

ЭЛЕКТРИЧЕСКИЕ И МАГНИТНЫЕ СВОЙСТВА

УДК 519.876.5:537.611.3:539.216.2

СЦЕНАРИЙ ДИНАМИЧЕСКОЙ ПЕРЕСТРОЙКИ ДОМЕННОЙ ГРАНИЦЫ ДЛЯ ТОНКОЙ ПЛЕНКИ С ПЕРПЕНДИКУЛЯРНОЙ АНИЗОТРОПИЕЙ

© 2019 г. Л. Г. Корзунин^{а, *}, Б. Н. Филиппов^а

^аИнститут физики металлов УрО РАН, ул. С. Ковалевской, 18, Екатеринбург, 620108 Россия

*e-mail: korzuninlg@mail.ru

Поступила в редакцию 16.11.2018 г.

После доработки 15.05.2019 г.

Принята к публикации 23.05.2019 г.

Для тонкой пленки, помещенной во внешнее магнитное поле, перпендикулярное поверхности пленки, исследованы закономерности движения и динамической перестройки доменной границы (ДГ). Показано, что в полях, меньших критического, движение квазистационарно, а в надкритических полях движение становится периодическим. Выявлен эффект попятного движения на отдельных интервалах времени. Обнаружена периодическая смена полярности распределения намагниченности. Показано равенство по модулю максимальных скоростей прямого и попятного движения. Выявлено совпадение графиков скоростей на полупериодах с противоположной полярностью. Найдены пространственные симметрии распределений при прямом и попятном движении, а также при смене полярности. Изучена взаимосвязь графиков полной энергии ДГ и ее скорости. Показано, что максимум и минимум энергии соответствуют нулям скорости.

Ключевые слова: доменная граница, динамическая перестройка, тонкая магнитная пленка

DOI: 10.1134/S001532301911007X

ВВЕДЕНИЕ

Состояние ферромагнетика с многодоменной структурой, помещенного во внешнее магнитное поле \mathbf{H} , становится неравновесным, поскольку такие процессы, как изменение ориентации намагниченности у существующих доменов и рост доменов, намагниченных вдоль \mathbf{H} , за счет доменов с противоположной ориентацией намагниченности, ведут к уменьшению полной энергии. Динамические процессы в магнитной подсистеме образца, сопровождающие стремление к равновесию, в значительной мере определяются тем, каковы законы движения доменных границ (ДГ), отделяющих домены друг от друга. В работе Шраера и Уокера [1] была рассмотрена динамика плоской одномерной 180° ДГ в магнитно-одноосной неограниченной среде, инициированная приложением постоянного магнитного поля \mathbf{H} в направлении оси легкого намагничивания. Простота модели позволила свести решение задачи к интегрированию системы двух обыкновенных дифференциальных уравнений и показать, что если при $H < H_{\text{crit}}$, где H_{crit} – некоторое критическое значение поля, происходит дрейф ДГ с постоянной скоростью, то при $H > H_{\text{crit}}$ динамика усложняется, и на фоне дрейфа возникают периодические осцилляции. Численное моделирование движения ДГ в более реалистичных моделях, отвечающих

образцам конечного размера (в частности, тонким пленкам и нанополоскам) показывает, что возникновение осцилляций в закритической области $H > H_{\text{crit}}$ является типичным явлением [2–8].

Двумерные ДГ – распределенные системы, и для своего описания требуют бесконечного числа динамических переменных. В этом случае сложные режимы движения могут быть следствием того, что колебания ДГ как единого целого дополняются ее внутренней динамикой. Описать эту динамику с помощью простых конечномерных моделей обычно не удается, так что единственным источником сведений о динамике – результаты численного моделирования интегро-дифференциальных уравнений Ландау–Лифшица–Гильберта (ЛЛГ) [9, 10].

К настоящему времени сложились представления о механизмах движения ДГ в подобных пленках за счет образования и аннигиляции Блоховских линий [11–16]. Однако в рассматриваемом здесь режиме таких механизмов не наблюдается. Данная статья посвящена изучению закономерностей именно этого режима. Некоторые из найденных закономерностей напоминают о режиме движения, описанном Шраером и Уокером [1]. Другая часть закономерностей – принципиально новые.

В последние два десятилетия все большее распространение получают численные расчеты на

трехмерных сетках [17–20]. Такие расчеты позволяют изучать поведение существенно трехмерных структур в распределении магнитного момента, в частности, рождение горизонтальных и вертикальных линий Блоха. Многие из этих расчетов производятся с использованием программных пакетов OOMFF и MUMAX3.

Однако наблюдается множество ситуаций, когда изменение структур вдоль одного из измерений невелико и не оказывает существенного влияния на исследуемые свойства структур. Например, в случае полосовых доменов возникают протяженные участки почти прямых границ между доменами, что позволяет изучать лишь поперечные сечения таких границ, игнорируя измерение вдоль ДГ.

Во многих случаях можно также пренебречь направлением, поперечным поверхности тонкой пленки, и изучать 2-мерную область в плоскости пленки.

Такие 2-мерные статические и динамические расчеты начали проводить 50 лет назад и продолжают проводить вплоть до настоящего времени [21–27]. Более того, некоторые актуальные результаты получены в последнее время с помощью одномерных расчетов [28].

Приведенные в настоящей работе результаты получены с использованием программы двумерных микромагнитных расчетов, разработанной авторами статьи. Применяется оригинальная методика микродвига расчетной области, позволяющая исследовать немонотонное движение ДГ неограниченно по времени, не внося больших помех в конфигурацию и скорость ДГ.

Рассмотрен только один режим, соответствующий конкретному набору физических параметров. В дальнейшем планируется исследовать зависимость свойств формы ДГ и графика ее движения от параметров, а также определить границы применимости двумерной модели.

ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ И ЧИСЛЕННАЯ СХЕМА

Пусть магнитно-одноосная пленка толщиной b с граничной поверхностью, лежащей в плоскости xz прямоугольной декартовой системы координат, обладает осью легкого намагничивания, ориентированной вдоль оси y (перпендикулярная анизотропия). Будем считать, что магнитное состояние пленки характеризуется наличием двух доменов, намагниченность которых лежит перпендикулярно плоскости пленки и равна

$$\mathbf{M} = (0, +M_s, 0) \text{ при } x > +a/2,$$

$$\mathbf{M} = (0, -M_s, 0) \text{ при } x < -a/2,$$

где M_s — намагниченность насыщения.

Полагаем, что намагниченность не зависит от z и описывается функцией $\mathbf{M} = \mathbf{M}(x, y)$, определенной в области

$$D = \left(-\frac{1}{2}a < x < \frac{1}{2}a, -\frac{1}{2}b < y < \frac{1}{2}b \right).$$

Исследование нелинейной динамики ДГ будем проводить на основе численного решения уравнения ЛЛГ, записанного в виде

$$(1 + \alpha^2) \frac{\partial \mathbf{m}}{\partial \tau} = -[\mathbf{m}, \mathbf{h}_{\text{eff}}] - \alpha [\mathbf{m}, [\mathbf{m}, \mathbf{h}_{\text{eff}}]],$$

где $\tau = \gamma M_s t$, γ — гиромагнитное отношение; $\mathbf{m} = \mathbf{M}/M_s$ — безразмерная намагниченность, $|\mathbf{m}| = 1$; α — параметр затухания Гильберта. Эффективное поле

$$\mathbf{h}_{\text{eff}} = \mathbf{h} + \mathbf{h}_e + \mathbf{h}^{(m)} + \mathbf{h}_a$$

является суммой безразмерных внешнего \mathbf{h} , обменного \mathbf{h}_e и магнитостатического $\mathbf{h}^{(m)}$ полей, а также поля анизотропии \mathbf{h}_a . Формулы для этих полей в аналитическом и дискретном виде, а также граничные условия представлены, например, в [2–4, 8].

Расчетную область D разбивают на одинаковые прямоугольные ячейки. При выполнении двумерного моделирования предполагается, что на каждую такую ячейку опирается бесконечный параллелепипед, вытянутый вдоль оси z . Во всех точках такого параллелепипеда вектор \mathbf{m} имеет одинаковые значения, так что данные о намагниченности представляют собой двумерный (по индексам сетки) массив трехмерных векторов $\mathbf{m}_{kl} = (m_{xkl}, m_{ykl}, m_{zkl})$, элементы которого являются значениями намагниченности в узлах с координатами (x_k, y_l) , $k = 1, \dots, N_x$, $l = 1, \dots, N_y$.

Для численного решения уравнений ЛЛГ используют модифицированный метод Эйлера с переменным шагом по времени в двухэтапной схеме “предиктор–корректор” [4, 29]. Шаг выбирают таким образом, чтобы угол поворота намагниченности в каждой ячейке не превышал на одном шаге некоторого малого порогового значения. Для исключения выхода ДГ в процессе ее движения на границу расчетной области предусмотрена процедура сдвига массива данных на сетке, компенсирующего смещение ДГ.

Обсуждаемые ниже результаты расчетов получены при следующих значениях параметров: $C = 2A = 1.6 \times 10^{-6}$ эрг/см, $K = 1.0 \times 10^5$ эрг/см³, $M_s = 100$ Гс, $b = 100$ нм. Кроме того, был выбран параметр затухания $\alpha = 0.01$ и ширина расчетной области $a = 2b$. Это модельные параметры, однако полученные факты верны для широкого диапазона ситуаций.

ВСПОМОГАТЕЛЬНЫЕ ОПРЕДЕЛЕНИЯ

Полная энергия ДГ и ее график

Для анализа динамической перестройки ДГ удобно использовать графики полной энергии $E(t)$ и скорости движения $V(t)$ ДГ в направлении X .

Поскольку на каждой итерации по времени известно распределение намагниченности, то можно рассчитать все нужные компоненты – обменную, магнитоэластическую, анизотропную энергии и энергию внешнего поля. Суммируя их, получаем полную энергию и строим ее график $E(t)$.

Центр тяжести ДГ

При численном моделировании отслеживали перемещение средней линии движущейся ДГ. Обычно эту линию определяют условием $m_y = 0$ (соответственно, квадратичная комбинация поперечных компонент на ней максимальна: $m_x^2 + m_z^2 = 1$). Известно, что для блоховской и нелевской ДГ центральная линия является прямой $x = \text{const}$. В случае же вихреподобных стенок средняя линия изогнута и может быть описана уравнением $x = x_0(y)$. Для нахождения положения ДГ можно использовать значение этой функции при любом фиксированном значении y . Однако для более надежного определения позиции ДГ на сетке удобно находить x -координату центра стенки иначе, используя выражение:

$$X_c = \frac{\sum_{kl} x_k (m_{xkl}^4 + m_{zkl}^4)}{\sum_{kl} (m_{xkl}^4 + m_{zkl}^4)}$$

Величина X_c будет иметь смысл x -координаты “центра тяжести” расчетной области, если принять за вес узла комбинацию $m_{xkl}^4 + m_{zkl}^4$, являющуюся мерой отклонения намагниченности от положения вдоль оси Y . При использовании в качестве веса узла комбинации $m_{xkl}^2 + m_{zkl}^2$, устойчивость вычислительного алгоритма ухудшается. Отметим, что “центр тяжести” X_c не обязан лежать на средней линии.

Скорость ДГ и ее график

Находя значение X_c на каждой итерации по времени, мы получаем данные о траектории ДГ и можем найти конечно-разностную скорость

$$V_c(\tau_{n+1}) = (X_c(\tau_{n+1}) - X_c(\tau_n)) / (\tau_{n+1} - \tau_n)$$

Таким образом, получаем график $V(t)$ и можем говорить о скорости стенки как целого, несмотря на то, что распределение намагниченности в каждом узле сетки ведет себя по-разному.

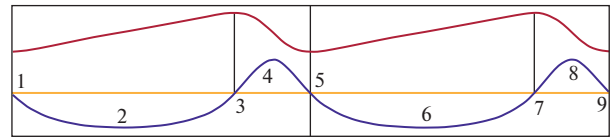


Рис. 1. Графики полной энергии (вверху) и скорости доменной границы (внизу). Отмечены особые точки – нули скорости при переходе от “прямого” движения к “попятному” и обратно, а также максимумы скорости (по модулю). Распределения в точках 1, 9 совпадают (периодичность), т.е. на рисунке – один полный период движения ДГ.

“Прямое” и “попятное” движение ДГ

Расчеты показывают, что график $V(t)$ представляет собой периодическую функцию, похожую на синусоиду, состоящую из положительных и отрицательных дуг (рис. 1).

Основное движение при положительном значении поля H_y происходит в направлении $-X$. Следовательно, дуга графика, лежащая ниже нулевой оси, соответствует “прямому” движению ДГ, а дуга, лежащая выше оси – “попятному” движению.

При рассмотренном наборе параметров дуга, соответствующая “прямому” движению, имеет большую протяженность по времени, чем дуга, соответствующая “попятному” движению. Это обеспечивает в среднем “прямое” движение ДГ.

В дальнейшем в связи с ситуациями “прямого” и “попятного” движения ДГ будут использоваться термины “прямое” и “попятное” распределение намагниченности, “прямая” и “попятная” ветвь графика.

Нули 1-го и 2-го рода графика скорости ДГ

При переходе от “прямого” движения к “попятному” график скорости пересекает нулевую ось ровно 1 раз. Этот момент времени назовем “нулем скорости 1-го рода”.

При переходе от “попятного” движения к “прямому” график скорости также пересекает нулевую ось ровно 1 раз. Этот момент времени назовем “нулем скорости 2-го рода”.

“Северные” и “южные” полупериоды

В рассмотренном варианте движение ДГ периодически. График V_{aver} внутри одного периода состоит из четырех дуг – чередуются отрицательные (прямое движение) и положительные (попятное движение) дуги. Имеется два полупериода, у которых график скорости идентичен, и тем не менее распределения различны.

В (условно) первом полупериоде практически все векторы распределения намагниченности имеют положительную компоненту m_z – будем

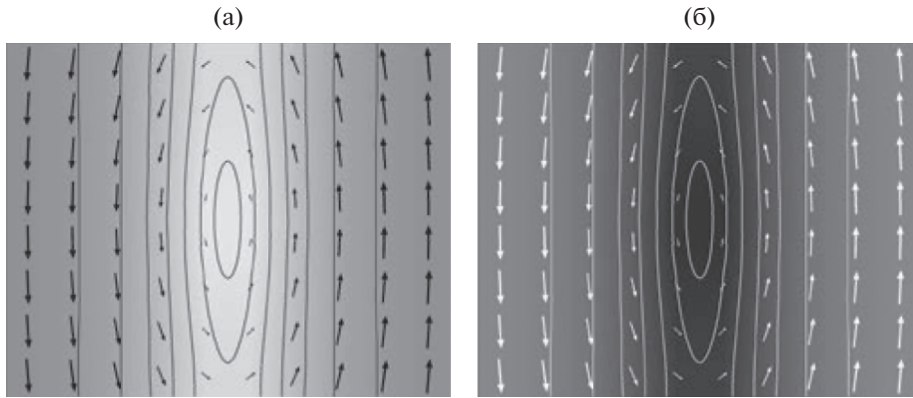


Рис. 2. Вихри двух полярностей в состоянии покоя, а также при нулях скорости 2-го рода, соответствуют: а – точкам 1, 9 – “южная” полярность, это начало и конец периода; б – точке 5 – “северная” полярность.

называть этот полупериод “южным”, поскольку положительное направление намагниченности соответствует “южному” направлению стрелки компаса.

Во втором полупериоде практически все векторы распределения намагниченности имеют отрицательную компоненту m_z – будем называть этот полупериод “северным” по тем же соображениям.

Для примера “северной” и “южной” полярности см. рис. 2а и 2б.

Смысл деталей рисунков

Все рисунки распределений устроены следующим образом.

Цвет фона (интенсивность серого) зависит от значения компонента m_z вектора намагниченности: белый цвет соответствует $m_z = +1$ (“южная ориентация”), черный цвет соответствует $m_z = -1$ (“северная ориентация”), остальные градации серого соответствуют промежуточным значениям m_z .

Стрелки соответствуют величине и направлению проекции вектора намагниченности на плоскость XU (плоскость рисунка). Поскольку всегда $|\mathbf{m}| = 1$, стрелка тем короче, чем больше $|m_z|$.

Линии уровня строятся для определенных значений m_z через равные шаги угла поворота от $m_z = +1$ к $m_z = -1$, всего 16 шагов.

Для контраста стрелки и линии в области “южной” ориентации рисуются черным цветом, в области “северной” ориентации – белым цветом.

РЕЗУЛЬТАТЫ

Распределение намагниченности при $H_y = 0$ (состояние покоя)

При отсутствии внешнего поля ДГ находится в состоянии покоя. Это состояние имеет вид сим-

метричного вихря (воронки) и реализуется в двух вариантах (рис. 2).

“Южный” вариант – практически все векторы распределения намагниченности имеют положительный компонент m_z .

“Северный” вариант – практически все векторы распределения намагниченности имеют отрицательный компонент m_z .

Ниже будет показано, что такие же вихри возникают в нулях скорости 2-го рода.

Распределения при $H_y < H_{crit}$ (докритическом поле)

Существует критическое поле H_{crit} . При $H_y < H_{crit}$ движение ДГ “квазистационарно”, т.е. ДГ движется с постоянной скоростью, и распределение намагниченности не меняет формы, если расчетная область движется вместе с ДГ. При этом, разумеется, отдельные векторы поля намагниченности физического материала претерпевают изменения при прохождении ДГ в их области расположения.

Это состояние имеет вид смещенного вихря (рис. 3) и также реализуется в двух вариантах.

“Южный” вариант – практически все векторы распределения намагниченности имеют m_z . Вихрь смещен к верхней границе расчетной области (верхней поверхности пленки), и его верх обрезан (рис. 3а).

“Северный” вариант – практически все векторы распределения намагниченности имеют отрицательную компоненту m_z . Вихрь смещен к нижней границе расчетной области (нижней поверхности пленки) и его низ обрезан (рис. 3б).

Смещение тем сильнее, чем больше (ближе к критическому) докритическое поле H_y . Скорость $V = \text{const}$ почти линейно растет с ростом поля в докритическом диапазоне.

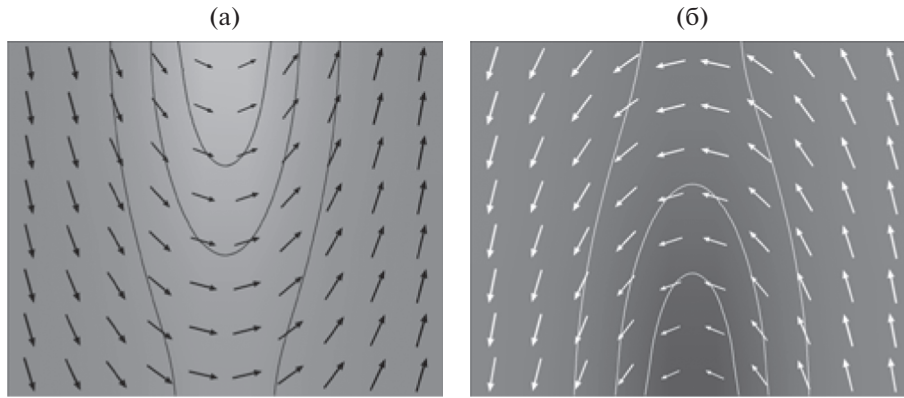


Рис. 3. Полувихри при “квазистационарном” движении, а также при максимальной (по модулю) скорости “прямого” движения ДГ, соответствуют: а – точке 2; б – точке 6. Эти распределения совпадают при замене $+Z$ на $-Z$ и $+Y$ на $-Y$.

Ниже будет показано, что такие же вихри возникают при закритическом движении в точках максимальной (по модулю) скорости “прямого” движения ДГ.

Закритический режим

Будем рассматривать случай не слишком большой закритичности $H_y = 6$ Э. Расчеты показывают, что в достаточно широком диапазоне $4.2 < H_y < 300$ реализуется периодический динамический режим, и еще не возникают явления, связанные с приближением к хаосу.

В данной статье рассмотрена именно эта ситуация, поскольку простота динамической перестройки в этом случае позволяет выявить некоторые закономерности, которые трудно заметить при более сложных режимах.

Симметрия “прямых” и “попятных” распределений намагниченности

Моментам времени, когда скорость $V(t)$ на дуге принимает экстремальное значение, соответствуют определенные распределения.

Таким образом, и “прямое”, и “попятное” движение также реализуются в двух вариантах – “южном” и “северном”. Всего получается 4 разновидности экстремальных распределений: “южные”/“северные”, “прямые”/“попятные”. Все 4 распределения, соответствующие V_{min} , V_{max} для “южного” и “северного” полупериода, симметричны относительно комбинации преобразований:

$$+Z \rightarrow -Z, +Y \rightarrow -Y.$$

“Прямое” движение – у “южного” верхнего и “северного” нижнего полувихря (рис. 3а, 3б).

“Попятое” движение – у “южного” нижнего и “северного” верхнего полувихря (рис. 4а, 4б).

Распределение в нуле скорости 1-го рода

При переходе от “прямого” движения к “попятному” график скорости пересекает нулевую ось ровно 1 раз. Этот момент времени назовем “нулем скорости 1-го рода”.

График полной энергии на полупериоде представляет собой дугу с одним минимумом и с одним максимумом.

Момент максимума энергии по времени совпадает с нулем скорости 1-го рода.

В момент максимума энергия E_{max} не зависит от поля H_y во всем базовом диапазоне полей.

Распределение намагниченности в момент максимума энергии имеет почти нулевой компонент m_z (рис. 5, 6), т.е. оно практически плоское. Погрешность этого равенства (наибольшее отклонение m_z от 0) составляет не более 0.001 (при том, что максимальное возможное значение $m_z = 1$).

В момент перехода скорости через нуль 1-го рода скачком происходит смена полярности распределения с “южной” на “северную” или наоборот (рис. 5, 6). Поэтому два нуля скорости 1-го рода можно считать границами полупериода. Однако на рис. 1 границами всего периода выбраны два нуля 2-го рода (точки 1, 9), в которых распределения – вихри “южной” полярности (см. рис. 2а).

Распределение в нуле скорости 2-го рода

При переходе от попятного движения к прямому график скорости пересекает нулевую ось ровно 1 раз. Этот момент времени назовем нулем скорости 2-го рода.

Распределение намагниченности в нуле скорости 2-го рода похоже на распределение в состоянии покоя – вихрь “южной” (рис. 2а) или “северной” (рис. 2б) полярности.

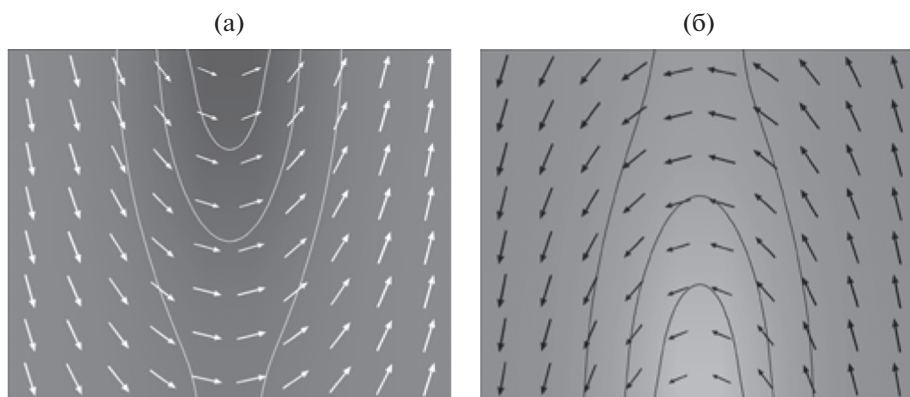


Рис. 4. Полувихри при максимальной скорости “попятного” движения ДГ, соответствуют: а – точке 4; б – точке 8. Эти распределения совпадают при замене $+Z$ на $-Z$ и $+Y$ на $-Y$. Кроме того, при замене $+Y$ на $-Y$ распределение 4а совпадает с 3б, распределение 4б совпадает с 3а. А при замене $+Z$ на $-Z$ распределение 4а совпадает с 3а, распределение 4б – с 3б.

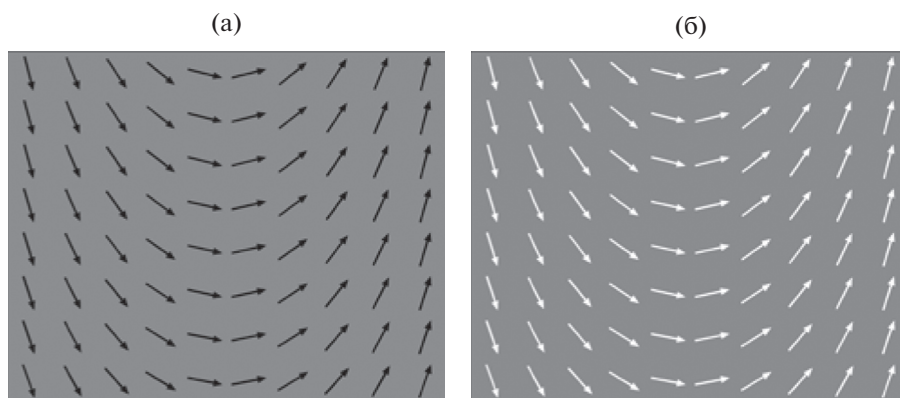


Рис. 5. Почти плоские ($m_z \sim 0$) распределения намагниченности при нуле скорости 1-го рода, соответствующем нулевой точке 3: а – непосредственно перед нулевой точкой; б – сразу после нулевой точки. Полярность (знак m_z) скачком меняется с “южной” на “северную”.

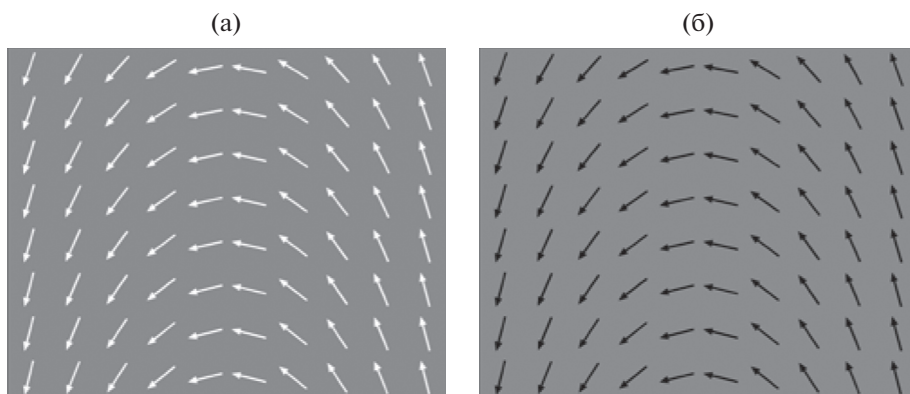


Рис. 6. Почти плоские ($m_z \sim 0$) распределения намагниченности при нуле скорости 1-го рода, соответствующем нулевой точке 7: а – непосредственно перед нулевой точкой; б – сразу после нулевой точки. Полярность (знак m_z) скачком меняется с “северной” на “южную”. Распределения симметричны приведенным на рис. 5.

Момент минимума энергии по времени совпадает с нулем скорости 2-го рода. В момент минимума энергия E_{\min} равна энергии покоя, полученной при $H_y = 0$. Распределение также практически совпадает с распределением в состоянии покоя.

ВЫВОДЫ

Приведем ряд закономерностей, эмпирически полученных для графиков скоростей и энергий, а также процесса изменения распределений намагниченности. Все утверждения относятся к некоторому “базовому” диапазону закритических полей $H_y > H_{\text{crit}}$.

1. “Прямая” и “попятная” ветви графика скорости удлиняются при приближении H_y сверху к критическому полю H_{crit} и укорачиваются с ростом H_y . При $H_y < H_{\text{crit}}$ остается только неизменная прямая ветвь в одном из двух вариантов – “южном” или “северном”.

2. Каждая ветвь имеет форму дуги с одним экстремумом – V_{\min} для “прямой” ветви, V_{\max} для “попятной” ветви.

3. Эмпирически показано, что во всем базовом диапазоне полей имеем $|V_{\min}| = V_{\max}$. Погрешность этого равенства составляет не более 0.2%.

4. Эмпирически показано, что во всем базовом диапазоне полей $V_{\min} = \text{const}$, т.е. экстремальная скорость не зависит от поля H_y .

5. Моментам времени, когда скорость V_{aver} на дуге принимает экстремальное значение, соответствуют определенные распределения намагниченности. Их имеется 4 разновидности: “южные” или “северные”, “прямые” или “попятные”. Все 4 распределения, соответствующие $V_{\text{aver_min}}$, $V_{\text{aver_max}}$ для “южного” и “северного” полупериода симметричны относительно преобразования $+Z \rightarrow -Z$, $+Y \rightarrow -Y$.

“Прямое” движение – у “южного” верхнего и “северного” нижнего полувихря вниз. “Попятное” движение – у “южного” нижнего и “северного” верхнего полувихря.

6. При переходе от “прямого” движения к “попятному” график скорости пересекает нулевую ось ровно один раз, от $V_x < 0$ к $V_x > 0$.

При переходе от “попятного” движения к “прямому” график скорости пересекает нулевую ось ровно один раз, от $V_x > 0$ к $V_x < 0$.

7. Два нуля скорости 1-го рода можно считать границами полупериода. Именно в эти моменты распределение скачком меняет полярность, т.е. знак компонента m_z .

8. График полной энергии на полупериоде представляет собой дугу с одним минимумом. Момент максимума энергии совпадает по времени с нулем скорости 1-го рода. Момент миниму-

ма энергии совпадает по времени с нулем скорости 2-го рода.

Таким образом, графики E_{full} и V_{aver} тесно связаны.

9. В момент минимума энергии (нуль 2-го рода) энергия E_{full} равна энергии покоя, полученной при $H_y = 0$. Распределение намагниченности также практически совпадает с распределением в состоянии покоя.

10. В момент максимума энергии (нуль 1-го рода) энергия E_{full} не зависит от поля H_y во всем базовом диапазоне полей.

11. Распределение намагниченности в момент максимума энергии имеет 0-ой компонент m_z , т.е. оно практически плоское. Погрешность этого равенства (наибольшее отклонение m_z от 0) составляет не более 0.001 (при максимально возможном значении $m_z = 1$).

Работа выполнена в рамках государственного задания Минобрнауки РФ (тема “Магнит”, № АААА-А18-118020290129-5).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Schryer N.L., Walker L.R. The motion of 180° domain walls in uniform dc magnetic fields // J. Appl. Phys. 1974. V. 45. № 12). P. 5406–5421.
2. Yuan S.W., Bertram H.N. Domain wall dynamic transitions in thin film // Phys. Rev. B. 1991. V. 44. № 22. P. 12395–12405.
3. Filippov B.N., Korzunin L.G., Kassin-Ogly F.A. Nonlinear dynamics of vortexlike domain walls in magnetic films with in-plane anisotropy // Phys. Rev. B. 2001. P. 64. P. 104412–104422.
4. Филиппов Б.Н., Корзунин Л.Г. Нелинейная динамика доменных стенок с вихревой внутренней структурой в магнитно-одноосных пленках с плоскостной анизотропией // ЖЭТФ. 2002. Т. 121. С. 372–387.
5. Filippov B.N., Korzunin L.G., Kassin-Ogly F.A. Nonlinear dynamics of vortexlike domain walls in magnetic films with in-plane anisotropy in a pulsed magnetic field // Phys. Rev. B. 2004. V. 70. P. 174411(1–11).
6. Filippov B.N., Kassin-Ogly F.A. Nonlinear dynamic structure rearrangement of vortexlike domain walls in magnetic films with in-plane anisotropy // Physica D. 2008. V. 237. P. 1151–1156.
7. Filippov B.N., Korzunin L.G., Kassin-Ogly F.A. Dynamic rearrangement of Domain Walls with vortex internal structure in magnetic uniaxial films with in-plane anisotropy // Sol. Stat. Comm. 2002. V. 121. P. 55–59.
8. Осипов С.Г., Филиппов Б.Н., Хапаев М.М. Динамика двухмерной доменной границы в ферромагнитной пленке с одноосной анизотропией // ЖЭТФ. 1990. V. 98. 4. № 10. С. 1354–1363.
9. Браун Ф.У. Микромагнетизм. М.: Мир, 1979. 160 с.
10. О’Делл Т. Ферромагнитодинамика. Динамика ЦМД, доменов и доменных стенок. М.: Мир, 1983. 256 с.

11. *Slonczewski J.C.* Dynamics of magnetic domain walls // Intern. J. Magnetism. 1972. V. 2. P. 85–97.
12. *Slonczewski J.C.* Theory of domain-wall motion in magnetic films and platelets // I. Appl. Phys. 1973. V. 44. P. 1759–1770.
13. *Hagedorn F.B.* Dynamic conversion during magnetic bubble domain wall motion // J. Appl. Phys. 1974. V. 45, Iss. 7. P. 3129–3140.
14. *Leeuw de F.Y., Doel van den R., Enz U.* Dynamic properties of magnetic domain walls and magnetic bubbles // Rep. Prog. Phys. 1980. V. 43. № 6. P. 689–783.
15. *Hubert A.* Statics and dynamics of domain walls in bubble materials // J. Appl. Phys. 1975. V. 46. Iss. 5. P. 2276–2288.
16. *Котова Е.Е., Четвериков В.М.* Скорость насыщения скрученной доменной границы в модели Слончевского // ФТТ. 1990. V. 32. № 4. С. 1269–1272.
17. *Ханаев М.М., Осипов С.Г., Терновский В.В.* Моделирование трехмерных периодических структур в ферромагнитных пленках // ДАН. 1989. 305:4. С. 831–834.
18. *Boardman R.P., Zimmermann J., Fangohr H., Zhukov A.A., de Groot P.A.J.* Micromagnetic simulation studies of ferromagnetic part spheres // J. Appl. Phys. 2005. 97. 10E305. P. 1–3.
19. *Зверев В.В., Филиппов Б.Н., Дубовик М.Н.* Трехмерное моделирование нелинейной динамики доменных границ в пленках с перпендикулярной анизотропией // ФТТ. 2017. Т. 59. Вып. 3. С. 506–516.
20. *Herranen T., Laurson L.* Bloch-line dynamics within moving domain walls in 3D ferromagnets // Phys. Rev. B. 2017. 96. P. 144422–144428.
21. *La Bonte A.E.* Two-Dimensional Bloch-Type Domain Walls in Ferromagnetic Films // J. Appl. Phys. 1969. V. 40. Iss. 6. P. 2450–2458.
22. *Labrune M., Miltat J.* Strong stripes as a paradigm of quasi-topological hysteresis // J. Appl. Phys. 1994. 75. P. 2156–2168.
23. *Kisielewski M., Maziewski A., Zablotkii V.* High cobalt layer thickness spin-reorientation phase transition // JMMM. 2007. 316. P. 277–280.
24. *Дубовик М.Н., Зверев В.В., Филиппов Б.Н.* Двухмерное микромагнитное моделирование доменных структур в пленках с комбинированной анизотропией // ФТТ. 2013. Т. 55. № 10. С. 1942–1949.
25. *Moretti S., Voto M., Martinez E.* Dynamical depinning of chiral domain walls // Phys. Rev. B. 2017. 96. P. 054433–054442.
26. *Honda S., Tanaka M.* Micromagnetic investigations of Neel- and Bloch-type skyrmion dynamics induced by spin Hall effect of cap layers // Japan. J. Appl. Phys. 2017. 56. P. 098001–098003.
27. *Дубовик М.Н., Филиппов Б.Н.* Доменная структура и кривые намагничивания пленок с перпендикулярной анизотропией // ФММ. 2017. Т. 118. № 11. С. 1–9.
28. *Семенов В.С.* Исследование структуры и энергии доменной границы Нееля численным методом // ФММ. 2016. Т. 117. № 2. С. 115–123.
29. *Марчук Г.И.* Методы вычислительной математики. М.: Наука, 1989. 608 с.