

ТЕОРИЯ
МЕТАЛЛОВ

УДК 537.226.2

ДИЭЛЕКТРИЧЕСКИЙ ТЕНЗОР МЕТАЛЛИЧЕСКОЙ НАНОПРОВОЛОЧКИ
С ЭЛЛИПТИЧЕСКИМ СЕЧЕНИЕМ

© 2019 г. А. В. Коротун^а, *, А. А. Коваль^а

^аЗапорожский национальный технический университет,
ул. Жуковского, 64, Запорожье, 69063 Украина

*e-mail: andko@zntu.edu.ua

Поступила в редакцию 27.09.2018 г.

После доработки 23.10.2018 г.

Принята к публикации 26.11.2018 г.

Рассматривается вопрос о влиянии геометрии поперечного сечения металлических нанопроволочек на диэлектрический тензор. Диагональные и недиагональные компоненты диэлектрического тензора рассчитаны с учетом размерной зависимости энергии Ферми в рамках модели свободных электронов с использованием метода возмущения формы границы. Исследовано влияние вариации величины эксцентриситета поперечного сечения, эффективного радиуса и материала нанопроволочек на частотные зависимости действительной и мнимой частей компонент диэлектрического тензора. Вычисления проведены для Ag, Cu и Al.

Ключевые слова: диэлектрический тензор, размерное квантование, осцилляции, нанопроволочка, эллиптическое сечение

DOI: 10.1134/S0015323019050097

ВВЕДЕНИЕ

В настоящее время металлические нанопроволочки являются объектом теоретических и экспериментальных исследований для физики наноструктур и находят широкое применение в нанооптике [1–3], например, как оптические антенны [4, 5], в спектроскопии для увеличения сечения комбинационного рассеяния [6] и одномолекулярной флуоресцентной спектроскопии [7], как зонды для оптической микроскопии ближнего поля [8], а также в качестве составных частей лазеров, биосенсоров и других устройств [9]. Теоретическое исследование оптических свойств металлических нанопроволочек также является важным в вопросах диагностики наноструктурных материалов.

Современные технологии позволяют получать проволочки с различной формой поперечного сечения. Действие поперечных напряжений или поперечного давления приводит к тому, что сечение реальных металлических нанопроволочек близко к эллиптическому.

Металлические 1D-системы характеризуются анизотропией их оптических свойств, обусловленной размерным квантованием в радиальном направлении. Вследствие анизотропии оптические характеристики, в частности, диэлектрическая функция, приобретают тензорный характер.

Для расчета оптических характеристик нужно знать энергетический спектр и энергию Ферми. В работе [10] в рамках метода возмущения формы границы получено уравнение для определения энергетического спектра и рассчитаны размерные осцилляции энергии Ферми цилиндрической проволочки эллиптического сечения, что позволяет определить для таких систем компоненты диэлектрического тензора.

Следует отметить, что диэлектрический тензор занимает особое положение среди оптических характеристик металлических низкоразмерных систем, поскольку все его компоненты дают вклад в выражение для диссипации энергии плоской монохроматической электромагнитной волны за единицу времени в единице объема немагнитного материала [11]:

$$Q(\mathbf{q}, \omega) = \frac{i\omega}{16\pi} \sum_{\alpha, \beta} \left\{ \epsilon_{\alpha\beta}^*(\mathbf{q}, \omega) - \epsilon_{\beta\alpha}(\mathbf{q}, \omega) \right\} \mathcal{E}_{\alpha} \mathcal{E}_{\beta},$$

где ω и \mathbf{q} — частота и волновой вектор соответственно.

Целью настоящей работы является анализ влияния геометрии поперечного сечения металлических нанопроволочек на компоненты диэлектрического тензора.

ОСНОВНЫЕ СООТНОШЕНИЯ

Вследствие анизотропии оптических свойств металлических 1D-систем связь между компонентами индукции \mathcal{D}_α и напряженности \mathcal{E}_β электрического поля носит нелокальный характер [12]:

$$\mathcal{D}_\alpha(\mathbf{r}, \omega) = \int \epsilon_{\alpha\beta}(\mathbf{r}, \mathbf{r}', \omega) \mathcal{E}_\beta(\mathbf{r}', \omega) d\mathbf{r}'. \quad (1)$$

Для определения диэлектрического тензора $\epsilon_{\alpha\beta}$ воспользуемся результатами [13], обобщенными на случай анизотропных систем:

$$\begin{aligned} \epsilon_{\alpha\beta} = 1 - \frac{8\pi e^2 \hbar^2}{m_e^2 \Omega} \sum_{i,j} \frac{f_i - f_j}{\epsilon_{ij} - \hbar\omega} \times \\ \times \left\{ \langle j | e^{-i\mathbf{q}\mathbf{r}} \hat{p}_\alpha | i \rangle - \frac{1}{2} \hbar q_\alpha \langle j | e^{-i\mathbf{q}\mathbf{r}} | i \rangle \right\} \times \\ \times \left\{ \langle i | e^{i\mathbf{q}\mathbf{r}} \hat{p}_\beta | j \rangle + \frac{1}{2} \hbar q_\beta \langle i | e^{i\mathbf{q}\mathbf{r}} | j \rangle \right\}, \end{aligned} \quad (2)$$

где $i = \sqrt{-1}$; m_e – масса свободного электрона; Ω – объем системы;

$$f_i = \left\{ \exp\left(\frac{\epsilon_i - \epsilon_F}{k_B T}\right) + 1 \right\}^{-1}$$

– коэффициент заполнения состояний с энергией ϵ_i ; $|i\rangle \equiv |p, m, n\rangle$ и $\langle j| \equiv \langle p', m', n'|$ – векторы начального и конечного состояний, соответственно; $\epsilon_{ij} \equiv \epsilon_i - \epsilon_j$; ϵ_F – энергия Ферми; T – температура. В дальнейшем будем считать $T = 0$.

В случае, когда электромагнитная волна падает перпендикулярно оси симметрии проволоочки, в нулевом приближении разложения $\epsilon_{\alpha\beta}$ по малому параметру $\rho_0/\lambda \ll 1$ ($\rho_0 = (a+b)/2$ – эффективный радиус проволоочки; λ – длина волны) выражение (2) принимает вид

$$\begin{aligned} \epsilon_{\alpha\beta} = 1 - \frac{8\pi e^2 \hbar^2}{m_e^2 \Omega} \sum_{i,j} \frac{f_i - f_j}{\epsilon_{ij} (\epsilon_{ij}^2 - \hbar^2 \omega^2)} \times \\ \times \langle j | \hat{p}_\alpha | i \rangle \langle i | \hat{p}_\beta | j \rangle. \end{aligned} \quad (3)$$

Поглощение учитывается заменой $\omega \rightarrow \omega + i/\tau$ (τ – время релаксации), в результате чего для диагональных компонент диэлектрического тензора получаем

$$\begin{aligned} \epsilon_{\alpha\alpha} = 1 - \frac{8\pi e^2 \hbar^2}{m_e^2 \Omega} \times \\ \times \sum_{i,j} \frac{f_i (\epsilon_{ij}^2 - \hbar^2 \omega^2 + \hbar^2/\tau^2 + i 2\hbar^2 \omega/\tau)}{\epsilon_{ij} \left[(\epsilon_{ij}^2 - \hbar^2 \omega^2 + \hbar^2/\tau^2)^2 + 4\hbar^4 \omega^2/\tau^2 \right]} \times \\ \times \langle j | \hat{p}_\alpha | i \rangle^2, \end{aligned} \quad (4)$$

где индекс $\alpha = x, y$, проекции оператора импульса равны [14]:

$$\begin{aligned} \hat{p}_x = -i \hbar \left(\cos \varphi \frac{\partial}{\partial \rho} + \frac{\sin \varphi}{\rho} \frac{\partial}{\partial \varphi} - \frac{1}{2} \epsilon^2 \frac{\sin^3 \varphi}{\rho} \frac{\partial}{\partial \varphi} \right); \\ \hat{p}_y = \\ = -i \hbar \left(\sin \varphi \frac{\partial}{\partial \rho} - \frac{\cos \varphi}{\rho} \frac{\partial}{\partial \varphi} - \frac{1}{2} \epsilon^2 \frac{\sin^2 \varphi \cos \varphi}{\rho} \frac{\partial}{\partial \varphi} \right). \end{aligned} \quad (5)$$

Здесь $\epsilon = \sqrt{1 - b^2/a^2} \ll 1$ – эксцентриситет проволоочки.

Поскольку третьи слагаемые в формулах (5), обусловленные эллиптичностью поперечного сечения проволоочки, пропорциональны квадрату эксцентриситета, то ими можно пренебречь и воспользоваться выражениями для матричных элементов проекций импульса для случая круговой проволоочки [15].

$$\langle j | \hat{p}_\alpha | i \rangle = \begin{cases} \hbar k_{zp} \delta_{ij}, & \alpha = z; \\ -\frac{i \hbar}{2} \delta_{pp'} k_{mn} C_{mn} \mathcal{G}_{(-)}, & \alpha = x; \\ \frac{\hbar}{2} \delta_{pp'} k_{mn} C_{mn} \mathcal{G}_{(+)}, & \alpha = y, \end{cases} \quad (6)$$

где δ_{ij} – символ Кронекера и

$$\begin{aligned} \mathcal{G}_{(\mp)} = \mathcal{J}_{(-)} \delta_{m-1, m'} \mp \mathcal{J}_{(+)} \delta_{m+1, m'}; \\ \mathcal{J}_{(\mp)} \equiv \\ \equiv C_{m\mp 1, n} \int_0^{\rho_0} I_{m\mp 1}(k_{m\mp 1, n} \rho) I_{m\mp 1}(k_{mn} \rho) \rho d\rho; \\ C_{mn} = \frac{\sqrt{2}}{\rho_0 |I'_m(k_{mn} \rho_0)|}; \end{aligned} \quad (7)$$

$I_m(\xi)$ – функции Бесселя m -го порядка, $n = 1, 2, \dots$; штрих означает производную по ξ ; числа k_{mn} – корни уравнения [10]:

$$(1 + \epsilon m) I_m(k_{mn} \rho_0) - \epsilon k_{mn} \rho_0 I_{m+1}(k_{mn} \rho_0) = 0. \quad (8)$$

Подставляя формулы (6)–(8) в (4), после разделения действительной и мнимой частей диагональных компонент диэлектрического тензора получаем

$$\text{Re } \epsilon_{\alpha\alpha} = 1 - \frac{k_p^4}{k_\omega^4 + k_\tau^4} \left\{ 1 + \frac{k_\tau^2}{k_\omega^2} S(\omega, \rho_0) \right\}, \quad (9)$$

$$\text{Im } \epsilon_{\alpha\alpha} = \frac{k_p^4 k_\tau^2}{k_\omega^2 (k_\omega^4 + k_\tau^4)} \{ 1 + S(\omega, \rho_0) \}, \quad (10)$$

где введены обозначения: $k_\omega^2 \equiv 2m_e\omega/\hbar$; $k_\tau^2 \equiv 2m_e/\hbar\tau$; $k_p^2 \equiv 2m_e\omega_p/\hbar$; $\omega_p^2 \equiv 4\pi\bar{n}e^2/m_e$ – плазменная частота;

$$S(\omega, \rho_0) \equiv \frac{2}{Nm_e} \sum_{i,j} f_{mnp} k_{mn}^2 C_{mn}^2 \{ \mathcal{F}_{(-)} + \mathcal{F}_{(+)} \}; \quad (11)$$

$$\mathcal{F}_{(\mp)} = \frac{(k_{mn}^2 - k_{m\mp 1, n'}^2) \left\{ (k_{mn}^2 - k_{m\mp 1, n'}^2)^2 - 3k_\omega^4 + k_\tau^4 \right\}}{\left[(k_{mn}^2 - k_{m\mp 1, n'}^2)^2 - k_\omega^4 + k_\tau^4 \right]^2 + 4k_\omega^4 k_\tau^4} \times \mathcal{J}_{(\mp)}^2; \quad (12)$$

f_{mnp} – ступенчатая функция

$$f_{mnp} = \begin{cases} 1, & k_{mn}^2 + k_{zp}^2 < k_F^2, \\ 0, & k_{mn}^2 + k_{zp}^2 > k_F^2. \end{cases}$$

Недиагональные компоненты диэлектрического тензора отличны от нуля, начиная с линейного приближения по ρ_0/λ :

$$\text{Re } \epsilon_{zx} = 1 - \frac{q_x}{N} \frac{k_p^4}{k_\omega^4 + k_\tau^4} \sum_{i,j} f_{mnp} k_{zp} C_{mn}^2 \times \left\{ k_\omega^2 (\Phi_1^{(-)} - \Phi_1^{(+)}) + k_\tau^2 (\Phi_2^{(+)} - \Phi_2^{(-)}) \right\}; \quad (13)$$

$$\text{Im } \epsilon_{zx} = -\frac{q_x}{N} \frac{k_p^4}{k_\omega^4 + k_\tau^4} \sum_{i,j} f_{mnp} k_{zp} C_{mn}^2 \times \left\{ k_\omega^2 (\Phi_2^{(+)} - \Phi_2^{(-)}) + k_\tau^2 (\Phi_1^{(-)} - \Phi_1^{(+)}) \right\}, \quad (14)$$

где

$$\Phi_1^{(\mp)} = \frac{\mathcal{J}_{(\mp)} C_{m\mp 1, n'} \left[(k_{mn}^2 - k_{m\mp 1, n'}^2)^2 - k_\omega^4 + k_\tau^4 \right]}{\left[(k_{mn}^2 - k_{m\mp 1, n'}^2)^2 - k_\omega^4 + k_\tau^4 \right]^2 + 4k_\omega^4 k_\tau^4} \times \int_0^{\rho_0} I_{m\mp 1}(k_{m\mp 1, n'} \rho) I_m(k_{mn} \rho) \rho^2 d\rho; \quad (15)$$

$$\Phi_2^{(\mp)} = \frac{\mathcal{J}_{(\mp)} C_{m\mp 1, n'} 2k_\omega^2 k_\tau^2}{\left[(k_{mn}^2 - k_{m\mp 1, n'}^2)^2 - k_\omega^4 + k_\tau^4 \right]^2 + 4k_\omega^4 k_\tau^4} \times \int_0^{\rho_0} I_{m\mp 1}(k_{m\mp 1, n'} \rho) I_m(k_{mn} \rho) \rho^2 d\rho.$$

В работе [16] отмечено, что введение затухания заменой $\omega \rightarrow \omega + i/\tau$ в выражении для $\epsilon_{\alpha\beta}(\omega)$ приводит к локальному несохранению числа электронов. Поэтому в качестве действительной и мнимой

Таблица 1. Параметры металлов

Металл	r_s/a_0	τ , фс	\hbar/τ , эВ
Ag	3.02	40	0.016
Cu	2.11	27	0.024
Al	2.07	8	0.082

частей компонент диэлектрического тензора следует использовать выражения:

$$\text{Re } \bar{\epsilon}_{\alpha\beta} = \text{Re } \epsilon_{\alpha\beta} \left(\omega + \frac{i}{\tau} \right) - \frac{1}{\omega\tau} \text{Im } \epsilon_{\alpha\beta} \left(\omega + \frac{i}{\tau} \right); \quad (16)$$

$$\text{Im } \bar{\epsilon}_{\alpha\beta} = \text{Im } \epsilon_{\alpha\beta} \left(\omega + \frac{i}{\tau} \right) + \frac{1}{\omega\tau} \text{Re } \left\{ \epsilon_{\alpha\beta} \left(\omega + \frac{i}{\tau} \right) - 1 \right\}.$$

В результате выражения для действительных и мнимых частей $\bar{\epsilon}_{\alpha\beta}$ принимают вид:

$$\text{Re } \bar{\epsilon}_{\alpha\alpha} = 1 - \frac{k_p^4}{k_\omega^4} \left\{ 1 + \frac{k_\tau^2 (k_\omega^2 + k_\tau^2)}{k_\omega^4 + k_\tau^4} S(\omega, \rho_0) \right\}; \quad (17)$$

$$\text{Im } \bar{\epsilon}_{\alpha\alpha} = \frac{k_p^4 k_\tau^2 (k_\omega^2 + k_\tau^2)}{k_\omega^4 k_\omega^4 + k_\tau^4} S(\omega, \rho_0);$$

$$\text{Re } \bar{\epsilon}_{zx} = 1 - \frac{q_x}{N} \frac{k_p^4}{k_\omega^4 + k_\tau^4} \frac{k_\omega^4 - k_\tau^4}{k_\omega^2 k_\omega^4 + k_\tau^4} \times$$

$$\times \sum_{i,j} f_{mnp} k_{zp} C_{mn}^2 (\Phi_1^{(-)} - \Phi_1^{(+)}); \quad (18)$$

$$\text{Im } \bar{\epsilon}_{zx} = -\frac{q_x}{N} \frac{k_p^4}{k_\omega^4 + k_\tau^4} \sum_{i,j} f_{mnp} k_{zp} C_{mn}^2 \times$$

$$\times \left\{ 2k_\tau^2 (\Phi_1^{(-)} - \Phi_1^{(+)}) + \frac{k_\omega^4 + k_\tau^4}{k_\omega^2} (\Phi_2^{(-)} - \Phi_2^{(+)}) \right\}.$$

Для проведения численных расчетов по формулам (17), (18) к ним необходимо добавить соотношение, определяющее уровень Ферми металлической нанопроволочки [14]:

$$\bar{n} = \frac{2}{\pi^2 \rho_0^2} \sum_{m,n} \sqrt{k_F^2 - k_{mn}^2}. \quad (19)$$

Здесь суммирование происходит по всем значениям m и n , для которых $k_{mn} < k_F$.

РЕЗУЛЬТАТЫ РАСЧЕТОВ И ОБСУЖДЕНИЕ

Вычисления были проведены для эллиптических нанопроволочек Ag, Cu и Al, параметры которых приведены в табл. 1 (a_0 – борковский радиус, r_s – среднее расстояние между электронами).

На рис. 1 приведены частотные зависимости действительной и мнимой частей диагональной компоненты ϵ_{xx} диэлектрического тензора нанопроволочек Ag с различными значениями эффек-

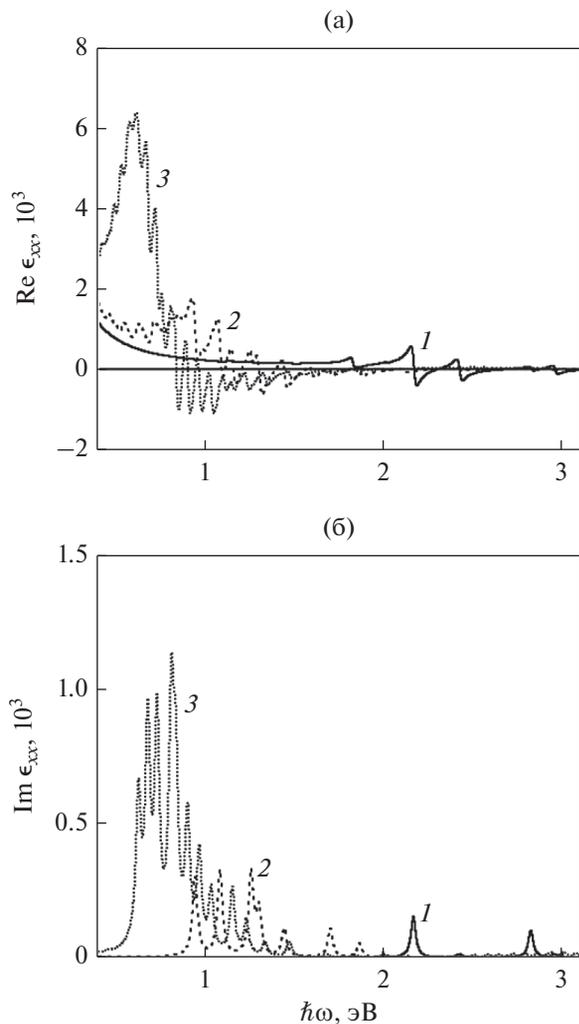


Рис. 1. Частотные зависимости действительной и мнимой частей диагональной компоненты ϵ_{xx} диэлектрического тензора нанопроволочек Ag с различными значениями эффективного радиуса: 1 – $\rho_0 = 0.5$ нм; 2 – $\rho_0 = 1$ нм; 3 – $\rho_0 = 1.5$ нм.

тивного радиуса. С увеличением ρ_0 амплитуда осцилляций возрастает, в то время как их период уменьшается. Это обусловлено увеличением числа уровней размерного квантования и уменьшением расстояний между ними с ростом ρ_0 . Максимального значения амплитуда осцилляций $\text{Re } \epsilon_{xx}$ и $\text{Im } \epsilon_{xx}$ достигает при $\hbar\omega \approx 0.8$ эВ для проволочек Ag с $\rho_0 = 1.5$ нм и $\hbar\omega \approx 1$ эВ для $\rho_0 = 1$ нм.

Соответствующие зависимости $\text{Re } \epsilon_{xx}(\hbar\omega)$ и $\text{Im } \epsilon_{xx}(\hbar\omega)$ для Ag с теми же значениями эффективного радиуса (рис. 2) качественно подобны соответствующим кривым, изображенным на рис. 1. Однако количественно отличаются примерно на порядок, поскольку недиагональные

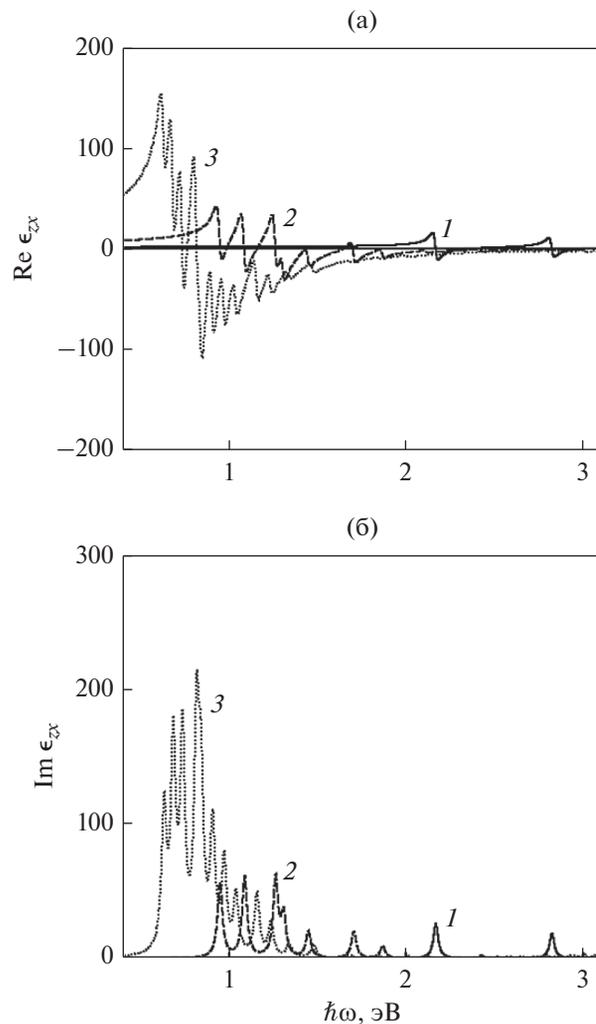


Рис. 2. Частотные зависимости действительной и мнимой частей недиагональной компоненты ϵ_{zx} диэлектрического тензора нанопроволочек Ag с различными значениями эффективного радиуса: 1 – $\rho_0 = 0.5$ нм; 2 – $\rho_0 = 1$ нм; 3 – $\rho_0 = 1.5$ нм.

компоненты $\epsilon_{\alpha\beta}$ отличны от нуля, начиная с первого порядка по ρ_0/λ .

Отметим, что рис. 1 и 2 демонстрируют важный факт неотрицательности $\text{Im } \epsilon$ для всех частот, в то время как $\text{Re } \epsilon$ является знакопеременной функцией частоты.

На рис. 3 продемонстрированы частотные зависимости мнимых частей ϵ_{xx} и ϵ_{zx} для нанопроволочек Ag с $\rho_0 = 1$ нм при разных значениях эксцентриситета. С увеличением эксцентриситета амплитуда осцилляций возрастает, что можно объяснить сгущением энергетических уровней вследствие деформации поперечного сечения.

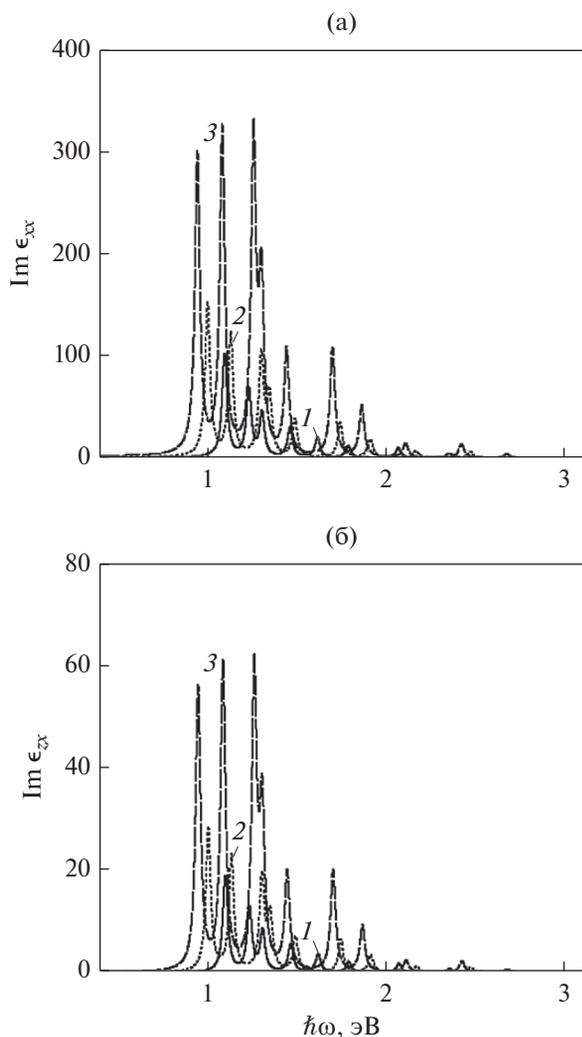


Рис. 3. Частотные зависимости мнимых частей ϵ_{xx} и ϵ_{zx} для нанопроволочек Ag с $\rho_0 = 1$ нм при разных значениях эксцентриситета: 1 – $\epsilon = 0.1$; 2 – $\epsilon = 0.05$; 3 – $\epsilon = 0$.

Сравним зависимости $\text{Im } \epsilon_{xx}(\hbar\omega)$ для проволочек различных металлов с эффективным радиусом $\rho_0 = 1$ нм при $\epsilon = 0.1$ (рис. 4). В случае Al кривая имеет один ярко выраженный максимум при $\hbar\omega = 1.8$ эВ и слабо осциллирует. Такой характер обусловлен наименьшим значением времени релаксации алюминия по сравнению с двумя другими металлами [17] и, соответственно, наибольшей шириной пиков \hbar/τ . С увеличением частоты осцилляции затухают во всех трех случаях.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Исследовано влияние геометрии поперечного сечения на компоненты диэлектрического тензора металлических нанопроволочек.

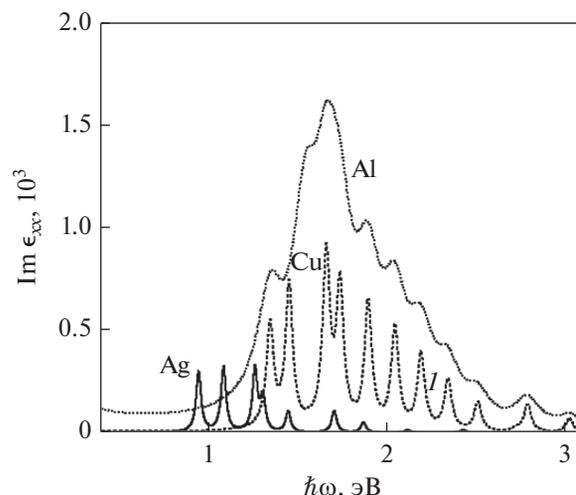


Рис. 4. Зависимость мнимых частей диагональной компоненты диэлектрического тензора для проволочек различных металлов.

Установлено, что увеличение эффективного радиуса проволочки приводит к смещению пиков в область более низких частот, вследствие увеличения числа уровней размерного квантования и уменьшения расстояния между ними.

Показано, что деформация поперечного сечения вызывает увеличение амплитуды осцилляций и смещению пиков в область меньших частот, обусловленное проседанием энергетических уровней.

Проведено сравнение результатов расчетов действительных и мнимых частей диагональных и недиагональных компонент диэлектрического тензора. Количественные различия примерно на порядок объясняются отсутствием вклада нулевого приближения в недиагональные компоненты.

Проанализировано влияние материала нанопроволочек на частотные зависимости мнимых частей диагональной компоненты диэлектрического тензора. Наличие одного максимума для проволочек Al в отличие от других металлов объясняется наименьшим значением времени релаксации алюминия.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Cui P., Choi J.-H., Lan H., Cho J.-H., Niu Q., Yang J., Zhang Z. Quantum stability and magic lengths of metal atom wires // Phys. Rev. B. 2016. V. 93. № 22. id. 224102.
2. Gloskovskii A., Valdaitsev D.A., Nepijko M., Lange J., Aeschlimann V., Bauer V., Klimenkov M., Viduta L.V., Tomchuk P.M., Schonhense G. Electron emission from films of Ag and Au nanoparticles excited by a femtosecond pump-probe laser // Phys. Rev. B. 2008. V. 77. id. 195427.

3. *Kumar A., Kumar As., Ahluwalia P.K.* Ab initio study of structural, electronic and dielectric properties of free standing ultrathin nanowires of noble metals // *Phys. E.* 2012. V. 46. P. 259–269.
4. *Pucci A., Neubrech F., Weber D., Hong S., Toury T., Lamy de la Chapelle M.* Surface enhanced infrared spectroscopy using gold nanoantennas // *Phys. Stat. Sol. B.* 2010. V. 247. № 8. P. 2071–2074.
5. *Zuev D.A., Makarov S.V., Mukhin I.S., Starikov S.V., Morozov I.A., Shishkin I.I., Krasnok A.E., Belov P.A.* Fabrication of Hybrid Nanostructures via Nanoscale Laser-Induced Reshaping for Advanced Light Manipulation // eprint arXiv:1601.02013.
6. *Fan M., Andrade G.F., Brolo A.G.* A review on the fabrication of substrates for surface enhanced Raman spectroscopy and their applications in analytical chemistry // *Anal. Chim. Acta.* 2011. V. 693. P. 7–25.
7. *Dorfmueller J., Vogelgesang R., Khunsin W., Rockstuhl C., Etrich C., Kern K.* Plasmonic nanowire antennas: experiment, simulation, and theory // *Nano Lett.* 2010. V. 10. P. 3596–3603.
8. *Taminiau T.H., Stefani F.D., Segerink F.B., van Hulst N.F.* Optical antennas direct single-molecule emission // *Nat. Photon.* 2008. V. 2. P. 234–237.
9. *Величко Е.А., Николаенко А.П.* Нанопилонды из благородных металлов как рассеиватели плоской электромагнитной волны // *Радиоф. и электрон.* 2015. Т. 20. № 4. С. 62–69.
10. *Коротун А.В.* Энергия Ферми металлической нанопроволоки эллиптического сечения // *ФТТ.* 2014. Т. 56. № 6. С. 1197–1200.
11. *Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М.* Электродинамика сплошных сред. М.: Физматлит, 2001. 656 с.
12. *Kurbatsky V.P., Pogosov V.V.* Optical conductivity of metal nanofilms and nanowires: The rectangular-box model // *Phys. Rev. B.* 2010. V. 81. id. 155404.
13. *Wood D.M., Ashcroft N.W.* Quantum size effects in the optical properties of small metallic particles // *Phys. Rev. B.* 1982. V. 25. P. 6255–6274.
14. *Korotun A.V., Koval' A.O.* Optical conductivity of metal nanowires with elliptical cross section // *J. Nano-Electron. Phys.* 2015. V. 7. № 4. id. 04067.
15. *Курбацкий В.П., Коротун А.В., Бабич А.В., Погосов В.В.* Энергия Ферми и оптическая проводимость квантовых металлических нитей // *ФТТ.* 2009. Т. 51. № 12. С. 2371–2378.
16. *Курбацкий В.П., Коротун А.В., Погосов В.В., Васютин Е.В.* Размерная зависимость коэффициента пропускания нанометровых металлических пленок в инфракрасном диапазоне // *ФТТ.* 2008 Т. 50. № 5. С. 909–915.
17. *Ашкрофт Н., Мермин Н.* Физика твердого тела. М.: Мир, 1979. Т. 1. 400 с.