ИЗВЕСТИЯ РАН. ФИЗИКА АТМОСФЕРЫ И ОКЕАНА, 2022, том 58, № 5, с. 504–511

УДК 551.466.8

ВЕРТИКАЛЬНЫЙ ПЕРЕНОС ИМПУЛЬСА ВНУТРЕННИМИ ВОЛНАМИ В СДВИГОВОМ ПОТОКЕ ПРИ УЧЕТЕ ТУРБУЛЕНТНОЙ ВЯЗКОСТИ И ДИФФУЗИИ

© 2022 г. А. А. Слепышев*

Морской гидрофизический институт РАН, ул. Капитанская, 2, Севастополь, 299011 Россия

**e-mail: slep55@mail.ru*

Поступила в редакцию 10.02.2022 г.
После доработки 29.04.2022 г.
Принята к публикации 09.06.2022 г.

В приближении Буссинеска рассматриваются свободные инерционно-гравитационные внутренние волны при учете турбулентной вязкости и диффузии в плоскопараллельном течении, перпендикулярном к направлению распространению волны. Для однородной стратификации и при постоянном сдвиге скорости течения аналитически решается краевая задача для амплитуды вертикальной скорости и находится дисперсионное соотношение. Мнимая часть частоты волны отрицательная, т.е. волна затухает. Определяются вертикальные волновые потоки импульса и скорость стоксова дрейфа частиц жидкости. Учет турбулентной вязкости и диффузии несколько увеличивает вертикальный волновой поток импульса, а скорость стоксова дрейфа, наоборот, уменьшает.

Ключевые слова: внутренние волны, волновой поток импульса, стоксов дрейф

DOI: 10.31857/S000235152205011X

Вертикальный обмен в океане играет ключевую роль в функционировании экосистемы, поэтому исследования механизмов обмена является актуальной задачей. Традиционно процессы переноса по вертикали связывают с мелкомасштабной турбулентностью. Механизмы ее генерации самые разнообразные: обрушение поверхностных и внутренних волн, гидродинамическая неустойчивость течений и приливов, донное трение. Внутренние волны вследствие гидродинамической неустойчивости могут передавать энергию более мелкомасштабным внутренним волнам [1], которые, в свою очередь, вследствие нелинейных взаимодействий передают ее еще в более мелкие масштабы и в конце концов в турбулентность. Так реализуется каскадный механизм передачи энергии от внутренних волн в мелкомасштабную турбулентность. В натурном эксперименте это проявляется в присутствии пятен турбулентности в областях с пониженным числом Ричардсона, меньшим критического [1–5]. Однако турбулентность может поддерживаться внутренними волнами и при отсутствии гидродинамической неустойчивости за счет действия сдвига скорости течения [6]. Это более мягкий режим поддержания турбулентности без обрушения внутренних волн. Захват внутренних волн горизонтальными неоднородностями стратификации и течений приводит к фокусировке внутренних волн, амплитуда волны подрастает вплоть до проявления нелинейных эффектов и диссипации энергии в турбулентность [7]. Аналогичный эффект имеет место при захвате внутренних волн на шельфе, когда волна распространяется в область уменьшения глубины.

Плотностная стратификация в пикноклине сильно подавляет мелкомасштабную турбулентность, в то время как пикноклин является волноводом для внутренних волн. Поэтому актуальным является исследование вклада внутренних волн в вертикальный обмен. Нелинейные эффекты при распространении пакетов внутренних волн проявляются в генерации средних на временном масштабе волны течений [8, 9]. Вертикальная составляющая этих течений на переднем и заднем фронте пакета имеет разные знаки, поэтому интегрального вертикального переноса не происходит. В стратифицированной среде мелкомасштабная турбулентность имеет перемежаемый характер и можно говорить об “эффективном” коэффициенте турбулентного обмена.

Внутренние волны при учете турбулентной вязкости и диффузии затухают [10–13]. Вертикальные волновые потоки импульса $\overline{uw}$, $\overline{vw}$ при этом отличны от нуля [14]. При учете вращения Земли и среднего течения, у которого компонента скорости, перпендикулярная направлению рас-

пространения волны зависит от вертикальной координаты, вертикальные волновые потоки импульса отличны от нуля даже при отсутствии турбулентной вязкости и диффузии [15]. При этом мнимая часть частоты волны отлична от нуля и может быть как положительной, так и отрицательной в зависимости от частоты волны и номера моды [15]. В настоящей работе рассматривается влияние турбулентной вязкости и диффузии на эти эффекты. Для этого используется аналитически разрешимая модель однородной стратификации с постоянным сдвигом скорости течения и постоянными коэффициентами турбулентного обмена. Без учета турбулентной вязкости и диффузии ранее было получено в [16], что уравнение для амплитуды вертикальной скорости имеет комплексные коэффициенты, собственная функция комплексная, а частота волны действительная в случае, когда волна распространяется нормально к потоку. Вертикальные волновые потоки импульса отличны от нуля. Компонента скорости стоксова дрейфа, перпендикулярная направлению распространению волны также отлична от нуля [16]. Ниже будет рассматриваться влияние турбулентной вязкости и диффузии на эти эффекты, т.к. турбулентная вязкость и диффузия без учета среднего течения также приводит к вертикальному переносу импульса [14]. Поскольку коэффициенты горизонтального турбулентного обмена на три-четыре порядка больше коэффициентов вертикального турбулентного обмена, то последними пренебрегается.

Постановка задачи. Рассматриваются свободные инерционно-гравитационные внутренние волны на плоскопараллельном стратифицированном течении с вертикальным сдвигом скорости в безграничном бассейне постоянной глубины при учете горизонтальной турбулентной вязкости и диффузии. Коэффициенты горизонтальной турбулентной вязкости K и диффузии M предполагаются не зависящими от пространственных координат и времени. Горизонтальным изменением поля средней плотности и скорости течения на рассматриваемых масштабах пренебрегается. Скорость течения $V_0(z)$ зависит от вертикальной координаты. В линейном приближении решается краевая задача для амплитуды вертикальной скорости и находится дисперсионное соотношение. Во втором порядке по амплитуде волны определяются скорость стоксова дрейфа и вертикальные потоки импульса. Система уравнений гидродинамики в приближении Буссинеска для волновых возмущений имеет вид:

$$\frac{Du}{Dt} - fv = -\frac{1}{\rho_0(0)}\frac{\partial P}{\partial x} + K\Delta_h u, \tag{1}$$

$$\frac{Dv}{Dt} + fu + w\frac{dV_0}{dz} = -\frac{1}{\rho_0(0)}\frac{\partial P}{\partial y} + K\Delta_h v, \tag{2}$$

$$\frac{Dw}{Dt} = -\frac{1}{\rho_0(0)}\frac{\partial P}{\partial z} - \frac{g\rho}{\rho_0(0)} + K\Delta_h w, \tag{3}$$

$$\frac{D\rho}{Dt} = -w\frac{d\rho_0}{dz} + M\Delta_h\rho, \tag{4}$$

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0, \tag{5}$$

где x, y, z – две горизонтальные и вертикальная координаты, ось z направлена вертикально вверх, u, v, w – соответственно две горизонтальные и вертикальная компоненты волновой скорости течения, P и ρ – волновые возмущения давления и плотности, $\rho_0(z)$ – профиль невозмущенной средней плотности, $V_0(z)$ – скорость среднего течения, направленная вдоль оси y, g – ускорение свободного падения, f – параметр Кориолиса; действие оператора $\frac{D}{Dt}$ раскрывается по формуле $\frac{D}{Dt} = \frac{\partial}{\partial t} + u\frac{\partial}{\partial x} + (v + V_0)\frac{\partial}{\partial y} + w\frac{\partial}{\partial z}$.

Граничные условия на поверхности моря ($z = 0$) – условие “твердой крышки”, которое отфильтровывает внутренние волны от поверхностных волн [17] и отсутствие тангенциальных напряжений [15, 18]

$$w(0) = 0, \tag{6}$$

$$K\frac{\partial w}{\partial x} = 0, \quad K\frac{\partial w}{\partial y} = 0, \quad z = 0. \tag{7}$$

Граничные условия на дне – условие непротекания и отсутствие тангенциальных напряжений (условие “гладкого скольжения” [9]):

$$w(-H) = 0, \tag{8}$$

$$K\frac{\partial w}{\partial x} = 0, \quad K\frac{\partial w}{\partial y} = 0, \quad z = -H, \tag{9}$$

где H – глубина моря.

Линейное приближение. Решения в линейном приближении представляются в виде:

$$\begin{gathered} u_1 = u_{10}(z)Ae^{i\theta} + \text{c.c.}, \quad v_1 = v_{10}(z)Ae^{i\theta} + \text{c.c.}, \\ w_1 = w_{10}(z)Ae^{i\theta} + \text{c.c.}, \quad P_1 = P_{10}(z)Ae^{i\theta} + \text{c.c.}, \\ \rho_1 = \rho_{10}(z)Ae^{i\theta} + \text{c.c.} \end{gathered} \tag{10}$$

где c.c. – комплексно сопряженные слагаемые, A – амплитудный множитель, θ – фаза волны; $\partial\theta/\partial x = k$, $\partial\theta/\partial t = -\omega$, k – горизонтальное волновое число, ω – частота волны. Предполагается, что волна распространяется вдоль оси x.

Подставляя (10) в систему (1)–(5) находим связь амплитудных функций u_{10}, v_{10}, ρ_{10}, P_{10} с w_{10} в линейном приближении

$$u_{10} = \frac{i}{k}\frac{dw_{10}}{dz}, \tag{11}$$

$$\frac{P_{10}}{\rho_0(0)} = \frac{i}{k}\left[\frac{\left(\omega + ik^2K\right)}{k}\frac{dw_{10}}{dz} + \right.$$
$$\left. + \frac{f}{\omega + ik^2K}\left(i\frac{dV_0}{dz}w_{10} - \frac{f}{k}\frac{dw_{10}}{dz}\right)\right], \tag{12}$$

$$\rho_{10} = -\frac{i}{\left(\omega + ik^2M\right)}w_{10}\frac{d\rho_0}{dz},$$
$$v_{10} = \frac{1}{\left(\omega + ik^2K\right)}\left(\frac{f}{k}\frac{dw_{10}}{dz} - iw_{10}\frac{dV_0}{dz}\right). \tag{13}$$

Функция w_{10} удовлетворяет уравнению

$$\frac{d^2w_{10}}{dz^2} + a(z)\frac{dw_{10}}{dz} + b(z)w_{10} = 0, \tag{14}$$

где $a(z) = \dfrac{ifk\cdot\dfrac{dV_0}{dz}}{\omega + ik^2K}\left[\omega + ik^2K - \dfrac{f^2}{\left(\omega + ik^2K\right)}\right]^{-1}$,

$$b(z) = k\left[\frac{if\dfrac{d^2V_0}{dz^2}}{\left(\omega + ik^2K\right)} - k\left(\omega + ik^2K\right) + \frac{N^2k}{\left(\omega + ik^2M\right)}\right]\times$$
$$\times\left[\omega + ik^2K - \frac{f^2}{\left(\omega + ik^2K\right)}\right]^{-1},$$

здесь $N^2 = -\dfrac{g}{\rho_0(0)}\dfrac{d\rho_0}{dz}$ – квадрат частоты Брента–Вяйсяля.

Граничные условия для w_{10} следуют из (6), (8):

$$z = 0:\quad w_{10} = 0, \tag{15}$$

$$z = -H:\quad w_{10} = 0. \tag{16}$$

Граничные условия (7), (9) выполняются автоматически.

Нелинейные эффекты. Скорость стоксова дрейфа частиц жидкости определяется по формуле [19]:

$$\mathbf{u}_s = \overline{\left(\int_0^t \mathbf{u}\,d\tau\nabla\right)\mathbf{u}} \tag{17}$$

где $\mathbf{u}$ – поле волновых эйлеровых скоростей; черта сверху означает осреднение по периоду волны. Горизонтальная компонента скорости стоксова дрейфа, направленная вдоль волнового вектора, с точностью до членов, квадратичных по амплитуде волны, имеет вид

$$u_s = \frac{A_1A_1^*}{k}\left[\frac{1}{\omega}\frac{d}{dz}\left(w_{10}\frac{dw_{10}^*}{dz}\right) + \text{c.c.}\right], \tag{18}$$

где $A_1 = A\exp(\delta\omega\cdot t)$, $\delta\omega = \mathrm{Im}(\omega)$ – мнимая часть частоты.

Поперечная к направлению распространения волны горизонтальная компонента скорости стоксова дрейфа определяется по формуле

$$v_s = A_1A_1^*\frac{d}{dz}\times$$
$$\times\left[\frac{w_{10}}{\omega\left(\omega^* - ik^2K\right)k}\left(if\frac{dw_{10}^*}{dz} - k\frac{dV_0}{dz}w_{10}^*\right)\right] + \text{c.c.} \tag{19}$$

Используя (10) найдем вертикальные волновые потоки импульса $\overline{uw}$ и $\overline{vw}$.

$$\overline{uw} = \frac{i}{k}\left|A_1^2\right|\left(w_{10}^*\frac{dw_{10}}{dz} - w_{10}\frac{dw_{10}^*}{dz}\right), \tag{20}$$

$$\overline{vw} = \frac{w_{10}^*\left|A_1^2\right|}{\left(\omega + ik^2K\right)}\left(\frac{f}{k}\frac{dw_{10}}{dz} - iw_{10}\frac{dV_0}{dz}\right) + \text{c.c.} \tag{21}$$

При учете горизонтальной турбулентной вязкости и диффузии волновые потоки импульса (20), (21) и поперечная к направлению распространения волны компонента скорости стоксова дрейфа (19) отличны от нуля.

Если турбулентную вязкость и диффузию не учитывать, то при $\dfrac{dV_0}{dz} \neq 0$ волновой поток импульса $\overline{uw}$ и поперечная к направлению распространения компонента скорости стоксова дрейфа v_s при учете вращения Земли отличны от нуля. Поток импульса $\overline{vw}$ при этом отличен от нуля и при отсутствии течения, но при учете вращения Земли.

Если не учитывать ни вращение Земли, ни турбулентную вязкость и диффузию, то при $\dfrac{dV_0}{dz} \neq 0$ волновые потоки импульса (20), (21) нулевые, а поперечная к направлению распространения компонента скорости стоксова дрейфа V_s (19) отлична от нуля.

Нормирующий множитель $|A_1|$ находится по известной величине максимальной амплитуды вертикальных смещений. Для этого выразим вертикальное смещение ζ, используя соотношение $\dfrac{d\zeta}{dt} = w$:

$$\zeta = \frac{iw_{10}}{\omega}A_1\exp(ikx - i\omega_0t) + \text{c.c.}$$

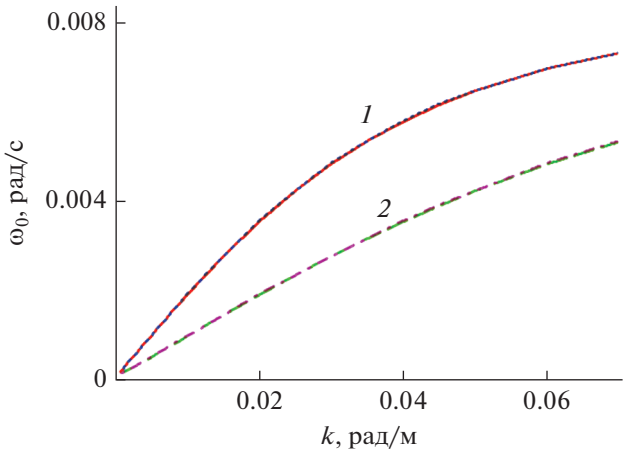

Рис. 1. Дисперсионные кривые: *1* – первая мода, *2* – вторая мода.

Отсюда следует

$$|A_1| = \frac{\zeta_{\max}}{2\max|w_{10}/\omega|},$$

где $\omega_0 = \mathrm{Re}(\omega)$.Таким образом, амплитуда вертикальных смещений пропорциональна $|w_{10}/\omega|$.

Результаты расчетов. Уравнение (14) допускает точное аналитическое решения для частного случая однородной стратификации и постоянного сдвига скорости, который мы и рассмотрим. В этом случае $N = \mathrm{const}$, $\dfrac{dV_0}{dz} = V_{00} = \mathrm{const}$, $V_0(z) = V_{00}(z + H)$, $H > 0$ Уравнение (14) упрощается к линейному однородному дифференциальному уравнению второго порядка с постоянными коэффициентами:

$$\frac{d^2 w_{10}}{dz^2} + ia_1\frac{dw_{10}}{dz} + b_1 w_{10} = 0, \tag{22}$$

где $a_1 = \dfrac{fkV_{00}}{\left(\omega + ik^2K\right)^2 - f^2}$, $b_1 = k^2\left(\omega + ik^2K\right)\times$

$$\times\left[\frac{N^2}{\omega + ik^2M} - \left(\omega + ik^2K\right)\right]\left[\left(\omega + ik^2K\right)^2 - f^2\right]^{-1}.$$

Решение краевой задачи (15), (16), (22) имеет вид:

$$w_{10}(z) = e^{-\frac{ia_1 z}{2}}\times$$
$$\times\left[\exp\left(iz\sqrt{\frac{a_1^2}{4} + b_1}\right) - \exp\left(-iz\sqrt{\frac{a_1^2}{4} + b_1}\right)\right]. \tag{23}$$

При этом справедливо дисперсионное уравнение, вытекающее из граничного условия (16) при $z = -H$:

$$k^2\left(\omega + ik^2K\right)\left[\frac{N^2}{\omega + ik^2M} - \left(\omega + ik^2K\right)\right]\times$$
$$\times\left[\left(\omega + ik^2K\right)^2 - f^2\right]^{-1} + \tag{24}$$
$$+\frac{f^2k^2V_{00}^2}{4}\left[\left(\omega + ik^2K\right)^2 - f^2\right]^{-2} = \left(\frac{\pi n}{H}\right)^2,$$

где n – номер моды. При $K \to 0$, $M \to 0$ из (24) следует дисперсионное соотношение, полученное в работе [16]:

$$\omega^2 = f^2 -$$
$$-\frac{f^2V_{00}^2}{2(N^2 - f^2) - 2\sqrt{(N^2 - f^2)^2 + f^2V_{00}^2\left(1 + \dfrac{\pi^2n^2}{k^2H^2}\right)}}. \tag{25}$$

При $V_{00} \to 0$ дисперсионное соотношение (25) переходит в известное соотношение для однородной стратификации [10, 17]:

$$\omega^2 = f^2 + \frac{k^2(N^2 - f^2)}{k^2 + \left(\dfrac{\pi n}{H}\right)^2}.$$

Коэффициент горизонтальной диффузии M зависит от масштаба явления по закону “4/3” [20, 21]:

$$M = C_1 l^{4/3}$$

Здесь под масштабом l подразумевается длина волны.

Дисперсионное уравнение (24) решается численно для фиксированного волнового числа и номера моды. Находится действительная и мнимая часть частоты волны при $N = 5$ цикл/ч, $H = 70$ м, $V_{00} = 1/140$ с$^{-1}$, $C_1 = 0.01$ см$^{2/3}$с$^{-1}$. Число Ричардсона $\mathrm{Ri} = N^2/V_{00}^2$ равно 1.5. При турбулентном числе Прандтля $\mathrm{Pr}_T = 2$ из соотношения (7) работы [22] следует, что параметр анизотропии $R = 0.95$, что соответствует рассматриваемому случаю, когда горизонтальный масштаб турбулентности много больше вертикального [22]. Коэффициент турбулентной вязкости K связан с коэффициентом турбулентной диффузии M соотношением $K/M = \mathrm{Pr}_T$, отсюда $K = 2M$. Зависимость действительной части частоты $\omega_0 = \mathrm{Re}(\omega)$ от волнового числа k для первых двух мод показана на рис. 1. На этом же рисунке показаны дисперсионные кривые первых двух мод, когда турбулентная вязкость и диффузия не учитываются, т.е. при $K = M = 0$. Из рис. 1 следует, что учет турбулентной вязкости и диффузии на дисперсионные влияния практически не оказывает. Зависимость

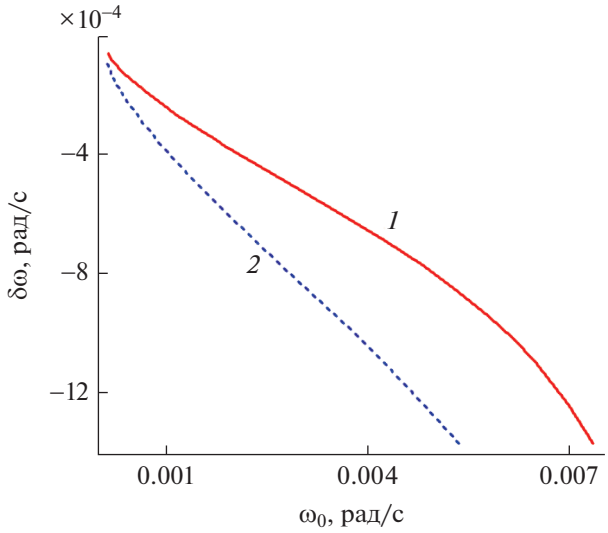

Рис. 2. Зависимость мнимой части частоты волны от действительной части частоты: *1* – первая мода, *2* – вторая мода.

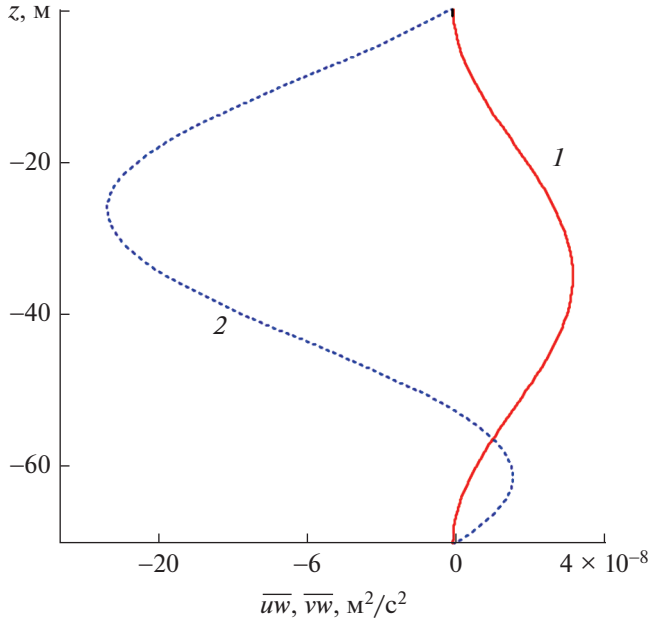

Рис. 3. Волновые вертикальные потоки импульса $\overline{uw}$ (*1*), $\overline{vw}$ (*2*) для первой моды внутренних волн.

мнимой части частоты волны $\delta\omega = \mathrm{Im}(\omega)$ от волнового числа для первых двух мод показана на рис. 2. Мнимая часть частоты волны при учете турбулентной вязкости и диффузии отрицательная, т.е. волна затухает, а $\delta\omega$ – декремент затухания волны. У второй моды декремент затухания по модулю выше, чем у первой при фиксированной действительной части частоты волны.

Сравнение волновых потоков импульса $\overline{uw}$ (20), $\overline{vw}$ (21) приводится на рис. 3 для внутренней волны низшей моды при $k = 0.01$ рад/м, $\zeta_{\max} = 0.5$ м. Волновой поток $\overline{vw}$ превышает по абсолютной величине поток $\overline{uw}$. На рис. 4 делается сопоставление волнового потока импульса $\overline{uw}$ (20) при учете (сплошная кривая) и без учета турбулентной вязкости и диффузии при одной и той же максимальной амплитуде волны низшей моды $\zeta_{\max} = 0.5$ м при $k = 0.01$ рад/м. Из рис. 4 следует, что при учете турбулентной вязкости и диффузии волновой поток $\overline{uw}$ больше.

На рис. 5 делается сопоставление волнового потока импульса $\overline{vw}$ при учете (сплошная кривая) и без учета турбулентной вязкости и диффузии для низшей моды при $k = 0.01$ рад/м, $\zeta_{\max} = 0.5$ м. Волновой поток импульса $\overline{vw}$ при учете турбулентной вязкости и диффузии преобладает над потоком без их учета в верхнем 40-метровом слое. Глубже, наоборот, преобладает поток без учета турбулентной вязкости и диффузии.

Вертикальные профили скорости стоксова дрейфа u_s показаны на рис. 6 при учете турбулентной вязкости и диффузии (сплошная кривая) и без их учета для внутренних волн низшей моды при $k = 0.01$ рад/м. Из рис. 6 следует, что компонента скорости стоксова дрейфа u_s практически не зависит от турбулентной вязкости и диффузии.

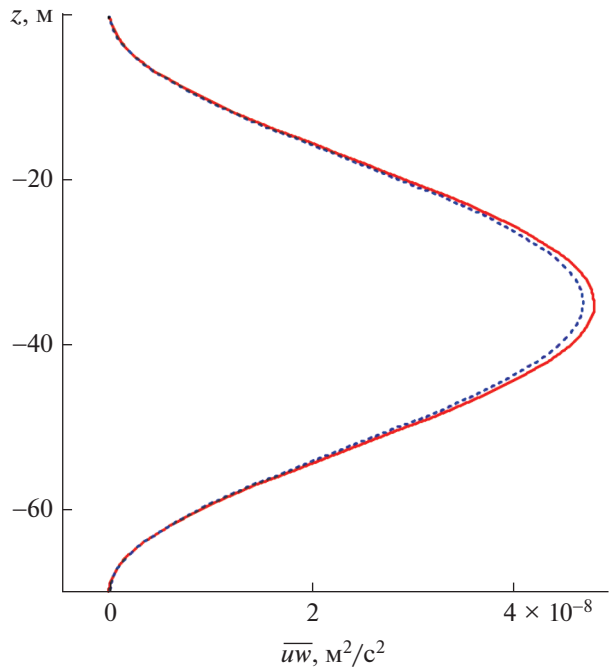

Рис. 4. Профили вертикального потока импульса $\overline{uw}$ при учете турбулентной вязкости и диффузии и без их учета.

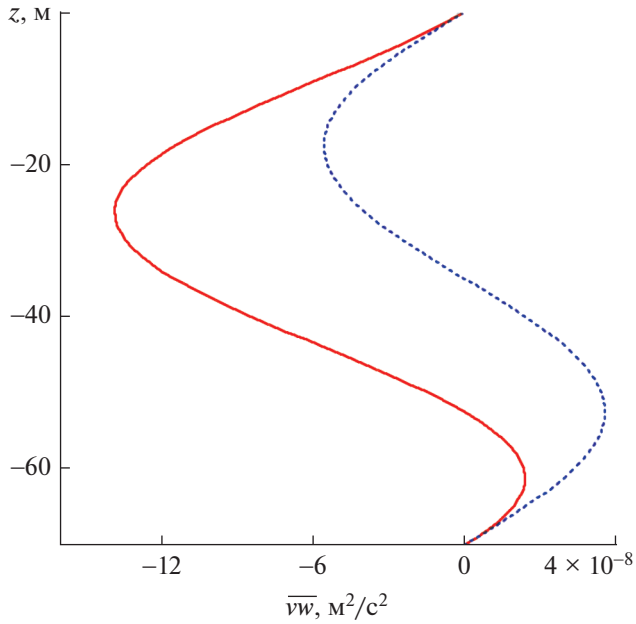

Рис. 5. Профили вертикального потока импульса $\overline{vw}$ при учете турбулентной вязкости и диффузии и без их учета.

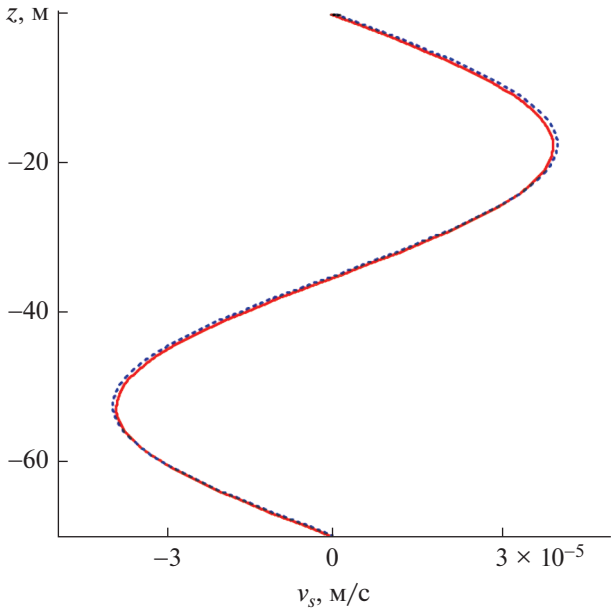

Рис. 7. Вертикальные профили скорости стоксова дрейфа v_s при учете и без учета турбулентной вязкости и диффузии.

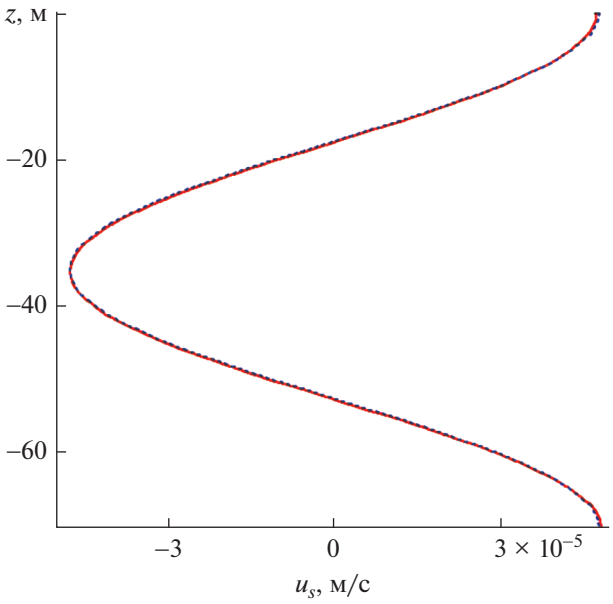

Рис. 6. Вертикальные профили скорости стоксова дрейфа u_s при учете и без учета турбулентной вязкости и диффузии.

Вертикальные профили компоненты скорости стоксова дрейфа v_s показаны на рис. 7 при учете турбулентной вязкости и диффузии (сплошная кривая) и без их учета. Сравнение компоненты скорости стоксова дрейфа v_s, поперечной к направлению распространения волны при учете и без учета турбулентной вязкости и диффузии показывает, что отличие очень слабое. Для исследования влияния турбулентной вязкости и диффузии на скорость стоксова дрейфа увеличим коэффициенты горизонтального турбулентного обмена в 5 раз, т.к. имеет смысл говорить об интервале значений коэффициентов обмена. Вертикальные профили компонент скорости стоксова дрейфа при учете (сплошная линия) и без учета турбулентной вязкости и диффузии показаны на рис. 8, 9. Из рис. 8 следует, что учет турбулентной вязкости и диффузии при увеличенных коэффициентах обмена несколько уменьшает максимумы модуля скорости стоксова дрейфа u_s. Вертикальные профили поперечной к направлению распространения волны компоненты скорости стоксова дрейфа v_s при учете увеличенных коэффициентах турбулентного обмена и без их учета показаны на рис. 9. Сплошная линия соответствует случаю учета турбулентной вязкости и диффузии. Сравнение поперечной к направлению распространения волны компоненты скорости стоксова дрейфа v_s при учете увеличенных коэффициентов турбулентного обмена и без их учета показывает, что учет турбулентной вязкости и диффузии уже более значительно уменьшает максимальные по модулю значения этой компоненты скорости, чем у u_s.

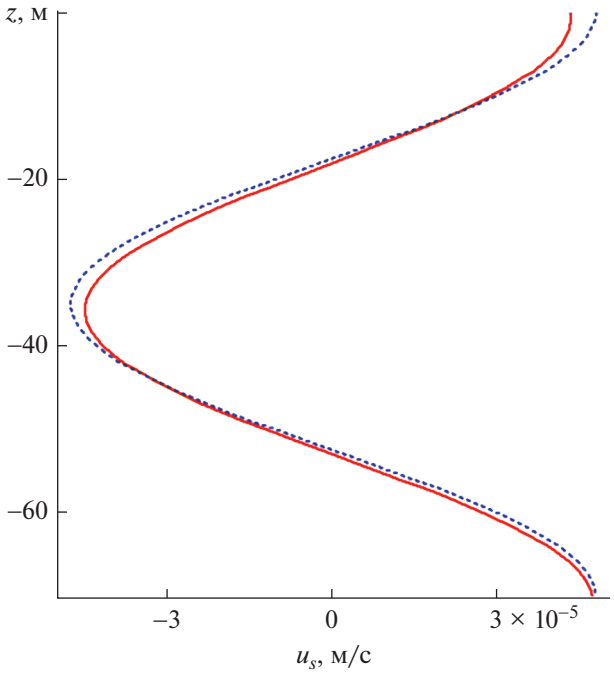

Рис. 8. Вертикальные профили скорости стоксова дрейфа u_s без учета и при учете турбулентной вязкости и диффузии при увеличенных коэффициентах обмена.

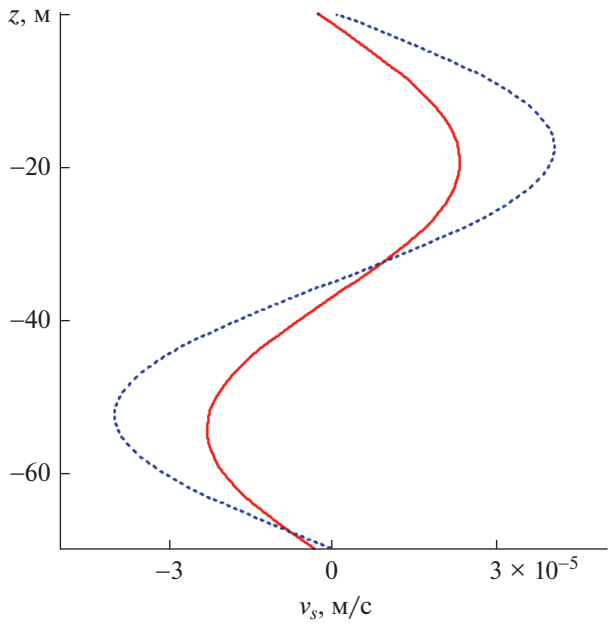

Рис. 9. Вертикальные профили компоненты скорости стоксова дрейфа v_s без учета и при учете турбулентной вязкости и диффузии при увеличенных коэффициентах обмена.

ВЫВОДЫ

1. У инерционно-гравитационных внутренних волн в сдвиговом потоке мнимая поправка к частоте при учете горизонтальной турбулентной вязкости и диффузии отрицательная, т.е. волна затухает.

2. Вертикальный волновой поток импульса $\overline{vw}$ у первой моды внутренних волн при учете горизонтальной турбулентной вязкости и диффузии превышает поток без их учета в верхнем 40-метровом слое, глубже, наоборот этот поток меньше потока без учета турбулентной вязкости и диффузии.

3. Вертикальный волновой поток импульса $\overline{uw}$ при учете турбулентной вязкости и диффузии превышает этот поток без их учета.

4. Турбулентная вязкость и диффузия слабо влияет на скорость стоксова дрейфа. Увеличение коэффициентов турбулентного обмена в пять раз приводит к тому, что продольная составляющая скорости стоксова дрейфа u_s незначительно уменьшается, у поперечной компоненты скорости стоксова дрейфа v_s уменьшение максимумов модуля скорости более значительное.

Работа выполнена в рамках государственного задания по теме: 0555-2021-0004 “Фундаментальные исследования океанологических процессов, определяющих состояние и эволюцию морской среды под влиянием естественных и антропогенных факторов, на основе методов наблюдения и моделирования” (шифр “Океанологические исследования”).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Пантелеев Н.А., Охотников И.Н., Слепышев А.А.* Мелкомасштабная структура и динамика океана. Киев: Наук. думка, 1993. 195 с.
2. *Самодуров А.С., Любицкий А.А., Пантелеев Н.А.* Вклад опрокидывающихся внутренних волн в структурообразование, диссипацию энергии и вертикальную диффузию в океане // Морской гидрофизический журнал. 1994. № 3. С. 14–27.
3. *Van Haren H., Gostiaux L., Morozov E., and Tarakanov R.* Extremely long Kelvin-Helmholtz billow trains in the Romanche Fracture Zone // Geophysical Research Letters. 2014. V. 41. P. 8445–8451.
4. *Holford J.M., Linden P.F.* Turbulent mixing in a stratified fluid // Dynamics of atmosphere and oceans. 1999. V. 30. № 4. P. 173–198.
5. *Ostrovskii A.G., Zatsepin A.G.* Intense ventilation of the Black Sea pycnocline due to vertical turbulent exchange in the Rim Current area // Deep – Sea Res. 2016. V. 116. P. 1–13.
6. *Ivanov A.V., Ostrovsky L.A.,Soustova I.A.,Thimring L.Sh.* Interaction of internal waves and turbulent in the upper layer of the ocean // Dynamics of Atmosheres and Ocean. 1984. V. 3. № 7. P. 221–232.

7. *Бадулин С.И., Цимринг Л.Ш., Шрира В.И.* Захват и вертикальная фокусировка внутренних волн в пикноклине горизонтальными неоднородностями стратификации и течений // Докл. АН СССР. 1983. Т. 273. № 2. С. 459–463.
8. *Борисенко Ю.Д., Воронович А.Г., Леонов А.И., Миропольский Ю.З.* К теории нестационарных слабонелинейных внутренних волн в стратифицированной жидкости // Изв. АН СССР. Физика атмосферы и океана. 1976. Т. 12. № 3. С. 293–301.
9. *Grimshaw R.* The modulation of an internal gravity wave packet and the resonance with the mean motion // Stud. In Appl. Math. 1977. V. 56. P. 241–266.
10. *Ле Блон П., Майсек Л.* Волны в океане. Москва: Мир, 1981. Ч. 1. 480 с. Ч. 2. 365 с.
11. *LeBlond P.H.* On damping of internal gravity waves in a continuously stratified ocean // Journal of Fluid Mechanics. 1966. V. 25. № 1. P. 121–142.
12. *Островский Л.А., Соустова И.А.* Верхний перемешанный слой как сток энергии внутренних волн // Океанология. 1979. Т. 19. № 6. С. 973–981.
13. *Sukoriansk S. and Galperin B.* An analytical theory of the buoyancy - Kolmogorov subrange transition in turbulent flows with stable stratification // Philosophical Transactions of the Royal Society. Series A. 2013. 371: 20120212.
https://doi.org/10.1098/rsta.2012.0212
14. *Слепышев А.А.* Вертикальный перенос импульса внутренними волнами при учете турбулентной вязкости и диффузии // Изв. РАН. Физика атмосферы и океана. 2016. Т. 52. № 3. С. 342–350.
15. *Slepyshev A.A.* Vertical Transfer of Momentum by Inertia-Gravity InternalWaves on a Two-Dimensional Shear Flow // *Physical Oceanography*, [e-journal], 2021. V. 28. № 4. P. 445–459.
16. *Слепышев А.А., Лактионова Н.В.* Вертикальный перенос импульса внутренними волнами в сдвиговом потоке // Изв. РАН. Физика атмосферы и океана. 2019. Т. 55. № 6. С. 194–200.
17. *Миропольский Ю.З.* Динамика внутренних гравитационных волн в океане. Ленинград: Гидрометеоиздат, 1981. 302 с.
18. *Черкесов Л.В.* Гидродинамика волн. Киев: Наук. думка, 1980. С. 222.
19. *Longuet-Higgins M.S.* On the transport of mass by time varying ocean current // Deep-Sea Research 1969. V. 16. № 5. P. 431–447.
20. *Озмидов Р.В.* Горизонтальная турбулентность и турбулентный обмен в океане. Москва: Наука, 1968. 200 с.
21. *Боуден К.* Физическая океанография прибрежных вод. Москва: Мир, 1988. С. 285.
22. *Соустова И.А., Троицкая Ю.И.* и др. Простое описание турбулентного переноса в стратифицированном сдвиговом потоке применительно к описанию термогидродинамики внутренних водоемов // Изв. РАН. Физика атмосферы и океана. 2020. Т. 56. № 6. С. 689–699.

Vertical Momentum Transfer by Internal Waves in a Shear Flow, Taking Into Account Turbulent Viscosity and Diffusion

A. A. Slepyshev*

Marine Hydrophysical Institute of the Russian Academy of Sciences, st. Kapitanskaya, 2, Sevastopol, 299011 Russia
**e-mail: slep55@mail.ru*

In the Boussinesq approximation, free inertia-gravity internal waves are considered taking into account turbulent viscosity and diffusion in a plane-parallel flow perpendicular to the direction of wave propagation. For homogeneous stratification and with a constant flow velocity shear, the boundary value problem for the vertical velocity amplitude is analytically solved and the dispersion relation is found. The imaginary part of the wave frequency is negative, i.e. the wave is fading. The vertical wave momentum fluxes and the velocity of the Stokes drift of liquid particles are determined. Accounting for turbulent viscosity and diffusion somewhat increases the vertical wave momentum flux, while the Stokes drift velocity, on the contrary, decreases it.

Keywords: internal waves, wave momentum flux, Stokes drift