ПРОЧНОСТЬ И ПЛАСТИЧНОСТЬ

УДК 539.2

О ВЛИЯНИИ ВНЕШНЕГО НАПРЯЖЕНИЯ НА УСТОЙЧИВОСТЬ ТРЕЩИНЫ, РАСПОЛОЖЕННОЙ ВБЛИЗИ ДИПОЛЯ КЛИНОВЫХ ДИСКЛИНАЦИЙ

© 2021 г. С. В. Кириков^{*a*, *}, В. Н. Перевезенцев^{*a*, *b*}, А. С. Пупынин^{*a*}

^аФедеральное государственное бюджетное научное учреждение "Федеральный исследовательский центр Институт прикладной физики Российской академии наук", vл. Белинского. 85. Нижний Новгород. 603024 Россия

^bФедеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования

"Национальный исследовательский Нижегородский государственный университет им. Н.И. Лобачевского", пр. Гагарина, 23, Нижний Новгород, 603022 Россия

> *e-mail: ksv.kirikov@yandex.ru Поступила в редакцию 09.02.2021 г. После доработки 02.03.2021 г. Принята к публикации 06.03.2021 г.

Проведен анализ условий существования равновесных устойчивых трещин в суммарном упругом поле двухосного диполя клиновых дисклинаций и внешнего напряжения. В конфигурационном пространстве параметров рассматриваемой системы (мощность диполя дисклинаций, длина диполя и величина внешнего напряжения) определены области значений параметров, при которых возможно появление таких трещин. Показано, что увеличение внешнего напряжения приводит к существенной локализации области существования стабильных микротрещин, зарождающихся в окрестности дисклинационного диполя, и ее смещению в сторону меньших значений длины диполя. Определены области значений длин стабильных трещин. Показано, что увеличение внешнего напряжения внешнего напряжения длины диполя, и се смещению в сторону меньших значений длины диполя. Определены области значений длин стабильных трещин. Показано, что увеличение внешнего напряжения внешнего напряжения приводит к стягиванию интервалов значений длин стабильных трещин при каждом фиксированном значений плеча диполя и смещению верхней и нижней границы этого интервала в сторону меньших значений длин трещины.

Ключевые слова: дисклинационный диполь, трещина, метод конфигурационной силы **DOI:** 10.31857/S0015323021070032

введение

Экспериментальные и теоретические исследования свидетельствуют о том, что многие закономерности механического поведения поликристаллических твердых тел при больших пластических деформациях можно объяснить исходя из представлений о линейных мезодефектах ротационного типа – стыковых дисклинациях деформационного происхождения [1-4]. Они возникают в тройных стыках границ зерен вследствие различия пластической деформации в зернах поликристалла, а также в вершинах деформационных фасеток, возникающих на границах зерен при их взаимодействии с локализованными решеточными сдвигами [2, 4, 5]. Стыковые дисклинации создают мощные неоднородные поля внутренних напряжений. Это приводит к тому, что при истинной деформации $\varepsilon > 0.2$ в их окрестности формируются специфические аккомодационные структуры в виде оборванных стенок дислокаций, распространяющихся от стыков зерен и вершин деформационных фасеток в тело зерен [1]. Этот процесс лежит в основе явления фрагментации поликристаллов, т.е. разбиения зерен на взаимно разориентированные области (фрагменты). Теоретические исследования зарождения и эволюции оборванных дислокационных границ в упругих полях стыковых дисклинаций с использованием аналитических методов и методов компьютерного моделирования были проведены в работах [2–4].

По мере пластического деформирования в фрагментированной структуре возникают локальные участки, исчерпавшие возможности дальнейшей аккомодационной подстройки структуры [4]. В этом случае единственным каналом релаксации упругих напряжений от стыковых дисклинаций является зарождение микротрещин. Возникновение и накопление микротрещин в таких "критических" участках фрагментированной структуры запускает процесс появления очагов вязкого разрушения, предшествующий макроскопическому разрушению материала. Как следует из сказанного, важным этапом построения физической теории вязкого разрушения поликристаллических твердых тел является разработка адекватных моделей зарождения, роста и накопления микротрещин в упругих полях систем ротационных мезодефектов.

Создание такой теории находится пока на начальной стадии. Имеющиеся в настоящее время теоретические исследования в этом направлении ограничиваются рассмотрением простейших конфигураций мезодефектов. Так, условия появления микротрещин в упругом поле одиночной клиновой дисклинации рассматривали в работах [6–9]. Позлнее аналогичные исслелования были проведены для случая диполя клиновых дисклинаций и дисклинации, поле напряжений которой экранировано распределенным ансамблем дислокаций [6]. В работе [10] были проанализированы условия зарождения трещины Зинера-Гриффитса вблизи дисклинационного диполя. В работе [11] проведен анализ условий существования трещин в поле внутренних напряжений от мезодефекта ротационно-сдвигового типа, представляющего собой суперпозицию диполя клиновых дисклинаций и планарного мезодефекта. В работах [12, 13] проанализированы условия распространения трещин, зарождающихся на ротационных мезодефектах в гетерогенных материалах.

В настоящей работе рассмотрены условия равновесия микротрещины в суммарном поле внешних и внутренних напряжений от двухосного диполя клиновых дисклинаций и определены области существования стабильных трещин в конфигурационном пространстве параметров рассматриваемой системы.

ОПИСАНИЕ МОДЕЛИ

Рассмотрим двухосный диполь клиновых дисклинаций мощности w_{dp} с плечом 2*a*, в окрестности отрицательной дисклинации которого располагается трещина длиной *l* (рис. 1).

Выберем правостороннюю декартову систему координат таким образом, чтобы ее начало совпадало с положением отрицательной дисклинации диполя, а ось х была направлена вдоль плеча диполя. Энергетически наиболее выгодная ориентация трещины в общем случае зависит от напряженного состояния. Далее, для простоты, рассмотрим случай одноосного растяжения вдоль оси Оу, при котором ориентация трешины совпадает с направлением плеча диполя. Проанализируем условия равновесия такой трещины в суммарном поле внешних напряжений и внутренних напряжений от дисклинационного диполя. Для этого воспользуемся методом конфигурационной силы [14]. Для плоской деформации изотропного материала выражение для конфигурационной си-



Рис. 1. Схематическое изображение дисклинационного диполя с трещиной, расположенной вблизи отрицательной дисклинации диполя.

лы F, определяемой как величина упругой энергии, выделяющейся при продвижении трещины на единичный отрезок, имеет вид:

$$F(l) = \frac{l}{8D} \left(\overline{\sigma}_{yy}^2 + \overline{\sigma}_{xy}^2 \right), \tag{1}$$

где: $D = G/[2\pi(1-\nu)], G$ – модуль сдвига, ν – коэффициент Пуассона, $\overline{\sigma}_{yy}, \overline{\sigma}_{xy}$ – средневзвешенные суммарные напряжения от диполя дисклинаций σ^{dp} и внешнего напряжения σ^{ext} :

$$\overline{\sigma}_{yy} = \frac{2}{\pi l} \int_{0}^{l} \left[\sigma_{yy}^{dp}(x,0) + \sigma_{yy}^{\text{ext}} \right] \sqrt{\frac{x}{x-l}} dx; \qquad (2)$$

$$\overline{\sigma}_{xy} = \frac{2}{\pi l} \int_{0}^{l} \left[\sigma_{xy}^{dp} \left(x, 0 \right) + \sigma_{xy}^{\text{ext}} \right] \sqrt{\frac{x}{x-l}} dx.$$
(3)

Компоненты σ_{yy}^{dp} , σ_{xy}^{dp} тензора напряжений дисклинационного диполя [15] в выбранной системе координат имеют вид:

$$\sigma_{yy}^{dp}(x,0) = Dw_{dp} \ln \left| 1 + \frac{2a}{x} \right|, \ \sigma_{xy}^{dp}(x,0) = 0.$$
(4)

Анализ зависимости конфигурационной силы *F* от длины трещины *l* позволяет найти все точки неустойчивого и устойчивого равновесия трещины, удовлетворяющие соотношениям:

– для случая неустойчивого равновесия:

$$\begin{cases} F(l = l^*) = 2\gamma, \\ F'_l(l = l^*) \ge 0, \end{cases}$$
(5)

- для случая устойчивого равновесия:

$$\begin{cases} F(l = l^*) = 2\gamma, \\ F'_l(l = l^*) < 0, \end{cases}$$
(6)

где ү – удельная энергия свободной поверхности.



Рис. 2. Зависимости конфигурационной силы *F* от длины трещины *l*, при заданных значениях 2a = 0.7 мкм и $\sigma^{\text{ext}}/G = 2.2 \times 10^{-3}$, рассчитанные для разных значений w_{dp} : a) *l* - $w_{dp} = 0.050$, *2* - $w_{dp} = w_{dp}^d \approx 0.054$, $3 - w_{dp} = 0.058$, $4 - w_{dp} = 0.062$, $5 - w_{dp} = w_{dp}^u \approx 0.064$; б) *l* - $w_{dp} = 0.056$, $2 - w_{dp} = 0.060$.

РЕЗУЛЬТАТЫ РАСЧЕТА И ОБСУЖДЕНИЕ

Численные расчеты проводили при следующих значениях параметров: $b = 3 \times 10^{-4}$ мкм, G = 45000 МПа, v = 0.3, $\gamma = Gb/8$, 2a = 0.1 - 1.4 мкм, $\sigma^{\text{ext}}/G = (0 - 4) \times 10^{-3}$. Графики зависимости F(l), рассчитанные при заданных значениях 2a = 0.7 мкм и $\sigma^{\text{ext}}/G = 2.2 \times 10^{-3}$ для разных мощностей дисклинационного диполя w_{dp} , приведены на рис. 2.

Анализ этих зависимостей показывает, что при фиксированных значениях внешнего напряжения и длины диполя существование устойчивых равновесных трещин (в дальнейшем такие трещины будем называть стабильными) возможно лишь в определенном интервале значений *w*_{dp}.

Нижнее значение границы этого интервала w_{dp}^d удовлетворяет соотношениям:

$$\begin{cases} F\left(l = l^{d}, \ w_{dp} = w_{dp}^{d}\right)\Big|_{2a,\sigma^{\text{ext}}} = 2\gamma; \\ F_{l}'\left(l = l^{d}, \ w_{dp} = w_{dp}^{d}\right)\Big|_{2a,\sigma^{\text{ext}}} = 0; \\ F_{l}''\left(l = l^{d}, \ w_{dp} = w_{dp}^{d}\right)\Big|_{2a,\sigma^{\text{ext}}} < 0. \end{cases}$$
(7)

График зависимости F(l) при $w_{dp} = w_{dp}^d$ представлен на рис. 2а в виде кривой 2.

Верхняя граница этого интервала w_{dp}^{u} , удовлетворяет соотношениям:

$$\begin{cases} F\left(l = l^{u}, \ w_{dp} = w_{dp}^{u}\right)\Big|_{2a,\sigma^{\text{ext}}} = 2\gamma; \\ F_{l}'\left(l = l^{u}, \ w_{dp} = w_{dp}^{u}\right)\Big|_{2a,\sigma^{\text{ext}}} = 0; \\ F_{l}''\left(l = l^{u}, \ w_{dp} = w_{dp}^{u}\right)\Big|_{2a,\sigma^{\text{ext}}} > 0. \end{cases}$$
(8)

На рис. 2а представлен график зависимости F(l) при $w_{dp} = w_{dp}^{u}$ (кривая 4).

График зависимости F(l) для промежуточного значения w_{dp} из интервала (w_{dp}^d, w_{dp}^u) отображен на рис. 2а в виде кривой 3. В этом случае по мере увеличения длины трещины при достижении некоторого ее значения $l = l_0$ возникает положение неустойчивого равновесия трещины. При $l > l_0$ трещина самопроизвольно раскрывается и достигает положения устойчивого равновесия $l = l_{eq}$ (стабильная трещина). Ниже, следуя терминологии, предложенной в работах [6, 11], трещину длиной $l = l_0$ будем называть зародышевой.

При увеличении мощности дисклинационного диполя w_{dp} внутри рассматриваемого интервала $\left(w_{dp}^{d}, w_{dp}^{u}\right)$ происходит уменьшение длины зародышевой трещины и увеличение длины стабильной трещины (рис.26). Проводя аналогичные расчеты при разных значениях плеча диполя 2*a* (при фиксированной величине внешнего напря-





Рис. 3. Области существования стабильной трещины в конфигурационном пространстве параметров $(w_{dp}, 2a)$ при: a) $\sigma^{\text{ext}}/G = 0$; б) $\sigma^{\text{ext}}/G = 2.2 \times 10^{-3}$; в) $\sigma^{\text{ext}}/G = 3.3 \times 10^{-3}$.

жения), можно найти зависимости w_{dp}^d и w_{dp}^u от длины диполя.

Результаты приведены на рис. 3. Верхняя и нижняя кривые на рис. 36 и 3в представляют собой зависимости $w_{dp}^{u}(2a)$ и $w_{dp}^{d}(2a)$ соответственно. В конфигурационном пространстве $(w_{dp}, 2a)$ кривые $w_{dp}^{d}(2a)$ и $w_{dp}^{u}(2a)$ отсекают области существования стабильных трещин (на рис. 3 они выделены серым фоном).

Как видно из проведенного анализа, при увеличении длины диполя происходит постепенное сужение интервала (w_{dp}^{d}, w_{dp}^{u}) и стягивание его в точку при $w_{dp}^* = w_{dp}^d = w_{dp}^u$ при некотором значении длины дисклинационного диполя 2a*. Для иллюстрации сказанного на рис. 4 показана эволюция при увеличении длины диполя 2а зависимостей F(l), рассчитанных при значениях мощности диполя $w_{dp} = \left(w_{dp}^{d} + w_{dp}^{u}\right)/2$. Видно, что при увеличении плеча диполя разность между значениями локального максимума F_{\max} и локального минимума F_{\min} на кривых F(l) уменьшается, и при $2a = 2a^*$ кривая с локальными максимумом и минимумом вырождается в кривую с перегибом (при этом $F_{\text{max}} = F_{\text{min}} = 2\gamma$). При дальнейшем увеличении длины диполя дисклинаций существование стабильных трещин оказывается невозможным.

Сравнение рис. За, 3б и 3в показывает, что последовательное увеличение внешнего напряжения σ^{ext} приводит к все более выраженной локализации области существования стабильных микротрещин,

ФИЗИКА МЕТАЛЛОВ И МЕТАЛЛОВЕДЕНИЕ том 122 № 8 2021

зарождающихся в окрестности дисклинационного диполя, и ее смещению в сторону меньших значений длины диполя.

Поскольку устойчивое равновесие трещин возможно только при значениях w_{dp} , находящих-ся внутри интервала (w_{dp}^d, w_{dp}^u) , а их длина при



Рис. 4. Зависимости конфигурационной силы F(l), рассчитанные при различных значениях мощности w_{dp} и плеча 2a дисклинационного диполя при $\sigma^{\text{ext}}/G = 3.3 \times 10^{-3}$: $1 - w_{dp} = 0.12$, 2a = 0.2 мкм; $2 - w_{dp} = 0.09$, 2a = 0.3 мкм; $3 - w_{dp} = 0.07$, 2a = 0.4 мкм; $4 - w_{dp} = 0.06$, 2a = 0.5 мкм; $5 - w_{dp} = 0.06$, 2a = 0.59 мкм.



Рис. 5. Области значений длин стабильных трещин, рассчитанные при различных величинах внешнего напряжения: a) $\sigma^{\text{ext}}/G = 0$; б) $\sigma^{\text{ext}}/G = 2.2 \times 10^{-3}$; в) $\sigma^{\text{ext}}/G = 3.3 \times 10^{-3}$.

фиксированных σ^{ext} и 2*a* монотонно растет с увеличением w_{dp} , то длины трещин также оказываются заключены в некотором интервале (l^d, l^u) . Его нижняя граница, l^d , соответствует мощности дисклинационного диполя $w_{dp} = w_{dp}^d$, верхняя, l^u , – значению $w_{dp} = w_{dp}^u$. Области возможных длин стабильных трещин, рассчитанных при $\sigma^{\text{ext}}/G = 0$, $\sigma^{\text{ext}}/G = 2.2 \times 10^{-3}$, и $\sigma^{\text{ext}}/G = 3.3 \times 10^{-3}$ приведены на рис. 5. Как и следовало ожидать, увеличение внешнего напряжения приводит к стягивания интервалов значений длин стабильных трещин при каждом фиксированном значении плеча диполя и смещению верхней и нижней границ этого интервала в сторону меньших *l*.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Проведенный анализ показывает, что появление равновесных устойчивых микротрещин в окрестности дисклинационного диполя при заданной величине внешнего напряжения возможно лишь в определенной области конфигурационного пространства параметров рассматриваемого мезодефекта.

Несмотря на относительную простоту представленной модели, можно сделать некоторые выводы о характере накопления трещин в фрагментированной структуре. В первом приближении ротационные мезодефекты в такой структуре можно представить в виде совокупности распределенных по границам фрагментов диполей стыковых дисклинаций разной мощности. В этом случае появление стабильных трещин будет возможно вблизи тех диполей дисклинаций, мощности которых попадают в рассмотренный выше критический интервал (w_{dp}^d, w_{dp}^u) . Возникновение в процессе пластической деформации таких "критических" участков структуры будет приводить к накоплению в них микротрещин и формированию очагов вязкого разрушения.

Исследование выполнено при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований в рамках научного проекта № 20-08-00867.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- 1. *Рыбин В.В.* Большие пластические деформации и разрушение металлов. М.: Металлургия, 1986. 224 с.
- Rybin V.V., Perevezentsev V.N., Kirikov S.V. Formation of strain-induced broken dislocation boundaries at faceted grain boundaries // Phys. Metals Metal. 2018. V. 119. № 5. P. 421–429.
- 3. *Rybin V.V., Perevezentsev V.N., Svirina Y.V.* Model of formation of broken dislocation boundaries at joint disclinations // Tech. Phys. 2016. V. 61. № 6. P. 898–903.
- Рыбин В.В., Перевезенцев В.Н., Свирина Ю.В. Физическая модель начальных стадий фрагментации поликристаллов в ходе развитой пластической деформации // ФММ. 2017. V. 118. № 12. С. 999–1003.
- Перевезенцев В.Н., Кириков С.В., Свирина Ю.В. Анализ условий формирования деформационной фасетки при взаимодействии плоского скопления решеточных дислокаций с границей зерна. // ФММ. 2020. Т. 121. № 10. С. 1019–1025.
- Сарафанов Г.Ф., Перевезенцев В.Н. Условия возникновения стабильной микротрещины в упругом поле экранированной дисклинации // Деформация и разрушения материалов. 2016. Т. 2. С. 2–7.
- Gutkin M.Yu., Ovid'ko I.A. Nanocracks at grain boundaries in nanocrystalline materials // Phil. Mag. Letters. 2004. V. 84. № 10. P. 655–663.

- Рыбин В.В., Жуковский И.М. Дисклинационный механизм образования микротрещин // ФТТ. 1978. Т. 20. № 6. С. 1829–1835.
- 9. *Nazarov A.A., Wu M.S., Zhou K.* Computer simulation of crack formation in a nickel bicrystal nanowire containing a wedge disclination // Phys. Metals Metal. 2007. V. 104. № 3. P. 274–280.
- Wu M.S. Energy analysis of Zener–Griffith crack nucleation from a disclination dipole // Int. J. Plast. 2018. V. 100. P. 142–155.
- Кириков С.В., Перевезенцев В.Н. Анализ условий существования стабильных микротрещин в упругом поле напряжений от ротационно-сдвигового мезодефекта // Письма о материалах. 2021. Т. 11 (1). С. 50–54.
- Gutkin M.Yu., Ovidko I.A., Skiba N.V. Generation of nanocracks at grain boundary disclinations in nanocomposite materials // Rev. Adv. Mater. Sci. 2005. V. 10. P. 483–489.
- Wang, T., Luo, J., Xiao, Z., Chen. J. On the nucleation of a Zener crack from a wedge disclination dipole in the presence of a circular inhomogeneity // Eur. J. Mech. A. 2009. V. 28. P. 688–696.
- Инденбом В.Л. О критериях разрушения в дислокационных теориях прочности // ФТТ. 1961. Т. 3. № 7. С. 2071–2079.
- 15. Лихачев В.А., Хайров Р.Ю. Введение в теорию дисклинаций. Л.: Изд-во Ленингр. ун-та, 1975. 183 с.