 343-371.
- 46. Kan V., Gorbunov M.E., Sofieva V.F. Fluctuations of radio occultation signals in sounding the Earth's atmosphere // Atmos. Meas. Tech. 2018. V. 11. P. 663-680. https://doi.org/10.5194/amt-11-663-2018
- 47. Gurvich A.S., Brekhovskikh V.L. Study of the turbulence and inner waves in the stratosphere based on the observations of stellar scintillations from space: A model of scintillation spectra // Waves Random Media. 2001. V. 11. № 3. P. 163–181. https://booksc.org/book/34902656/3521a1 https://doi.org/10.1080/13616670109409781
- 48. Гурвич А.С. Флуктуации при наблюдении внеземных источников из космоса сквозь атмосферу Земли // Изв. ВУЗов. Радиофизика. 1984. Т. 27. № 8. C. 951-959.
- 49. Кан В., Матюгов С.С., Яковлев О.И. Структура неоднородностей стратосферы по данным радиопросвечивания на трассах спутник-спутник // Изв. ВУЗов. Радиофизика. 2002. Т. 45. № 8. С. 652-663.
- 50. Татарский В.И. Распространение волн в турбулентной атмосфере. М.: Наука, 1967. 548 с.
- 51. Eaton F.D., Peterson W.A., Hines J.R., Peterman K.R., Good R.E., Beland R.R., Brown J.H. Comparison of VHF radar, optical, and temperature fluctuations measurements of  $C_n^2$ ,  $r_0$ , and  $\theta_0$  // Theor. Appl. Climatol. 1988. V. 39. № 1. P. 17-29.
- 52. Рытов С.М., Кравцов Ю.А., Татарский В.И. Введение в статистическую радиофизику. Часть 2. Случайные поля. М.: Наука, 1978. 464 с.
- 53. Sofieva V.F., Gurvich A.S., Dalaudier F. Gravity wave spectra parameters in 2003 retrieved from stellar scintillation measurements by GOMOS // Geophys. Res.

2020

ИЗВЕСТИЯ РАН. ФИЗИКА АТМОСФЕРЫ И ОКЕАНА том 56 Nº 5 Lett. 2009. V. 36. № L05811. https://doi.org/10.1029/2008GL036726

- 54. Kan V., Sofieva V.F., Dalaudier F. Anisotropy of smallscale stratospheric irregularities retrieved from scintillations of a double star α-Cru observed by GOMOS/EN-VISAT // Atmos. Meas. Tech. 2012. V. 5. P. 2713–2722. https://doi.org/10.5194/amt-5-2713-2012
- 55. Kan V., Sofieva V.F., Dalaudier F. Variable anisotropy of small–scale stratospheric irregularities retrieved from stellar scintillation measurements by GOMOS/Envisat // Atmos. Meas. Tech. 2014. V. 7. P. 1861–1872. https://doi.org/10.5194/amt-7-1861-2014
- 56. Кан В. Мерцания звезд в спутниковом затменном эксперименте для атмосферных неоднородностей с переменной анизотропией // Оптика атмосферы и океана. 2015. Т. 28. № 11. С. 979–992. https://doi.org/10.15372/AOO20151105
- 57. *Гурвич А.С., Воробьев В.В., Федорова О.В.* К определению параметров внутренних волн в стратосфере по наблюдениям сильных мерцаний звезд из космоса // Изв. РАН. Физика атмосферы и океана. 2006. Т. 42. № 4. С. 502–513.
- Hubbard W.B., Jokipii J.R., Wilking B.A. Stellar occultation by turbulent planetary atmospheres: A waveoptical theory including a finite scale height // Icarus. 1978. V. 34. № 2. P. 374–395.
- Dalaudier F., Kan V., Gurvich A.S. Chromatic refraction with global ozone monitoring by occultation of stars. I. Description and scintillation correction // Appl. Opt. 2001. V. 40. № 6. P. 866–877.
- Kan V., Dalaudier F., Gurvich A.S. Chromatic refraction with global ozone monitoring by occultation of stars. II. Statistical properties of scintillations // Appl. Opt. 2001. V. 40. № 6. P. 878–889.
- Исимару А. Распространение и рассеяние волн в случайно-неоднородных средах. Т. 2. Многократное рассеяние, турбулентность, шероховатые поверхности и дистанционное зондирование. М.: Мир, 1981. 371 с.
- Gorbunov M.E., Gurvich A.S. Microlab-1 experiment: multipath effects in the lower troposphere // J. Geophysical Research – Atmospheres. 1998. V. D12. № 103. P. 13.819–13.826. https://doi.org/10.1029/98JD00806
- 63. Gorbunov M.E. Canonical transform method for processing GPS radio occultation data in lower tropo-

sphere // Radio Science. 2002. V. 5. № 37. P. 9-1–9-10. https://doi.org/10.1029/2000RS002592

- 64. *Gorbunov M.E., Lauritsen K.B.* Analysis of wave fields by Fourier Integral Operators and its application for radio occultations // Radio Science. 2004. V. 4. № 39. RS4010. https://doi.org/10.1029/2003RS002971
- 65. Sokolovskiy S., Schreiner W., Zeng Z., Hunt D., Lin Y.-C., Kuo Y.-H. Observation, analysis, and modeling of deep radio occultation signals: Effects of tropospheric ducts and interfering signals // Radio Sci. 2014. V. 10. № 49. P. 954–970.
- 66. Koval O.A., Gorbunov M.E., Kan V. The fluctuation theory of radio occultation signals: geometric optical approximation of the Canonical Transform method // IOP Conf. Ser. Earth Environ. Sci. 2019. V. 231. P. 012029. https://doi.org/10.1088/1755–1315/231/1/012029.
- 67. *Кан В.* Когерентность и корреляция хроматических мерцаний звезд в спутниковом затменном эксперименте // Оптика атмосферы и океана. 2004. Т. 17. № 10. С. 821–832.
- Gorbunov M.E. Ionospheric correction and statistical optimization of radio occultation data // Radio Science. 2002. V. 5. 37. P. 17-1–17-9. https://doi.org/10.1029/2000RS002370
- Hedin A.E. Extension of MSIS thermosphere model into the middle and lower atmosphere // J. Geophys. Res. 1991. V. 96. P. 1159–1172.
- Fritts D.C., VanZandt T.E. Spectral Estimates of gravity wave Energy and Momentum Fluxes. Part I. Energy Dissipation, Acceleration, and Constraints // J. Atmos. Sci. 1993. V. 22. № 22. P. 3688–3694.
- Alexander M.J. Interpretations of observed climatological patterns in stratospheric gravity wave variance // J. Geophys. Res. 1998. V. 103. № D8. P. 8627–8640.
- 72. Воробьев В.В., Кан В. Фоновые флуктуации при радиопросвечивании атмосферы с ИСЗ // Изв. ВУ-Зов. Радиофизика. 1999. Т. 42. № 6. С. 511–523.
- 73. *Champion K.S.W., Cole A.E., and Kantor A.J.* Standard and Reference Atmospheres. Chapter 14 in Handbook of Geophysics and Space Environment. Bedford, USA: Air Force Geophysics Laboratory, 1985. 43 c.
- 74. *Marquard C., Healy S.B.* Measurement Noise and Stratospheric Gravity Wave Characteristics Obtained from GPS Occultation Data // J. Meteor. Soc. Japan. 2005. V. 83. № 3. P. 417–428.

## The Reconstruction of the Parameters of Internal Gravity Waves in the Atmosphere from Amplitude Fluctuations in the Radio Occultation Experiment

V. Kan<sup>1, \*</sup>, M. E. Gorbunov<sup>1, 2</sup>, A. V. Shmakov<sup>1</sup>, and V. F. Sofieva<sup>3</sup>

<sup>1</sup>A.M. Obukhov Institute of Atmospheric Physics Russian Academy of Sciences, Pyzhevsky, 3, Moscow, 119017 Russia <sup>2</sup>Hydrometcenter of Russia, B. Predtechensky per., 11–13, Moscow, 123242 Russia <sup>3</sup>Finnish Meteorological Institute, P.O. Box 503, Eric Palmenin aukio, Helsinki, FIN 00101 Finland \*e-mail: valerykan@list.ru

We discuss the method of the reconstruction of the parameters of internal gravity waves (IGW) in the stratosphere, from amplitude fluctuation in radio occultation observations. The main contribution into the fluctuations of radio signals come from IGW, while the contribution of the isotropic Kolmogorov turbulence is neg-

## ВОССТАНОВЛЕНИЕ ПАРАМЕТРОВ ВНУТРЕННИХ ВОЛН

**Keywords:** radio occultation sounding of atmosphere, amplitude fluctuations of signal, reconstruction of atmospheric gravity wave parameters

are 10-20% for the outer scale and 20-40% for the structural characteristic.