

## ПРОЧНОСТЬ И ПЛАСТИЧНОСТЬ

УДК 669.71782:539.538

### МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРОЦЕССА МЕХАНИЧЕСКОГО ИЗНАШИВАНИЯ КОМПОЗИТНОГО Al–Si/Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub> МАТЕРИАЛА С МЕТАЛЛИЧЕСКОЙ МАТРИЦЕЙ

© 2019 г. М. Мерахед<sup>а</sup>, Д. Сабер<sup>б</sup>, \*, М. А. Агува<sup>а</sup>

<sup>а</sup>Кафедра проектирования механических систем и технологической подготовки производства, Инженерный факультет, Эз-Заказикский университет, п/я 44519, Эз-Заказик, Египет

<sup>б</sup>Кафедра технологии материалов, Инженерный факультет, Эз-Заказикский университет, п/я 44519, Эз-Заказик, Египет

\*e-mail: daliasaber13@yahoo.com

Поступила в редакцию 28.02.2018 г.

После доработки 29.05.2018 г.

Принята к публикации 25.03.2019 г.

Для прогнозирования скорости изнашивания алюминий-кремниевый композит с матрицей из сплава Al–7% Si был развит подход в рамках теории искусственных нейронных сетей (ИНС), а также использованы методы дисперсионного анализа и множественной регрессии. Применение указанных методов было основано на фиксации в качестве исходно заданных параметров весовых долей оксида алюминия (Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub>), нагрузки на индентор и длины пути трения. Образцы композита с металлической матрицей были получены методом литья с перемешиванием. Al–Si-сплав был армирован частицами Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub> в количестве 0, 10, 15, 20 и 25 вес. %. ИНС модель была привлечена для предсказания скорости механического изнашивания образцов указанного композита. Экспериментальные результаты показали, что увеличение как нагрузки на индентор, так и длины пути трения (износа) приводит к возрастанию скорости изнашивания. Вместе с тем увеличение весовых долей оксида алюминия (Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub>) приводит к ее снижению. ИНС подход и дисперсионный анализ показали, что (при всей важности весовой доли оксида алюминия) длина пути трения является главным фактором, который в первую очередь сказывается на скорости изнашивания материала. При этом нагрузка на индентор имеет относительно небольшое влияние на скорость износа Al–Si/Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub> композита. Подход с применением в данной работе метода множественной регрессии позволил установить взаимосвязь между величинами весовой доли оксида алюминия, нагрузки на индентор и длины пути трения в их влиянии на скорость изнашивания материала.

**Ключевые слова:** износ при трении скольжения, композиты с металлической матрицей, дисперсный наполнитель, модель изнашивания

DOI: 10.1134/S0015323019100085

#### 1. ВВЕДЕНИЕ

Композиты с алюминиевой матрицей потенциально становятся первыми претендентами на использование в качестве конструкционных материалов с такими отличными свойствами, как высокая удельная прочность, жесткость, электро- и теплопроводность, износостойкость, пониженная схватываемость материала при трении и малый коэффициент термического расширения. Из материалов, используемых при производстве различных деталей автомобиля, композиты с алюминиевой матрицей являются наиболее предпочтительными, особенно в тормозном барабане, в блоке цилиндров двигателя, в гильзах цилиндров, карданных валах и т.д. [1–6]. В аэро-

космической промышленности, Al-композиты находят свое применение в таких конструкционных приложениях, как лопадки ротора, детали вертолета, компрессоры и воздушно-реактивные двигатели. Эксплуатация этих механизмов предполагает надежность деталей со стороны фрикционных характеристик и в плане износостойкости [7]. Алюминиевые композиты могут демонстрировать значительное повышение трибологических свойств материала, таких как сопротивление проскальзыванию и устойчивость к абразивному изнашиванию [8]. Наиболее часто для армирования металломатричных композитов (ММК) используются частицы или нитевидные кристаллы Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub>, SiC и графита. Алюминие-

вые композиты с металлической матрицей обычно изготавливаются посредством традиционного литья или с привлечением методов порошковой металлургии [9]. Литье с перемешиванием – это жидкофазный метод изготовления композитов, в котором частицы керамики смешиваются с расплавленным металлом будущей матрицы посредством механического перемешивания для достижения однородного состояния расплава, с его последующим затвердеванием, для получения продукта с желаемыми свойствами [10, 11]. Композиты с металлической матрицей на основе алюминия, армированные частицами керамики, демонстрируют более высокие механические свойства в сравнении с алюминиевыми сплавами без армирования [9]. Вместе с тем увеличение объемной доли армирующей фазы может вызывать агломерацию упрочняющих композит частиц в процессе его изготовления. Прочность межфазной границы (МФГ) частица/матрица (Ч/М) является очень важным параметром, поскольку МФГ могут терять прочность из-за протекания поверхностных реакций или из-за плохой взаимной смачиваемости Ч/М. Если армирующий “объект” прочно связан с матрицей, износостойкость композита возрастает по мере роста объемной доли ( $N$ ) таких объектов. В противном случае, износостойкость ММК возрастает (с ростом  $N$ ) только до определенного предела, после чего начинает снижаться [12].

Авторы работы [13] использовали подход поверхностного отклика и развили математическую модель, которая связала между собой такие параметры, как весовой процент фазы  $TiB_2$ , добавленной к сплаву Al6061, нагрузку на индентор и длину пути трения износа. Метод дисперсионного анализа был использован авторами для проверки справедливости развитой ими математической модели. Она была специально построена под специфическую скорость изнашивания (ССИ) материала, значения которой модель предсказывала с достоверностью 99.5%. Модель, предсказывавшую скорость механического изнашивания алюминиевой матрицы, упрочненной как 10 вес. %, так и 30 вес. % чешуек диборида алюминия, работали в работе [14], используя метод Тагучи, согласно которому скорость скольжения индентора, длина пути трения, нормальная нагрузка на индентор и процентное соотношение армирующей и матричной фаз были выбраны в качестве независимых параметров. Модель для изучения влияния на свойства композитов оптимальных значений перечисленных управляющих параметров предполагала ортогональность решетки, учет отношения величины сигнала к шуму (S/N) и правомерность подходов дисперсионного анализа (ДА). Эксперимент показал, что нормальная нагрузка на индентор и весовые доли армиру-

**Таблица 1.** Химический состав алюминиевой матрицы ММК

Элемент	Si	Mg	Mn	Cu	Ni
Количество (вес. %)	7.1	0.3	0.01	0.02	0.01

щих составляющих материала были главными факторами, сказывавшимися на специфической скорости изнашивания, меньше влияла скорость скольжения. Вместе с тем длина пути трения не оказала никакого влияния на величину специфической скорости изнашивания. Предсказанные величины ССИ оказались близки с их экспериментальными значениями.

Авторы работы [15] использовали методику теории искусственных нейронных сетей (ИНС) для предсказания величины скорости абразивного изнашивания нанокompозитных  $Cu-Al_2O_3$  материалов. В свою очередь, авторы работы [8] с использованием подхода теории ИНС предсказали развитие процесса изнашивания композита A356/SiC с металлической матрицей, приготовленного по схеме реолитья. Влияние на износостойкость материала размера армирующих частиц карбида кремния (SiC), содержания SiC, величины приложенного давления и температуры во время испытания было успешно оценено в рамках ИНС-модели.

Недавно достигнутый прогресс в методах моделирования предполагает, что дорогостоящих и затратных по времени экспериментов в скором будущем удастся избежать. В настоящей работе пристальному анализу подвергнуты модели, базирующиеся на подходах ИНС, ДА и множественной регрессии (МР), чтобы по его результатам иметь возможность спрогнозировать развитие процесса изнашивания Al-Si/ $Al_2O_3$  композитов с различным содержанием  $Al_2O_3$  армирующих частиц. Эти частицы были введены в состав Al-Si-сплава в больших количествах, вплоть до 25 вес. %.

## 2. МЕТОДИКА ЭКСПЕРИМЕНТА

В качестве материала основы был использован сплав Al-7% Si. Состав матрицы композита представлен в табл. 1. ММК, содержащие в качестве армирующего компонента частицы  $Al_2O_3$  со средним размером около 75 мкм, были приготовлены методом литья с принудительным перемешиванием. В итоге были получены композиты с металлической матрицей и содержанием  $Al_2O_3$  частиц 0, 10, 15, 20 и 25 вес. %. Непрерывное принудительное перемешивание основной массы расплавленной металлической матрицы осуществ-

**Таблица 2.** Условия испытаний на механическое изнашивание

Скорость перемещения индентора, м/с	Нагрузка на индентор, Н	Длина пути трения износа, м
1	20, 30 и 40	310, 620, 930 и 1240

лялось в графитовом тигле. Al–Si-сплав расплавили в тигле, помещенном в плавильную печь с температурой 750°C. Для улучшения смачиваемости, перед загрузкой частицы Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub>, к которым добавили 1 вес. % Mg, были нагреты до 900°C. Добавление частиц Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub> к расплавленному металлу осуществляли со скоростью 5 г/мин. Принудительное перемешивание после окончания загрузки частиц производилось в течение 5 мин при скорости перемешивания 700 об./мин. В результате такой обработки получалась однородная смесь компонентов.

Испытания на износ в условиях сухого трения проводили по схеме “палец–(вращающийся) диск”. Условия испытаний представлены в табл. 2. Образцы композита имели форму цилиндров диаметром 9 мм и длиной 15 мм.

Индентор (“палец”), представлявший собой в каждом случае тестируемый образец, изначально был обработан ацетоном, и затем взвешен на цифровых аналитических весах. Каждый образец был предварительно отшлифован на наждачной бумаге с баллом зерна 800, с целью обеспечения хорошего контакта его поверхности с поверхностью абразивного диска. Образец закреплялся в стальном держателе штифтодисковой испытательной машины. В конце каждого испытания, “палец”, после протирки его ацетоном, снова проходил взвешивание на тех же весах. Разность исходного и конечного веса образца выступала в качестве меры потери массы. Скорость изнашивания рассчитывалась посредством преобразования результата измерений потери массы в потерю объема (изменение объема образца) с использованием соответствующих плотностей [16].

### 3. МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ

#### 3.1. Методика теории искусственных нейронных сетей

Нейронная сеть – это программа, имитирующая функцию мозга. Как модель, она состоит из единичных (взаимосвязанных обрабатывающих информацию) элементов, по своей функции эквивалентных нейронам головного мозга. В свою

очередь, каждый такой элемент (нейрон) включает в себя несколько “портов” входа и единственный “порт” выхода. Состояние содержимого портов входа определяется поступающими извне средневзвешенными числовыми данными. Нейронные сети обучаются до тех пор, пока не будет достигнута минимизация погрешности на выходе [15]. Минимизация среднеквадратичной ошибки  $E$  между действительной и “желаемой” составляющими содержания “порта” выхода является главной задачей обучения нейронной сети с применением алгоритма обратного распространения ошибки для формирования многоуровневого перцептрона (МУП) с использованием серии “обучающих” пар портов “входа” и “выхода”. МУП является примером сетей прямой связи, которые содержат несколько уровней [17].

Итак, ошибка,  $E$  (иначе, обобщенный функциональный показатель качества), рассчитывается следующим образом:

$$E = 0.5 \sum_{ni} (\xi_i^n - O_i^n)^2, \quad (1)$$

где  $\xi$  – “желаемая” составляющая “содержания” порта выхода,  $n$  – порядковый номер перцептрона,  $i$  – порядковый номер порта в уровне, а  $O$  – фактическая составляющая “содержания” порта выхода. Следующее уравнение используется для актуализации промежуточных весовых коэффициентов [15]:

$$W_{ij}^m(t+1) = W_{ij}^m(t) + \eta \delta_j^m O_i^{m-1} + \alpha \Delta W_{ij}^m(t), \quad (2)$$

где  $\Delta W_{ij}^m(t)$  – последнее изменение веса. Более того, как для  $\eta$ , так и для  $\alpha$ , не стоит, возможно, говорить о выборе их наилучших значений в начале процесса обучения нейронной сети.  $W_{ij}^m(t+1)$  – это новый промежуточный весовой коэффициент связи между портом под номером  $i$  и портом под номером  $j$  предыдущего уровня,  $\eta$  – скорость “обучения”, чья величина лежит в области значений от 0 до 1,  $\delta$  – поправочный (характеризующий ошибку) член для соответствующего порта, а  $m$  обозначает (нумерует) уровни за исключением соответствующего слоя входа.

#### 3.2. Дисперсионный анализ

Дисперсионный анализ привлекался для установления влияния на скорость изнашивания материала весовой доли частиц Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub>, нагрузки на индентора и длины пути трения износа. ДА представляет собой статистический метод, ставящий целью, установить, являются ли результаты из фактически независимых групп данных статистически независимыми. Обычно, стандартный итог ДА – это таблица, содержащая данные по таким параметрам, как суммы квадратов отклонения

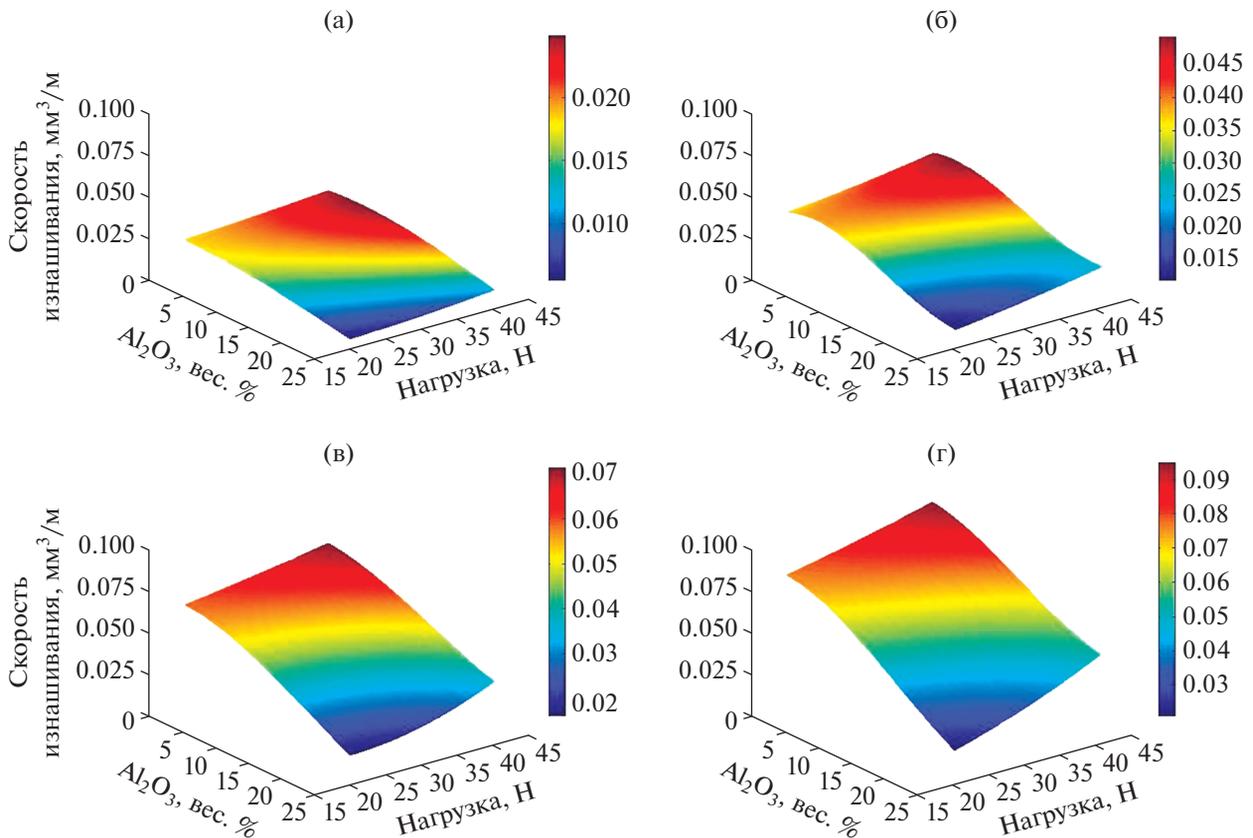


Рис. 1. Скорость изнашивания как функция нагрузки на индентер и весовой доли  $\text{Al}_2\text{O}_3$  (%) для длины фрикционного пути (а) 310, (б) 620, (в) 930 и (г) 1240 м.

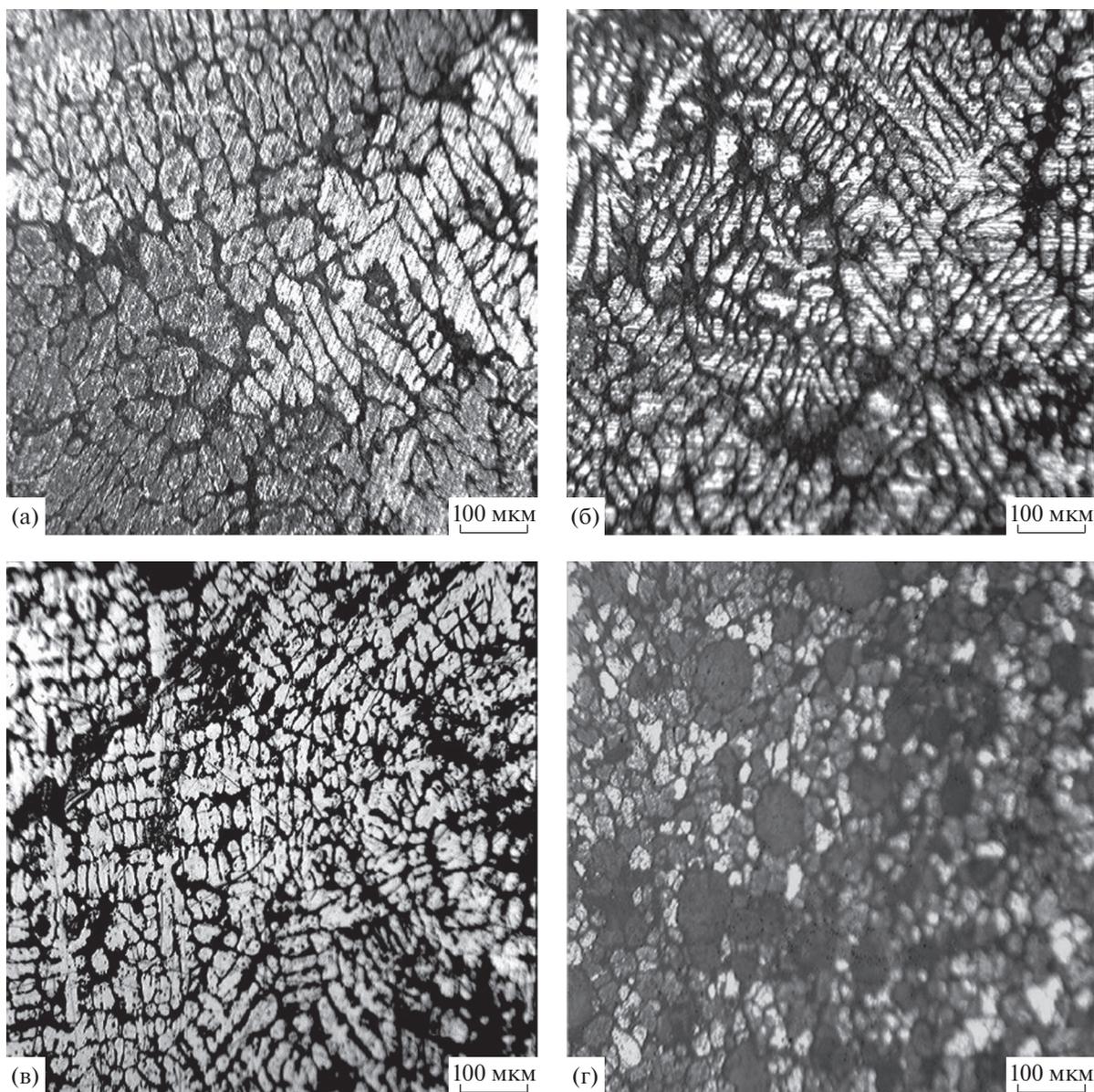
значений параметра от среднего (Суммы Кв.), число степеней свободы (Число С.С.), средние квадраты (Суммы Кв./число С.С.),  $F$ -статистика и  $p$ -значение (Вероятность  $> F$ ).  $F$ -статистика (в основе которой лежит распределение Фишера случайной величины  $F$ ) используется в тесте на истинность гипотезы, а  $p$ -значение несет информацию о ее статистической значимости. Численное значение  $p$ -величины — это основание к тому, чтобы отклонить нулевую гипотезу, и предполагает, что групповые значения значительно отличаются. Эта статистическая техника не предполагает непосредственный анализ данных, но дает оценку процентного вклада каждого из значимых факторов посредством установления разброса данных [18, 19].

## 4. РЕЗУЛЬТАТЫ И ИХ ОБСУЖДЕНИЕ

### 4.1. Процесс изнашивания

Скорость изнашивания как функция нагрузки на индентер и весовой доли  $\text{Al}_2\text{O}_3$  (%) для путей трения различной длины представлена на рис. 1. Увеличивая как нагрузку на индентер, так и длину пути трения износа, мы получаем рост скорости

изнашивания. Вместе с этим увеличение содержания армирующего оксида алюминия приводит к снижению скорости изнашивания. Температура поверхности тестируемого образца монотонно увеличивалась вследствие фрикционного тепловыделения в процессе механического изнашивания. Наличие в материале твердых  $\text{Al}_2\text{O}_3$  частиц упрочнило матрицу и препятствовало ее пластическому деформированию. Более того, твердые частицы  $\text{Al}_2\text{O}_3$  также повысили способность металлической матрицы выдерживать нагружение и ее термическую стабильность. И как следствие, имело место снижение адгезии материала индентора на поверхности вращающегося абразивного диска, что сопровождалось уже менее значительным тепловыделением (и фрикционным разогревом) [20]. Результаты металлографического изучения микроструктуры матричного сплава и композита в целом представлены на рис. 2. Образцы прошли травление в растворе, содержащем 75 мл  $\text{HCl}$ , 25 мл  $\text{HNO}_3$ , 5 мл  $\text{HF}$  и 25 мл  $\text{H}_2\text{O}$ . Как видно на рис. 2, добавление частиц  $\text{Al}_2\text{O}_3$  сказалось на характере дендритной структуры. Огрубленная структура матричного  $\text{Al-Si}$ -сплава транс-



**Рис. 2.** Изображения микроструктуры (а) Al–Si матрицы и (б–г) композитов: (б) Al–Si/10% Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub>, (в) Al–Si/15% Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub> и (г) Al–Si/25% Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub>. Оптическая металлография.

формировалась в структуру с мелкими составляющими после добавления Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub> частиц.

Изображения поверхностей Al–Si-сплава и Al–Si/25% Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub>-композита, подвергшихся механическому износу, приведены на рис. 3. На рис. 3а показана поверхность износа матричного сплава, на которой видны “островки” – участки сильно изношенных областей, и глубокие (абразивного происхождения) канавки, возникшие как результат большой пластической деформации [9]. Поверхность Al–Si матричного сплава носит очевидные следы разрыхления, рассечения и пластикации. “Отслоение” материала происходило, в

первую очередь, в результате разрыхления поверхностного слоя, по мере накопления материала (в результате его принудительного механического вытеснения) по обеим сторонам абразивной канавки, или “расклинивания”, когда малые клинообразные фрагменты поверхностного слоя материала отслаивались откольным образом в результате первичного контакта с зёрнами абразива [21]. Поскольку неармированный матричный сплав значительно уступал в твердости материалу абразива, фрагменты последнего могли глубоко проникать при механическом трении в поверхностный слой образцов композита, нарушая его целостность, производя его пластическое деформирова-

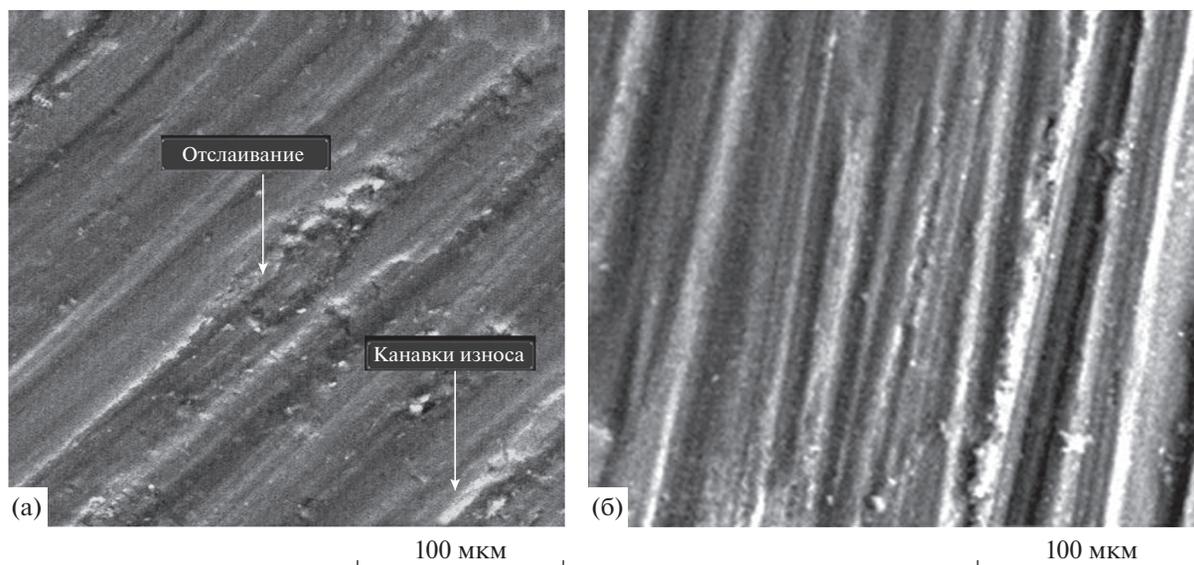


Рис. 3. Изображения поверхностей износа (а) Al–Si матрицы и (б) композита Al–Si/ 25 вес. %  $\text{Al}_2\text{O}_3$ . Растровая электронная микроскопия.

ние и приводя к весьма существенной потере массы испытуемого образца. С другой стороны, как можно видеть на рис. 3б, абразивные канавки были менее выражены в композите, содержащем 25% частиц  $\text{Al}_2\text{O}_3$ . При этом поверхность износа обнаруживала присутствие отдельных канавок и мелких царапин. Увеличение содержания на поверхности матрицы армирующих частиц  $\text{Al}_2\text{O}_3$  препятствовало развитию ее пластического деформирования. Эти оксидные частицы выступали в качестве существенного препятствия движению дислокаций, что заметно снижало износ материала в сравнении со случаем матричного сплава. Отмечено было и присутствие “размытых” канавок на фоне слабо выраженной высокодефектной островковой структуры поверхности износа [9].

#### 4.2. ИНС-прогноз скорости изнашивания

Все искусственно созданные нами аналоги нейронных сетей являли собой пример систем с перцептронами (распознающими элементами) многоуровневого типа, “обучение” которых протекало по алгоритму обратного распространения ошибки [22, 23]. Для “обучения” искусственных нейронных сетей были выбраны импульсный параметр возмущения величиной 0.7 и стартовое значение для скорости “обучения”, равное единице. Такие величины обеспечили более быструю сходимость процедуры нахождения решения методами ИНС [24]. Применен был метод обновления весов, с обчетом максимально 50000 периодов дискретизации. Окончание перебора независимого набора данных, известного как набор

данных перекрестной проверки, было использовано в качестве критерия останова акта “обучения” для повышения достоверности обобщения результатов ИНС подхода. Для “обучения”, верификации и тестирования процессинга полученных аналогов нейронных сетей была использована компьютерная программа из [25] для отыскания ИНС решений. Образуя требуемые условиями задачи нейронные сети, из всех прошедших испытания на износ экспериментальных образцов (количеством 60 шт.) по произвольной выборке (числом составлено три группы: (1) из 40 образцов для “обучения”, (2) из 10 образцов для перекрестной проверки результата на достоверность, и (3) из 10 образцов, предназначенных непосредственно для процедуры тестирования. Для каждой ИНС было предусмотрено пятикратное “обучение”. Каждый этап “обучения” начинался со случайного выбора следующих значений: числа периодов дискретизации, исходных весов и числа прогнозов, чтобы они обеспечивали минимальную среднеквадратичную ошибку (СКО) наборов данных для перекрестной проверки.

Принцип выбора наилучшей сети основан на минимизации СКО различий между полученными “желаемыми” и предварительно спрогнозированными величинами. Это говорит о способности созданной ИНС к обобщению. Структура искусственной нейронной сети, использованной для предсказания величины скорости изнашивания исследуемого композита, схематически показана на рис. 4. У сетевой структуры (объединяющей в качестве ее элементов параметры нагрузки, весовой процент  $\text{Al}_2\text{O}_3$  частиц и длину пути

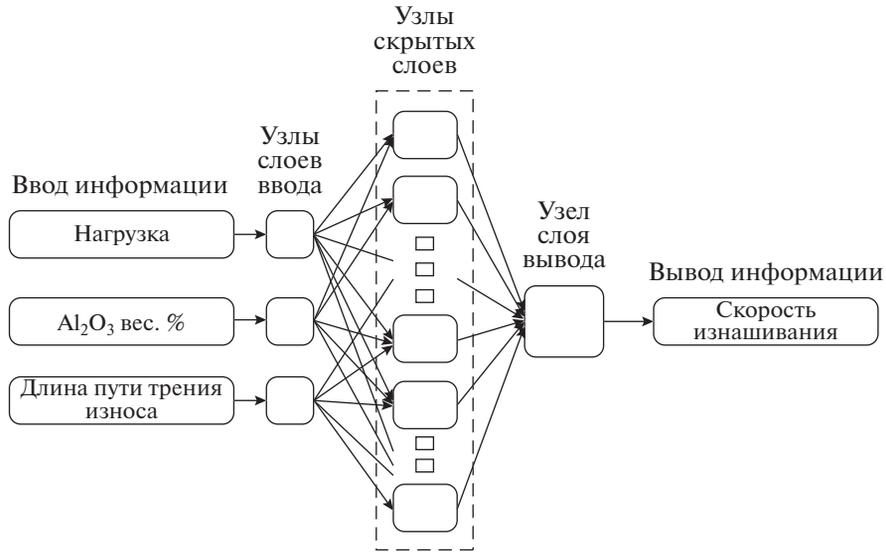


Рис. 4. Схематическое представление ИНС структуры для прогноза скорости изнашивания.

трения износа) в нашем случае было предусмотрено три входа (уровни ввода информации). Для получения наилучшей структуры ИНС, были разработаны пробные ее варианты, в которых менялось число скрытых слоев, а также число скрытых узлов в пределах каждого скрытого слоя. Результаты “учебных” испытаний с использованием одного и двух скрытых слоев показаны на рис. 5, где видно, что величина наименьшей ошибки в случае предсказания численного значения скорости изнашивания была получена при задействовании 8-и “нейронов” и 2-х скрытых слоев. Наилучшей ИНС структурой явилась та, что содержала 3-и узла “ввода” (а именно, узлы “нагрузка”, “весовая доля  $Al_2O_3$  частиц”, а также узел “путь трения

износа”), 4-е скрытых узла в первом скрытом слое, 4-е скрытых узла во втором скрытом слое и один (комплексный) узел вывода информации. Мы кодируем всю эту систему как 3–4–4–1 структуру, со значением СКО  $3.08467 \times 10^{-5} \text{ (мм}^3/\text{м)}^2$ .

По рис. 6 можно судить о взаимосвязи фактических и предсказанных величин скорости изнашивания по искусственной нейронной сети, прошедшей “обучение” с наилучшими показателями (оптимальная ИНС). Для того чтобы изучить наилучшую сеть в действии, было предусмотрено введение в рассмотрение коэффициентов корреляции между планируемыми результатами и содержанием соответствующих выходов сети. Коэффициент корреляции определяется как мера

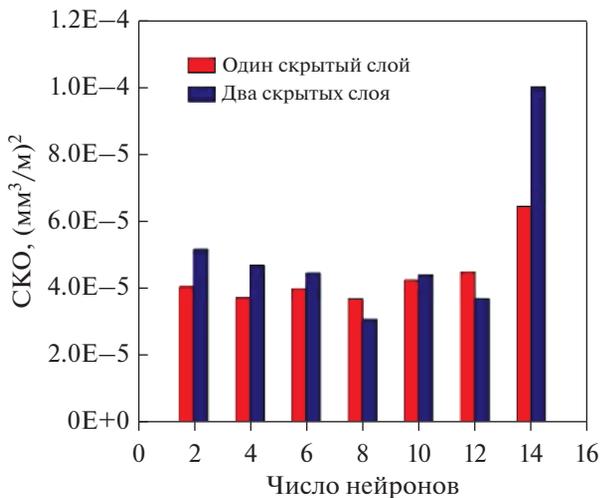


Рис. 5. Результаты “обучения” с использованием одного и двух скрытых слоев.

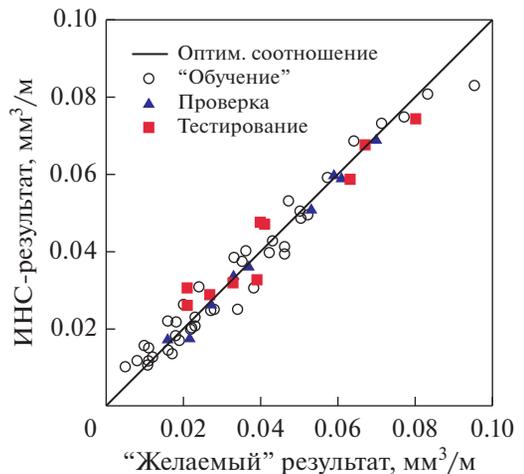


Рис. 6. Взаимосвязь фактических и предсказанных величин скорости изнашивания по искусственной нейронной сети, прошедшей “обучение” с наилучшими показателями.

**Таблица 3.** Коэффициенты корреляции  $K$  для “обучающих”, проверочных и тестовых наборов данных для прогнозирования скорости изнашивания

Оптимальная ИНС	“Обучение”	Проверка	Тестирование
Скорость изнашивания (3–4–4–1)	0.980	0.996	0.966

того, каким образом указанная разница может быть истолкована в плане сопоставления с планируемыми результатами. Если численное значение этого коэффициента равно единице, то это означает, что налицо явная корреляция между планируемыми результатами и содержанием выходов ИНС. В табл. 3 приведены значения коэффициентов корреляции, полученные для “обучающих”, проверочных и тестовых наборов данных для оптимальной ИНС. Из этой табл. становится очевидным, что значения коэффициентов корреляции “стремятся” к единице. Из этой табл. и рис. 6 также очевидно, что экспериментальные результаты и значения, предсказанные на основании ИНС, очень близки друг к другу. Это, последнее, обстоятельство свидетельствует в пользу того, что ИНС является эффективным инструментом для моделирования и прогнозирования скорости изнашивания Al–Si/Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub>-композита.

#### 4.2.1. Анализ чувствительности

Полученные результаты были проанализированы на предмет чувствительности скорости изнашивания системы к действию различных параметров. Результаты этого анализа представлены на рис. 7. Длина пути трения износа в наибольшей степени сказывается на скорости механического изнашивания. Следующим по важности в указанном контексте идет параметр содержания оксида алюминия. Вместе с этим, нагрузка на индентор – последний из ряда оговоренных параметров, он имеет относительно небольшое влияние на скорость изнашивания.

#### 4.3. Дисперсионный анализ

На основании экспериментальных результатов можно говорить о том, что рост как нагрузки на индентор, так и длины пути трения приводит к увеличению скорости изнашивания. Увеличение весовой доли Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub> снижает скорость изнашивания. Аналогичный результат следует из расчетов, проведенных в рамках дисперсионного анализа (табл. 4).

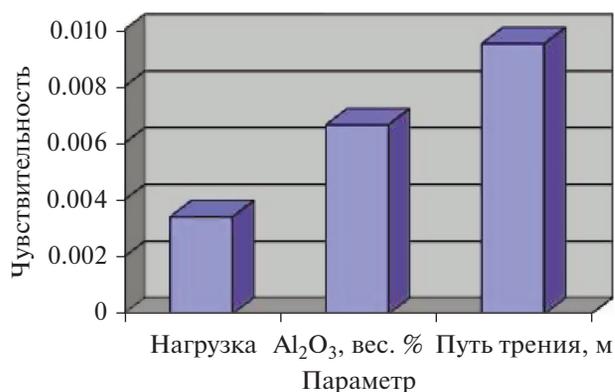
На итоговой скорости изнашивания в первую очередь сказывается длина пути трения износа (57%). Далее идет вклад доли Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub> (27.64%), тогда

как нагрузка на индентор сказывается на скорости изнашивания в наименьшей степени (7.56%).

#### 4.4. Модель множественной регрессии

Модели множественной (зависящей от многих параметров) регрессии развиваются с целью, установить корреляцию между содержанием Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub>, нагрузкой на индентор и длиной пути трения в их совместном влиянии на скорость изнашивания композита. В данной работе модель многопараметрической регрессии была использована для предсказания зависимости скорости изнашивания ( $W_r$ ) от длины ( $D$ ) пути трения износа, весовой доли ( $P$ ) оксида Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub> и нагрузки ( $L$ ) на индентор. В многочисленных регрессиях мы стремились выделить минимальные (по количеству членов) подпоследовательности прогнозирующего параметра, дающие наилучшее соответствие с экспериментальными данными. Для получения “наилучшего” уравнения необходимо найти самую простую модель с наименьшим числом независимых переменных, которая наилучшим образом обеспечивает соответствие между экспериментальными результатами и теоретическими прогнозами.

Математическое выражение для выбранной нами (трехпараметрической) модели является уравнением третьего порядка, включающим первые, вторые и третьи степени управляющих ско-

**Рис. 7.** Результаты анализа чувствительности скорости изнашивания Al–Si/Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub> композита к действию различных параметров.

**Таблица 4.** Данные дисперсионного анализа для скорости изнашивания

Источник	Суммы квадратов	Число степеней свободы	Суммы кв/число степеней свободы	F статистика (Фишера)	p вероятность > F	Влияние, %
Путь трения	0.015481	3	0.0051604	121.8397	$5.503 \times 10^{-23}$	57.00
Доля Al <sub>2</sub> O <sub>3</sub>	0.007506	4	0.0018765	44.3049	$7.496 \times 10^{-16}$	27.64
Нагрузка	0.002052	2	0.0010262	24.2291	$4.395 \times 10^{-8}$	7.56
Ошибка	0.002118	50	$4.23 \times 10^{-5}$			7.80
Итого	0.027157	59				

ростью изнашивания параметров, а также все их перекрестные (мультипликативные) члены. Такая модель “третьего порядка” является весьма общей, поскольку обеспечивает широкое разнообразие описываемых ею функциональных зависимостей. Уравнение третьей степени для модели реакции поверхности износа на механическое воздействие (отклика истираемой поверхности – скорости изнашивания) может быть представлено в следующем виде:

$$\begin{aligned}
 y = a_0 + \sum_{i=1}^k a_i x_i + \sum_{i=1}^k a_{ii} x_i^2 + \sum_{i=1}^{k-1} \sum_{j=i+1}^k a_{ij} x_i x_j + \\
 + \sum_{i=1}^k a_{iii} x_i^3 + \sum_{i=1}^{k-1} \sum_{j=i+1}^k a_{ijj} x_i^2 x_j + \\
 + \sum_{i=1}^{k-2} \sum_{j=i+1}^{k-1} \sum_{k=j+1}^k a_{ijk} x_i x_j x_k,
 \end{aligned} \quad (3)$$

где  $a_i, a_{ii}, a_{ij}, a_{iii}, a_{ijj}, a_{ijk}$  суть коэффициенты регрессии,  $k$  – число независимых переменных, а  $x_i, x_j$  и  $x_k$  суть переменные нашей (конкретной) модели, соответствующие длине пути трения износа, весовой доле оксида Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub> и нагрузке на фрикционный индентор. Коэффициенты многочлена (3) определяется посредством регрессивного анализа методом наименьших квадратов, результат которого обеспечивает минимум суммы квадратов отклонений предсказанных значений от их экспериментально установленной величины. Для выбора лучшей модели должен быть использован какой-то критерий. Очень важно иметь критерий наилучшего совпадения модельных и экспериментальных данных. Самыми популярными критериями служат коэффициент множественной

детерминации ( $R^2$ ), а также среднеквадратичная ошибка (СКО).

Подход, предложенный в данной работе, состоит в выборе подмножества значимых переменных комплексной линейной модели, с целью сравнить все возможные подмножества. Этот метод попросту сопоставляет друг с другом все из возможных комбинаций прогнозирующих параметров и останавливает свой выбор на лучшем варианте их совпадения по означенному критерию. Нами была написана (на базе MATLAB'a) компьютерная программа специального назначения, сориентированная на отыскание наилучшей регрессионной модели, упомянутой выше. Эта программа автоматически генерирует и сопоставляет все возможные подмножества искомым значений. Последняя задача является чисто комбинаторной и предполагает перебор большого числа ( $2^n - 1$ , где  $n$  есть число прогнозирующих параметров) возможных моделей. Например, при числе в 20 прогнозирующих параметров, число возможных моделей составляет 1048575.

Для описания скорости изнашивания было получено математическое выражение и рассчитаны коэффициенты множественной детерминации, а также СКО. Математическое выражение для скорости изнашивания может быть представлено в следующем виде:

$$\begin{aligned}
 W_r(D, P, L) = a_0 + a_1 D + a_2 P + a_3 L + \\
 + a_4 P^2 + a_5 DP + a_6 DL^2 + a_7 P^3 + a_8 DPL,
 \end{aligned} \quad (4)$$

СКО = 0.00000438,  $R = 0.99526623$ ,  $R^2 = 0.99055486$ .

В табл. 5 приведены коэффициенты регрессии для выражения (4). Известно, что чем ближе значение  $R^2$  к единице и чем меньше значение СКО,

Таблица 5. Коэффициенты регрессии  $K_r$  для выражения (4)

$K_r$	Значение	$K_r$	Значение	$K_r$	Значение
$a_0$	-0.00141989	$a_3$	0.00002137	$a_6$	0.00000001
$a_1$	0.00005855	$a_4$	-0.00012173	$a_7$	0.00000258
$a_2$	0.00145996	$a_5$	-0.00000211	$a_8$	0.00000002

тем лучше модель регрессии отвечает экспериментальным данным. Значения критериев модели множественной регрессии (СКО и  $R^2$ ), полученные в формуле (4), свидетельствуют о том, что рассмотренные модели оказались вполне удовлетворительными в плане соответствия предсказанных в их рамках величин значениям, получаемым в эксперименте.

## 5. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Влияние приложенной на индентор нагрузки, пройденного им пути и весовой доли частиц оксида алюминия, армирующих композит, на износостойкость (при сухом трении) ММК Al-Si/Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub> было изучено при постоянной скорости скольжения 1 м/с. Для изучения влияния трибологических параметров на износ ММК были использованы: подход в рамках теории искусственных нейронных сетей, дисперсионный анализ и модель множественной регрессии. Результаты показали, что увеличение нагрузки на индентор и рост пути трения приводят к увеличению скорости изнашивания. Вместе с тем дальнейшее увеличение содержания (весовой доли) Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub> существенно снижает скорость изнашивания. Средствами ДА и теории ИНС установлено, что содержание Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub> и длина пути трения являются главными факторами, контролирующими скорость изнашивания, тогда как влияние на неё нагрузки на индентор относительно невелико. Коэффициенты корреляции для “обучающих”, проверочных и тестовых наборов данных оптимальной ИНС сходятся к единице, что говорит в пользу эффективности ИНС в качестве модели для прогноза скорости изнашивания Al-Si/Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub>-композитных материалов. При регрессионном анализе скорости изнашивания величина  $R^2$  составила 0,99, что означает: предложенная модель множественной регрессии очень хорошо описывает экспериментальные данные.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Lloyd D.J.* Particle reinforced aluminium and magnesium matrix composites // *Int. Mater. Rev.* 1994. V. 39. P. 1–23.
2. *Nitsham A.E.* New Applications For Aluminum-Based Metal Matrix Composites// *Light Metal. Age.* 1997. V. 54. P. 25–31.
3. *Das S.* Development of aluminium alloy composites for engineering applications // *Trans. Indian. Inst. Met.* 2004. V. 57. P. 325–334.
4. *Rawal R.S.* Metal matrix composites for space applications // *JOM.* 2001. V. 53. P. 14–17.
5. *Rao R.N., Das S., Mondal D.P., Dixit G.* Dry sliding wear behaviour of cast high strength aluminium alloy (Al-Zn-Mg) and hard particle composites // *Wear.* 2009. V. 267. P. 1688–1695.
6. *Xavier L.F. and Suresh P.* Wear Behavior of Aluminium Metal Matrix Composite Prepared from Industrial Waste // *Sci. World Journal.* 2016. V. 2016. P. 6538345(1–8).
7. *Rao R.N., Das S.* Effect of sliding distance on the wear and friction behavior of as cast and heat-treated Al-SiCp composites // *Mater. Design.* 2011. V. 32. P. 3051–3058.
8. *Rashed F.S., Mahmoud T.S.* Prediction of wear behavior of A356/SiC<sub>p</sub> MMCs using neural networks // *Tribology International.* 2009. V. 42. P. 642–648.
9. *Baradeswaran A., Perumal A.* Study on mechanical and wear properties of Al 7075/Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub>/graphite hybrid composites // *Composites: Part B.* 2014. V. 56. P. 464–471.
10. *Hashim J., Looney L., Hashmi M.S.J.* Particle distribution in cast metal matrix composites // *J. Mater. Process. Technol.* 2002. V. 123. P. 251–257.
11. *Hashim J.* The production of cast metal matrix composite by a modified stir casting method // *J. Technol.* 2007. V. 35. P. 9–20.
12. *Venci A., Bobić I., Jovanović M., Babić M., Mitrović S.* Microstructural and Tribological Properties of A356 Al-Si Alloy Reinforced with Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub> Particles // *Tribol. Lett.* 2008. V. 32. P. 159–170.
13. *Suresh S., Shenbaga N., Moorthi V., Vettivel S.C., Selvakumar N.* Mechanical behavior and wear prediction of stir

- cast Al–TiB<sub>2</sub> composites using response surface methodology // *Mater. Design*. 2014. V. 59. P. 383–396.
14. *Koksal S., Fici F., Kayikci R., Savas O.* Experimental optimization of dry sliding wear behavior of in situ AlB<sub>2</sub>/Al composite based on Taguchi's method // *Mater. Design*. 2012. V. 42. P. 124–130.
  15. *Fathy A. and Megahed A.* Prediction of abrasive wear rate of in situ Cu–Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub> nanocomposite using artificial neural networks // *Int. J. Adv. Manuf. Technol.* 2012. V. 62. P. 953–963.
  16. *Yilmaza O., Buytozb S.* Abrasive wear of Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub>-reinforced aluminium-based MMCs // *Compos. Sci. Technol.* 2001. V. 61. P. 2381–2392.
  17. *Swingler K.* Applying neural networks: A practical guide. London: Academic Press Inc., 1996.
  18. *Murray Logan.* Biostatistical Design and Analysis Using R. John Wiley & Sons, Inc., 2010. 574 p.
  19. *Johnson R.A., Wichern D.W.* Applied Multivariate Statistical Analysis, Pearson Prentice Hall, USA, 2007.
  20. *Jun Du, Hui L.Y., Si-rong Y., Wen-fang L.* Dry sliding friction and wear properties of Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub> and carbon short fibres reinforced Al–12Si alloy hybrid composites // *Wear*. 2004. V. 257. P. 930–940.
  21. *Ramachandra M., Radhakrishna K.* Effect of reinforcement of flyash on sliding wear, slurry erosive wear and corrosive behavior of aluminium matrix composite // *Wear*. 2007. V. 262. P. 1450–1462.
  22. *Hertz J., Krogh A., Palmer R.G.* Introduction to the theory of neural computation. USA. Addison-Wesley Publishing Company Inc., 1991.
  23. *Haykin S.* Neural networks: A comprehensive foundation. USA: Prentice-Hall Inc. Second Edition, 1999.
  24. *Chun M.S., Biglou J., Lenard J.G., Kim J.G.* Using neural networks to predict parameters in the hot working of aluminum alloys // *J. Mater. Proces. Techn.* 1998. V. 86. P. 245–251.
  25. Neurosolutions software, version 5, <http://www.nd.com/>, 2006.