ИЗВЕСТИЯ РАН. ФИЗИКА АТМОСФЕРЫ И ОКЕАНА, 2022, том 58, № 4, с. 396–402

УДК 532.529: 544.77: 551.515.3

О ДИНАМИКЕ КОНЦЕНТРАЦИИ ТЯЖЕЛЫХ ЧАСТИЦ В ИНТЕНСИВНЫХ ВИХРЕВЫХ ТЕЧЕНИЯХ

Л. Х. Ингель[a, b, *]

[a] ФГБУ "НПО "Тайфун", ул. Победы, 4, Обнинск, 249038 Россия

[b] Институт физики атмосферы им. А.М. Обухова РАН, Пыжевский пер., 3, Москва, 119017 Россия

*e-mail: lev.ingel@gmail.com

Поступила в редакцию 01.03.2022 г.
После доработки 21.03.2022 г.
Принята к публикации 11.04.2022 г.

Аналитически исследованы задачи динамики концентрации инерционных частиц в интенсивных вихрях для ряда предельных случаев. В отличие от предшествующих работ, учтен нелинейный характер гидродинамического сопротивления – зависимость коэффициента сопротивления от модуля скорости движения частицы относительно среды. Разные составляющие движения частицы взаимодействуют между собой, поскольку число Рейнольдса и коэффициент сопротивления зависят от каждой из составляющих. Рассмотренная модель применима до значений чисел Рейнольдса для частиц порядка 10^3. Найденные аналитические решения демонстрируют существенную роль нелинейных эффектов, поскольку эффективные коэффициенты сопротивления отличаются от исследованного ранее случая "стоксовых" частиц, по меньшей мере, в десятки раз.

Ключевые слова: интенсивные вихри, массивные частицы, перенос, концентрация, аналитическая модель, нелинейное гидродинамическое сопротивление, смерчи, "пыльные дьяволы"

DOI: 10.31857/S0002351522040058

1. ВВЕДЕНИЕ

Динамике инерционных частиц в интенсивных атмосферных вихрях (торнадо, водяные смерчи, "пыльные дьяволы") посвящено довольно много исследований (см., в частности, [1–9] и библиографию в этих публикациях). Это связано с рядом возможных приложений.

В работе [4] обращается внимание на то, что доплеровские радары фактически регистрируют не движение воздуха, а движение тяжелых частиц, которое, вообще говоря, отличается от движений воздуха. Поэтому приобретает значение вопрос о движении инерционных частиц в смерче в условиях сильного "центрифугирования". Движение частиц и их пространственное распределение несут много информации и в оптическом диапазоне. Предполагается также, что наличие некоторого количества тяжелых частиц в смерче может заметно влиять на его динамику [8, 9]. Согласно опубликованным оценкам, масса поднятой и переносимой торнадо тяжелой примеси в некоторых случаях может достигать и превышать 10^7 кг. Наличие в воздухе тяжелых частиц/предметов – фактор, усиливающий ветровой напор на сооружения и другие опасности, связанные со смерчами [6].

Ввиду сложности подобных задач, они обычно исследуются численными методами. В [1, 2] получены содержательные аналитические результаты. Но эти работы ограничиваются рассмотрением динамики концентрации "стоксовых" частиц – случаем малых чисел Рейнольдса, когда коэффициент сопротивления практически не зависит от скорости частицы относительно среды. В последнее время опубликованы результаты, относящиеся к законам движения частиц при гораздо б**о**льших числах Рейнольдса – до порядка 10^3, когда законы сопротивления существенно нелинейны [7]. Но эти результаты относятся к динамике отдельной частицы. Представляет интерес вопрос, как учтенная таким образом нелинейность динамики частиц может отразиться на их распределении в вихре. Некоторые простейшие аналитические модели динамики концентрации "стоксовых" частиц были исследованы в [2]. Настоящая работа посвящена обобщению результатов упомянутой работы с учетом нелинейности гидродинамического сопротивления.

2. ДВИЖЕНИЕ ЧАСТИЦЫ В ИНТЕНСИВНОМ ВИХРЕ ПРИ НЕЛИНЕЙНОМ ЗАКОНЕ СОПРОТИВЛЕНИЯ

Рассматривается движение частиц в осесимметричном вертикально-однородном вихре. Три проекции уравнения вязкого движения частицы в покоящейся цилиндрической системе координат можно записать в виде [7]:

$$\frac{du}{dt} = \frac{\mathrm{v}^2}{r} - cu, \tag{1}$$

$$\frac{d\mathrm{v}}{dt} = -\frac{u\mathrm{v}}{r} - c\left[\mathrm{v} - V(r)\right], \tag{2}$$

$$\frac{dw}{dt} = -g - cw. \tag{3}$$

Здесь t — время, g — ускорение свободного падения; u, v, w — радиальная, тангенциальная и вертикальная составляющие скорости частицы (вертикальная ось z направлена против силы тяжести); c — коэффициент сопротивления; расстояние r от оси можно рассматривать как лагранжеву радиальную координату частицы:

$$u = \frac{dr}{dt}. \tag{4}$$

Распределение тангенциальной скорости в вихре $V(r)$, считается заданным (для определенности ограничиваемся случаями, когда V и v не отрицательны).

Смысл данной системы уравнений достаточно очевиден: горизонтальное ускорение частицы определяется алгебраической суммой сил инерции (использована стандартная форма записи ускорений в цилиндрических координатах) и силы вязкого трения. Последняя, в свою очередь, в рассматриваемом приближении определяется значением коэффициента сопротивления и скоростью частицы относительно воздуха.

В начальный момент $t = 0$ предполагается заданным значение радиальной координаты частицы r_0. Следует пояснить, что в [7] рассматриваются относительно небольшие частицы, которые довольно быстро адаптируются к движению окружающей среды (время вязкой релаксации много меньше времени оборота вихря). Локальные ускорения, по крайней мере, в двух из трех уравнений малы по сравнению с силами сопротивления, тяжести и центробежной силой, и порядок системы уравнений фактически понижается. Это согласуется с численными расчетами [4], где констатируется слабая зависимость скорости даже весьма массивных частиц от начальных условий. Поэтому ряд общих закономерностей удается установить без уточнения других начальных условий.

Коэффициент сопротивления c существенно зависит от скорости частицы относительно среды (кроме случая достаточно малых “стоксовых” частиц), что вносит в задачу дополнительную нелинейность. Для широкого диапазона чисел Рейнольдса обычно предполагается линейная зависимость этого коэффициента от абсолютной величины скорости частицы относительно среды $|\mathbf{v}|$ [4, 7]:

$$c = |\mathbf{v}|/l, \tag{5}$$

где l — некоторый пространственный масштаб. Последний можно оценить, например, если известна скорость стационарного оседания рассматриваемой частицы в покоящейся среде. В этом случае, очевидно, имеет место соотношение

$$-w|w|/l = g,$$

Отсюда масштаб l можно выразить через абсолютную величину скорости оседания W:

$$l = W^2/g. \tag{6}$$

Если считать скорость оседания рассматриваемой частицы в покоящейся среде W известной (скоростям оседания посвящены обширные экспериментальные и теоретические исследования), то задача о движении частицы является замкнутой без использования дополнительных гипотез о гидродинамическом сопротивлении. Такой подход к изучению движения частиц был предложен в [4]; он представляется удачным и будет использован ниже.

В [7] получено приближенное решение задачи о движении частицы при значениях чисел Рейнольдса, не превышающих порядка 10^3. Этому соответствуют капли воды размерами до порядка 1 мм; время вязкой релаксации частицы предполагается много меньше периода оборота вихря; значение масштаба l — много меньше характерных горизонтальных размеров вихря. Решение имеет вид:

$$\begin{aligned} &u \approx (gl)^{1/2}\frac{\chi^{1/2}(r)}{(1+\chi(r))^{1/4}}, && w \approx -(gl)^{1/2}\frac{1}{(1+\chi(r))^{1/4}}, \\ &\mathrm{v} \approx V(r), && c \approx \left(\frac{g}{l}\right)^{1/2}(1+\chi(r))^{1/4}, \end{aligned} \tag{7}$$

где безразмерная функция $\chi(r)$ представляет собой квадрат отношения центробежной силы к силе тяжести:

$$\chi(r) \equiv \left[\frac{V^2(r)}{gr}\right]^2. \tag{8}$$

Это решение описывает, в частности, нелинейное взаимодействие разных составляющих движения, поскольку коэффициент сопротивления зависит от числа Рейнольдса, т.е. от всех составляющих скорости частицы. Например, увеличение радиальной скорости движения частицы относительно среды приводит, при прочих равных условиях, к увеличению коэффициента сопротивления и, следовательно, к уменьшению скорости оседания частицы.

Функция $\chi(r)$, очевидно, мала на периферии вихря и, вероятно, вблизи оси, где обычно предполагается твердотельное вращение. В этих областях коэффициент сопротивления и вертикальная скорость практически постоянны:

$$u \approx [gl\chi(r)]^{1/2} = \frac{WV^2(r)}{gr},$$
$$w \approx -(gl)^{1/2} = -W, \quad c \approx \left(\frac{g}{l}\right)^{1/2} = \frac{g}{W}. \tag{9}$$

Этот предельный случай представляется особенно важным, поскольку даже при больш***и***х значениях $\chi(r)$ возникающие поправки находятся в (7) под корнем четвертой степени. Если, например, $W = 5$ м/с, то $l \approx 2.5$ м и значение c порядка 2 с$^{-1}$, т.е. время вязкой релаксации частицы порядка секунды. Для “стоксовых” частиц время релаксации, как минимум, в десятки раз меньше [10].

3. СТАЦИОНАРНОЕ РЕШЕНИЕ ДЛЯ КОНЦЕНТРАЦИИ ЧАСТИЦ В СЛУЧАЕ ЕЕ ЗАВИСИМОСТИ ТОЛЬКО ОТ ВЕРТИКАЛЬНОЙ КООРДИНАТЫ

Динамика концентрации частиц $\mu(r,z,t)$ описывается уравнением [2]

$$\frac{\partial\mu}{\partial t} + \operatorname{div}(\mu\mathbf{u}) = K\Delta\mu, \tag{10}$$

где $\mathbf{u}$ – вектор скорости частицы, K – коэффициент диффузии (в случае вихрей в атмосфере имеется в виду турбулентная диффузия частиц). В случае осевой симметрии уравнение имеет вид

$$\frac{\partial\mu}{\partial t} + \frac{1}{r}\frac{d(ru)}{dr}\mu + u\frac{\partial\mu}{\partial r} + w\frac{\partial\mu}{\partial z} = K\left(\frac{\partial^2\mu}{\partial r^2} + \frac{1}{r}\frac{\partial\mu}{\partial r} + \frac{\partial^2\mu}{\partial z^2}\right). \tag{11}$$

В области твердотельного вращения ($V = \Omega r$, $\chi = \Omega^4 r^2/g^2$), согласно (9), радиальная скорость частицы

$$u \approx \left(\frac{l}{g}\right)^{1/2}\Omega^2 r = \frac{W}{g}\Omega^2 r, \tag{12}$$

так что коэффициент при μ во втором слагаемом (11) постоянный. В этом случае нетрудно найти стационарное решение (11), зависящее только от z. Модель, в которой от z зависит концентрация частиц, но не зависит поле скорости, в известной мере, абстрактна, но, как показано в [2], она полезна для понимания влияния вращения на вертикальное распределение концентрации. Уравнение (11) приобретает вид

$$\frac{d^2\mu}{dz^2} + \frac{(gl)^{1/2}}{K}\frac{d\mu}{dz} - 2\left(\frac{l}{g}\right)^{1/2}\frac{\Omega^2}{K}\mu = 0. \tag{13}$$

Математическая модель здесь формально близка к случаю “стоксовых” частиц [2]; отличия заключаются в следующем: 1) иная зависимость коэффициента сопротивления от параметров задачи; 2) значение этого коэффициента может отличаться, как минимум, в десятки раз; 3) когда значения функции $\chi(r)$ не малы, согласно (7), может становиться заметной зависимость коэффициента сопротивления от r, в то время как в [2] он считался постоянным.

Общее решение уравнения (13) представляет собой линейную комбинацию двух экспонент $\exp(\lambda_{1,2}z)$. При отсутствии вращения

$$\lambda_1 = -\frac{(gl)^{1/2}}{K} = -\frac{W}{K}, \quad \lambda_2 = 0. \tag{14}$$

Пусть, например, плоский горизонтальный источник частиц находится на некотором уровне z_1. Тогда решение в области выше источника пропорционально $\exp[\lambda_1(z - z_1)]$, т.е. убывает с высотой на масштабах порядка $h_g \equiv K/(gl)^{1/2} = K/W$, на которых вертикальная диффузия тяжелых частиц компенсируется их оседанием. Значение $\lambda_2 = 0$ относится к решению в области ниже источника, где диффузия ничем не ограничена.

С учетом вращения

$$\lambda_{1,2} = -\frac{1}{2h_g}\left[1 \pm (1 + \mathrm{A})^{1/2}\right],$$
$$\mathrm{A} \equiv \frac{8K\Omega^2}{(g^3 l)^{1/2}} = \frac{8K\Omega^2}{gW}. \tag{15}$$

В области выше источника в решении следует выбирать экспоненту с верхним знаком в (15). Видно, что наличие вращения дополнительно ускоряет убывание концентрации с высотой – вращение отбрасывает частицы на периферию. Вследствие последнего фактора, в данном случае имеется и экспонента, убывающая вниз от источника [2].

Для капель воды радиусом 0.8 мм $l \approx 3$ м. Если $K = 10$ м^2/с, $\Omega = 1$ с$^{-1}$ (что соответствует вихревой скорости $V = 50$ м/с на расстоянии 50 м от оси вихря), то $h_g \approx 2$ м, $A \approx 15$. Таким образом, при отсутствии вращения концентрация частиц спадает с высотой на масштабах порядка 2 м, а с учетом вращения – более, чем в два раза быстрее. Это – во много раз более тонкие слои, чем в случае "стоксовых" частиц, рассмотренном в [2].

4. СТАЦИОНАРНОЕ РЕШЕНИЕ ВЕРТИКАЛЬНО-ОДНОРОДНОЙ ЗАДАЧИ

В этом случае уравнение (11) может быть записано в виде

$$\frac{1}{r}\frac{d(ru\mu)}{dr} = \frac{K}{r}\frac{d}{dr}\left(r\frac{d\mu}{dr}\right). \tag{16}$$

Проинтегрировав, получаем

$$\frac{d\mu}{dr} - \frac{u}{K}\mu = \frac{C}{r}, \tag{17}$$

где C – постоянная интегрирования. Последнюю следует положить равной нулю, поскольку имеет смысл рассматривать решения, без особенностей на оси $r = 0$. Тогда получаем решение

$$\mu(r) = \mu_\infty \exp\left[-\frac{1}{K}\int_r^\infty u(r')\,dr'\right], \tag{18}$$

где постоянная интегрирования μ_∞ имеет смысл концентрации частиц вдали от оси вращения. Видно, что центробежные силы приводят к уменьшению концентрации вблизи оси, на которой

$$\mu = \mu_\infty \exp\left[-\frac{1}{K}\int_0^\infty u(r')\,dr'\right]. \tag{19}$$

Как и в [2], решение описывает возмущение вихрем поля однородной концентрации частиц. Если сравнивать со случаем "стоксовых" частиц [2], то, прежде всего, следует отметить более сложную в данном случае зависимость u от r, вследствие наличия в выражении (7) для u фактора $(1+\chi(r))^{-1/4}$. Но этот фактор, как правило, не может по порядку величины существенно отличаться от единицы: даже при превышении силы тяжести центробежной силой в 5 раз, он немного меньше 1/2. Более существенно то, что коэффициент сопротивления в рассматриваемом здесь случае может быть, как минимум, в десятки раз меньше, чем для "стоксовых" частиц, что означает, при прочих равных условиях, существенно б***о***льшие значения радиальной скорости u и интегралов в (18), (19). В отдельных важных случаях интеграл от радиальной скорости частицы u вычисляется аналитически. Например, в области твердотельного вращения $V = \Omega r$

$$\int_0^r u(r')\,dr' = (gl)^{1/2} \times$$
$$\times \int_0^r \frac{\chi^{1/2}(r')\,dr'}{(1+\chi(r'))^{1/4}} = \frac{\Omega^2}{2}\left(\frac{l}{g}\right)^{1/2}\int_0^r \frac{d(r'^2)}{\left(1+\Omega^4 r'^2/g^2\right)^{1/4}} = \tag{20}$$
$$= \frac{2\left(g^3 l\right)^{1/2}}{3\Omega^2}\left\{[1+\chi(r)]^{3/4} - 1\right\};\quad \chi(r) \equiv \left[\frac{V^2(r)}{gr}\right]^2.$$

Если, например, в конце этого интервала интегрирования значение функции $\chi(r)$ порядка единицы, то такого же порядка и выражение в фигурных скобках, так что

$$\frac{1}{K}\int_0^r u(r')\,dr' \sim \frac{\left(g^3 l\right)^{1/2}}{K\Omega^2}.$$

При $l = 3$ м, $K = 10$ м^2/с, $\Omega = 1$ с$^{-1}$ последнее выражение превышает 5. Поскольку это – лишь часть выражения в показателе (19), отвечающая вкладу только приосевой области твердотельного вращения, отсюда следует, что упомянутый показатель – достаточно большая по абсолютной величине отрицательная величина. Таким образом, вращение может приводить к очень сильному убыванию концентрации вблизи оси.

5. НЕСТАЦИОНАРНОЕ РЕШЕНИЕ В БЕЗДИФФУЗИОННОМ ПРИБЛИЖЕНИИ

При не слишком больш***и***х градиентах концентрации частиц имеет смысл рассмотреть динамику концентрации без учета турбулентной диффузии, тем более, что имеются сведения о подавлении турбулентности интенсивным вращением (см., например, [11] и библиографию в этой работе). Для вертикально-однородного вихря уравнение (10) принимает вид

$$\frac{\partial\mu}{\partial t}+\frac{1}{r}\frac{\partial(ru\mu)}{\partial r}=0 \text{ или } \frac{\partial m}{\partial t}+u\frac{\partial m}{\partial r}=0, \tag{21}$$

где $m(r,t)\equiv ru(r)\mu(r,t)$. Общее решение находится методом характеристик [2]:

$$\begin{aligned} m(r,t)&=\Psi\left[\int\limits_{r_0}^{r}\frac{dr'}{u(r')}-t\right],\\ \mu(r,t)&=\frac{1}{ru}\Psi\left[\int\limits_{r_0}^{r}\frac{dr'}{u(r')}-t\right], \end{aligned} \tag{22}$$

где Ψ – произвольная функция, определяемая начальным условием, r_0 – произвольный радиус.

Интеграл в (22) в отдельных случаях вычисляется аналитически. Например, в области твердотельного вращения, где $\chi^{1/2}=\Omega^2 r/g$

$$\int\frac{dr}{u(r)}=(gl)^{-1/2}\int\frac{(1+\chi)^{1/4}}{\chi^{1/2}}dr= =\frac{1}{2\Omega^2}\left(\frac{g}{l}\right)^{1/2}\int\frac{(1+\chi)^{1/4}}{\chi}d\chi.$$

Переходя к переменной $\sigma\equiv(1+\chi)^{1/4}$, нетрудно получить результат в элементарных функциях:

$$\frac{2}{\Omega^2}\left(\frac{g}{l}\right)^{1/2}\int\frac{\sigma^4 d\sigma}{\sigma^4-1}= =\frac{2}{\Omega^2}\left(\frac{g}{l}\right)^{1/2}\int\left(1+\frac{1}{\sigma^4-1}\right)d\sigma=\frac{1}{2\Omega^2}\left(\frac{g}{l}\right)^{1/2}\times \times\left[4(1+\chi)^{1/4}+\ln\frac{1-(1+\chi)^{1/4}}{1+(1+\chi)^{1/4}}-2\operatorname{arctg}(1+\chi)^{1/4}\right].$$

(с точностью до постоянной интегрирования).

Наиболее простой вид решение имеет в области, где возрастание с радиусом вихревой скорости может быть приближено корневой зависимостью: $V(r)\sim r^{1/2}$; в этой области $\chi=\text{const}$, $u=\text{const}$. Как видно из (22), в этой области радиальное распределение функции m перемещается без деформаций от центра к периферии вихря с постоянной скоростью u. Распределение концентрации частиц μ распространяется аналогично, но, вследствие расходимости, связанной с цилиндрической геометрией, амплитуда этого распределения с удалением от центра убывает пропорционально r^{-1}.

При более быстром, чем корневое, возрастании функции $V(r)$ и, следовательно $u(r)$ (например, в области твердотельного вращения) внешняя область локализованного распределения $\mu(r)$ будет быстрее двигаться к периферии, чем внутренняя. Таким образом, распределение будет растягиваться по радиусу и амплитуда концентрации будет дополнительно уменьшаться (помимо упомянутого геометрического фактора $\sim r^{-1}$). Например, как видно из (22), при $u\sim V(r)\sim r$ множитель перед Ψ убывает как $\sim r^{-2}$. При более медленном, чем корневое, возрастании функции $V(r)$ или, тем более, ее убывании, внутренняя область распределения будет догонять внешнюю, распределение "сжимается" в радиальном направлении, так что амплитуда концентрации может увеличиваться, особенно на периферии вихря. Отметим, что в интенсивных вихрях типа "пыльных дьяволов" давно наблюдается формирование "множественных концентрических оболочек" ("patterns of multiple concentric sheaths" [1]). В [1] обсуждается механизм их образования, в некоторых отношениях качественно близкий к описанному в настоящем разделе (в [1] не учитывается диффузия, поэтому даже качественное сравнение с предыдущими разделами настоящей статьи невозможно). Но в упомянутой работе рассматриваются другие категории частиц – значения числа Рейнольдса отличаются от рассматриваемых здесь ситуаций на один-два порядка. Поэтому сильно различаются законы сопротивления и количественные результаты. Радиальные скорости частиц, рассматриваемых в [1], при прочих равных условиях, в десятки раз меньше, так что гораздо меньше радиусы формируемых "оболочек".

В случае твердотельного вращения вблизи оси, согласно (9), $u\sim\chi^{1/2}=\Omega^2 r/g$, $c\approx(g/l)^{1/2}=\text{const}$. Поскольку коэффициент сопротивления здесь, как и в случае "стоксовых" частиц, постоянный, задача формально совпадает с рассмотренной в соответствующем разделе работы [2]. Там найдено решение, демонстрирующее убывание, вследствие вращения, концентрации частиц вблизи оси и возрастание концентрации на периферии. Настоящий случай отличается тем, что эффективный коэффициент сопротивления для рассматриваемых здесь размеров частиц, как минимум, в десятки раз меньше, чем в случае [2], и, соответственно, эффект накопления частиц на периферии вихря существенно усиливается. Такое накопление массивных частиц может быть важным для некоторых моделей динамики смерчей [12].

При возрастании концентрации частиц в относительно небольшом радиальном интервале, может, помимо адвекции, становиться существенной их диффузия в радиальном направлении. Сделаем оценку. Пусть некоторое распределение частиц, локализованное вблизи радиуса $r = r_1$, перемещается в направлении к периферии вихря со скоростью $u(r) = u(r_1) - U_1'(r - r_1)$. Здесь введено обозначение $U_1' \equiv -(\partial u/\partial r)|_{r=r_1}$, иными словами, учтены первые члены разложения радиальной скорости в ряд Тейлора. Значение U_1' предполагается положительным, что соответствует конвергенции — накоплению частиц вблизи $r = r_1$, которое будет ограничиваться радиальной диффузией частиц. В квазистационарном приближении рассматриваем уравнение (16), которое в системе отсчета, перемещающейся со скоростью $u(r_1)$, аналогично (17), сводится к виду

$$\frac{d\mu}{dr} + \frac{U_1'(r - r_1)}{K}\mu = 0.$$

Последнее уравнение имеет решения, затухающие вдали от $r = r_1$ на радиальных масштабах порядка $\Delta r = (K/U_1')^{1/2}$. Это — масштабы, на которых диффузия компенсирует накопление частиц за счет конвергенции их радиальной скорости. Оценим величину U_1' в приближении (9), когда

$$u \approx \left(\frac{l}{g}\right)^{1/2}\frac{V^2}{r},\ \ \frac{\partial u}{\partial r} = \left(\frac{l}{g}\right)^{1/2}\frac{V^2}{r^2}\left[2\left(\frac{\partial V/\partial r}{V/r}\right) - 1\right].$$

Последнее выражение при $r = r_1$, по определению, равно $-U_1'$. Выражение в квадратных скобках обычно порядка единицы по абсолютной величине. Таким образом, с точностью до выражения в квадратных скобках, $U_1' \sim (l/g)^{1/2}\,\Omega_1^2 = (W/g)\,\Omega_1^2$, где $\Omega_1 = (V/r)|_{r=r_1}$, а радиальный масштаб распределения частиц $\Delta r \sim (g/l)^{1/4} K^{1/2}\Omega_1^{-1} = (gK/W)^{1/2}\,\Omega_1^{-1}$ В области, где $V(r) \sim r^{-1}$, при $l = 3$ м, $K = 10$ м^2/с, $\Omega = 1$ с$^{-1}$ получаем $\Delta r \approx 2.5$ м.

6. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Впервые, насколько известно автору, проанализированы некоторые простейшие задачи о распределении в интенсивном вихревом течении частиц с учетом нелинейности их гидродинамического сопротивления. Представляется, что результаты могут быть полезны для понимания динамики концентрации таких частиц до значений чисел Рейнольдса порядка 10^3 (примерно на два порядка больше, чем в предшествующих аналитических исследованиях). Они могут быть полезны также как тестовые примеры для более сложных и совершенных численных моделей.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Snow J.T.* On the formation of particle sheaths in columnar vortices // J. Atmos. Sci. 1984. V. 41. P. 2477–2491.
2. *Островский Л.А.* Динамика концентрации тяжелых и легких частиц в вихревых потоках // Изв. АН СССР. Физика атмосферы и океана. 1990. Т. 26. № 12. С. 1307–1314.
3. *Плешанов А.С.* К теории гидродинамической устойчивости смерчей (торнадо). М.: Информэнерго, 1993. 63 с.
4. *Dowell D.C., Alexander C.R., Wurman J.M., Wicker L.J.* Centrifuging of hydrometeors and debris in tornadoes: Radar-reflectivity patterns and wind-measurement errors // Mon. Wea. Rev. 2005. V. 133. № 6. P. 1501–1524.
5. *Лебедева Н.А., Осипцов А.Н.* Структура зон аккумуляции инерционной примеси в течении типа торнадо // Изв. РАН. МЖГ. 2009. № 1. С. 83–96.
6. *Baker C.J., Sterling M.* Modelling wind fields and debris flight in tornadoes // Journal of Wind Engineering & Industrial Aerodynamics. 2017. V. 168. P. 312–321.
7. *Ингель Л.Х.* О динамике инерционных частиц в интенсивных атмосферных вихрях // Изв. РАН. Физика атмосферы и океана. 2021. Т. 56. № 6. С. 632–640.
8. *Lewellen D.C., Gong B., Lewellen W.S.* Effects of fine scale debris on near surface tornado dynamics // J. Atmos. Sci. 2008. V. 65. P. 3247–3262.
9. *Bodine D.J., Maruyama T., Palmer R.D., Fulton C.J., Bluestein H.B., Lewellen D.C.* Sensitivity of tornado dynamics to debris loading // J. Atmos. Sci. 2016. V. 73. № 7. P. 2783–2801.
10. *Матвеев Л.Т.* Курс общей метеорологии. Физика атмосферы. Л.: Гидрометеоиздат, 1984, 751 с.
11. *Ингель Л.Х.* Об одном механизме положительной обратной связи в интенсивных атмосферных вихрях // Изв. РАН. Физика атмосферы и океана. 2014. Т. 50. № 1. С. 70–75.
12. *Кушин В.В.* Смерч. М.: Энергоатомиздат. 1993. 128 с.

On the Dynamics of the Concentration of Heavy Particles in Intensive Vortex Flows

L. Kh. Ingel[1, 2, *]

[1] Research and Production Association "Typhoon", ul. Pobedy 4, Obninsk, 249038 Russia
[2] Obukhov Institute of Atmospheric Physics, Russian Academy of Sciences, Pyzhevskii per. 3, Moscow, 119017 Russia
**e-mail: lev.ingel@gmail.com*

Some of problems of the dynamics of the concentration of inertial particles in intense vortex flows are analyzed analytically. Unlike previous works, the nonlinear nature of the hydrodynamic resistance is taken into account - the dependence of the drag coefficient on the modulus of the velocity of the particle relative to the medium. Different components of the particle motion interact with each other, since the Reynolds number and the drag coefficient depend on each of the components. The considered model is applicable up to Reynolds numbers for particles of the order of 10^3. The found analytical solutions demonstrate the significant role of nonlinear effects, since the effective drag coefficients differ from the previously studied case of "Stokes" particles by at least tens of times.

Keywords: intense vortices, massive particles, transfer, concentration, analytical model, nonlinear hydrodynamic resistance, tornadoes, "dust devils"