

ПРОЧНОСТЬ И ПЛАСТИЧНОСТЬ

УДК 539.4.011

ИЗБЫТОЧНЫЙ ОБЪЕМ МАТЕРИАЛОВ С ДИСЛОКАЦИЯМИ

© 2019 г. Л. С. Васильев^{a, *}, С. Л. Ломаев^a

^a Физико-технический институт УрО РАН, ул. Кирова, 132, Ижевск, 426000 Россия

*e-mail: VasilyevLS@yandex.ru

Поступила в редакцию 27.09.2017 г.

После доработки 30.10.2018 г.

Принята к публикации 03.12.2018 г.

В рамках нелинейной теории необратимых деформаций проведен расчет избыточного объема краевых дислокаций и их скоплений. Показано, что существование свободного объема у дислокаций является следствием асимметрии изменения энергии кристаллической решетки по отношению к растяжению или сжатию. Установлено, что влияние давления на пластичность металлов определяется величиной избыточного объема основных носителей пластической деформации, входящих в дефектную подсистему материалов. Рассмотрено влияние избыточного объема дислокаций на процессы самодиффузии по дислокационным линиям.

Ключевые слова: избыточный объем дислокаций и их скоплений, диффузия по дислокациям

DOI: 10.1134/S0015323019050176

ВВЕДЕНИЕ

Известно, что пластические свойства материалов существенно зависят от условий деформирования. Так, при фиксированной температуре пластичность металлов значительно повышается при увеличении величины внешнего давления [1]. Этот эффект во многом определяет возможности получения наноструктурированных металлических систем в процессах пластического деформирования [2].

Пластичность металлов определяется коллективным поведением основных носителей пластической деформации: точечных, линейных и планарных дефектов кристаллической решетки. Основные механизмы разрушения кристаллов, свойства пор и микротрещин также тесно связаны со свойствами решеточных дефектов [1, 3]. Следовательно, давление, повышая пластичность металлов, должно оказывать определенное влияние на поведение дефектов кристаллической решетки.

С другой стороны, в термодинамике давление рассматривается как обобщенная термодинамическая сила, сопряженная объему. Поэтому влияние давления на поведение дефектов должно означать, что они могут давать определенный вклад в величину объема материала. Однако современная теория дефектов обычно не рассматривает такую возможность. К примеру, в общепринятой линейной теории деформаций вклад дислокаций в полное изменение объема материала равен нулю [3].

Существуют два основных подхода к решению этой проблемы. Первый связан с формальным применением методов нелинейной теории упругости к анализу дислокационных полей дисто-рсии (см., например, в [4]). Однако его следует признать неполным, поскольку дислокации вно-сят в материал не только обратимые, но и необра-тимые, т.е. неупругие деформации.

Второй подход основан на прямых вычислениях объемов для ограниченных конфигураций оди-ночных дислокаций (например, дислокационных диполей) с использованием модельных представ-лений о потенциалах межатомных взаимодей-ствий или первопринципных расчетов [5, 6]. Од-нако эти подходы сталкиваются со значительны-ми трудностями при описании деформационных полей от скоплений дислокаций одного знака.

Цель работы состоит в исследовании объемно-зависимых свойств дислокаций и их скоплений в рамках нелинейной теории необратимых дефор-маций, основанной на континуальной модели Дебая и приближении Грюнайзена [7].

ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ

Избыточный объем и свойства потенциалов межатомных взаимодействий

Рассмотрим структурные особенности прямо-линейной краевой дислокации в простой кубиче-ской (ПК) решетке. В объеме ПК-решетки выбо-рем произвольную плоскость из семейства {100}, делящую кристалл на две части. Зафиксируем

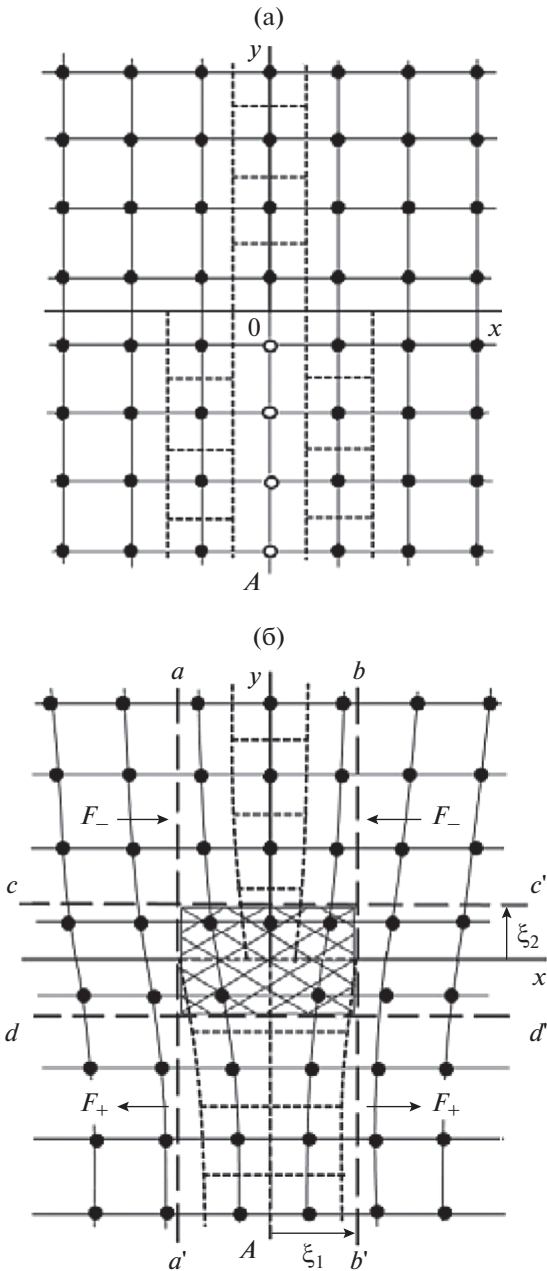


Рис. 1. Структура ПК решетки вокруг прямолинейной краевой дислокации; при отключении межатомных взаимодействий (а), при включенном межатомном взаимодействии (б). Пояснения в тексте.

форму каждой из частей и внедрим между ними лишнюю атомную полуплоскость, предварительно отключив все типы атомных взаимодействий. В результате получим новую кристаллическую решетку, структура которой представлена на рис. 1а (ось z ортогональна плоскости рисунка).

Новая структура отличается от начальной тем, что между смещенными со своих мест недеформированными частями кристалла, вдоль плоскости yOz (ее проекция на плоскость рисунка совпа-

дает с линией yOA) образовалась зона необратимых изменений (деформаций) распределения атомов по узлам решетки.

Заштрихованные символы на рис. 1а обозначают положения атомов, незаштрихованные – положения вакансий в узлах вновь образованной кристаллической решетки. Тонкие сплошные линии соответствуют атомным плоскостям, пунктирными линиями обозначены границы недеформированных элементарных ячеек.

Если в этой структуре включить межатомные взаимодействия, решетка испытает деформацию так, как это условно показано на рис. 1б. При этом размеры зоны необратимых деформаций решетки могут измениться. В рамках континуального приближения эта зона ограничена плоскостями aa' и bb' . В области материала, заключенной между ними: $|x| \leq \xi_1$, решетка подвержена полным необратимым деформациям, величина которых определяется суммой начальных и релаксационных изменений атомной структуры. Эту область относят к структуре ядра краевой дислокации. Величину ξ_1 принято называть полушириной ядра дислокации. В остальной части решетки $|x| \geq \xi_1$ предполагается, что деформирование происходит в упругой области. Здесь описание деформационных полей дислокации обычно проводят в рамках линейной теории упругости [1–3].

Механизм возникновения избыточного объема у дислокации тесно связан с различиями в поведении потенциалов межатомных взаимодействий $U(r)$ (r – расстояние между атомами) при растяжении и сжатии решетки.

В области ядра атомные смещения антисимметричны относительно плоскости скольжения. Это согласуется с расчетами полей напряжений в упругой области $|x| \geq \xi_1$. Прямолинейная дислокация Вольгаста создает распределение давления [3]

$$p(x, y) \approx -K_0 \varepsilon_W(x, y), \quad (1)$$

где

$$\varepsilon_W(x, y) = \frac{\mu_0 b(1 + \nu)}{3\pi K_0(1 - \nu)} \frac{y}{x^2 + y^2} \quad (2)$$

– поле дилатации. Предполагается, что линия дислокации не ограничена в пространстве и в системе координат (x, y, z) параллельна оси z ; μ_0 и K_0 – модуль сдвига и модуль изотермического сжатия недеформированного материала соответственно, b – вектор Бюргера дислокации, параллельный оси Ox , ν – коэффициент Пуассона.

Нормальная компонента силы, действующей на единицу площади в плоскости aa' (или bb') со стороны упругой области, равна

$$F(\pm \xi_1, y) \approx -\text{sign}(x) \mathbf{e}_x p(\pm \xi_1, y). \quad (3)$$

Здесь e_x – единичный вектор в направлении оси Ox . На рис. 1б x -компоненты этих сил обозначены символами F_- в области сжатия и F_+ в области расширения решетки. Из соотношений (1)–(3) следует, что вдоль границ aa' и bb' выполняются условия

$$F_-(\pm\xi_1, y) = -F_+(\pm\xi_1, -y). \quad (4)$$

Источником поля сил, определенных выражением (3), являются межатомные взаимодействия в области ядра дислокации. В связи с этим рассмотрим условия равновесия атомов в зоне необратимых деформаций.

Одним из таких условий является равенство химических потенциалов отдельных атомов или групп сильно связанных атомов. При абсолютной температуре $T = 0$ оно сводится к равенству потенциальных энергий U этих групп в решетке. В частности, в антисимметричных точках зоны $|x| \leq \xi_1$ должно выполняться соотношение

$$U\{u(y)\} = U\{u(-y)\}. \quad (5)$$

Здесь $u(y)$ – функция, характеризующая среднее изменение расстояний между атомами в группах ближайшего окружения. Координата y указывает на положение центра группы или атома в ее центре. При сжатии материала $u(y) < 0$, при растяжении $u(y) > 0$.

Если функция $U(u)$ симметрична относительно значения $u = 0$:

$$U(u) = U(-u), \quad (6)$$

то для выполнения условия (5) необходимо чтобы $u(y) = -u(-y)$. Тогда сжатие решетки, в области $y > 0$ полностью компенсируется ее растяжением в области $y < 0$, и избыточный объем дислокации становится равным нулю. Если же потенциал $U(u)$ несимметричен: $U(u) \neq U(-u)$, такой компенсации не происходит, поскольку для выполнения условия (5) теперь нужно чтобы $u(y) \neq -u(-y)$. В этом случае дислокация может иметь избыточный объем.

При $T \neq 0$ условие равновесия зоны $|x| \leq \xi_1$ требует учета изменений энтропии системы. Однако в теории деформационных полей дефектов кристаллической решетки этими поправками обычно пренебрегают [1–6].

Асимметрия поведения материалов по отношению к сжатию и растяжению проявляется и в нелинейной зависимости давления p от необратимой дилатации ϵ , полученной в рамках континуального приближения (см. Приложение):

$$p(\epsilon) = \frac{K_0}{2\gamma + 1} \left\{ (1 - \epsilon)^{2\gamma + 1} - 1 \right\}. \quad (7)$$

Здесь γ – постоянная Грюнаизена. Из формулы (7) следует, что условие антисимметрии по давлению в зоне необратимых деформаций $p(y) = -p(-y)$ не выполняется при нулевом избыточном объеме, который соответствует равенству $\epsilon(y) = -\epsilon(-y)$.

Выражения (1)–(4) дают условие механического равновесия сил на границе зоны необратимых деформаций на плоскостях aa' и bb' . Для неограниченной среды его можно записать в виде соотношения

$$\int_{-\infty}^{\infty} p(\pm\xi_1, y) dy = 0, \quad (8)$$

которое означает равенство нулю полной силы, действующей на каждую из плоскостей aa' и bb' со стороны упругой области $|x| \geq \xi_1$.

Нелинейная теория избыточного объема краевых дислокаций

Асимметрия потенциалов $U(u)$ существенна лишь в нелинейной области деформирования. Для использования соотношения (8) в этой области представим выражение (7) в виде квадратичного полинома по необратимой дилатации ϵ . В интервале значений $\epsilon \approx 0 - 0.2$ с точностью $\delta \approx 1\%$ эта зависимость имеет вид

$$p(\epsilon) \approx -K_0 \{ \epsilon - \gamma \epsilon^2 \}. \quad (9)$$

Модель дислокации Вольтерра (1), (2) не подходит для расчетов избыточного объема, поскольку плотность распределения вектора Бюргерса у этой дислокации сингулярна:

$$\rho_W(x, y) = b\delta(x)\delta(y). \quad (10)$$

Здесь в правой части равенства введены δ -функции Дирака соответствующих переменных. Для учета конечного размера ядра будем считать, что плотность вектора Бюргерса краевой дислокации описывается функцией

$$\rho(x, y) = b\rho_1(x)\rho_2(y), \quad (11)$$

$$\rho_i(x_i) = \frac{\xi_i}{\pi(x_i^2 + \xi_i^2)}, \quad (12)$$

$x_1 = x, x_2 = y$. Параметры $\xi_i \geq 0$ ($i = 1, 2$) в выражении (12) считаются неизвестными величинами, требующими определения. Распределение дилатации, создаваемое плотностью (11) определяется выражением

$$\epsilon_V(x, y) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \epsilon_W(x - x', y - y') \rho(x', y') dx' dy'. \quad (13)$$

Его можно интерпретировать как сумму вкладов от элементарных дислокаций Вольтерра с вектором Бюргерса $db(x', y) = b\rho(x', y)dx'dy'$ находящихся в точке (x', y') .

Упругое поле (13) антисимметрично по переменной y и также не дает вклада в изменение объема материала. Следовательно, для выполнения поставленной задачи необходимо внести в модель (13) дополнительные изменения, связанные с неупругостью деформаций в ядре дислокации. Поскольку свойства дислокации с ядром (11) полностью определяются свойствами входящих в нее элементарных дислокаций, эти изменения должны быть связаны с введением избыточного объема в структуру ядер элементарных дислокаций. Для этого, распределение дилатационного поля полной дислокации достаточно определить следующим образом:

$$\varepsilon(x, y) = v_0\rho(x, y) + \varepsilon_V(x, y), \quad (14)$$

Первое слагаемое в этом выражении относится к необратимой части дилатации. Оно задает распределение избыточного объема по ядру дислокации, которое складывается из объемов, сосредоточенных в ядрах элементарных дислокаций. Второе слагаемое заимствовано из модели (13).

Параметр v_0 в выражении (14) имеет простой физический смысл: он равен избыточному объему полной дислокации

$$\delta V = v_0. \quad (15)$$

Значение этого параметра можно найти с помощью выражения (9) и условия (8). Подставив выражения (11)–(14) в эти формулы, получим уравнение, определяющее возможные значения v_0 :

$$\frac{v_0}{2\pi\xi_1} - \gamma \left\{ \frac{v_0^2}{8\pi^3\xi_1^2\xi_2} + \eta(\xi_1, \xi_2) \right\} = 0, \quad (16)$$

$$\eta(\xi_1, \xi_2) = \int_{-\infty}^{\infty} \varepsilon_V^2(\xi_1, y) dy. \quad (17)$$

Его решение можно представить в виде

$$v_0 = \frac{2\pi^2\xi_1\xi_2}{\gamma} \left\{ 1 - \left(1 - \frac{2\gamma^2}{\pi\xi_2} \eta(\xi_1, \xi_2) \right)^{1/2} \right\}. \quad (18)$$

Анализ этого решения показывает, что требование существования избыточного объема у краевых дислокаций несовместимо с предположением о сингулярной структуре их ядра. Если $\xi_1 = 0$ (дислокация Вольтерра) избыточный объем $\delta V = 0$. Если же $\xi_1 > 0$ (дислокация Пайерлса–Набарро [3]), в этом случае из формулы (19) следует, что должно выполняться условие $\xi_2 \geq \xi_0 > 0$, где ξ_0 – минимальное значение величины ξ_2 , обращающее в нуль выражение в круглых скобках.

При описании деформационных полей в рамках изотропного континуума в формулах (11)–(18) следует положить $\xi_1 = \xi_2 = \xi_D$, полагая величину ξ_D новым неизвестным параметром. Из уравнения (18) в этом случае следует, что задание величины ξ_D однозначно определяет величину v_0 , структуру ядра (11) и общее деформационное поле (14) дислокации.

МЕТОД ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОГО ОПРЕДЕЛЕНИЯ ПАРАМЕТРОВ МОДЕЛИ

Континуальная теория дает лишь одно уравнение для двух неизвестных величин ξ_D и v_0 . Второе уравнение для этих параметров можно получить либо при более детальном рассмотрении атомной структуры в плоскости скольжения дислокации, либо из анализа экспериментальных данных.

В частности, известно, что зависимость коэффициентов самодиффузии в объеме материала от абсолютной температуры T определяется соотношением [8, 9]

$$D(p, T) = D_0 \exp \left\{ \frac{W}{k_B T} \right\}. \quad (19)$$

Здесь W – энергия активации самодиффузии, k_B – постоянная Больцмана.

Величина W зависит от давления p : $W(p) = W_{V,0} + pV_a(p)$, $V_a(p) = V_{a,0}/(1 - \varepsilon(p))$ – активационный объем, $W_{V,0}$ и $V_{a,0}$ – энергия активации объемной диффузии и активационный объем среды при нормальных условиях соответственно, $\varepsilon(p)$ – поле дилатации.

Отсюда следует, что процесс самодиффузии вдоль дислокационной линии можно интерпретировать как процесс объемной диффузии с учетом давления p , создаваемого дислокацией вдоль своего ядра. В этом случае величина $W(p)$ равна энергии активации диффузии W_D по ядру дислокации.

В реальности, процесс самодиффузии протекает не только по ядру дислокации, но и по его ближайшей окрестности. Это означает, что общепринятый коэффициент диффузии по ядру носит эффективный характер, суммируя все объемные эффекты, вызванные дислокацией в материале. При расчетах это можно учесть, равномерно распределив весь избыточный объем v_0 по дислокационной трубке радиуса ξ_D .

Необходимо также учесть, что диффузионные процессы протекают не по всему ядру дислокации, а лишь по его части, подвергнутой суммарному растяжению за счет упругой и неупругой дилатации.

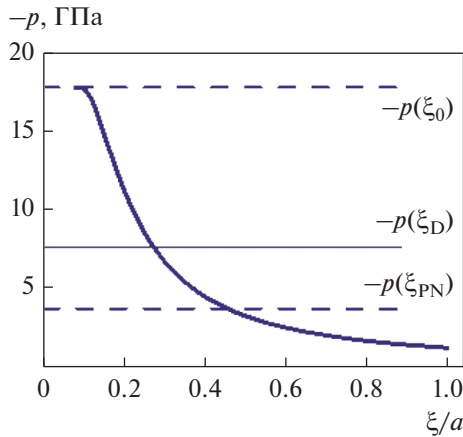


Рис. 2. Зависимость давления в растянутой части ядра краевой дислокации в Ag от полуширины дислокации.

Оценим параметры процессов самодиффузии вдоль дислокационных линий в Ag. Для этого рассмотрим основную систему дислокаций ГЦК решетки с вектором Бюргерса $b = \langle 110 \rangle / 2$ в плоскостях $\{111\}$.

Для этой системы график изменения давления в растянутой части ядра $-p(\xi)$ приведен на рис. 2. Штриховыми линиями на нем отмечены граничные значения $-p(\xi_0)$ и $-p(\xi_{PN})$. ξ_{PN} – полуширина дислокации в модели Пайерлса–Набарро.

Зависимость давления от суммарной дилатации ϵ_C , равномерно распределенной по растянутой части ядра дислокации, рассчитывали по формуле (30). При проведении расчетов для Ag параметры в формулах (1), (2), (8), (11)–(19) выбирали в следующем виде: $\mu_0 = 29.4$ ГПа, $K_0 = 2/3\mu_0(1 + \nu)/(1 - 2\nu)$, $\gamma = 2.4$, $\nu = 0.37$, $d = a/\sqrt{3}$, $b = a/\sqrt{2}$. Здесь a – параметр ГЦК-решетки: $a^3 = 4\Omega$, Ω – атомный объем $\Omega = 1.71 \times 10^{-30}$ м³ [8].

Для определения значения параметра ξ_D использовали экспериментальные данные по энергиям активации самодиффузии в Ag из работы [9]. При температуре $T \approx 600$ К имеем: $W_V \approx 169$ кДж моль⁻¹, $W_D \approx 82.5$ кДж моль⁻¹, $V_{a,0} \approx \Omega$. Подставив эти величины в формулу (30), получим среднее значение давления в ядре дислокации: $p(\xi_D) \approx -7.7$ ГПа. На рис. 2 оно отмечено сплошной горизонтальной линией. По точке пересечения этой линии с графиком можно определить эффективный радиус дислокационной трубки в Ag: $\xi_D \approx 0.6\xi_{PN} \approx 0.3a$. Значение полной дилатации в растянутой части ядра $\epsilon_C(\xi_D) \approx 0.092$, а необратимой объемной деформации $\epsilon_0(\xi_D) \approx 0.063$. Учитывая экспоненциаль-

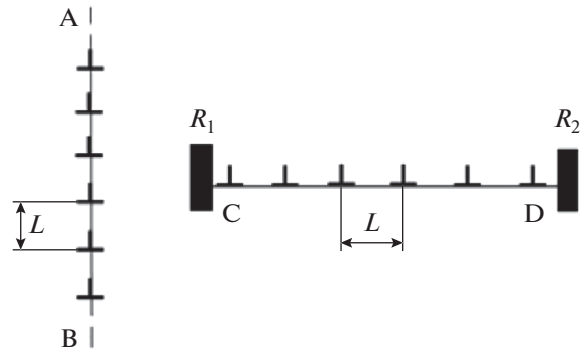


Рис. 3. Плоские дислокационные скопления. Пояснения в тексте.

ный характер зависимости (19) от давления, можно показать, что учет деформации $\epsilon_0(\xi_D)$ повышает коэффициент самодиффузии вдоль дислокационных линий на несколько порядков.

ДИСЛОКАЦИОННЫЕ СКОПЛЕНИЯ

Рассмотрим задачу об определении избыточного объема, приходящегося на единицу длины краевой дислокации, входящей в состав плоского вертикального (AB) и горизонтального скопления (CD), схематично показанных на рис. 3. Такие скопления используются для исследования свойств межкристаллитных и межфазных границ раздела в материалах [3].

При проведении вычислений величины v_0 скопление AB удобно считать неограниченным по вертикали. Для расчетов следует использовать формулы (17), (18), в которые вместо распределения упругой дилатации от одиночной дислокации $\epsilon_V(\xi_1, y)$ нужно подставить распределение упругой дилатации от всего скопления в виде суперпозиции отдельных вкладов:

$$\epsilon_{V,AB}(\xi_1, y) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \epsilon_V(\xi_1, y' + nL). \quad (20)$$

Скопление CD представляет собой супердислокацию с векторов Бюргерса $B = Nb$ (N – число дислокаций в скоплении), ядро которой равномерно распределено по всей длине скопления. Следовательно, для получения конечных результатов число N должно быть ограничено. На практике длина скоплений типа CD всегда ограничена некоторыми препятствиями R_1 и R_2 .

Основная особенность поля упругой дилатации любых дислокаций, и супердислокации, в частности, состоит в том, что оно всегда принимает экстремальные значения в центре ядра. Это означает, что величина v_0 у каждой дислокации из скопления будет зависеть от ее положения в ядре

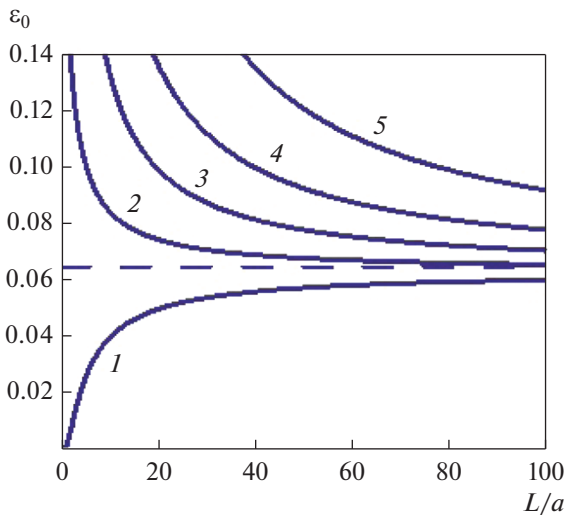


Рис. 4. Зависимость дилатации, вносимой отдельными дислокациями в скоплениях АВ и CD, от расстояния L между ними. Пояснения в тексте.

супердислокации. Поэтому величину v_0 для дислокаций скопления CD следует отмечать дополнительным индексом $k = \{1, 2, 3, \dots, N\}$, нумерующим дислокации: $v_{0,k}$. В этом случае уравнение (18) для избыточного объема k -той дислокации на плоскости ($z=0$) принимает вид:

$$v_{0,k} = \frac{2\pi^2 \xi_1 \xi_2}{\gamma} \left\{ 1 - \left(1 - \frac{2\gamma^2}{\pi \xi_2} \eta_k(\xi_1, \xi_2) \right)^{1/2} \right\}; \quad (21)$$

$$\eta_k(\xi_1, \xi_2) = \int_{-\infty}^{\infty} \varepsilon_{V,CD,k}^2(\xi_1, y) dy; \quad (22)$$

$$\varepsilon_{V,CD,k}(\xi_1, y) = \sum_{n=0}^{N-1} \varepsilon_V(x_k + \xi_1 + nL, y). \quad (23)$$

Здесь x_k — координата центра ядра k -той дислокации.

Результаты расчетов суммарной необратимой дилатации ε_0 в ядрах отдельных дислокаций для различных скоплений в Ag приведены на рис. 4. При расчетах параметр ξ_1 был фиксирован для всех дислокаций обоих скоплений. В этом случае условие (8) исключает влияние избыточного объема дислокаций на деформационные поля в объеме материала.

Кривая 1 относится к скоплению типа АВ. Избыточный объем дислокации $v_0 = \varepsilon_0 S$, где $S \approx 4\xi_D^2$ — площадь поперечного сечения ядра дислокации. Из графика 1 видно, что величина избыточного объема каждой из дислокаций уменьшается при увеличении их линейной плотности в стенке. Это происходит за счет ча-

стичной компенсации упругих полей соседних дислокаций. Кривые 2, 3, 4, и 5 описывают зависимость дилатации у крайних дислокаций скопления CD от расстояния L для значений $N = 2, 5, 10$ и 20 соответственно. Они показывают, что с увеличением мощности супердислокации избыточный объем крайних дислокаций увеличивается. Этот вывод относится ко всем дислокациям скопления CD.

Полученные результаты были использованы при исследовании процессов структурно-фазовых превращений и разрушения, протекающих при интенсивном пластическом деформировании металлов и сплавов под давлением [10]. Они также могут оказаться полезными при изучении механизмов влияния давления на процессы диффузионного массопереноса в деформируемых наноматериалах.

ВЫВОДЫ

1. Основной причиной возникновения избыточного объема у дислокаций является асимметрия поведения потенциалов межатомных взаимодействий при растяжении и сжатии кристаллической решетки материалов.

2. Избыточный объем отдельных дислокаций в скоплениях может изменяться в широких пределах в зависимости от структуры и размера скопления.

Работа выполнена по НИР рег. № АААА-А17-117022250038-7.

ПРИЛОЖЕНИЕ

Определим зависимость давления от необратимой дилатации ε используя метод, предложенный в работе [7].

Модуль изотермического сжатия K определяется выражением

$$\frac{1}{K} = -\frac{1}{V} \left(\frac{\partial V}{\partial p} \right)_T. \quad (24)$$

Полагая здесь $V = V_0/(1 - \varepsilon)$, $\varepsilon < 1$, получим:

$$dp = -Kd\varepsilon/(1 - \varepsilon). \quad (25)$$

В уравнении (26) величина K зависит от параметра ε . Эту зависимость можно определить в рамках модели Дебая и приближения Грюнайзена [7, 11]. В однопараметрическом варианте этого приближения постоянная Грюнайзена фиксирована для всех длин волн:

$$\gamma = -\partial \ln \omega_j(\mathbf{k}) / \partial \ln V. \quad (26)$$

Здесь $\omega_j(\mathbf{k}) = c_j k$ и c_j ($j = l, t$) — частота и скорость распространения продольной (l) и поперечной (t) ветвей акустических колебаний кристал-

лической решетки, k – модуль волнового вектора \mathbf{k} . Скорости распространения колебаний связаны с модулем K и коэффициентом Пуассона ν [12]:

$$c_l^2 = \frac{3K(1-\nu)}{\rho(1+\nu)}; \quad c_t^2 = \frac{3K(1-2\nu)}{2\rho(1+\nu)}. \quad (27)$$

Интегрируя выражения (27) получим:

$$c_j^2(\varepsilon) = c_j^2(0)(1-\varepsilon)^{2\gamma}, \quad j = (l, t). \quad (28)$$

Совместно с формулами (28), это дает:

$$K(\varepsilon) = K_0(1-\varepsilon)^{2\gamma+1}; \quad \nu(\varepsilon) = \nu_0 \quad (29)$$

После интегрирования выражения (26) имеем

$$p(\varepsilon) = \frac{K_0}{2\gamma+1} \left\{ (1-\varepsilon)^{2\gamma+1} - 1 \right\}. \quad (30)$$

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Полухин П.И., Горелик С.С., Воронцов В.К. Физические основы пластической деформации. М.: Металлургия, 1982. 584 с.
2. Валиев Р.З., Александров И.В. Объемные наноструктурные металлические материалы: получение, структура и свойства М.: ИКЦ “Академкнига”, 2007. 389 с.
3. Хирт Дж., Лоте И. Теория дислокаций. М.: Атомиздат, 1972. 598 с.
4. Теодосиу К. Упругие модели дефектов в кристаллах. М.: Мир, 1985. 352 с.
5. Henager C.H.Jr., Hoagland R.G. Dislocation core fields and forces in FCC metals. // Scripta Mater. 2004. № 50. P. 1091–1095.
6. Clouet E., Ventelon L., Willaime F. Dislocation Core Energies and Core Fields from First Principles // Phys. Rev. Letters 2009. V. 102(4). P. 055502.
7. Васильев Л.С., Ломаев С.Л. Упругие свойства, внутренние напряжения и свободный объем наноматериалов // ФММ. 2017. Т. 118. № 7. С. 735–742.
8. Штремель М.А. Прочность сплавов, I. Дефекты решетки. М.: Металлургия, 1982. 278 с.
9. Numerical Data and Functional Relationships in Science and Technology. Group III: Crystal and Solid State Physics. V. 26. Diffusion in Solid Metals and Alloys. Ed.: H. Mehrer. Springer-Verlag, Berlin, Heidelberg, N.Y., London, Paris, Tokyo, Hong Kong, Barcelona. 1990. 747p.
10. Васильев Л.С., Ломаев С.Л. Влияние давления на процессы формирования и эволюции наноструктуры в пластически деформируемых металлах и сплавах // ФММ. 2019. Т. 120. № 6. С. 654–660.
11. Займан Дж. Принципы твердого тела. М.: Мир, 1974. 472 с.
12. Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Теория упругости. М.: Наука, 1987. 248 с.