

ХИМИЧЕСКАЯ ТЕРМОДИНАМИКА
И ТЕРМОХИМИЯ

УДК 536.722

ТЕРМОДИНАМИЧЕСКИЙ МЕТОД РАНЖИРОВАНИЯ МЕХАНИЗМОВ
ПЕРЕНОСА ТЕПЛОТЫ

© 2019 г. В. Л. Зеленко^{а,*}, Л. И. Хейфец^{а,**}

^а Московский государственный университет им. М.В. Ломоносова, Химический факультет, Москва, Россия

* e-mail: zel_07@mail.ru

** e-mail: heifets@tech.chem.msu.ru

Поступила в редакцию 12.07.2018 г.

После доработки 30.11.2018 г.

Принята к публикации 30.11.2018 г.

На основании термодинамического принципа максимальной мощности А.И. Алиханова выполнено ранжирование известных механизмов теплопереноса по коэффициенту полезного действия процесса преобразования теплоты с максимальным выходом работы.

Ключевые слова: теплоперенос, цикл Карно, коэффициент полезного действия (к.п.д.), эффективность, кондукция, конвекция, излучение, конденсация, число Нуссельта

DOI: 10.1134/S0044453719070343

ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Применение классической теории обратимого цикла Карно к реальным объектам, преобразующим теплоту в квалифицированную энергию, приводит к значительному расхождению к.п.д. реального энергетического цикла с к.п.д. обратимого цикла Карно [1]

$$\eta_c = 1 - \frac{T_2}{T_1}, \quad (1)$$

где T_1 и T_2 – абсолютные температуры, К, нагревателя и холодильника. Это расхождение связано с генерацией энтропии в реальных процессах.

Успешным приемом, позволившим получить столь же простое как формула (1) выражение для к.п.д. реального устройства, $\eta = 1 - \sqrt{\frac{T_2}{T_1}}$ [2], является принцип максимальной мощности А.И. Алиханова, сформулированный в 1956 г. применительно к крупномасштабным энергетическим установкам [3]. Согласно этому принципу реальный энергетический объект моделируется обратимым циклом Карно, на входе к которому поток тепла \dot{Q}_1 поступает из теплообменного устройства a , характеризуемого заданной температурой нагревателя T_1 и температурой T на выходе из теплообменника (рис. 1).

Предполагается, что передача теплоты от теплообменника к циклу Карно протекает обратимым образом при температуре T , передача теплоты от цикла Карно к холодильнику протекает об-

ратимым образом при температуре равной температуре холодильника T_2 . Следовательно, обратимый цикл Карно в реальном устройстве функционирует между температурами T и T_2 , и его к.п.д. можно записать как

$$\eta_c^{(in)} = 1 - \frac{T_2}{T}, \quad (2)$$

где $T_2 < T < T_1$.

Теплообменник a с заданным механизмом теплопереноса является необратимым устройством, генерирующим энтропию. Поток квалифицированной энергии \dot{W} , генерируемый циклом Карно, может быть представлен в виде про-

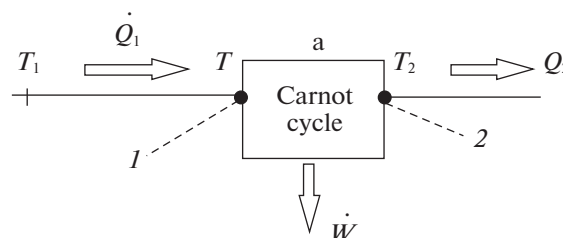


Рис. 1. Модель реальной тепловой машины: 1 – нагреватель с температурой T_1 ; а – теплообменное устройство, передающее поток теплоты \dot{Q}_1 от нагревателя к циклу Карно; T – температура на выходе из теплообменного устройства; 2 – холодильник с температурой T_2 .

изведения к.п.д. цикла Карно (2), являющегося возрастающей функцией T , и потока тепла \dot{Q}_1 из теплообменника к циклу Карно, являющегося убывающей функцией T ,

$$\dot{W} = \eta \dot{Q}_1 = \left(1 - \frac{T_2}{T}\right) \dot{Q}_1. \quad (3)$$

В силу указанной структуры формулы (3) \dot{W} имеет максимум по T , и согласно принципу А.И. Алиханова температура T определяется из условия

$$\dot{W} = \max_{T \in (T_2, T_1)} \dot{W}. \quad (4)$$

При этом к.п.д. реального процесса η совпадает с к.п.д. внутреннего цикла Карно $\eta_C^{(in)}$ (2)

$$\eta = \eta_C^{(in)} = 1 - \frac{T_2}{T}. \quad (5)$$

Однако $\eta < \eta_C$, где $\eta_C = 1 - \frac{T_2}{T_1}$ – к.п.д. воображаемого цикла Карно, непосредственно подключенного к источнику тепловой энергии. Замечательно, что при таком подходе важен тип теплопереноса в теплообменнике, в то же время такие детали, как коэффициент теплопроводности и геометрические параметры теплообменника являются несущественными.

Определим индекс механизма переноса теплоты как к.п.д. внутреннего цикла Карно (2), рассчитанный по температуре T , соответствующей максимальной мощности тепловой машины с данным механизмом теплопереноса. Индекс механизма теплопереноса позволяет ранжировать различные модели теплопереноса, такие как свободно-конвективный перенос (ламинарный и вихревой), молекулярный перенос (кондукция), перенос теплоты конденсацией пара и при некоторых дополнительных предположениях перенос теплоты излучением.

РАНЖИРОВАНИЕ МЕХАНИЗМОВ ПЕРЕНОСА ТЕПЛОТЫ

В общей теории явлений переноса поток теплоты \dot{Q}_1 описывают на основе безразмерного коэффициента теплоотдачи, или числа Нуссельта Nu [4, 5]

$$\dot{Q}_1 = Nu \frac{\lambda}{L} \Delta T. \quad (6)$$

Здесь L – характерный размер области теплопереноса a , м; λ – коэффициент теплопроводности области теплопереноса, Дж/(с м К), ΔT – движущая

сила теплопереноса, К. Число Нуссельта зависит от физико-химических свойств теплоносителя и геометрии области теплопереноса [5, 6]

$$Nu = C \left(\alpha_\nu \frac{gL^3}{\nu k} \right)^n \Delta T^n, \quad (7)$$

где C – безразмерная константа, α_ν – коэффициент термического расширения теплоносителя, 1/К; k – коэффициент температуропроводности теплоносителя, м²/с; ν – кинематическая вязкость теплоносителя, м²/с; L – характерный размер области a , м; g – ускорение силы тяжести, м/с². Показатель степени n в формуле (7) назовем параметром Нуссельта.

В соответствии со схемой на рис. 1 в качестве движущей силы ΔT естественно принять величину $(T_1 - T)$ и представить поток теплоты (6), (7) в виде

$$\dot{Q}_1 = C_n^* (T_1 - T)^{n+1}, \quad (8)$$

где $C_n^* = C \frac{\lambda}{L} \left(\alpha_\nu \frac{gL^3}{\nu k} \right)^n$ – размерная величина, Дж/(м² с К⁻⁽ⁿ⁺¹⁾). Формула (8) представляет собой общее соотношение, возникающее при математическом моделировании процессов переноса теплоты веществом [5, 6].

В безразмерных величинах

$$\theta = \frac{T}{T_1}, \quad \chi = \frac{T_2}{T_1} < \theta, \quad (9)$$

индекс механизма теплопереноса (3) принимает вид

$$\eta = 1 - \frac{\chi}{\theta}. \quad (10)$$

Используя формулы (4), (8) и безразмерные величины (9), преобразуем уравнение (5) в квадратное уравнение относительно безразмерной температуры θ , соответствующей максимуму мощности тепловой машины с заданными параметром Нуссельта n и параметром внешних условий $\chi = \frac{T_2}{T_1}$,

$$\theta^2 - \chi \frac{n}{(n+1)} \theta - \chi \frac{1}{(n+1)} = 0. \quad (11)$$

Нетрудно убедиться, что решение уравнения (11) имеет вид

$$\theta(n) = \frac{n}{2(n+1)} \chi + \sqrt{\frac{n^2}{4(n+1)^2} \chi^2 + \frac{\chi}{(n+1)}}. \quad (12)$$

Продифференцируем уравнение (11) по параметру n при постоянном параметре внешних условий χ . После преобразований получаем

$$\theta'_n = \frac{\chi}{(n+1)^2} (\theta - 1) \left(2\theta - \chi \frac{n}{n+1} \right)^{-1}. \quad (13)$$

Поскольку $0 < \chi < \theta < 1$, то нетрудно убедиться, что производная θ'_n – отрицательная функция параметра Нуссельта n , и мы приходим к важному выводу – с увеличением параметра Нуссельта при фиксированном параметре внешних условий χ уменьшается температура θ , соответствующая максимальному экстремальному значению мощности \dot{W} , и одновременно уменьшается индекс механизма теплопереноса (10). Этот вывод позволяет ранжировать механизмы теплопереноса по величине индекса.

Свободно конвективный перенос теплоты. При свободной конвекции параметр Нуссельта n зависит от режима движения теплоносителя в области a . В практических задачах различают два режима движения – ламинарный и вихревой. В ламинарном режиме $n = 1/4$; в вихревом режиме $n = 1/3$ [6]. Следовательно, при указанных значениях параметра n эффективность механизма теплопереноса в режиме вихревой конвекции меньше эффективности механизма теплопереноса в режиме интенсивной ламинарной конвекции.

Кондуктивный теплоперенос. Кондуктивному теплопереносу соответствует параметр Нуссельта $n = 0$, описывающему режим линейной теплопроводности. Из (10) и (12) при $n = 0$ следует, что индекс механизма переноса теплоты кондукцией, по определению равный $\eta = 1 - \sqrt{T_2/T_1}$ ¹, превосходит индекс переноса теплоты в режиме свободной конвекции, которым соответствуют параметры Нуссельта $n = 1/3$ и $n = 1/4$. Это на первый взгляд несколько парадоксальный результат. Действительно, интенсивное перемешивание теплоносителя сближает температуры T и T_1 , уменьшая движущую силу теплопереноса. Из общей формулы (8) следует, что уменьшение потока теплоты тем значительнее, чем больше параметр Нуссельта. И хотя одновременно увеличивается к.п.д. цикла Карно (3), но первый фактор является преобладающим: при $T \rightarrow T_1$ имеем $\dot{Q}_1 \rightarrow 0$, $\eta \rightarrow 1 - \frac{T_2}{T_1} = \text{const}$.

Перенос теплоты конденсацией сухого насыщенного пара. Поток насыщенного пара с температурой T_1 , покидающий источник теплоты, конденсируется на поверхности цилиндрической трубы,

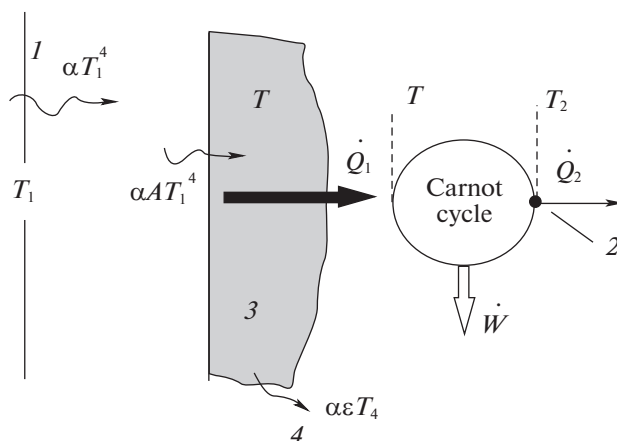


Рис. 2. Схема преобразования абсорбированного излучения в теплоту: 1 – излучатель с температурой T_1 ; 2 – холодильник с температурой T_2 ; 3 – приемник излучения с температурой T . Цикл Карно функционирует между температурами T и $T_2 < T$.

поддерживая постоянную температуру поверхности $T < T_1$. Конденсируясь, пар передает единице поверхности трубы поток теплоты конденсации \dot{Q}_1 , описывается формулой [6],

$$\dot{Q}_1 = \tilde{C} (T_1 - T)^{3/4}, \quad (14)$$

где \tilde{C} – некоторая константа. Следовательно, параметр Нуссельта $n = -0.25$ и индекс переноса теплоты конденсацией пара превосходит индекс переноса теплоты кондукцией и свободной конвекцией.

Перенос теплоты излучением. Различают два способа преобразования излучения в квалифицированную энергию: прямое преобразование (фотоэлемент) и преобразование через промежуточную стадию генерирования теплоты. В отличие от рассмотренных механизмов теплопереноса перенос теплоты излучением не связан с вещественным теплоносителем, поэтому приведенная ранее схема на рис. 1 нуждается в уточнении. Источник теплоты (излучатель) будем рассматривать как абсолютно черное тело с постоянной температурой T_1 . Приемник излучения будем рассматривать как непрозрачное тело с поглощательной способностью A , излучательной способностью (степень черноты) ϵ и температурой T . Параметры A и ϵ – безразмерные величины. Поток излучения от излучателя равен $J_{in} = \alpha T_1^4$, где α – константа Стеффана–Больцмана. Приемник излучения, поглощая поток излучения $\alpha A T_1^4$, частично преобразует его в поток теплоты \dot{Q}_1 , передаваемый циклу Карно, и частично рассеивает в окружающую среду в виде собственного излучения $J_{out} = \alpha \epsilon T^4$.

¹ Формула $\eta = 1 - \sqrt{T_2/T_1}$ сыграла значительную роль в становлении нового раздела термодинамики реальных, называемого в литературе Finite Time Thermodynamics (FTT) [7, 8].

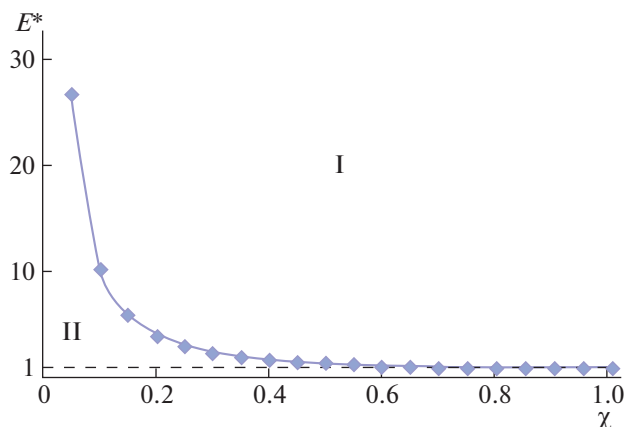


Рис. 3. Сравнение индексов механизмов теплопереноса кондукцией и излучением.

Поток теплоты \dot{Q}_1 преобразуется циклом Карно в поток работы \dot{W} и тепловой поток \dot{Q}_2 , рассеиваемый в окружающую среду (рис. 2).

Из квазистационарного уравнения баланса энергии для приемника излучения

$$A\alpha T_1^4 - \varepsilon\alpha T^4 - \dot{Q}_1 = 0 \quad (15)$$

следует, что тепловой поток \dot{Q}_1 , поступающий из приемника излучения к циклу Карно, равен

$$\dot{Q}_1 = \alpha(AT_1^4 - \varepsilon T^4). \quad (16)$$

Мощность \dot{W} (4) с учетом формулы (15) принимает вид

$$\dot{W} = \left(1 - \frac{T_2}{T_1}\right) \alpha(AT_1^4 - \varepsilon T^4). \quad (17)$$

Применив к выражению (16) принцип максимальной мощности Алиханова (5) и перейдя к безразмерным величинам (9), после некоторых преобразований получим алгебраическое уравнение пятой степени относительно безразмерной температуры $\theta = T/T_1$

$$\theta^5 - \frac{3}{4}\chi\theta^4 - \frac{E}{4}\chi = 0. \quad (18)$$

Параметр $E = A/\varepsilon$ равен отношению поглощательной и излучательной способностей приемника излучения цикла Карно.

Из определения индекса механизма теплопереноса (3) следует, что равенство температур T на стадии получения теплоты циклом Карно при разных механизмах переноса теплоты соответствует равенству их индексов. В частности, если

к.п.д. цикла Карно при кондуктивном теплопереносе равен к.п.д. цикла Карно при излучении, то безразмерная температура $\sqrt{\chi}$ является корнем уравнения (28). Подставим $\theta = \sqrt{\chi}$ в уравнение (28) и после некоторых преобразований получим соотношение

$$E^* = \frac{1}{4\chi \left[\sqrt{\chi} - \frac{3}{4}\chi \right]}, \quad (19)$$

где $E^* = E^{-1} = \frac{\varepsilon}{A}$. График функции $E^*(\chi)$ представлен на рис. 3.

Линия $E^*(\chi)$ является линией равенства индексов кондукции и излучения и разделяет плоскость (E^*, χ) на две области: над линией ($\varepsilon > A$) всегда индекс переноса теплоты излучением превышает индекс переноса теплоты кондукцией, и, следовательно, превышает индексы свободно-конвективного переноса теплоты. Ниже линии ($\varepsilon < A$) индекс кондуктивного переноса теплоты меньше индекса переноса теплоты излучением. Таким образом, если приемник теплоты удовлетворяет условию $\varepsilon > A$, то при всех значениях параметра внешних условий $\chi = T_2/T_1$ индекс переноса теплоты излучением превосходит индекс переноса теплоты кондукцией. Следовательно, для устройств максимальной мощности излучение как способ переноса теплоты к преобразующему устройству при $\varepsilon > A$ эффективнее кондукции и свободно конвективного теплопереноса.

Таким образом, предложен термодинамический метод ранжирования механизмов переноса теплоты. В качестве количественной оценки механизма теплопереноса введен индекс механизма теплопереноса, равный к.п.д. тепловой машины с данным механизмом теплопереноса при условии максимальной мощности. Показано, что величина индекса определяется суперпозицией двух факторов – движущей силой процесса теплопереноса и к.п.д. идеального цикла Карно. Проведено ранжирование нескольких механизмов переноса теплоты по величине индекса – излучение, конденсация сухого пара, кондукция, свободная конвекция ламинарная и вихревая. Показано, что для энергогенерирующих устройств максимальной мощности конденсация и излучение обладают наибольшими индексами среди других механизмов переноса теплоты.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Пригожин И., Кондепуди Д.* Современная термодинамика. От тепловых двигателей до диссипативных структур. М.: Мир, 2002. 461 с.
2. *Новиков И.И.* // Атомная энергия. 1957. № 11. С. 409.
3. *Алиханов А.И., Владимирский В.В., Петров П.А., Христенко П.М.* // Там же. 1956. № 1. С. 5.
4. *Берд Р., Стюарт В., Лайтфут Е.* Явления переноса. М.: Химия, 1974. 688 с.
5. *Лыков А.В.* Теория теплопроводности. М.: Высш. школа, 1967. 599 с.
6. *Мухеев М.А., Мухеева И.М.* Основы теплопередачи. М.: Энергия, 1977. 344 с.
7. *Hoffman K., Andresen B., Salamon P.* // Proceedings of the 240 Conference: Science's Great Challenges, First Edition. Edited by Aaron R. Dinner. Published 2015 by John Wiley & Sons, Inc. 2015. V. 157. P. 57.
8. *Feidt M.* The History and Perspectives of Efficiency at Maximum Power of the Carnot Engine. Entropy. 2017. V. 19. P. 369.