# ТЕОРИЯ МЕТАЛЛОВ

УДК 537.311.31

# МЕТАЛЛИЧЕСКИЙ ВОДОРОД КАК ЩЕЛОЧНОЙ МЕТАЛЛ. ЭЛЕКТРОННЫЕ ЯВЛЕНИЯ ПЕРЕНОСА

# © 2020 г. В. Т. Швец\*

Одесская национальная академия пищевых технологий, ул. Дворянская, 1/3, Одесса, 65082 Украина \*e-mail: navchannia2000@ukr.net

> Поступила в редакцию 14.03.2019 г. После доработки 18.06.2019 г. Принята к публикации 12.08.2019 г.

Рассчитаны в широком диапазоне плотностей и температур парное эффективное межионное взаимодействие, коэффициенты электропроводности и термоэдс, температурный коэффициент сопротивления жидкого металлического водорода. Этот диапазон включает как значения, достигнутые на эксперименте, так и существующие в центральных областях планет-гигантов. При этом использована теория возмущений по потенциалу электрон-протонного взаимодействия. Расчеты электрического сопротивления выполнены с учетом членов третьего порядка теории возмущений. Их роль оказалась существенной. Для ионной подсистемы использована модель твердых сфер. При этом ее параметр — плотность упаковки считали одним из подгоночных параметров теории. Как функция плотности и температуры, он получен из анализа парного эффективного взаимодействия между протонами. Его подгонка осуществлена в точке перехода водорода в металлическое состояние. Изза отсутствия соответствующих данных для металлического водорода, плотность упаковки выбирали такой же, как и для других щелочных металлов: лития, натрия, калия в их точка плавления, полученную из экспериментов по нейтронному рассеянию.

*Ключевые слова:* металлический водород, электропроводность, термоэдс, температурный коэффициент сопротивления, парное взаимодействие между протонами

DOI: 10.31857/S0015323020010155

## введение

В списке тридцати наиболее важных проблем физики и астрофизики двадцать первого столетия нобелевский лауреат академик Гинзбург разместил металлизацию водорода на третьем месте [1].

Металлизация водорода как физическая проблема прошла долгий путь своей реализации от первых оценок такой возможности (1935 г.) [2] до получения металлического водорода и длительного его удержания в таком состоянии (2017 г.) [3]. При этом в [3] температура была 5.5 К, а давление в пределах 4.65–5 Мбар. За время существования образца исследователям не удалось установить его фазовое состояние. Фактически измерения касались только оптических свойств. При этом для интерпретации этих свойств использовали модель почти свободных электронов. Заметим, что первые обнадеживающие экспериментальные результаты были получены этими исследователями еще в 2008 г. [4].

Значительно раньше металлический водород был получен в жидком состоянии при высоких температурах и, соответственно, значительно меньших давлениях (1996—1999 гг.) [5—7]. В этом случае переход водорода в металлическое состояние произошел при давлении 1.4 Мбар, плотности 0.64 г/см<sup>3</sup> и температуре 3000 К. Эти эксперименты проводили в довольно широком диапазоне давлений. При этом удалось измерить и электрическое сопротивление образца. Для анализа экспериментальных данных также использовали модель почти свободных электронов в ее простейшем варианте. Позже этой же группой экспериментаторов в металлическом состоянии были получены кислород (2001 г.) [8] и азот (2003 г.) [9]. Качественно подобный результат относительно водорода был получен и другой группой экспериментаторов (1999 г.) [10, 11].

На самом деле попыток получения водорода в металлическом состоянии было значительно больше, чем приведено выше, однако нас интересуют не столько сам факт получения металлического водорода, сколько его конкретные характеристики, а такие наиболее полно присутствуют лишь в работах [5, 9]. Хотя компьютерный эксперимент доказал свою высокую эффективность при прогнозировании конкретных значений характеристик водорода при его металлизации [12–14], преимущества микроскопической теории неоспоримы. Успех модели почти свободных электронов применительно к щелочным металлам позволяет надеяться на ее приемлемость и для описания металлического водорода.

Всякая физическая модель, претендующая на количественное описание экспериментальных данных, не может обойтись без подгоночных параметров. Для их нахождения обычно используется дополнительная экспериментальная информация. Первые наши работы, относящиеся к металлизации водорода, не использовали такой информации [15, 16]. Однако они содержали плохо контролируемое приближение при нахождении параметров модели твердых сфер. В этой работе мы покажем, что использование такой дополнительной информации позволяет повысить надежность получаемых теоретических результатов. При этом мы используем информацию, относящуюся к другим щелочным металлам, к группе которых принадлежит и металлический водород.

Оценим количество подгоночных параметров, необходимых для реализации численных расчетов в нашем подходе. Приближение локального поля для описания электрон-электронного взаимодействия и корреляций электронов проводимости в наиболее популярном варианте содержит лишь один подгоночный параметр, который находится в рамках теории электронного газа, и нами будет считаться известным. Взаимодействие электронов и протонов в металлическом водороде является кулоновским, т.е. известно точно. При использовании модели твердых сфер для описания протон-протонного взаимодействия необходимы два параметра: диаметр твердых сфер и параметр плотности упаковки. Поскольку между диаметром твердых сфер, плотностью упаковки и плотностью существует универсальное соотношение, то при заданной плотности остается только один из них.

На самом деле эти параметры должны быть функциями плотности и температуры. Для получения этих зависимостей в рамках самой теории нами использовано эффективное парное взаимодействие между протонами. Преимущество этой характеристики в том, что для металлического водорода ее расчет не требует упрощающих модельных представлений. Недостатком является то, что соответствующее выражение базируется на теории возмущений по степеням электрон-протонного взаимодействия и может быть представлено аналитическим выражением, пригодным для численных расчетов, лишь во втором и третьем порядках теории возмущений. Такой приближенный характер взаимодействия между протонами существенно влияет на диаметр твердых сфер. Повысить точность численных расчетов в такой ситуации можно лишь привязкой параметра, который моделируется к какому-либо известному его значению хотя бы в одной точке. В жидких металлах такая привязка осуществляется через использование результатов рассеяния нейтронов жидкими металлами. Поэтому значения плотности упаковки и диаметра твердых сфер известны для большинства простых металлов в точках их

плавления [17]. Для металлического водорода аналогичные эксперименты по нейтронному рассеянию отсутствуют. Нам представляется вполне перспективным вариантом учет факта принадлежности металлического водорода к группе щелочных металлов. Три щелочных металла, ближайшие в периодической таблице к водороду: литий, натрий и калий имеют плотности упаковки в точке плавления 0.46. Если предположить, что металлический водород имеет такую же самую плотность упаковки в точке перехода в жидкое металлическое состояние, то все параметры нашей теории окажутся определенными.

Еще одним заимствованием из теории щелочных металлов является равенство нулю давления металлического водорода при нулевой температуре. Это условие широко использовано одними из первых исследователей металлического водорода [18, 19]. При этом мы, естественно, предполагаем, что хотя бы при нулевой температуре металлический водород существует в квазиравновесном состоянии.

#### ЭЛЕКТРОННЫЕ ЯВЛЕНИЯ ПЕРЕНОСА

В настоящее время теория возмущений для электронных явлений переноса в жидких металлах разработана в такой же мере [20–23], как и теория их равновесных свойств [24]. Мы приведем лишь окончательный результат для коэффициента удельного сопротивления жидкого металла во втором и третьем порядках теории возмущений по электрон-протонному взаимодействию:

$$R = \frac{m}{e^2 n_e} \left( \frac{1}{\tau_2} + \frac{1}{\tau_3} \right).$$
(1)

Здесь *n<sub>e</sub>* — плотность электронов проводимости. Обратное время для электронов проводимости во втором порядке теории возмущений

$$\frac{1}{\tau_2} = \frac{m}{12\pi^3 \hbar^3} \int_0^{2k_F} \frac{w_{ei}^2(q)}{\epsilon^2(q)} S(q) q^3 dq, \qquad (2)$$

вклад третьего порядка

$$\frac{1}{\tau_3} = \frac{m^2}{24\pi^5\hbar^5} \int_0^{\infty} \frac{f(k)}{k_F - k} dk,$$
(3)

$$f(k) = \frac{1}{k_F + k} \sum_{n=0}^{\infty} (2n+1)A_n B_n^2(k), \qquad (4)$$

$$A_n = \int_0^{2k_F} \frac{w_{ei}(q)}{\varepsilon(q)} S(q) P\left(\frac{2k_F^2 - q^2}{2k_F^2}\right) q^3 dq, \qquad (5)$$

$$B_{n} = \int_{|k-k_{F}|}^{k+k_{F}} \frac{w_{ei}(q)}{\varepsilon(q)} S(q) P_{n} \left(\frac{k^{2} + k_{F}^{2} - q^{2}}{2kk_{F}}\right) q^{3} dq, \qquad (6)$$

ФИЗИКА МЕТАЛЛОВ И МЕТАЛЛОВЕДЕНИЕ том 121 № 1 2020

 $P_n(x)$  — полином Лежандра *n*-й степени,  $\varepsilon(q)$  — эффективная диэлектрическая проницаемость электронного газа.

В приближении случайных фаз и при учете обменного взаимодействия и корреляций электронов проводимости в приближении локального поля

$$\varepsilon(q) = 1 + [V_{ee}(q) + U(q)]\pi_0(q), \tag{7}$$

где  $U(q) = -2\pi e^2 / (q^2 + \lambda k_F^2)$  — потенциал обменного взаимодействия и корреляций электронов,  $\lambda \approx 2$  [29], и  $\pi_0(q)$  — поляризационная функция идеального электронного газа.

Главным приближением при вычислении члена третьего порядка является геометрическое приближение для трехчастичного структурного фактора [26, 27]:

$$S_i(\mathbf{q}_1, \mathbf{q}_2, \mathbf{q}_3) = S_i(\mathbf{q}_1)S_i(\mathbf{q}_2)S_i(\mathbf{q}_3).$$
(8)

При учете членов четвертого порядка в разложении коэффициента электрического сопротивления в ряд теории возмущений по псевдопотенциалу электрон-ионного взаимодействия структура выражения для этого коэффициента будет другой, поскольку нам придется учитывать целый ряд новых эффектов, проявляющихся в старших порядках теории возмущений. Это и перенормировка энергии свободных электронов за счет их взаимодействия с ионами и переход от функции распределения свободных электронов к функции распределения электронов, взаимодействующих с ионами [22, 23]. При этом при продвижении ко все более высоким порядкам теории возмущений для электросопротивления указанные факторы также нужно учитывать. Так что реально третий порядок теории возмущений для электросопротивления является последним порядком, доступным для практических вычислений.

Однако в дальнейшем мы будем использовать оценку всего ряда теории возмущений для электросопротивления, предполагая, что его можно рассматривать как геометрическую прогрессию со знаменателем  $\tau_3^{-1}/\tau_2^{-1}$ . Такая оценка просто необходима, поскольку, как мы увидим далее, ряд теории возмущений для электросопротивления металлического водорода при определенных плотностях может сходиться весьма медленно или даже расходиться.

Поскольку мы рассматриваем жидкий металлический водород при довольно высоких температурах, то закон Видемана—Франца выполняется с высокой точностью.

Температурный коэффициент сопротивления (ТКС) сложно определить теоретически, поскольку в модели твердых сфер он практически полностью определяется температурной зависимостью параметра плотности упаковки. Традиционно эту зависимость моделируют использованием экспериментальных данных, например, по рассеянию нейтронов жидкими металлами [17]. Для металлического водорода такие данные отсутствуют, нет их и для лития, хотя есть для остальных щелочных металлов. В нашем подходе температурная зависимость параметра плотности упаковки определяется теоретически из анализа парного эффективного взаимодействия между протонами.

Еще одним важным параметром для жидких металлов является термоэдс, для которой мы ограничились традиционным выражением во втором порядке теории возмущений. Заметим, что для лития термоэдс принимает довольно большие положительные значения. Для натрия и калия эти значения отрицательны.

## ПАРНОЕ ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ МЕЖДУ ПРОТОНАМИ

Для нахождения диаметра твердых сфер нами использовано парное эффективное взаимодействие между протонами [27]. Диаметр твердых сфер о является минимальным расстоянием, на которое могут сблизиться два протона при данной температуре. Если кинетическую энергию протонов отсчитывать от минимума потенциальной энергии их парного взаимодействия, то в качестве диаметра твердых сфер можно взять точку пересечения графика потенциальной энергии и уровня кинетической энергии.

Парный эффективный потенциал протон-протонного взаимодействия можно представить следующим рядом теории возмущений по электронпротонному взаимодействию

$$U(R) = \sum_{n=0}^{\infty} U_2^{(n)}(R),$$
(9)

где *R* — расстояние между протонами. Член нулевого порядка имеет вид

$$U_2^0(R) = U_{ii}(R) = \frac{e^2}{R}$$
(10)

и является энергией кулоновского взаимодействия между протонами. Член первого порядка равен нулю, член второго порядка такой

$$U_{2}^{2}(R) = -\frac{e^{2}}{2\pi^{2}R}\int_{0}^{\infty} w_{ei}^{2}(q) \frac{\pi_{0}(q)}{\epsilon(q)} \sin(qR)qdq, \qquad (11)$$

член третьего порядка имеет вид [28]

$$U_{2}^{3}(R) = \frac{3e^{2}}{4\pi^{4}R} \int_{0}^{\infty} dq_{1}q_{1}\sin(q_{q}R) \int_{0}^{\infty} dq_{2}q_{2}^{2} \times \int_{|q_{1}-q_{2}|}^{q_{1}+q_{2}} dq_{3} \frac{w_{ei}(q_{1})w_{ei}(q_{2})w_{ei}(q_{3})}{\epsilon(q_{1})\epsilon(q_{2})\epsilon(q_{3})} \Lambda_{0}^{(3)}(q_{1},q_{2},q_{3}).$$
(12)

2020



**Рис. 1.** Зависимость парного эффективного взаимодействия от расстояния между протонами в точке перехода водорода в металлическое состояние.

Достоинством этих формул является то, что они не используют каких-либо модельных представлений, связанных с ионной подсистемой. Их недостаток в том, что уже для члена четвертого порядка отсутствует аналитическое выражение, пригодное для численных расчетов.

#### ЧИСЛЕННЫЕ РАСЧЕТЫ

На рис. 1. приведена зависимость парного эффективного взаимодействия от расстояния между протонами. Глубина потенциальной ямы дает одну из возможностей оценить вероятность существования данного вещества в стабильном конденсированном состоянии. Обращает на себя внимание малая глубина потенциальной ямы во втором порядке теории возмущений. Без анализа членов старшего порядка создается впечатление, что стабильное состояние металлического водорода невозможно. Однако учет третьего члена оказывается существенным, и вывод меняется прямо на противоположный. Учет членов более высокого порядка может только усилить эту тенденцию. Глубина потенциальной ямы составляет 800 К и примерно соответствует такой же глубине для других щелочных металлов.

Видно не слишком большое отличие в отталкивающей части графика потенциальной энергии во втором и третьем порядках теории возмущений. Это позволяет использовать именно второй порядок теории возмущений для моделирования зависимости диаметра твердых сфер от плотности, поскольку всегда остается открытым вопрос о том, насколько существенными являются члены порядка выше третьего. Компенсировать это приближение, с нашей точки зрения, можно введением подгоночного параметра  $\sigma_0 = (6\eta/\pi n_e)^{1/3}$ , где  $\eta = 0.46$  параметр плотности упаковки для лития, натрия и калия в их точках плавления. При этом диаметр твердых сфер для металлического водорода нормирован так, чтобы в точке перехода водорода в металлическое состояние он как раз соответствовал плотности упаковки указанных щелочных металлов

$$\overline{\sigma}(\rho, T) = \sigma_0 \sqrt[3]{\frac{\sigma(\rho, T)}{\sigma(\rho_{\text{tran}}, T_{\text{tran}})}}.$$
(13)

Здесь  $\rho_{tran} = 0.64 \text{ г/см}^3 - плотность}, T_{tran} = 3000 \text{ K} - температура водорода при его перехо$ де в металлическое состояние.

Для температур, близких к абсолютному нулю, на зависимость диаметра твердых сфер начинает существенно влиять поведение потенциальной энергии вблизи первого минимума потенциальной энергии. В этом случае второй и третий порядки теории возмушений дают сушественно различные результаты. Для решения этой проблемы целесообразно не приближаться к минимуму потенциальной энергии даже при низких температурах. Проще всего этого можно достичь, прибавив к кинетической энергии протонов некоторую большую постоянную температуру. Значение этой температуры можно выбрать из условия равновесия металла при нулевой температуре в отсутствие внешнего давления. Тогда уравнение для нахождения диаметра твердых сфер будет иметь вид

$$V_{\rm ef}(\sigma) = 3k_{\rm B}(T+T_0)/2.$$
 (14)

В наших расчетах при температурах, меньших 1000 К, и плотности 0.64 г/см<sup>3</sup> жидкий водород переходит в кристаллическое состояние. В последнем случае у нас нет никакой информации о типе кристаллической решетки. Однако условие равновесия металла при отсутствии внешнего давления является слишком важным, чтобы его можно было просто проигнорировать. Единственная возможность в нашем случае получить конкретный результат — это использовать уравнение состояния для жидкого металлического водорода [15]. В этом случае мы получаем для подгоночной постоянной значение  $T_0 = 7000$  К.

На рис. 2 приведена зависимость электрического сопротивления металлического водорода как функция плотности и температуры, рассчитанного во втором порядке теории возмущений. В точке перехода это сопротивление равно 14.5 мкОм см. Приведенный диапазон плотностей, температур и давлений вполне соответствует их значениям в недрах планет гигантов солнечной системы.

Вклад третьего порядка теории возмущений в электросопротивление оказывается довольно существенным. В точке перехода в металлическое состояние он составляет 64% от вклада второго порядка. Ясно, что сходимость такого ряда теории возмущений не может быть быстрой. Учет только первых двух членов разложения, квадра-



**Рис. 2.** Зависимость электрического сопротивления от плотности и температуры во втором порядке теории возмущений.

тичного и кубического по потенциалу электронпротонного взаимодействия, не является достаточным. Необходима оценка суммы всего ряда теории возмущений. Такую оценку можно выполнить в предположении, что ряд представляет собой геометрическую прогрессию со знаменателем  $R_3/R_2$ . Тогда результирующее значение электрического сопротивления в точке перехода водорода в металлическое состояние оказывается равным 40.6 мкОм см. Это значительно больше, чем у лития, и в несколько раз больше, чем у натрия и калия при температуре плавления.

Зависимость электросопротивления от температуры и плотности при учете члена третьего порядка будет такой (рис. 3). Отсюда видно, что с возрастанием плотности относительная величина поправки уменьшается вместе с уменьшением самого электросопротивления. При этом скорость убывания электросопротивления существенно выше скорости убывания относительной величины поправки.

Кривая зависимости электросопротивления от плотности имеет точку окончания. Она соответствует переходу водорода из жидкого в кристаллическое состояние. Это так называемая кристаллизация давлением. Определить эту точку можно по поведению энтропии жидкого металла. С ростом плотности она уменьшается и при некотором значении плотности становится равной нулю. Это значение энтропии, без учета вклада фононов, как раз и соответствует упорядоченному состоянию металла. В модели твердых сфер для протонной подсистемы ему соответствует значение плотности упаковки 0.74.

При уменьшении плотности металлического водорода оценочное значение сопротивления быстро нарастает, приближаясь к значению максимально-



Рис. 3. Зависимость сопротивления от плотности и температуры в точке перехода в металлическое состояние при учете члена третьего порядка теории возмущений.

го сопротивления металлов 200-1000 мкОм см. При этом величина члена третьего порядка приближается к величине члена второго порядка. Во всех экспериментах без исключения, где, по утверждению авторов, был получен металлический водород, речь всегда шла именно о минимальной электрической проводимости металлического водорода. Несогласованность экспериментальных и наших теоретических результатов свидетельствует, с нашей точки зрения, об одном: в точке перехода водорода в металлическое состояние значение плотности электронов проводимости нами завышена. В действительности, вблизи точки перехода водорода в металлическое состояние водород следует рассматривать как узкощелевой полупроводник, что является предметом нашего дальнейшего исследования. Но даже без учета этого факта полученные результаты имеют эвристическое значение во всем исследованном нами диапазоне температур и плотностей, кроме непосредственной окрестности точки перехода.

Температурный коэффициент сопротивления для щелочных металлов, как и для металлического водорода, является положительным при всех рассмотренных плотностях. Но для металлического водорода ТКС оказывается на порядок меньше, чем для остальных щелочных металлов. Это, возможно, говорит, о том, что мы смоделировали температурную зависимость диаметра твердых сфер и плотности упаковки недостаточно точно. Для жидких металлов эта зависимость моделируется при использовании данных по рассеянию нейтронов [17]. Если взять из указанной работы выражение для соответствующей температурной зависимости плотности упаковки, например, лития, то для температурного коэффициента сопротивления металлического водорода



Рис. 4. Зависимость термоэдс от плотности и температуры.

мы получим тот же порядок величины при coxpaнении его зависимости от плотности.

На рис. 4 приведена зависимость термоэдс жидкого металлического водорода от плотности и температуры. Как и у лития, термоэдс металлического водорода оказывается положительной во всем исследованном диапазоне плотностей и температур и имеет тот же порядок величины. Заметим, что термоэдс натрия и калия в точке плавления отрицательна. Положительность термоэдс металлического водорода могла бы указывать на дырочный характер проводимости.

# ЗАКЛЮЧЕНИЕ

1. Предположение о подобности металлического водорода другим щелочным металлам с точки зрения модели твердых сфер позволяет существенно повысить надежность теоретических расчетов электронных явлений переноса.

2. Анализ парного эффективного взаимодействия между протонами в металлическом водороде позволяет предположить возможность существования металлического водорода в отсутствие внешнего давления и при температурах, близких к комнатным. Член третьего порядка теории возмущений играет тут принципиальную роль.

3. Член третьего порядка теории возмущений по электрон-протонному взаимодействию оказывается существенным и при количественных расчетах коэффициента электропроводности, и делает необходимым суммирование всего ряда теории возмущений во всем рассмотренном диапазоне плотностей и температур.

4. В непосредственной близости к точке перехода водорода в металлическое состояние его следует рассматривать как полупроводник с узкой запрещенной зоной.

### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- 1. Гинзбург В.Л. Какие проблемы физики и астрофизики представляются сейчас особо важными и интересными (тридцать лет спустя, причем уже на пороге XXI века)? // УФН. 1999. Т. 169. № 4. С. 419–441.
- Wigner E., Huntington H.B. On the Possibility of a Metallic Modification of Hydrogen // J. Chem. Phys. 1935. V. 3. № 12. P. 764–770.
- 3. *Dias Ranga P., Silvera Isaac F.* Observation of the Wigner-Huntington Transition to Metallic Hydrogen // Science. 2017. V. 355. № 6326. P. 715–719.
- 4. *Deemyad S., Silvera I.F.* The Melting Line of Hydrogen at High Pressures // Phys. Rev. Lett. 2008. V. 100. № 15. P. 155701(4) (arXiv: 0803.2321).
- Weir S.T., Mitchell A.C., Nellis W.J. Metallization of Fluid Molecular Hydrogen at 140 GPa (1.4 Mbar) // Phys. Rev. Lett. 1996. V. 76. № 11. P. 1860–1863.
- Nellis W.J., Weir S.T., Mitchell A.C. Minimum Metallic Conductivity of Fluid Hydrogen at 140 GPa (1.4 Mbar) // Phys. Rev. B. 1999. V. 59. № 5. P. 3434–3449.
- Nellis W.J. Metastable solid metallic hydrogen // Phil. Mag. B. 1999. V. 79. № 4. P. 655–671.
- Bastea M., Mitchell A.C., Nellis W.J. High Pressure Insulator-Metal Transition in Molecular Fluid Oxygen // Phys. Rev. Lett. 2001. V. 86. № 14. P. 3108–3112.
- 9. Chau R., Mitchell A.C., Minich R.W., Nellis W.J. Metallization of Fluid Nitrogen and the Mott Transition in Highly Compressed Low-Z Fluids // Phys. Rev. Lett. 2003. V. 90. № 24. P. 245501(4).
- Фортов В.Е., Терновой В.Я., Квитов С.В., Минцев В.Б., Николаев Д.Н., Пяллинг А.А., Филимонов А.С. Электропроводность неидеальной плазмы водорода в мегабарном диапазоне динамических давлений // Письма в ЖЭТФ. 1999. Т. 69. № 12. С. 874–878.
- Ternovoy V.Ya., Filimonov F.S., Fortov V.E., Kvitov S.V., Nikolaev D.N., Pyaling A.A. Thermodynamic Properties and Electrical Conductivity of Hydrogen Under Multiple Shock Compression to 150 GPa // Physica B (Amsterdam). 1999. V. 265. 1–4. P. 6–11.
- McMahon J.M., Morales M.A., Pierleoni C., Ceperley D.M. The Properties of Hydrogen and Helium Under Extreme Conditions // Rev. Mod. Phys. 2012. V. 84. № 4. P. 1607–1653.
- 13. *McMinis J., Clay R.C., Lee D., Morales M.A.* Molecular to Atomic Phase Transition in Hydrogen under High Pressure // Phys. Rev. Lett. 2015. V. 114. № 10. P. 105305(6).
- Azadi S., Monserrat B., Foulkes W.M.C., Needs R.J. Dissociation of High-Pressure Solid Molecular Hydrogen: A Quantum Monte Carlo and Anharmonic Vibrational Study // Phys. Rev. Lett. 2014. V. 112. № 12. P. 165501(6).
- Швец В.Т. Высокотемпературное уравнение состояние металлического водорода. // ЖЭТФ. 2007. Т. 131. № 4. С. 743–749.
- Shvets V.T., Datsko S.V. Malinovskij Ye.K. Metallization Degree of Hydrogen at a Pressure of 1.4 Mbar and a Temperature a 3000 K // Ukr J. Phys. 2007. V. 52. № 1. P. 70–76.

- Waseda J., Suzuki K. Characteristics of Soft Core in Pour Potential and Static Structure in Liquid Metals // Sci. Repts. Res. Inst., Tokeo Univ. A. 1973. V. 24. № 4. P. 139–184.
- Бровман Е.Г., Каган Ю, Холас А. О структуре металлического водорода при нулевом давлении // ЖЭТФ. 1971., Т. 61. № 6(12). С. 1300–1315.
- 19. Brovman E.G., Kagan Yu.and Kholas A. Properties of Metallic Hydrogen Under Pressure // Soviet Physics JETF. 1972. V. 35. № 4. P. 783–787.
- Харрисон У. Псевдопотенциалы в теории металлов. М.: Мир, 1968. 366 с.
- 21. *Швець В.Т.* Метод функцій Гріна в теорії металлів. Одеса: Латстар, 2002. 400 с.
- 22. *Швець В.Т.* Екстремальний стан речовини. Металізація газів. Херсон: Видавництво Грінь, 272 с.

- Швец Т.В., Швец В.Т. Эффекты высших порядков теории возмущений в электросопротивлении простых неупорядоченных металлов // ФММ. 2011. Т. 111. № 4. С. 1–14.
- 24. *Бровман Е.Г., Каган Ю*. Фононы в непереходных металлах // УФН. 1974. Т. 112. № 3. С. 369-426.
- Geldart D.J.M., Vosko S.H. The Screening Function of an Interacting Electron Gas // Can. J. Phys. 1966. V. 44. № 9. P. 2137–2171.
- 26. *Ballentine L., Heine V.* On a Theory of Liquid Metals // Phil. Mag. 1964. V. 9. № 100. P. 617–622.
- 27. Shvets V.T., Savenko S.V., Malinovskiy Ye.K. Ionic Interaction and Conductivity of Metallic Hydrogen // Condens. Matter Phys. 2006. V. 9. № 1. P. 127–133.
- Shvets V.T. Effective Proton-Proton Interaction and Metallization of Hydrogen // JETP Lett. 2012. V. 95. № 1. P. 29–32.