УДК 551.468;551.466

АНАЛИЗ ЧАСТОТНЫХ СПЕКТРОВ МОРСКОГО ВОЛНЕНИЯ И ЗАКОНОВ РАЗГОНА С ТОЧКИ ЗРЕНИЯ ВЕРОЯТНОСТНЫХ ЗАКОНОВ А.Н. КОЛМОГОРОВА И ЕГО ШКОЛЫ

© 2021 г. Г.С.Голицын^а, Ю.И.Троицкая^{а, b}, Г.А.Байдаков^{а, b,} *

^аИнститут физики атмосферы им. А.М. Обухова РАН, Пыжевский пер., 3, Москва, 119017 Россия ^bИнститут прикладной физики РАН, ул. Ульянова, 46, Нижний Новгород, 603950 Россия

*e-mail: baydakov@ipfran.ru Поступила в редакцию 07.07.2020 г. После доработки 12.10.2020 г. Принята к публикации 14.10.2020 г.

В работе дан анализ данных натурных измерений параметров поверхностного волнения, выполненных при различной степени его развития. Обсуждаются соотношения Тобы, связывающие высоты и периоды ветровых волн. Обсуждаются факторы, которые обусловливают отклонение этих законов от классического закона 3/2. С использованием вероятностных законов А.Н. Колмогорова и его школы предлагается интерпретация особенностей диффузии примеси в поле поверхностных волн на различных разгонах.

Ключевые слова: ветровое волнение, законы разгона, диффузия примесей **DOI:** 10.31857/S0002351521010077

1. СПЕКТРЫ И ЗАКОНЫ РАЗГОНА ВЕТРОВОГО ВОЛНЕНИЯ

Вид морской поверхности при ветре имеет очевидную статистическую структуру. Первым в 1958 г. описание высокочастотной части спектра ветрового волнения предложил О.М. Филлипс [1], используя теорию подобия и размерности, считая, что там ветер уже не играет существенной роли, а только нелинейное взаимодействие между спектральными компонентами. При этом спектральная плотность в зависимости от частоты имеет вид

$$S_h(\omega) = \alpha_1 g^2 \omega^{-5}, \qquad (1)$$

где α₁ — численный коэффициент, который позднее был найден зависящим от возраста волнения

$$\Omega = \frac{U_{10}\omega_p}{g} = \frac{2\pi U_{10}}{gT_p},$$
 (2)

где частота и период относятся к пику волнения.

В 1962 г. С.А. Китайгородский [2] учел и ветер с помощью скорости трения u_* , и ускорение силы тяжести *g* и для частотного спектра вывел формулу

$$S_h(\omega) = \alpha_2 g u \ast \omega^{-4}.$$
 (3)

В 1966 г. В.Е. Захаров и Н.Н. Филоненко [3] из "первых принципов", т.е. полученного ими кинетического уравнения для случайной водной поверхности вывели ту же формулу (3). Другой вывод этой же формулы дал Тоба [4] в 1973 г. Обе формулы (1) и (3) хорошо подтверждались в многочисленных экспериментах (см., например, [5] и обзор в книге [6]). Отношение спектров (3) и (1), оказывается, определяется возрастом волнения Ω по формуле (2), для чего надо учесть, что $u_* = c_D U_{10}$, где c_D – коэффициент сопротивления водной поверхности ветру, слабая функция скорости ветра [7] до $U_{10} \le 25$ м/с. При больших ветрах величина c_D заметно растет от 1.3×10^{-3} до примерно 3×10^{-3} , а далее видно его насыщение [8, 9].

В последнее время В.Е. Захаров [10] разделил частотный спектр на два участка: $\omega_p \le \omega \le (4/5)\omega_p$ и $\omega > 5\omega_p$. Первый он назвал "морем Хассельмана", где действует спектр ω^{-4} , а второй – "морем Филлипса" со спектром ω^{-5} . В первом участке, который описывается формулой (3), содержится до 95% энергии волнения. Здесь, как показывает численное решение уравнения Хассельмана, проведенное в [11], действуют небольшие модификации спектра в зависимости от стадии развития.

$$S_h(\omega) \sim \omega^{-13/3} \tag{4}$$

для начальной стадии развития волнения, $\Omega > 2$,

$$S_h(\omega) \sim \omega^{-4}$$
 (5)

для промежуточной стадии развития волнения, $1.2 < \Omega < 2$, и

$$S_h(\omega) \sim \omega^{-11/3} \tag{6}$$

для полностью развитого волнения, $\Omega < 1.2$.

Более крутой спектр (4) был получен в 1974 г. Хассельманом [12], а более пологий (5) – в 1982 г. М.М. Заславским и В.Е. Захаровым [13].

В 1972 г. Тоба [14] опубликовал удивительный график, на котором с невероятно малым разбросом была представлена зависимость высоты безразмерного пика волны Н от ее безразмерного периода Т, именно возраста (2). На протяжении двух порядков величин $H \propto T^{3/2}$. В 1978 г. он же [15] подтвердил в целом зависимость $H^2 \propto T^3$, но с гораздо большим разбросом данных, привычных для природных закономерностей при использовании самых разнообразных полевых измерений. В [14] эта зависимость была получена на основе гипотезы о локальности процессов передачи количества лвижения и механической энергии от воздуха к морю. Альтернативное объяснение такой нестандартной зависимости дал В.Е. Захаров на Международном симпозиуме по волнам и турбулентности в августе 2009 г., посвященном его 70-летию, в г. Черноголовке на основе концепции слабой турбулентности поверхностных волн. Если проинтегрировать правую часть спектра

от ω_p до ∞ , то слева будет h^2 , а справа $\omega^{-3} \sim T^3$. Следуя этой концепции, аналогичным образом для спектров (4) и (6) можно получить

$$h^2 \approx \alpha_3 T^{10/3} \tag{7a}$$

для Ω > 2 и

$$h^2 \approx \alpha_4 T^{8/3} \tag{76}$$

для Ω < 1.2.

Такое видоизменение показателя степени может объяснить, вместе с другими причинами, довольно широкий разброс экспериментальных данных вокруг кривой закона Тобы $h \sim T^{3/2}$. В то же время вывод об уменьшении показателя степени у периода при развитии волнения не находит подтверждения в данных эксперимента. Это следует из рис. 1, основанного на взятом из работы Тобы (рис. 7 в [2]), на котором точки в координатах *H* и *T* соответствуют отдельным измерениям или коротким сериям измерений высот и периодов для пика волнения. Там же приведены соответствующие (7) зависимости $h \sim T^n$, где $n = \frac{3}{2} \pm \frac{1}{6}$, где, согласно [11], $n = \frac{5}{3}$ соответствует крутым молодым волнам, а $n = \frac{4}{3}$ – волнам зыби. На этом же

рисунке приведены данные для спектров волнения, полученных на Горьковском водохранилище. В случаях, когда волнения Ω находились в интервале 1.5–3.5, что соответствует более ранней стадии развития волнения, показатель степени был ниже 3/2 (рис. 1, серые кружки). Напротив, для сравнительно редких измерений, проведенных в условиях слабых ветров, когда $\Omega = 0.3-0.8$ (рис. 1, черные кружки), показатель степени оказывается больше 3/2. Это указывает на то, что для объяснения тонких деталей развития волнения необходимо привлекать дополнительные факторы, которыми могут стать, например, особенности взаимодействия волнения с полем ветра или когерентные эффекты в поле нелинейных волн.

2. ОСОБЕННОСТИ ДИФФУЗИИ ПОВЕРХНОСТНЫХ ЗАГРЯЗНЕНИЙ В ПРИСУТСТВИИ МОРСКОГО ВОЛНЕНИЯ

Спектры (4)–(6) хорошо согласуются с теорией [16] и опытами по диффузии примесей в присутствии волн разного возраста на морской поверхности. Спектр $\omega^{-13/3}$, соответствующий "молодому волнению", объясняет ранние мелкомасштабные эксперименты по диффузии Ричардсона и Стоммела [17, 18], а спектр $\omega^{-11/3}$ (6), относящийся к зыби, удивительно хорошо объясняет крупномасштабные эксперименты Окубо [19–21].

Морское волнение вызывает дисперсию пятен загрязнений поверхностных вод. Существенную роль при этом играет частотный спектр возвышений водной поверхности. В 1950—70 гг. в связи с прикладными аспектами проблемы и отсутствием тогда адекватных моделей прогноза волнения много усилий было направлено на натурные измерения дисперсии пятен примесей.

Работы были начаты в конце 1940-х гг. Ричардсоном и Стоммелом. Наиболее полные данные о росте таких пятен были опубликованы Окубо [19]. Работы 1948 и 1949 гг. позволили определить, что для масштабов в пределах 100 м коэффициент относительной турбулентной диффузии $K(r) \sim r^{4/3}$, как в атмосфере, что соответствует спектру возвышений $S_h(\omega) \sim \omega^{-13/3}$. Теория дисперсии поверхностных загрязнений морскими волнами была развита Голицыным [20] и уточнена Голицыным и Чхетиани [21] с учетом вихревой компоненты волнения, дающей для жидкой частицы в волне рассогласование в фазах для вертикальной и горизонтальной компонент скорости частицы порядка угловой минуты. Это приводит к возникновению горизонтальной скорости порядка 1 см/с. Это достаточно для распространения пятен за несколько месяцев наблюдений на несколько сотен км. В статье Голицына [20] для степенного спектра скоростей волнений с учетом



Рис. 1. Проверка статистического закона Тоба по данным для индивидуальных волн. $1 - H^* = 0.062 T^{*(3/2)}$, $2 - H^* = 0.062 T^{*(5/3)}$, $3 - H^* = 0.062 T^{*(4/3)}$. Черные крестики – результаты из работы [15]. Серые и черные кружки – данные, полученные на Горьковском водохранилище (серые кружки – $\Omega = 1.5-3.5$, черные кружки – $\Omega = 0.3-0.8$), сплошная черная линия – аппроксимация $H^* = 0.062 T^{*(1.448 \pm 0.003)}$.

ИЗВЕСТИЯ РАН. ФИЗИКА АТМОСФЕРЫ И ОКЕАНА том 57 № 1 2021

дисперсионного соотношения на глубокой воде и учета $E_u(k) = c_{rp} E_{\omega}(\omega), c_{rp} = d\omega/dk$,

$$E_{u}(k) = 2g^{1/2}k^{-5/2}E_{k}(\omega(k)).$$
(8)

Коэффициент турбулентности диффузии оценивали по формуле Тэйлора (1915 г.):

$$K(r) = r\delta u(r) = \frac{d}{dt}S(r) = rD_u^{1/2}(r),$$
 (9)

где δu — разность скоростей на границах пятна площади S(r), $D_u(r)$ — структурная функция скоростей. Знание спектра горизонтальных скоростей позволяет оценить соответствующую структурную функцию $D_u(r)$, после чего согласно (9)

$$K_n(r) \approx a_n r^{\gamma}, \quad \gamma = \frac{n+1}{4},$$
 (10)

где n — показатель степени в энергонесущей части частотного спектра возвышений, где $\omega_p < \omega < 5\omega_p$ ("море Хассельмана").

Здесь рассматриваются молодые волны n = 13/3, волны среднего возраста $1.2 < \Omega < 2$ с n = 4 и волны зыби с n = 11/3 (см. выше).

Тогда для молодых волн $K \sim r^{4/3}$, что с высокой точностью описывает экспериментальные результаты, для средних волн $\gamma = 5/4$, что почти не наблюдается, т.к. средние возрасты переходят быстро [20] в насыщенные, т.е. в зыбь, и при n = 11/3 получаем γ = 7/6, а у Окубо [19] γ = 1.15 и у Голицына [20] $\gamma = 7/6 \pm 0.05$. Не менее впечатляющее совпадение и по площадям: у Окубо $S(t) \sim t^{2.34}$, а у Голицына t^m , $m = 8(7 - n)^{-1}$, и при n = 11/3 показатель m = 12/5 == 2.4, а пересчет показателя *m* по экспериментальным данным Окубо дал $m = 2.33 \pm 0.11$. Следует поражаться точности глазомера Окубо, который на глаз определял величины показателей степени. Значение $\gamma = 7/5$ определено по данным, относящимся к большим масштабам, когда волны уже близки к насыщению и показатель спектра n = 11/3. Так что данные по диффузии пятен одни из первых (если не первые) хорошо подтверждают этот теоретический результат.

Полезно также упомянуть, что два независимых параметра подобия в теории волн — разгон и возраст — в процессе эволюции волн оказываются связанными друг с другом [20] соотноше-

нием
$$\Omega = 2\pi A F^{-\alpha} = 2\pi A \tau^{-\frac{\alpha}{1-\alpha}}$$
, где $\tau = (1 - \alpha) \times \frac{t}{T_0} = \frac{(1-\alpha)gT}{4\pi A U_{10}}$.

3. ЗАКОНЫ ДИФФУЗИИ ПЯТЕН ЗАГРЯЗНЕНИЙ В СВЕТЕ ВЕРОЯТНОСТНЫХ ЗАКОНОВ А.Н. КОЛМОГОРОВА

Соотношение между высотой волн и их периодом прекрасно объясняют законы диффузии пятен загрязнений на разных стадиях развития волнения. Объяснения этой тенденции дают вероятностные законы А.Н. Колмогорова, прослеживаемые в самых разнообразных природных явлениях [14, 22]. А.М. Обухов в 1958 г. [23, 24] рассмотрел основное уравнение Колмогорова [22] для функции распределения вероятностей 6-мерного вектора $p(t, x_i, u_i)$

$$\frac{\partial p}{\partial t} + u_i \frac{\partial p}{\partial x_i} = D \frac{\partial^2 p}{\partial u_i^2}.$$
 (11)

Коэффициент диффузии *D* в [23] найден равным половине скорости диссипации кинетической энергии турбулентности є, т.е. он является удвоенным коэффициентом диффузии в пространстве скоростей [23]. Колмогоров выписал фундаментальное решение уравнения (11), которое детально обсуждено в §24.4 книги А.С. Монина и А.М. Яглома [24].

В работе [23] и в книге [24] устанавливается, что уравнение Фоккера–Планка–Колмогорова (8)–(11) имеет три вероятностных масштаба:

$$\left\langle v_{i}^{2}\right\rangle =\varepsilon t,$$
 (12)

$$\left\langle x_{i}^{2}\right\rangle = \varepsilon t^{3},$$
 (13)

$$\langle v_i x_i \rangle = \varepsilon t^2,$$
 (14)

и если выразить из (13) время как $t = (r^2/\epsilon)^{1/3}$, где $r^2 = \langle x_i^2 \rangle$, и подставить это в (12), то получится выражение для пространственной структурной функции скорости теории турбулентности Колмогорова–Обухова $D_u(r) = (\epsilon r)^{2/3}$, а если это же время подставить в (12), то получим закон турбулентной диффузии Ричардсона–Обухова $K = \epsilon^{1/3} r^{4/3}$.

Выражение (13) допускает трактовку как структурная функция случайной координаты жидкой частицы с нулевыми начальными данными. Тогда для нее можно найти спектр, как преобразование Фурье, случайного процесса со стационарными приращениями второго порядка. Общая теория таких процессов развита А.М. Ягломом в книге [25]. Терминология здесь такова: случайные силы — это ускорения на жидкие частицы, распределенные по Маркову, или, в современных терминах, дельта-коррелированные по времени, относительные скорости между каждой парой из общего числа N жидких частиц — это приращения первого порядка, а расстояние между частицами — это стационарные прираще-

ния второго порядка. Соответствующие численные расчеты таких вторых моментов (12)-(14) проведены в [26]. Они подтверждают, что ансамбли даже из 10 частиц неплохо согласуются с масштабами (9)-(12) и (10)-(13), ансамбли из 100 частиц дают для них зависимости, практически не отличающиеся от теоретических, точные для бесконечных ансамблей. Масштаб (11)–(14) требует для расчетов ансамбли уже в сотни частиц.

Если структурная функция имеет степенную форму $D(t) = At^{\gamma}$, то и спектр также степенной $S(\omega) \sim C \omega^{-\gamma-1}$, и между коэффициентами *A* и *C* имеются специальные соотношения, в случае стохастических приращений первого порядка [25, 26]

$$C = A\pi^{-1}\Gamma(\gamma + 1)\sin(\pi\gamma/2), \qquad (15)$$

а для приращений второго порядка [27], когда $D(t) = At^{\gamma}, \, 2 < \gamma < 4 \,,$

$$C_{2} = \frac{\Gamma(\gamma+1)|\sin(\pi\gamma/2)|A}{\pi(2^{1-\gamma}-2^{3})},$$
 (16)

где $\Gamma(v)$ — гамма-функция Эйлера. Отсюда сразу видно, что масштабу (13) соответствует спектр ω^{-4} . Таким образом, этот спектр, как и соотношение Тобы, является прямым следствием вероятностных законов Колмогорова [22], доведенных учениками его школы в [24] до вида, удобного для

конкретных приложений (см. также [14]). Результаты А.Н. Колмогорова [22] достаточно общие и не зависят от числа измерений пространства и требуют только некоторой однородности (вроде отсутствия разрывов) в поведении функций распределения вероятностей многомерного вектора $p(t, x_i, u_i)$. Поэтому они могут служить моделью изучаемого процесса и использования для его анализа методов теории подобия и размерности. Однако рамки для пределов оправдываемости результатов, полученных таким образом, устанавливаются из физических соображений, например путем нахождения в изучаемой системе параметров подобия [28]. Эти параметры могут возникнуть при сравнении формул, полученных из размерности, с конкретными данными измерений (или расчетов). Для морского волнения таким параметром является прежде всего возраст (2), а затем и разгон. С возрастом слегка меняется наклон спектра возвышения согласно формулам (5), что и приводит к разбросу экспериментальных данных (см. [28]).

Нужно упомянуть, что соотношение размерпериод (13) неплохо проявляется в законах разгона, описывающих изменение высоты и периода пика волны [6, 10], которые имеют вид

$$\frac{U_{10}}{gT_p} = AF_p^{-\alpha},\tag{17}$$

$$\frac{g^2 \varepsilon}{U_{10}^4} = BF^\beta, \tag{18}$$

где $\varepsilon = h_p^2/16$, индекс *р* относится к пику волнения. Исключая из этих двух формул разгон $F = gx/U^2$, где x – расстояние от подветренного берега, получим

$$16\varepsilon = h_p^2 = \frac{U^4}{g^2} \left(\frac{AgT_p}{U}\right)^{\frac{\beta}{\alpha}}.$$
 (19)

Согласно книге [6] и более поздней работе [10], где собраны значения α и β по 23 полевым экспериментам и 8 численным расчетам, значения α заключены в пределах от 0.23 до 0.33 (полевые данные) и от 0.2 до 0.3 по расчетам, а значения β – от 0.7 до 1.0 (по полевым) – и от 0.6 до 1.0 – по расчетам. По полевым данным, меньшим значениям α соответствуют и меньшие значения В, но довольно очевидно прослеживается, что величины α примерно втрое меньше В, т.е. показатель степени справа в (19) примерно равен 3. В случаях из 23 полевых данных в [10] значения $\alpha = 0.33$ и $\beta = 1.0$, т.е. соотношение $\beta = 3\alpha$ выполняется точно. Таким образом, и здесь прослеживается соотношение (13) в законах Колмогорова [22, 14].

Проанализируем более детально статистику данных в [11] и показателей степени в законах разгона, собранных там в табл. 1 и 2. Если, не задумываясь, просто осреднить 23 значения показателей, то получим $\alpha = 0.275 \pm 0.026$ и $\beta = 0.888 \pm 0.087$, откуда $\beta = 3.2\alpha$ (1 ± 0.19). Таким образом, соотношение Колмогорова (13) выполняется с точностью лучше 10%. Однако внимательное рассмотрение данных полевых измерений выявляет некоторую группировку данных о парах α и β . Например, менее полные данные полевых экспериментов, собранные до 1994 г. в [6], указывают, что эти пары, измеренные в условиях, когда вода холоднее воздуха, систематически меньше, чем в противоположных случаях, хотя и тут $\alpha = 0.23$, а $\beta = 0.7$, т.е. $3\alpha = 0.69 \approx 0.7$. Пять последних случаев табл. 1 из [11] дают $\alpha = 0.33$ и $\beta = 1.0$, т. е. лучшего подтверждения масштаба (13) ожидать и не приходится, хотя таких случаев 6 из 23. С другой стороны, высоты пика волнения различаются более чем в 4 раза, согласно первому столбцу табл. 1 из [11], а их периоды — в 2.5 раза. Отсутствие данных о температурах воды и воздуха, т.е. о стратификации атмосферы, весьма сильно влияющей на рост волнения, мешает произвести более аккуратный анализ данных с учетом возраста волн, когда, например, при более теплой, чем воздух, воде для зыби с более пологим спектром можно ожидать, что $\varepsilon \sim h^2 \propto T^{8/3}$, т. е. $\beta \propto T^n$, где $n = \pm 1/6$, согласно (7). Таким образом, отсутствие данных по воз-

растам Ω, неучет стратификации атмосферы и

ИЗВЕСТИЯ РАН. ФИЗИКА АТМОСФЕРЫ И ОКЕАНА том 57 **№** 1 2021 просто недостаточность числа измерений — все это объясняет разброс в зависимости $\beta \approx 3\alpha$.

Таблица 2 из [11] приводит результаты восьми численных расчетов параметров волнения. Показатели α и β находятся в более широких пределах: $0.19 < \alpha < 0.3$ и $0.5 < \beta < 1.0$, чем данные табл. 1 из [11], пределы для частот пика примерно совпадают, но энергии могут быть и на порядок больше, чем в полевых данных. При простом осреднении волновых параметров получаем $\beta = 0.64 \pm 0.24$ и $\alpha = 0.22 \pm 0.02$. Соотношение $3\alpha \approx \beta$ приблизительно сохраняется (с точностью до 40%).

В.Е. Захаров и его школа (см. [10]) вывели "магическое" соотношение

$$2\beta = 10\alpha + 1$$

которое по данным табл. 1 из [11] выполняется с точностью до 20% по различию параметров $\alpha_{_{Эксп}}$ и $\alpha_{_{теор}}$ (строка 16 там и до 17% к выполнению формулы (9) в табл. 2 из [11]).

В последнем случае длительные и дорогие численные эксперименты выполнялись в зависимости только от разгона и рассчитывались интегрально осредненные разгоны и возрасты. Эти величины также в этих расчетах демонстрировали степенное поведение, причем простое осреднение этих результатов табл. 2 дало в наших обозначениях

$$\beta = 2.83(1 \pm 0.09)\alpha$$
,

а по табл. 1 имеем

$$\beta = 3.25(1 \pm 0.07)\alpha$$
.

В книге Янга (1999) [29] автор дает значения β и α , осредненные по многим полевым экспериментам: $\alpha = 0.25$, $\beta = 0.8$, т. е. $\beta/\alpha = 3.2$.

Резюмируя степенные законы разгона, можно сказать, что нередко встречающиеся экспериментальные значения $\alpha = 0.33$ и $\beta = 1.0$ относятся к случаям, когда развивающиеся волны близки к возрастам $1.2 < \Omega < 2$. Случаи $0.22 < \alpha < 0.33$ и $0.7 \le \beta < 1$ относятся либо к зыби, либо к 0.83 < $< \Omega < 1.2$, когда по всей видимости спектр возвышений пропорционален $\omega^{-11/3}$, соотношение Тобы меняется с $h^2 \sim T^3$ на меньшую степень — 8/3 у периода Т. Прекрасное совпадение результатов анализа данных по диффузии примесей на морской поверхности именно с этим спектром $\omega^{-11/3}$ [19, 20] указывает на его преобладание на большой части площадей океана и большую часть времени. Однако следует признать, что согласно данным измерений, с точностью до нескольких процентов всегда $\beta \approx 3\alpha$, что указывает на действие и здесь законов Колмогорова.

4. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Сложность системы с развивающимися волнами, зависящей от разгона и возраста волнения, от переменности ветра по силе и по направлению, ограниченность по времени периодов наблюдений, разнообразие погодных условий, далеко не всегда фиксируемых в полевых, — все эти факторы пока не дают возможности сделать четкие разграничения для пар α и β по всем этим перечисленным параметрам. Вероятно, если такое разграничение и будет когда-нибудь сделано, то это будет иметь вид многомерной матрицы.

Работа частично поддержана грантом РНФ (20-77-00097), за счет которой Г.А. Байдаковым проведена обработка данных экспериментов по измерению волнения на водохранилище.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- Phillips O.M. The equilibrium range in the spectrum of wind-generated ocean waves // J. Fluid Mech. 1958. № 4(3). P. 426–434.
- 2. Китайгородский С.А. Применение теории подобия к анализу волн, возбуждаемых ветром, как случайному процессу // Изв. АН СССР. Сер. геофиз. 1962. № 1. С. 73–82.
- 3. Захаров В.Е., Филоненко Н.Н. Спектр энергии для стохастических колебаний поверхности жидкости // Докл. АН СССР. 1966. № 170(6). С. 1292–1295.
- 4. *Toba Y*. Total balance in the air-sea boundary processes: III. On the spectrum of wind waves // J. Oceanogr. Soc. Japan. 1973. № 29(3). P. 209–229.
- 5. Волков Ю.А. Анализ спектров морского волнения, развивающегося под действием турбулентного ветра // Изв. АН СССР. Физика атмосферы и океана. 1968. № 4(9). С. 968–987.
- 6. *Komen G.J., Cavaleri L., Donelan M. et al.* Dynamics and Modelling of Ocean Waves. Cambridge: CUP, 1994.
- 7. *Fairall C.W., Bradley E.F., Hare J.H. et al.* Bulk parametrization of air-sea fluxes: updates and verification for the COARE algorithm. // J. Climate. 2003. № 16(4). P. 572–591.
- 8. *Троицкая Ю.И., Рыбушкина Г.В.* Квазилинейная модель взаимодействия поверхностных волн с сильными и ураганными ветрами // Изв. РАН. Физика атмосферы и океана. 2008. № 44(5). С. 670–694.
- 9. Troitskaya Yu.I., Sergeev D.A., Kandaurov A.A., Baidakov G.A., Vdovin M.A., Kazakov V.I. Laboratory and theoretical modeling of air-sea momentum transfer under severe wind conditions // J. Geophys. Res. 2012. V. 117. № C00J21. 13 p.
- Zakharov Vladimir. Analytic theory of a wind-driven sea // Scientific Direct. Proceeding IUTAM Symposium Wind Waves. 4–8 September, 2017. London, UK.
- 11. Gagnaire-Renou E., Benoit M., Badulin S. On weakly turbulent scaling of wind sea in simulation of fetch-limited growth // J. Fluid Mech. 2011. № 689. P. 178–213.

- 12. *Hasselmann K*. On the spectral dissipation of ocean waves due to whitecapping. // Bound.-Layer Meteorol. 1974. № 6(2). P. 107–127.
- 13. Заславский М.М., Захаров В.Е. Форма спектра энергонесущих компонент в слабонелинейной теории ветровых волн // Изв. АН СССР. Физика атмосферы и океана. 1983. № 19(3). С. 207–212.
- 14. *Toba Y*. Local balance in the air-sea boundary processes. I. On the growth process of wind waves // J. Oceanogr. Soc. Japan. 1972. V. 28. P. 109–120.
- 15. *Toba Y*. Stochastic form of the growth of wind waves in a single-parameter representation with physical implications // J. Phys. Oceanogr. 1978. № 8(5). P. 494–507.
- Golitsyn G.S. Laws of random walks by A. N. Kolmogorov 1934 // Soviet Meteorol. Hydrol. 2018. № 3. P. 5–15.
- 17. *Richardson L.F., Stommel H.* Note on eddy-diffusion in the sea // J. Meteorol. 1948. № 5(5). P. 238–240.
- 18. *Stommel H*. Horizontal diffusion due to oceanic turbulence // J. Marine Res. 1949. № 8(3). P. 199–225.
- 19. Okubo Y. Oceanic diffusion diagrams // Deep-Sea Res. 1971. № 18(6). P. 789–902.
- Голицын Г.С. Коэффициент турбулентной диффузии примеси на водной поверхности в зависимости от стадии развития волнения // Изв. РАН. Физика атмосферы и океана. 2011. № 47(3). С. 426–432.

- 21. Голицын Г.С., Чхетиани О.Г. Влияние вязкости на горизонтальную диффузию примеси в поле ветровых волн // Изв. РАН. Физика атмосферы и океана. 2014. № 50(6).
- 22. *Kolmogorov A.N.* Zufallige Bewegungen // Ann. Math. 1934. № 35. P. 116–117.
- Obukhov A.M. Description of turbulence in terms of Lagrangian variables // Adv. in Geophysics. 1959. V. 6. P. 113–115.
- 24. *Монин А.С., Яглом А.М.* Статистическая гидромеханика. Т. 2. М.: Наука, 1967 (English ed. MIT Press, 1975).
- 25. *Yaglom A.M.* Correlation Theory of Stationary and Related Random Functions. I. Basic Results. Berlin. Springer Verlag. 1986.
- Гледзер Е.Б., Голицын Г.С. Скейлинг и конечные ансамбли частиц в движении с притоком энергии // ДАН. 2010. № 433(3). С. 466–470.
- Голицын Г.С., Фортус М.И. Случайные процессы со стационарными приращениями и композитные спектры // Изв. РАН. Физика атмосферы и океана. 2020. № 56(3).
- 28. Barenblatt G.I. Scaling. Cambridge: CUP, 2003.
- 29. Young I.R. Wind Generated Ocean Waves. Elsevier, 1999.

Analysis of the Frequency Spectra and the Laws of Growth of Sea Waves from the Point of View of the Probabilistic Laws of A.N. Kolmogorov and His School

G. S. Golitsyn¹, Yu. I. Troitskaya^{1, 2}, and G. A. Baydakov^{1, 2, *}

¹Obukhov Institute of Atmospheric Physics Russian Academy of Sciences, Pyzhyovskiy per., 3, Moscow, 119017 Russia ²Institute of Applied Physics of the Russian Academy of Sciences, Ul'yanov Str., 6, Nizhny Novgorod, 603950 Russia *e-mail: baydakov@ipfran.ru

The paper analyzes the data of *in situ* measurements of the parameters of surface waves, carried out at various degrees of its development. The Toba relations relating the heights and periods of wind waves are discussed. The factors that determine the deviation of these laws from the classical 3/2 law are discussed. Using the probabilistic laws of A.N. Kolmogorov and his school, an interpretation of the features of the diffusion of an impurity in the field of surface waves at various accelerations is proposed.

Keywords: wind waves, fetch law, impurity diffusion