

УДК 551.466.31:551.465.13

## ПРЯМОЕ ИЗМЕРЕНИЕ ТУРБУЛЕНТНОЙ ДИФФУЗИИ, ИНДУЦИРОВАННОЙ ВОЛНАМИ В ЛОТКЕ

© 2021 г. **В. Г. Полников<sup>a</sup>, Ф. А. Погарский<sup>a</sup>, И. А. Репина<sup>a, b, c, \*</sup>, Х. Ма<sup>d</sup>, Ш. Чанг<sup>d</sup>**

<sup>a</sup>Институт физики атмосферы им. А.М. Обухова РАН, Пыжевский пер., 3, Москва, 119017 Россия

<sup>b</sup>Научно-исследовательский вычислительный центр МГУ им. М.В. Ломоносова, ГСП-1, Ленинские горы, 1, стр. 4, Москва, 119991 Россия

<sup>c</sup>Московский центр фундаментальной и прикладной математики, Москва, Россия

<sup>d</sup>Институт океанографии Министерства природных ресурсов, 266061, Циндао, КНР

\*e-mail: repina@ifaran.ru

Поступила в редакцию 08.09.2020 г.

После доработки 03.03.2021 г.

Принята к публикации 14.04.2021 г.

На примере лабораторных экспериментов, выполненных в ветро-волновом лотке, получены оценки коэффициента турбулентной диффузии  $D$ , позволяющие провести первичную верификацию имеющихся теоретических результатов в части зависимости  $D$  от различных параметров. Для оценок  $D$  с применением формулы Эйнштейна использовались измерения скорости расплывания чернильного пятна в слое воды под волнами. Сравнение полученных оценок с набором параметризаций  $D$  показало, что в присутствии ветровых волн статистическое преимущество имеет параметризация вида  $D \propto u_* a_0 \delta$ , а при наличии механических волн – параметризация  $D \propto a_0^3 f_p / z$ , где:  $u_*$  – скорость трения,  $a_0$  – амплитуда волн на поверхности,  $f_p$  – частота пика спектра волн,  $\delta$  – крутизна волн, а  $z$  – глубина измерений. Обсуждаются вопросы выполнения измерений и методики сравнения теории с экспериментом.

**Ключевые слова:** волны, турбулентность, диффузия, измерения в ветро-волновом лотке

**DOI:** 10.31857/S000235152104009X

### 1. ВВЕДЕНИЕ

Хорошо известно, что турбулентная диффузия является главным механизмом в процессах вертикального перемешивания вод в морях и океанах [1–3]. Интерес к исследованию процессов турбулентной диффузии и перемешивания в океане обусловлен в первую очередь определяющей ролью турбулентности в формировании гидрофизических, гидрохимических, гидробиологических и иных полей в океанской среде [4–6].

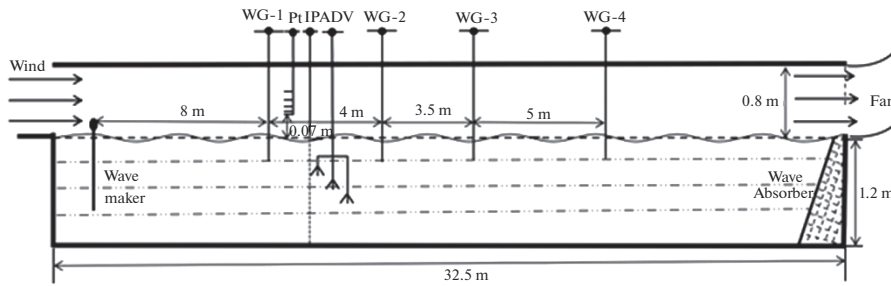
Причины возникновения турбулентности и связанных с ней процессов перемешивания весьма многообразны [1–9]. Одной из таких причин являются волны на поверхности воды, что представляет собой отдельное направление гидромеханики [3–5, 10–12]. В рамках этого направления выполнена и данная работа, посвященная изучению влияния волн на характеристики турбулентного перемешивания.

Несмотря на кажущуюся простоту системы (волны на поверхности воды, в которой нет дополнительных исходных движений), задача опи-

сания турбулентности, индуцированной волнами и связанных с ней динамических процессов, имеет давнюю историю и весьма далека от своего окончательного решения [3–5, 10–12]. В частности, вопросы расчета турбулентной диффузии в воде, индуцированной волнами на ее поверхности, стали активно разрабатываться еще в начале–середине прошлого века на основе аналитических решений уравнений Эйлера (см. ссылки в [5]). В частности, в 1947 г. Доброклонский [5] вывел формулу для коэффициента турбулентной диффузии (или вязкости)  $D$  через параметры монохроматической волны вида

$$D = (\pi k^2 / 18) (h^2 / T) \exp(-2k|z|) \times [1 - \pi^2 s^2 \exp(-2k|z|)]^3 \propto a_0^2 f \exp(-2k|z|). \quad (1)$$

Здесь  $k$  – постоянная Кармана,  $h$  – высота волны, связанная с ее амплитудой  $a_0$  на поверхности соотношением  $h = 2a_0$ ,  $T$  – период,  $k = (2\pi f)^2 / g$  – волновое число (где  $f = 1/T$  – циклическая частота,  $g$  – ускорение силы тяжести),  $s = h/\lambda =$



**Рис. 1.** Эскиз лотки и расположения оборудования. WG – волновые датчики, PT – трубки Пито, ADV – набор акустических доплеровских велосиметров, IP – набор инструментов для вбрасывания в лоток поплавков или красителей. Ширина лотка 1 м.

$= hk/2\pi$  – уклон волн,  $z$  – глубина измерений. Позднее были получены параметризации  $D$  линейные по  $h$ , упомянутые в [11], но здесь не представляющие интерес. Заметим, что обобщение формулы (1) на случай спектра волн приводит к замене параметров волн  $T$ ,  $k$  и  $f$  на их значения в пике спектра:  $T_p$ ,  $k_p$  и  $f_p$ , широко используемые далее.

В той же работе [11] формула (1) была протестирована наряду с еще двумя параметризациями, линейными по  $h$ , на основании данных эксперимента, в котором был учтен эффект затухания волн на боковых стенках лотка. Было показано, что данные эксперимента статистически более близки именно к параметризации (1).

Но указанные работы никак не учитывали уравнения Рейнольдса. В начале этого века появилась серия работ (см. ссылки в [3, 10, 12]), в которых теоретическая формула для турбулентной диффузии  $D$  при наличии ветровых волн на воде была получена на основе прямого замыкания напряжений Рейнольдса. Не вдаваясь в подробности, отметим, что замыкание по схеме работы [10] дает оценку

$$D(a_0, z) \propto a^2(z) \frac{d \left( \int f^2 S(f) \exp(-2k|z|) df \right)^{1/2}}{dz} \propto (2) \\ \propto a_0^2 f_p \delta \exp(-3k_p |z|),$$

которая включает в себя явную зависимость от крутизны волн  $\delta = a_0 k_p$ , обеспечивая кубичность  $D$  по амплитуде волн. Как отмечено выше, конечный вид параметризации (2) получен из формулы, приведенной в [10], в предположении острого пика спектра волн  $S(f)$ .

Совсем недавно в работе [12] была изменена схема замыкания напряжений Рейнольдса и получено аналитическое представление  $D$  для слу-

чая ветровых волн, линейное по их средней амплитуде  $a_0$ , вида

$$D(a_0, z) \propto u_* a_0 \exp(-k_p |z|). \quad (3)$$

По аналогии с (1)–(3), для любого вида волн на воде, можно получить обобщенную параметризацию функции турбулентной диффузии  $D$ , записанную в виде

$$D(a_0, z) = F(\dots) a_0^2 f_p \exp(-2k_p |z|), \quad (4)$$

если учесть, что безразмерная функция  $F(\dots)$  может включать в себя любой, физически обоснованный набор безразмерных параметров системы, например,  $\delta$ ,  $\exp(-k_p |z|)$ ,  $u_*/a_0 f_p$ ,  $a_0/z$ , и т.п. Заметим, кстати, что в отличие от точного результата (1), экспоненты по  $z$  в формулах (2)–(4) добавлены феноменологически, в предположении, что амплитуда волн спадает как  $a(z) \approx a_0 \exp(-k_p |z|)$ . Такое предположение является существенным упрощением реальной динамики волн в воде, допускающей применимость потенциальной теории, которое может не выполняться для движений турбулентного характера.

Приведенное разнообразие теоретических оценок для функции турбулентной диффузии  $D$ , естественно, ставит вопрос об их эмпирической верификации. С этой целью нами был проведен эксперимент по измерению  $D$  с помощью регистрации скорости размывания чернильного пятна в лотке под взволнованной поверхностью, результаты которого приводятся далее.

## 2. ОПИСАНИЕ ЭКСПЕРИМЕНТА

Измерения проводились в ветро-волновом лотке Первого института океанографии, расположенного в г. Циндао, КНР (рис. 1). Размеры лотка по длине, ширине и высоте составляют  $32 \times 1 \times 2 \text{ м}^3$ , высота заполнения водой – 1.2 м. Экс-

перимент выполнялся как для механических волн, генерируемых волнопродуктором, так и для ветровых волн.

Для волновых измерений использовались емкостные волновые датчики (WG) и трубки Пито (PT). Три акустических доплеровских велосиметра (ADV) применялись для измерения скорости течения  $u_*$  и скорости течений соответственно. Для впрыскивания чернил использовалось оригинальное приспособление IP, включающее стальную трубку, внутри которой зафиксирован капилляр для чернил. Приспособление IP попеременно привязывалось к местам расположения датчиков WG1–WG4, которые далее обозначаются как точки измерений P1–P4.

Ветер (замкнутой циркуляции) создавался вентилятором, расположенным на выходе из лотка. PT имели пять каналов, расположенных над средним уровнем воды на высотах 7, 10, 14, 25 и 40 см (ось OZ направлена вверх с началом координат на средней поверхности воды). При скорости ветра более 10 м/с вся система PT располагалась выше на 1.2 см. Измерения проводились при установлении стационарного состояния системы (более 5 мин работы волнопродуктора или вентилятора).

Все волновые записи имели длительность 10 мин и частоту дискретизации 50 Гц. Параллельно проводилась визуальная регистрация степени обрушений волн  $Br$  в процентах, как отношение числа обрушившихся гребней к их общему числу, прошедшему за 1–2 мин через контролируемый участок наблюдений с размерами порядка метра.

Ветровые волны генерировались ветром  $W$ , создаваемым вентилятором. Задавалось пять значений  $W$ , равных 4, 6, 8, 10 и 12 м/с, которые соответствуют скорости ветра в середине воздушной части лотка ( $z = 40$  см).

Помимо ветровых волн, задавались два вида механических волн: регулярные (квазимономатические) волны и стохастические волны с широкой спектральной полосой, типа спектров Пирсона–Московица (PM) или JONSWAP (JW) [13]. Волнопродуктор генерировал механические волны с тремя начальными частотами  $f_0$ : 1.5, 1.0 и 0.7 Гц, и с пятью амплитудами для каждой частоты: от  $H_S = 1$  см до  $H_S = 20$  см ( $H_S$  – программируемая волнопродуктором значительная высота волны).

Всего было проведено 42 эксперимента, для каждого из которых были выполнены по 3–4 видеозаписи расплывания пятна чернил камерой с частотой записи 10 Гц, достаточной для визуального анализа. По техническим причинам измере-

ния расплывания чернил проводились только при инъекции чернил на горизонте  $z = -30$  см.

### 3. МЕТОДЫ И РЕЗУЛЬТАТЫ ОБРАБОТКИ ДАННЫХ

Обработка данных волновых измерений проводилась с использованием программного обеспечения MATLAB. Частотные спектры волн  $S(f)$  рассчитывались методом авто-регрессии (AR), обеспечивающим минимальную погрешность оценки интенсивности  $S(f)$  [14], которая в нашем случае составляла порядка 3–5%. Таков же порядок погрешности и параметров волн  $a_0, f_p, k_p$  (и крутизны волн  $a_0 k_p$ ), однозначно следующих из спектральной оценки  $S(f)$ . Список параметров волнопродуктора, ветра и волн, совместно с номерами и датами экспериментов, представлен на сводной табл. 1.

Обработка видеоданных осуществлялась визуально в оболочке математического обеспечения PHANTOM измерением размера пятна  $\Delta X(t)$  как функции времени  $t$ , с применением формулы Эйнштейна [8, 9]

$$(\Delta X)^2 = \text{const} Dt, \quad (5)$$

в которой, для получения лишь качественных оценок  $D$ , значение константы принималось равным единице. Отметим, что, согласно [9], формула (5) применима на масштабах  $\Delta X$  порядка амплитуды волн  $a_0$ , превышающей условия появления турбулентности (т.е. когда число Рейнольдса  $Re = a_0^2 \omega_p / \nu \approx a_0^{3/2} (a_0 g k_p)^{1/2} / \nu \approx a_0^{3/2} / \nu$  превышает  $10^3$ ). При значениях кинематической вязкости воды  $\nu \approx 10^{-6}$  м<sup>2</sup>/с, указанное условие выполняется для амплитуд  $a_0$  (и размеров пятна  $\Delta X$ ) более 1 см.

Величина коэффициента турбулентной диффузии  $D$  определялась для каждого отдельного эксперимента по облаку эмпирических точек, построенному в координатах  $(t, \Delta X^2)$ , как коэффициент линейного тренда, проходящего через начало координат. Погрешность оценки коэффициента диффузии  $D$  составляла порядка 40–50%, что обусловлено значительным разбросом размеров пятен на момент  $t = 0$  и заметным влиянием на процесс диффузии возвратных течений, неизбежных в замкнутом лотке [15] и искажающих динамику процесса диффузии.

Полученные значения  $D$  анализировались на предмет их статистического соответствия соотношениям (1)–(4) по отдельности: а) для всех вариантов ветровых волн и б) всех вариантов механических волн. Для этого по оси абсцисс откладывались значения функции параметризации, а по оси ординат – измеренные величины  $D$ . Степень их

Таблица 1. Номера и даты экспериментов и параметры волн

№ эксперимента	Параметры волнопродуктора или ветра				Параметры волн			
	$f_0$ , Гц; тип спектра	$H_s$ , см	$Br$ , %	$W$ ; $u_w$ , м/с; см/с	$a_0$ , см	$f_p$ , Гц	$k_p$ , рад/м	$a_0 k_p$ , б/р
Регулярные механические волны. Точка P2 = 12 м. Дата: 16.09.2019.								
1	1.5	3	0%	–	1.36	1.49	8.9	0.12
2	1.5	5	5%	–	2.13	1.49	8.9	0.19
3	1.5	7	30%	–	2.76	1.48	8.9	0.25
4	1.5	10	50%	–	3.20	1.48	8.8	0.28
5	1.5	15	–	–	Плохие данные			
Регулярные механические волны. Точка P2 = 12 м. Дата: 17.09.2019								
6	1.0	3	0%	–	1.03	1.0	4.0	0.04
7	1.0	5	0%	–	1.74	1.0	4.0	0.07
8	1.0	7	0%	–	2.45	1.0	4.0	0.10
9	1.0	10	0%	–	3.48	1.0	4.0	0.14
10	1.0	15	5%	–	5.03	1.0	4.0	0.20
11	0.7	15	0%	–	3.70	0.7	1.97	0.07
12	0.7	20	0%	–	5.03	0.7	1.97	0.10
Ветровые волны. Точка P2 = 12 м. Дата: 17.09.2019								
13	–	–	0%	6; 14.2	0.77	2.89	33.6	0.26
14	–	–	0%	8; 17.7	1.01	2.64	28.0	0.28
15	–	–	10%	10; 25.4	1.33	2.32	21.6	0.29
16	–	–	20%	12; 34.3	1.65	2.06	17.0	0.28
17	–	–	0%	4; 9.5	0.53	3.58	51.5	0.27
Дата: 18.09.2019								
18	–	–	10%	10; 25.4	См. данные эксперимента 15			
19	–	–	0%	8; 17.7	См. данные эксперимента 14			
20	–	–	0%	6; 14.2	См. данные эксперимента 13			
Нерегулярные механические волны. Точка P2 = 12 м. Дата: 18.09.2019								
21	1.5; PM	3	0%	–	0.86	1.13	5.13	0.041
22	1.5; PM	5	0%	–	1.26	0.975	3.82	0.048
23	1.5; PM	7	30%	–	1.56	1.01	4.1	0.064
24	1.5; PM	10	50%	–	1.89	0.79	2.5	0.047
25	1.0; PM	10	0%	–	1.90	0.74	2.2	0.042
26	1.0; PM	15	0%	–	2.25	0.7	1.86	0.07
27	1.0; JW	15	100%	–	3.42	0.895	3.32	0.11
28	0.7; JW	15	0%	–	2.83	0.71	2.0	0.057

Таблица 1. Окончание

№ эксперимента	Параметры волнопродуктора или ветра				Параметры волн			
	$f_0$ , Гц; тип спектра	$H_s$ , см	$Br$ , %	$W$ ; $u_*$ , м/с; см/с	$a_0$ , см	$f_p$ , Гц	$k_p$ , рад/м	$a_0 k_p$ , б/р
Ветровые волны. Точка P4 = 22 м. Дата: 19.09.2019								
29	33.6	—	0%	4; 9.5	0.75	2.56	26.3	0.20
30	—	—	0%	6; 14.2	1.06	2.17	18.9	0.20
31	—	—	0%	8; 17.7	1.53	2.0	16.1	0.25
32	—	—	15%	10; 24.4	2.09	1.78	12.7	0.26
33	—	—	20%	12; 34.3	2.54	1.67	11.2	0.28
Ветровые волны. Точка P1 = 9 м. Дата: 19.09.2019								
34	33.6	—	0%	4; 8.2	0.29	4.84	94.2	0.27
35	—	—	0%	6; 11.7	0.50	3.82	58.7	0.29
36	—	—	0%	8; 14.4	0.74	3.36	45.4	0.34
37	—	—	5%	10; 20.4	1.01	2.85	32.6	0.33
38	—	—	10%	12; 28.2	1.24	2.74	30.2	0.37
Регулярные механические волны. Точка P1 = 9 м. Дата: 20.09.2019								
39	1.5	3	0%	—	1.41	1.49	8.9	0.126
40	1.5	5	5%	—	2.31	1.49	8.9	0.21
41	1.5	7	30%	—	2.95	1.48	8.9	0.26
42	1.5	10	50%	—	3.46	1.48	8.9	0.31

соответствия определялась по величине параметра статистической обеспеченности  $R^2$ , рассчитываемого для линии линейного тренда. Полученные результаты представлены на рис. 2, 3, 4.

Так как в нашем случае измерения на различных глубинах не были реализованы, проверка экспоненциального спада  $D(z)$ , как специфического эффекта в профиле индуцированной волнами турбулентности, не проводилась. При этом анализ параметризаций  $D$  вида (1)–(4) показал, что учет фактора экспоненциального затухания амплитуды волн с глубиной вида  $a(z) = a_0 \exp(-k_p |z|)$  ухудшает статистическое соответствие между измерениями и параметризациями. Поэтому для предварительной оценки применимости параметризаций экспоненциальное спада  $D(z)$  не учитывалось.

На рис. 2 показано сопоставление экспериментальных значений турбулентной диффузии  $D$  для ветровых волн с параметризацией по формуле (3) без учета экспоненциального затухания с глубиной.

Соответствие квадратичных и кубических по амплитуде волн параметризаций  $D$  их данным

измерений для ветровых волн представлено на рис. 3а, 3б, 3в.

Из рис. 3а видно, что квадратичная по  $a_0$  параметризация вида (1) имеет более слабое статисти-

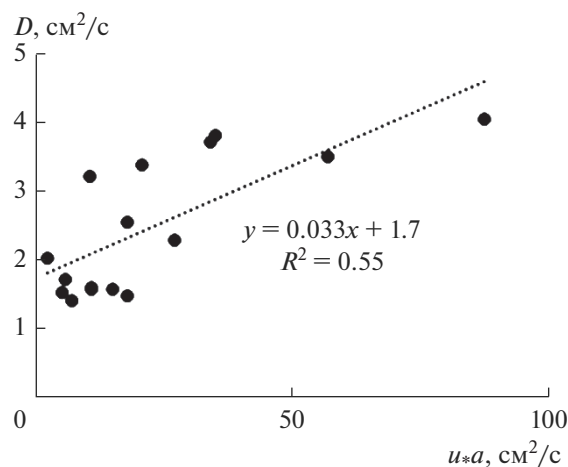
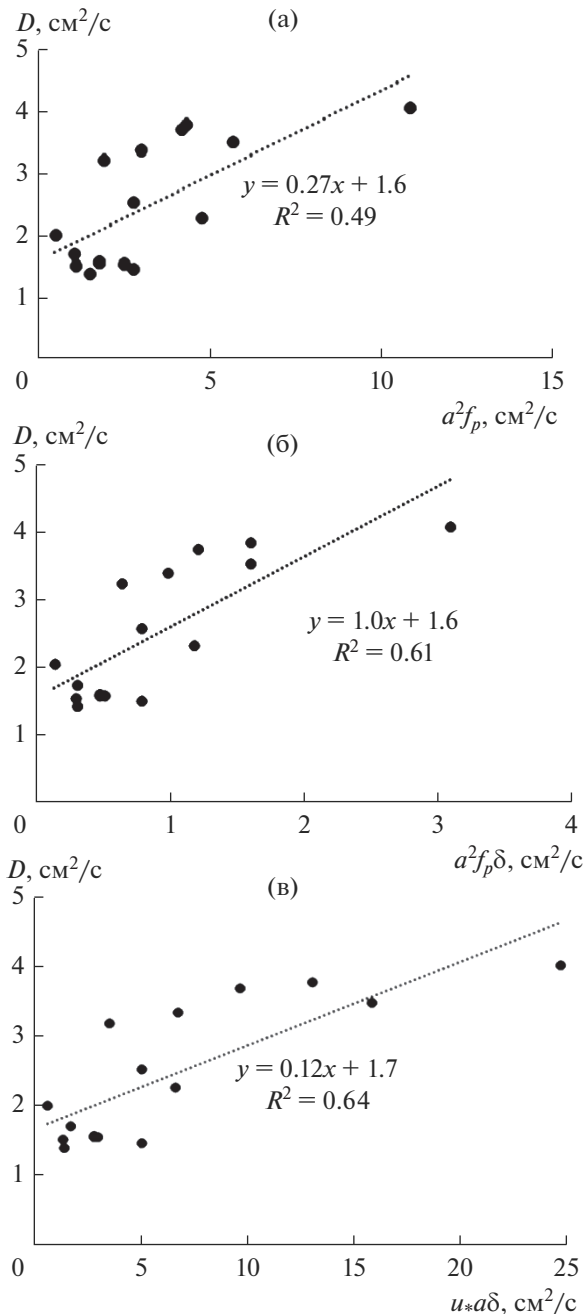
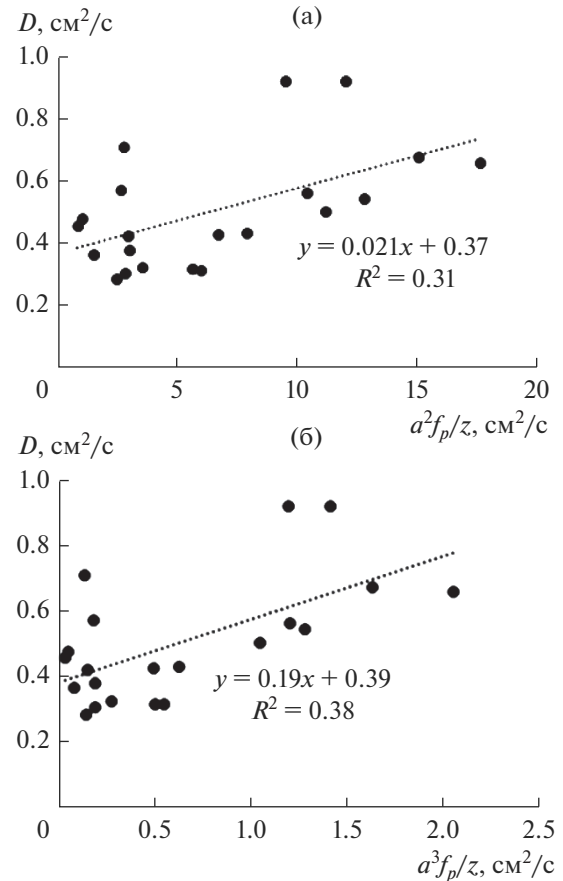


Рис. 2. Сопоставление экспериментальных значений турбулентной диффузии  $D$  для ветровых волн с параметризацией по формуле (3) без учета экспоненциального затухания с глубиной.



**Рис. 3.** Сопоставление экспериментальных значений турбулентной диффузии  $D$  для ветровых волн с параметризациями: (а) – по формуле (1); (б) – по формуле (4) с выбором  $F = u_*/a_0f_p$ ; (в) – по формуле (3) с добавлением фактора крутизны.

ческое соответствие, чем параметризация по формуле (3) (рис. 2в). В то же время кубическая по  $a_0$  параметризация  $D$  по формуле (2) (рис. 3б), учитывающая крутизну волн  $\delta$ , уже имеет некоторое преимущество перед формулой (3) (рис. 2в). Но еще большее статистическое соответствие име-



**Рис. 4.** Сопоставление экспериментальных значений турбулентной диффузии  $D$  для механических волн с параметризациями: (а) – по формуле (1); (б) – по формуле (4) при  $F = a_0/z$ .

ет параметризация (4) с выбором  $F = u_*/a_0f_p$ , которая отличается от формулы (3) всего лишь наличием дополнительного фактора крутизны  $\delta = a_0k_p$ . Анализ этих результатов приводится далее в разделе 4.

Аналогичные сопоставления для механических волн представлены на рис. 4а, 4б. Как видно из рис. 4а, квадратичная по амплитуде волн параметризация по формуле (1) статистически менее предпочтительна, чем кубическая по  $a_0$  параметризация  $D$ , соответствующая формуле (4), при выборе фактора  $F = a_0/z$  (рис. 4б). Но кубическая по  $a_0$  параметризация (2), отличающаяся от параметризации (1) на фактор крутизны, уже не приводит к повышению степени статистического соответствия ( $R^2 \approx 0.17$ ), существенно уступая варианту рис. 4б. Причина такого отличия влияния фактора крутизны в параметризации  $D$  для механических волн, от такового для ветровых волн, обсуждается далее в разделе 4.

#### 4. АНАЛИЗ РЕЗУЛЬТАТОВ

Сравним, прежде всего, параметризации  $D$  для ветровых волн по формулам (3) (рис. 2в) и (1) (рис. 3а). Их сопоставление свидетельствует о близости статистической обеспеченности обеих параметризаций. Причина такой близости заключается в том, что для ветровых волн их амплитуда  $a_0$ , по законам роста ветрового волнения на прямом разгоне [13], пропорциональна скорости трения, т.е.  $a_0 \propto u_*$ . Если не учитывать зависимость  $D$  от глубины  $z$ , преимущество параметризации  $D$  остается за формулой (3), которая теоретически была обоснована в работе [12], т.е.  $D \propto u_* a_0$ .

При этом кубическая по амплитуде волн параметризация  $D$ , выполненная по формуле (2), полученной в [10], имеет заметное преимущество перед таковыми по формулам (1) и (3), что обусловлено наличием понижающих факторы крутизны  $\delta \ll 1$  в формуле (2). Но, как видно из рис. 3б, 3в, добавление фактора  $\delta$  в параметризацию (3) дает для ветровых волн наиболее приоритетную параметризацию вида

$$D \propto u_* a_0 \delta. \quad (6)$$

Что же касается случая механических волн, статистически наиболее достоверной оказалась кубическая по амплитуде волн параметризация (рис. 4б) вида

$$D(a_0, f_p, z) \propto a_0^3 f_p / z, \quad (7)$$

следующая из формулы (4) при выборе безразмерного фактора вида  $F = a_0/z$ . Но в связи с появлением размерного параметра глубины  $z$  в формуле (7) более убедительный результат о форме функциональной зависимости  $D$  от параметров механических волн на воде позволят дать лишь измерения на различных глубинах.

Следует отметить, что, как видно из сопоставления рис. 3 и 4, величина турбулентной диффузии в случае механических волн имеет в 2–3 раза меньшие значения  $D$ , чем для ветровых волн. По этой причине добавление фактора крутизны в параметризацию (1) только ухудшает степень статистического соответствия формулы вида (2), по сравнению с квадратичной по амплитуде волн формулой (1), что, однако, не препятствует преимуществу параметризации вида (7).

Заметим в заключение анализа, что установленные зависимости  $D(a_0, f_p, u_*)$  носят пока предварительный характер и, естественно, нуждаются в уточнениях в дальнейших экспериментах, в частности с проведением измерений на разных глубинах. Полученное количество экспериментальных данных относительно мало, но позволяет

оценить возможность применимости различных параметризаций. Оценки  $D \approx 1\text{--}5 \text{ см}^2/\text{с}$ , которые следуют из наших измерений, превышают значение молекулярной вязкости для воды более, чем на 2 порядка, что характерно для величин турбулентной диффузии [9, 11] и свидетельствует о достоверности используемого метода измерений  $D$ . Получение же более точных количественных значений величин  $D$  потребует теоретического уточнения величины константы в формуле (5) [7–9].

#### 5. ОБСУЖДЕНИЕ

В вопросах методики и точности измерений, прежде всего, следует отметить значительный разброс результатов оценок величины  $D$  относительно любой из искомым параметризаций. Такой разброс обусловлен как случайной формой начального пятна чернил (от 1 до 3 см в диаметре), так и воздействием возвратных течений, существующих в замкнутом лотке.

Использованная нами техника инъекции красящих капель (устройство IP) требует совершенствования в части строгого дозирования начальных размеров чернильных пятен малых размеров (до 3–5 мм в диаметре). Помимо этого, негативную роль играет и величина удельной плотности чернил, которая в наших экспериментах несколько превышала плотность воды, т.е. не обладала нейтральной плавучестью. Эти методические дефекты эксперимента, обусловленные (в данном случае) техническими причинами, могут быть устранены в дальнейших исследованиях.

Более сложной задачей является проблема исключения влияния возвратных течений. По-видимому, ее решение лежит в плоскости совершенствования инженерных конструкций лабораторных лотков. Одним из таких решений является создание ветро-волновых каналов, погруженных в более широкий и длинный бассейн, по образцу бассейна в ИПФ РАН [16].

Еще одним ограничением выполненных экспериментов, не позволяющим более детального уточнения формулы зависимости величины турбулентной диффузии от параметров системы, является единственный горизонт измерений, что не позволяет отследить зависимость  $D(z)$ . Очевидно, что различные степени зависимости  $D(z)$  должны проявляться и в зависимостях  $D(a_0)$ . Эта взаимосвязь убедительно показана выше на примере параметризаций для ветровых волн. Поэтому такого рода измерения должны выполняться, как минимум, на 3–5 горизонтах, при сохранении достаточно большого числа вариаций параметров волнения (порядка 40–50 экспериментов для каждой глубины измерений).

В целом, представляется, что продолжение работ по усовершенствованию методов эмпирического определения величины турбулентной диффузии и ее зависимости от параметров волнения вполне перспективно уже в ближайшее время.

## 6. ВЫВОДЫ

В заключение можно сформулировать следующие выводы.

1. Прямые измерения турбулентной диффузии, в том числе и индуцированной волнами на поверхности воды, возможны на основе измерений скорости размывания чернильного пятна.

2. На примере экспериментов, выполненных в лотке Первого института океанографии Китая, получены оценки коэффициента турбулентной диффузии  $D$ , позволяющие провести первичную верификацию имеющихся теоретических результатов в части зависимости  $D$  от различных параметров (скорости трения, крутизны и амплитуды волн, частоты пика волнового спектра). В частности, установлено, что: а) в случае ветровых волн на воде наиболее предпочтительна параметризация вида  $D(a_0, u_*) \propto u_* a_0 \delta$ , предложенная в рамках модели [12]; б) в случае механических волн — параметризация  $D(a_0, f_p) \propto a_0^3 f_p / z$ , полученная из размерных соображений по формуле (4) при выборе безразмерного фактора вида  $F = a_0 / z$ .

3. Для повышения точности и полноты построения параметризации  $D(a_0, f_p, z)$  необходимо минимизировать влияние возвратных течений, проводить измерения на значительном числе горизонтов в воде и использовать чернила нейтральной плавучести. Техника инъекции красящих капель требует совершенствования в части строгого дозирования начальных размеров чернильных пятен малых размеров (до 3–5 мм в диаметре).

## БЛАГОДАРНОСТИ

Авторы признательны студентам Х. Ванг (Xue Wang) и Ч. Ли (Chao Li) за помощь в выполнении экспериментов. Работа выполнена при частичной поддержке грантов РФФИ 18-05-00161 и 18-05-80065-опасные явления, при поддержке Министерства науки и высшего образования Российской Федерации, соглашение № 075-15-2019-1621 и китайского фонда National Natural Science Foundation of China № 41821004.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Mellor G.L., Yamada T. Development of a turbulence closure model for geophysical fluid problems // Rev. Geophys. Space Phys. 1982. V. 20. P. 851–875.

2. Ardhuin F., Jenkins A.D. On the interaction of surface waves and upper ocean turbulence // J. Phys. Oceanogr. 2006. V. 36. P. 551–557.

3. Qiao F., Yuan Y., Deng J., Dai D., Song Z. Wave–turbulence interaction-induced vertical mixing and its effects in ocean and climate models // Phil. Trans. R. Soc. 2016. V. A374: 20150201.

4. Jeffreys H. On turbulence in the ocean. The London, Edinburgh, and Dublin Phil. Mag. and J. Sci., 1920. V. 39. P. 578–586.

5. Доброклонский С. В. Турбулентная вязкость в поверхностном слое моря и волнение // Докл. АН СССР. 1947. Т. 58. № 7. С. 1345–1348.

6. Roberts P.J.W., Webster D.R. Turbulent diffusion. Environmental Fluid Mechanics: Theories and Applications (ed. H. Shen). ASCE Press, Reston, 2002. P. 7–47.

7. Монин А.С., Яглом А.Я. Статистическая гидромеханика. М.: Наука, 1967. Ч. 2. 630 с. (ч. 2. §21).

8. Голицын Г.С. Статистика и динамика природных процессов и явлений. М: Красанд, 2013. 398 с. (гл. 6).

9. Океанология. Физика океана. Том 1. Гидрофизика океана. Под ред. Каменковича В.М., Моница А.С. М: Наука, 1978. 455 с. (Глава IV, раздел 6).

10. Qiao F., Yuan Y., Yang Y., Zheng Q., Xia C., Ma J. Wave-induced mixing in the upper ocean: Distribution and application to a global ocean circulation model // Geophys. Res. Lett. 2004. V. 31. L11303.

11. Доброклонский С. В., Контобойцева Н.В. Экспериментальное исследование турбулентной вязкости в монохроматической волне // Изв. АН СССР. Физика атмосферы и океана. 1967. Т. 2. № 1. С. 64–74.

12. Полников В.Г. Модель вертикального перемешивания, вызванного ветровыми волнами // Механика жидкости и газа. 2020. № 1. С. 22–32.

13. Komen G.I., Cavaleri L., Donelan M., Hasselmann K., Hasselmann S., Janssen P.A.E.M. Dynamics and Modelling of Ocean Waves. Cambridge University Press, 1994. 554 p.

14. Kay S. M., Modern Spectral Estimation, Theory and Application. Englewood Cliffs, NJ: Prentice Hall, New Jersey, 1988. 543 с.

15. Longo S. Wind-generated water waves in a wind tunnel: Free surface statistics, wind friction and mean air flow properties // Coast. Eng. 2012. V. 61. P. 27–41.

16. Кандауров А.А., Троицкая Ю.И., Сергеев Д. А., Вдовин М.И., Байдаков Г.А. Среднее поле скорости воздушного потока над поверхностью воды при лабораторном моделировании штормовых и ураганых условий в океане // Изв. РАН. Физика атмосферы и океана. 2014. Т. 50. № 4. С. 455–467.



## Direct Measurement of Turbulent Diffusion Induced by Waves in a Tank

V. G. Polnikov<sup>1</sup>, F. A. Pogarskiy<sup>1</sup>, I. A. Repina<sup>1, 2, 3, \*</sup>, H. Ma<sup>4</sup>, and Sh. Jiang<sup>4</sup>

<sup>1</sup>*Obukhov Institute of Atmospheric Physics of RAS, Pyzhevsky per., 3, Moscow, 119017 Russia*

<sup>2</sup>*Research Computing Center, Lomonosov Moscow State University, Leninskie gory, 1-4, Moscow, 119991 Russia*

<sup>3</sup>*Moscow Center for Fundamental and Applied Mathematics, Moscow, Russia*

<sup>4</sup>*First Institute of Oceanography of Ministry of Natural Resources, Xianxialing road, 6, Qingdao, 266061 China*

*\*e-mail: repina@ifaran.ru*

Using the laboratory experiments carried out in a wind-wave tank, estimates of the turbulent diffusion coefficient  $D$  were obtained. This made it possible to carry out an initial verification of the available theoretical results in terms of the dependence of  $D$  on various parameters. To estimate  $D$  using the Einstein formula, we used measurements of the spreading rate of an ink blot in the water layer under the waves. Comparison of the obtained estimates with a set of model parameterizations for  $D$ , as functions of parameters of the system, has shown that in the presence of wind waves, the statistical advantage has the parameterization of the kind  $D \propto u_* a_0 \delta$ , and in the presence of mechanical waves does  $D \propto a_0^3 f_p / z$ , where  $u_*$  is the friction velocity,  $a_0$  is the amplitude of the waves at the surface,  $f_p$  is the peak frequency of the wave spectrum,  $\delta$  is the wave steepness, and  $z$  is the depth of measurements. The issues of the measurements conduction and methods of comparing a theory with an experiment are discussed.

**Keywords:** waves, turbulence, diffusion, wind-wave tank measurements