## \_ ХЕМОИНФОРМАТИКА И КОМЬЮТЕРНОЕ \_ МОДЕЛИРОВАНИЕ

УДК 544.3

# ТЕРМОДИНАМИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ СИСТЕМЫ Bi-Ga-Zn

© 2023 г. В. А. Лысенко<sup>*а*,\*</sup>

<sup>а</sup>Московский государственный университет им. М.В. Ломоносова, Химический факультет, Москва, Россия \*e-mail: vallys2@vandex.ru

> Поступила в редакцию 29.03.2022 г. После доработки 07.06.2022 г. Принята к публикации 14.06.2022 г.

На базе имеющейся экспериментальной информации построена термодинамическая модель жидкой фазы системы Bi-Ga-Zn. Используя эту модель, а также известные в литературе термодинамические модели других фаз этой системы определены координаты нонвариантных точек системы Bi-Ga-Zn и проекция ее поверхности ликвидуса. Рассчитано политермическое сечение фазовой диаграммы этой системы для составов  $x_{\rm Bi}/x_{\rm Zn} = 1$ , а также изотермическое сечение при 573 K.

*Ключевые слова:* система Bi–Ga–Zn, фазовые диаграммы, термодинамическое моделирование **DOI:** 10.31857/S004445372301020X, **EDN:** BCKJZI

Система Bi–Ga–Zn является подсистемой системы Bi–Sn–Zn–Ga, сплавы которой перспективны как для использования в солнечных электростанциях концентрирующего типа (Concentrated solar power) в качестве высокотемпературных теплоносителей [1–3], так и для использования в электронике в качестве экологически чистых бессвинцовых припоев (Lead-free soldering) [4].

Для эксплуатации таких сплавов необходимо детальное знание фазовых равновесий в системе Bi–Sn–Zn–Ga, что, в свою очередь, требует знания термодинамических моделей (аналитических выражений для энергий Гиббса) всех существующих в этой системе фаз, включая фазы ее подсистемы Bi–Ga–Zn.

Термодинамическое моделирование системы Bi-Ga-Zn до настоящего времени не проводилось. Экспериментальное исследование термодинамических свойств жидкости и фазовых равновесий в этой системе проведено в работах [5, 6]. В работе [5] методом высокотемпературной калориметрии определены величины интегральной энтальпии смешения тройных жидких сплавов при 660-873 К, а также оценены границы области расслоения жидкости при 660-773 К. В работе [6] методом электродвижущих сил (ЭДС) для 33 сплавов в интервале температур 623-1123 К определены величины активности цинка в жидкой фазе и температуры фазовых переходов, связанных с появлением расслоения в жидкости с последующим выделением цинка. Тройные соединения в системе Bi–Ga–Zn по данным [5, 6] отсутствуют.

В нашей работе на базе имеющейся экспериментальной информации была построена термодинамическая модель тройной жидкой фазы, после чего были рассчитаны сечения фазовой диаграммы системы Bi–Ga–Zn и проекция ее поверхности ликвидуса.

#### СИСТЕМЫ Ві-Ga, Ві-Zn И Ga-Zn

Фазовая диаграмма системы Bi-Ga по данным [7] характеризуется наличием двух нонвариантных равновесий: эвтектики  $L(x_{Ga} = 0.999) = Bi + Ga$  при 302.8 К и монотектики  $L_1 (x_{Ga} = 0.341) = L_2 (x_{Ga} = 0.879) + Bi$  при 494.9 К. Верхняя критическая точка купола расслаивания жидкости соответствует температуре 530.2 К и составу  $x_{Ga} = 0.673$ .

В системе Bi–Zn по данным [8, 9] помимо жидкости существуют твердые растворы на основе висмута (ромбоэдрическая структура) и цинка (гексагональная структура). Фазовая диаграмма Bi–Zn характеризуется наличием эвтектики L( $x_{Zn} = 0.081$ ) = (Bi) ( $x_{Zn} = 0.016$ ) + (Zn) ( $x_{Zn} = 0.999$ ) при 527.7 К и монотектики L<sub>2</sub> ( $x_{Zn} = 0.992$ ) = L<sub>1</sub> ( $x_{Zn} = 0.374$ ) + (Zn) ( $x_{Zn} = 0.996$ ) при 691.4 К. Верхняя критическая точка купола расслаивания жидкости имеет координаты T = 853.0 K,  $x_{Zn} = 0.87$ .

В системе Ga–Zn по данным [10] существуют жидкая фаза и твердый раствор на основе гексагонального цинка. Единственным нонвариантным равновесием является эвтектика  $L(x_{Zn} = 0.039) = Ga + (Zn) (x_{Zn} = 0.993)$  при 297.8 К. Обзор имеющихся экспериментальных данных о термодинамических свойствах фаз и фазовых равновесиях в системах Bi-Ga, Bi-Zn и Ga-Zn дан в работах [8–14]. Термодинамическое моделирование этих систем проведено в [7–10, 15, 16]. В нашей работе для термодинамического описания фаз бинарных подсистем системы Bi-Ga-Zn использовали параметры, полученные в [7] (Bi-Ga), [8, 9] (Bi-Zn) и [10] (Ga-Zn).

#### ТЕРМОДИНАМИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ ФАЗ СИСТЕМЫ Bi-Ga-Zn

Для описания мольной энергии Гиббса жидкой фазы и твердых растворов на основе чистых компонентов использовалась формула:

$$G_{m}^{\phi} = \sum_{k=1}^{3} x_{k} G_{k}^{\circ \phi} + RT \sum_{k=1}^{3} x_{k} \ln x_{k} + \sum_{i=1}^{2} \sum_{j=i+1}^{3} x_{i} x_{j} \sum_{n \ge 0} L_{ij}^{n,\phi} (x_{i} - x_{j})^{n} + (1) + x_{1} x_{2} x_{3} \sum_{i,j,k \ge 0} L_{ijk}^{\phi} (x_{1} - x_{2})^{i} (x_{1} - x_{3})^{j} (x_{2} - x_{3})^{k},$$

где ф обозначает физическое состояние раствора (жидкость или твердый раствор на основе цинка (гексагональная структура) или висмута (ромбоэдрическая структура));  $G_k^{\circ \phi}$  – энергии Гиббса чистых компонентов (для функций  $G_k^{\circ \varphi}$  использовали выражения, приведенные в версии 4.4. базы данных SGTE для чистых элементов [17]));  $x_k$  – мольные доли компонентов в растворе (k = 1, 2, 3соответствует Bi, Ga, Zn); R – универсальная газовая постоянная; T – абсолютная температура;  $L_{ii}^{n,\phi}$  – параметры, описывающие избыточную энергию Гиббса раствора ф в бинарных подсистемах Bi-Ga-Zn;  $L_{ijk}^{\varphi}$  – параметры, описывающие избыточную энергию Гиббса тройных растворов (соответствующие этим параметрам функции  $(x_1 - x_2)^i (x_1 - x_3)^j (x_2 - x_3)^k$  были использованы с целью распространить на тройные растворы формализм Редлиха-Кистера [18], то есть использование функций  $(x_i - x_j)^n$  для описания избыточной энергии Гиббса бинарных растворов).

Параметры  $L_{ij}^{n,\varphi}$  взяты из термодинамических описаний бинарных подсистем Bi–Ga–Zn [7–10], а параметры  $L_{ijk}^{L}$  определяли путем минимизации целевой функции:

$$F(\mathbf{P}) = \sum_{i} \omega_{i}^{2} (T_{i}(\mathbf{P}) - T_{i}^{*})^{2} + \sum_{j} \omega_{j}^{2} (x_{j}(\mathbf{P}) - x_{j}^{*})^{2} + \sum_{k} \omega_{k}^{2} (Z_{k}(\mathbf{P}) - Z_{k}^{*})^{2},$$
(2)

где символом **Р** обозначен определяемый набор параметров;  $T_i^*$ ,  $x_j^*$ ,  $Z_k^*$  – экспериментальные величины температур фазовых равновесий, составов фаз в равновесии и термодинамических функций фаз;  $T_i(\mathbf{P})$ ,  $x_j(\mathbf{P})$ ,  $Z_k(\mathbf{P})$  – соответствующие  $T_i^*$ ,  $x_j^*$ ,  $Z_k^*$  расчетные величины;  $\omega_i$ ,  $\omega_j$ ,  $\omega_k$  – весовые множители, которые принимали равными обратной величине погрешности определения  $T_i^*$ ,  $x_i^*$ ,  $Z_k^*$ .

Для нахождения  $Z_k(\mathbf{P})$  использовали аналитические выражения для энергий Гиббса фаз и хорошо известные соотношения термодинамики. Величины  $T_i(\mathbf{P})$  и  $x_j(\mathbf{P})$  находили, решая систему нелинейных уравнений, следующую из условия равновесия фаз [19, 20].

Для нахождения параметров использовали следующую экспериментальную информацию:

1. Величины интегральной энтальпии смешения тройных жидких сплавов, определенные при 873, 773, 723 и 660 К для составов, расположенных на сечении  $x_{\text{Bi}}/x_{\text{Ga}} = 1:1$  [5].

2. Величины активности цинка в жидких сплавах Bi-Ga-Zn при 700 K и 1100 K для 33 составов, расположенных на сечениях  $x_{\text{Bi}}/x_{\text{Ga}} = 1:3, 1:1,$ 3:1 и 0.85: 0.15 [6].

3. Величины *x*<sub>Zn</sub> на границах области расслоения жидкости при 773, 723 и 660 К [5].

4. Температуры фазовых переходов, определенные в [6] методом ЭДС для 33 сплавов.

Минимизацию функции (2) проводили методом Марквардта [21]. В результате оптимизации получен следующий набор параметров (в Дж/моль; тройные параметры твердых растворов были приняты равными нулю):

$$L_{000}^{L} = -5334, \quad L_{100}^{L} = -7482, \quad L_{010}^{L} = -13594,$$
  
 $L_{200}^{L} = -17709, \quad L_{030}^{L} = -20880, \quad L_{003}^{L} = 13605.$ 
(3)

Полученный набор параметров описывает экспериментальные величины интегральной энтальпии смешения жидких сплавов ( $\Delta_f H^L$ ) Bi– Ga–Zn [5] со средним абсолютным отклонением (CAO) равным 120 Дж/моль. Сравнение экспериментальных и расчетных величин  $\Delta_f H^L$  представлено на рис. 1. Для активности цинка в жидких сплавах расчетное описание экспериментальных данных [6] характеризуется CAO = 0.024 и хорошим согласием с экспериментом (рис. 2, 3). Также хорошо согласуются (CAO = 0.004) расчетные и экспериментальные [5] величины  $x_{Zn}$ на границах области несмешиваемости жидкости при 660–773 K (рис. 4).

Отклонение результатов расчета от экспериментальных температур фазовых превращений [6] характеризуется САО, равным 4.8 К (появление расслоения в жидкой фазе) и 6.0 К (переходы

2023



**Рис. 1.** Сравнение экспериментальных [5] и расчетных (линии *1–4*) величин мольной энтальпии образования жидких сплавов Bi–Ga–Zn при 873, 773, 723 и 660 К для составов, расположенных на сечении  $x_{\text{Bi}}/x_{\text{Ga}} = 1$ .

между фазовыми областями L' + L'' и L' + L'' + (Zn), а также L' + (Zn) и L' + L'' + (Zn); символы L' и L'' обозначают соответственно обедненную и обогащенную галлием части расслаивающейся жидкости).

#### РАСЧЕТ ФАЗОВЫХ РАВНОВЕСИЙ В СИСТЕМЕ Bi-Ga-Zn

Полученные в результате нахождения параметров (3) термодинамические модели всех фаз системы Bi-Ga-Zn использовали для расчета фазовых равновесий посредством минимизации энергии Гиббса системы.

Согласно расчету в системе Bi–Ga–Zn имеется два нонвариантных равновесия : монотектическое L'  $\leftrightarrow$  L" + (Bi) + (Zn) при 474.1 К (жидкости L', L" в этом равновесии имеют составы 26.3 ат. % Ga, 14.4 ат. % Zn и 62.3 ат. % Ga, 29.1 ат. % Zn, соответственно) и эвтектическое L  $\leftrightarrow$  (Bi) + (Zn) + + Ga при 297.7 К (жидкость в этом равновесии имеет состав 96.0 ат. % Ga и 3.8 ат. % Zn).

Рассчитанная проекция поверхности ликвидуса системы Bi–Ga–Zn приведена на рис. 5, где толстые линии относятся к моновариантным равновесиям, а тонкие линии обозначают изотермы ликвидуса при 473–623 К. Точки, расположенные на пересечении толстых линий, соответствуют нонвариантным равновесиям, при этом символ Е относится к составу жидкости в эвтектическом равновесии, а символы М' и М" относятся к составу жидкостей L'и L" в монотектическом равновесии. Символы (Bi)', (Zn)' обозначают области



**Рис. 2.** Рассчитанные величины активности цинка в жидких сплавах Bi–Ga–Zn при 700 K для составов, расположенных на сечениях  $x_{Bi}/x_{Ga} = 1:3, 1:1, 3:1, 0.85: 0.15$  (линии *1–4*) и их сравнение с экспериментальными данными [6].

первичной кристаллизации висмута и цинка из жидкости L', обедненной галлием; символы (Bi)", (Zn)" – из жидкости L", обогащенной галлием; а символы (Bi)", (Zn)" – из двухфазной области L' + L".

Рассчитанное политермическое сечение фазовой диаграммы системы Bi-Ga-Zn для составов  $x_{Bi}/x_{Zn} = 1$  представлено на рис. 6. Полученная



**Рис. 3.** Рассчитанные величины активности цинка в жидких сплавах Bi–Ga–Zn при 1100 К для составов, расположенных на сечениях  $x_{Bi}/x_{Ga} = 1:3, 1:1, 3:1, 0.85: 0.15$  (линии *1–4*) и их сравнение с экспериментальными данными [6].



Рис. 4. Рассчитанные области расслоения жидкости при 773, 723 и 660 К и их сравнение с экспериментальными данными [5].



**Рис. 6.** Рассчитанное политермическое сечение  $x_{Bi}/x_{Zn} = 1$  фазовой диаграммы системы Bi–Ga–Zn; цифрами обозначены области сосуществования фаз: L' + L" + (Bi) (1), L" + (Bi) + Ga (2), L + Ga (3).

диаграмма состояний характеризуется наличием обширной области расслоения жидкости, а также наличием больших областей первичной кристаллизации цинка и висмута.

Изотермическое сечение фазовой диаграммы системы Bi-Ga-Zn при 573 К показано на рис. 7. Фазовые поля L, L' + L'', L' + L'' + (Zn) и L' + (Zn) являются доминирующими на этой диаграмме.

Таким образом, на базе имеющихся в литературе термодинамических описаний бинарных систем Bi-Ga, Bi-Zn и Ga-Zn, а также экспериментальных данных по фазовым равновесиям в тройной системе и термодинамическим свойствам жидкости [5, 6] впервые проведено термодинамическое моделирование фазовых равнове-



**Рис. 5.** Рассчитанная проекция поверхности ликвидуса системы Bi–Ga–Zn; цифрами обозначены изотермы: 623 (1), 573 (2), 523 (3), 473 К (4).



**Рис.** 7. Рассчитанное изотермическое сечение фазовой диаграммы системы Bi–Ga–Zn при 573 K.

сий в системе Bi–Ga–Zn. Определены координаты нонвариантных равновесий в системе и проекция поверхности ликвидуса. Рассчитаны изотермическое сечение фазовой диаграммы при 573 К и политермическое сечение для составов  $x_{\text{Bi}}/x_{\text{Zn}} = 1$ .

Работа выполнена в рамках государственного задания по теме "Химическая термодинамика и теоретическое материаловедение" (проект № 121031300039).

### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Wang Q., Cheng X., Li Y. et al.* // J. Wuhan Univ. Technol. Mater. Sci. Edition 2019. V. 34. № 3. P. 676.

ЖУРНАЛ ФИЗИЧЕСКОЙ ХИМИИ том 97 № 1 2023

- Wang Q., Cheng X., Liu Z. et al. // Materials. 2020.
   V. 13. № 23. P. 5461.
- 3. *Lorenzin N., Abánades A.* // Int. J. Hydrogen Energy. 2016. V. 41. № 17. P. 6990.
- 4. *Гусакова О.В., Шепелевич В.Г. //* Журн. белорус. гос. универ. Эколог. 2020. № 4. С. 79.
- Gambino M., Bros J.-P. // J. Chim. Phys. 1980. V. 77. № 11–12. P. 1031.
- Girard C., Baret R., Miane J.-M. et al. // Ibid. 1980.
   V. 77. № 11–12. P. 1037.
- Minić D., Manasijević D., Živković D. et al. // Mater. Sci. Technol. 2011. V. 27. № 5. P. 884.
- 8. Malakhov D.V. // Calphad. 2000. V. 24. № 1. P. 1.
- Vizdal J., Braga M.H., Kroupa A. et al. // Ibid. 2007. V. 31. № 4. P. 438.
- Dutkiewicz J., Moser Z., Zabdyr L. et al. // Bull. Alloy Ph. Diagr. 1990. V. 11. № 1. P. 77.
- 11. *Manasijević D., Minić D., Živković D. et al.* // J. Phys. Chem. Solids. 2009. V. 70. № 9. P. 1267.

- Okamoto H. // J. Phase Equilib. Diff. 2015. V. 36. № 3. P. 292.
- Minić D., Premović M., Manasijević D. et al. // J. Alloys Compd. 2015. V. 646. P. 461.
- 14. Terlicka S., Debski A., Gasior W., Debski R. // J. Chem. Thermodyn. 2016. V. 102. P. 341.
- Girard C., Bros J.P., Agren J., Kaufman L. // Calphad. 1985. V. 9. № 2. P. 129.
- 16. *Wang Z.C., Yu S.K., Sommer F.* // J. Chim. Phys. Phys.-Chim. Biol. 1993. V. 90. P. 379.
- 17. Dinsdale A.T. // Calphad. 1991. V. 15. № 4. P. 317.
- Redlich O., Kister A.T. // Ind. Eng. Chem. 1948. V. 40. № 2. P. 345.
- Лысенко В.А. // Журн. физ. химии. 2008. Т. 82. № 8. С. 1413.; Lysenko V.A. // Russ. J. Phys. Chem. A. 2008. V. 82. № 8. Р. 1252.
- Vassiliev V.P., Lysenko V.A. // J. Alloys Compd. 2016.
   V. 681. P. 606.
- 21. *Реклейтис Г., Рейвиндран А., Рэгсдел К.* Оптимизация в технике. Т. 1. М.: Мир, 1986. 349 с.