ФИЗИКА МЕТАЛЛОВ И МЕТАЛЛОВЕДЕНИЕ, 2022, том 123, № 5, с. 478–481

ЭЛЕКТРИЧЕСКИЕ И МАГНИТНЫЕ СВОЙСТВА

УДК 537.632

ПОЛЯРИЗАЦИОННЫЕ СОБСТВЕННЫЕ КАНАЛЫ В МАГНИТНОЙ СРЕДЕ С НЕКОРРЕЛИРОВАННЫМ БЕСПОРЯДКОМ

Р. А. Ниязов[a, b, *], М. А. Кожаев[c], В. Г. Ачанта[d], В. И. Белотелов[c, e]

[a]Санкт-Петербургский государственный университет, Санкт-Петербург, 199034 Россия
[b]Национальный исследовательский центр "Курчатовский институт", Петербургский институт ядерной физики им. Б.П. Константинова, Гатчина, 188300 Россия
[c]Российский квантовый центр, Москва, 121353 Россия
[d]Институт фундаментальных исследований Тата, Мумбаи, 400005 Индия
[e]Московский государственный университет им. М.В. Ломоносова, Москва, 119991 Россия
*e-mail: r.niyazov@spbu.ru

Поступила в редакцию 13.11.2021 г.
После доработки 07.12.2021 г.
Принята к публикации 08.12.2021 г.

Рассеяние света в магнитной среде с некоррелированным беспорядком обсуждается в терминах поляризационных собственных каналов в рамках теории многократного рассеяния. Каналы характеризуются индивидуальными транспортными константами: постоянная диффузии, коэффициенты затухания и длина свободного пробега при рассеянии. Магнитооптические эффекты в ведущем порядке приводят к осцилляциям в подпространстве собственных мод, несущих линейную поляризацию. Они появляются в двух парах мод с разными частотами. Подпространство собственных мод с круговой поляризацией остается незатронутым магнитооптическими эффектами.

Ключевые слова: беспорядок, магнитные среды, многократное рассеяние, магнитооптические эффекты

DOI: 10.31857/S0015323022030056

ВВЕДЕНИЕ

Исследование прохождения света через рассеивающие среды связано с широким кругом задач, начиная с описания распространения света от далеких галактик и его преломления в атмосфере Земли до поиска неоднородных образований в теле человека и разработки компактных оптических устройств.

Теория многократного рассеяния является фундаментальным подходом, описывающим распространение света в неупорядоченных средах из первых принципов [1]. В рамках этой теории магнитооптические эффекты (МОЭ) и поляризационные эффекты интенсивно исследуют во многих работах. Упомянем лишь некоторые из них. Распространение волн и поляризационные эффекты обсуждали для немагнитных сред [2, 3], магнитоактивных сред [4, 5] и немагнитных сред с магнитооптическими рассеивателями [6]. Также был проведен расчет для заданного числа событий рассеяния в магнитных средах [7].

Теория многократного рассеяния обеспечивает физическую интерпретацию распространения света в терминах собственных поляризационных каналов. Каждый собственный канал имеет свою пространственную зависимость, транспортные константы и может нести определенную поляризацию. Описание в терминах этих каналов использовали для получения точного решения когерентного обратного рассеяния [8], для обсуждения рассеяния на атомах с внутренним вырождением [9], для учета старших вкладов по расстоянию между источником и детекторами при вычислении собственных векторов [10], для учета включений с короткодействующими корреляциями [11] и расчета вклада МОЭ в собственный вектор диффузионного канала [12].

Распространение света в гиромагнитной среде связано с различными МОЭ. Фокусируясь на эффектах в объеме и слабом магнитном поле, мы приходим к эффекту Фарадея – вращению поляризации в плоскости, ортогональной направлению распространения света. В данной работе мы используем описание собственных поляризационных каналов для изучения распространения света в неупорядоченных магнитных средах, чего раньше не делали. Показано, что МОЭ в ведущем порядке приводят к колебаниям в подпространстве линейно поляризованных собственных мод. Примечательно, что колебания происходят в двух парах мод с разными частотами. Следующий за ведущим порядок вклада МОЭ (вычислен ранее в [5]) приводит к уменьшению эффективной длины свободного пробега рассеяния l^{eff}. За исключением подпространства собственных мод с круговой поляризацией, где МОЭ не вносит вклад в l^{eff} в этих порядках.

ТЕОРИЯ МНОГОКРАТНОГО РАССЕЯНИЯ И ПОЛЯРИЗАЦИОННЫЕ СОБСТВЕННЫЕ КАНАЛЫ

Мы используем теорию многократного рассеяния, *ab initio* подход для описания распространения света в средах с включениями [13, 14]. Мы пренебрегаем граничными эффектами и предполагаем, что электрическое поле **E** распространяется в бесконечной магнитной среде и подчиняется уравнению Гельмгольца:

$$\left(\Delta + \epsilon k_0^2\right)\mathbf{E} = i\mu_0\omega\mathbf{j}, \quad (1)$$

где $k_0 = 2\pi/\lambda$, λ – длина волны света в вакууме, $\mathbf{j}$ – плотность тока источника света, ϵ – тензор диэлектрической проницаемости.

Решение исходящей электрической волны можно найти в следующем виде:

$$E_i(r) = i\mu_0\omega\int G_{il}^R(r,r')\,j_l(r')\,dr', \quad (2)$$

где $G_{il}^R(r,r')$ – запаздывающая функция Грина, r, r' – трехмерные радиус-векторы.

В отсутствие примесей тензор диэлектрической проницаемости в магнитных средах имеет вид:

$$\epsilon_{ij} = \epsilon^0\delta_{ij} - i\sum_{k=1}^{3}\varepsilon_{ijk}g_k. \quad (3)$$

Здесь δ_{ij} – символ Кронекера, ϵ^0 – диагональная часть тензора диэлектрической проницаемости, ε_{ijk} – тензор Леви–Чивита, g_k – вектор гирации, пропорциональный намагниченности среды. Наличие антисимметричной части диэлектрического тензора приводит к эффекту Фарадея.

В этом случае запаздывающая функция Грина в обратном пространстве k, $G^R(k) = \int G^R(r)e^{-ikr}dr$, определяется следующим выражением:

$$G_{il}^R(k) = \sum_{\alpha=\pm} P_{il}^\alpha\left(\hat{k}\right)G^{R,\alpha}(k),$$
$$P_{il}^\alpha\left(\hat{k}\right) = \frac{1}{2}\left(\delta_{il} - \widehat{k_i}\widehat{k_l} - i\alpha\varepsilon_{ilj}\widehat{k_j}\right), \quad (4)$$
$$G^{R,\alpha}(k) = \left[\left(1 - \alpha\hat{k}g\right)k_0^2 - k^2 + i0^+\right]^{-1},$$

где $\hat{k} \equiv k/k$ – единичный вектор вдоль волнового вектора k, $\hat{k}g$ – его скалярное произведение на вектор гирации. Магнитооптическое взаимодействие проявляется в структуре функции Грина с проекторами $P^{+(-)}$ на правую (левую) круговую поляризацию. Знак плюс перед мнимой бесконечно малой величиной в знаменателе функции Грина определяет выбор исходящего распространения волны.

Включения в среде можно рассматривать как флуктуации тензора диэлектрической проницаемости $\delta\epsilon(r)$. Мы предполагаем, что магнитооптические эффекты внутри частиц отсутствуют. Изотропный некоррелированный беспорядок, соответствующий модели белого шума [14], имеет вид:

$$\delta\epsilon_{ij}(r) = \delta_{ij}\delta\epsilon(r), \quad \langle\delta\epsilon(r)\rangle = 0,$$
$$\langle\delta\epsilon(r)\delta\epsilon(r')\rangle = \frac{6\pi}{lk_0^4}\delta(r - r'), \quad (5)$$

где $\langle\ldots\rangle$ означает усреднение по гауссовому распределенному беспорядку, l – длина свободного пробега в среде при упругом рассеянии.

В этом случае учет многократного рассеяния на разреженных включениях приводит к замене 0^+ на $k_0^2\zeta$ в функции Грина, где $\zeta = 1/k_0 l$. Это так называемое приближение Бурре [15], которое соответствует вычислению членов старшего порядка с малым параметром $\zeta \ll 1$.

Из вычисленной выше функции Грина можно получить только характеристики среднего поля распространения света, такие как эффективный диэлектрический тензор. В этом анализе имеется два собственных канала в плоскости, ортогональной направлению вектора гирации [16]. В немагнитных средах, $g = 0$, поляризация света собственных каналов линейная, а для случая $g \neq 0$ поляризация света круговая.

Для получения полной физической картины и изучения эффектов интерференции в неупорядоченных средах требуется анализ двухточечного коррелятора $E_k(r)E_l^*(r')$. В лестничном приближении [10] он удовлетворяет уравнению Бете–Солпитера:

$$\left\langle E_k(r)E_l^*(r')\right\rangle = \left\langle E_k(r)\right\rangle\left\langle E_l^*(r')\right\rangle + k_0^4\int\langle G_{km}(r,r_1)\rangle\times$$
$$\times\left\langle G_{ln}^*\left(r',r_1'\right)\right\rangle\left\langle\delta\epsilon(r_1)\delta\epsilon\left(r_1'\right)\right\rangle\left\langle E_m(r_1)E_n^*\left(r_1'\right)\right\rangle dr_1dr_1'. \quad (6)$$

Мы считаем, что источником света является точечный диполь:

$$j_i(r,r_0) = i\omega p\delta_{is}\delta(r - r_0), \quad (7)$$

где $p = 1/\mu_0\omega^2$ – дипольный момент, r_0 – радиус-вектор местоположения источника, и он ориентирован вдоль s-ой оси.

Уравнение (6) можно переписать в обратном пространстве с помощью преобразования Фурье

Таблица 1. Собственные значения, $\lambda_p = \alpha_p - \kappa_p(Kl)^2 + \beta_p ig/\zeta$, S-тензора (9)

p	α_p	κ_p	β_p
1	1	1/3	0
2, 3	7/10	23/70	±1/5
4, 5	7/10	13/70	±1/10
6	7/10	29/210	0
7	1/2	3/10	0
8, 9	1/2	1/10	0

по переменным $X = r - r'$ и $R = (r + r')/2 - r_0$ с дуальными переменными в обратном пространстве, соответственно, q и K.

Уравнение Бете–Солпитера для случая $X = 0$ записывается как

$$D_{ijkl}(K) = S_{ijkl}(K) + \frac{6\pi}{l} S_{ijmn}(K) D_{mnkl}(K), \tag{8}$$

где

$$\begin{aligned} S_{ijkl}(K) &= \int \langle G_{ik}(q + K/2)\rangle \left\langle G^*_{jl}(q - K/2)\right\rangle \frac{dq}{(2\pi)^3}, \\ D_{ijkl}(K) &= \int \left\langle G_{ik}(q + K/2) G^*_{jl}(q - K/2)\right\rangle \frac{dq}{(2\pi)^3}. \end{aligned} \tag{9}$$

Вычисление собственных векторов S_{ijkl}

$$\frac{6\pi}{l} S_{ijkl}(K) = \sum_{p=1}^{9} \lambda_p |p\rangle_{ij} \langle p|_{kl}, \tag{10}$$

позволяет найти D_{ijkl} следующим образом:

$$\begin{aligned} D_{ijkl}(K) &= \sum_{p=1}^{9} D_p |p\rangle_{ij} \langle p|_{kl}, \\ D_p &= \frac{l}{6\pi} \frac{\lambda_p}{1 - \lambda_p}. \end{aligned} \tag{11}$$

Теперь введем величину с размерностью плотности энергии $U_p = \frac{6\pi}{c} D_p$. Она является нашим главным интересом из-за интерпретации как плотности энергии с поляризационным разрешением для поляризационного собственного канала $|p\rangle\_\{ij\}\langle p|_{kl}$ [11]. Каждый канал описывает распространение пары (E_k, E_l) в (E_i, E_j).

Вычисление S-тензора (9) аналитически возможно в ограниченных случаях с помощью вырожденной теории возмущений. Расчет начинается с нулевого приближения: бесконечное расстояние между источником и детекторами, $Kl = 0$, в немагнитных средах, $g = 0$. Для собственных векторов S-тензора получаются известные результаты:

$$\begin{aligned} |1\rangle_{ij} &= \frac{1}{\sqrt{3}}\delta_{ij}; \quad |2\rangle_{ij} = \frac{1}{\sqrt{2}}(\delta_{ia}\delta_{ja} - \delta_{ib}\delta_{jb}); \\ |3,4,5\rangle_{ij} &= \frac{1}{\sqrt{2}}(\delta_{ia}\delta_{jb} + \delta_{ib}\delta_{ja}); \\ |6\rangle_{ij} &= \frac{1}{\sqrt{6}}(\delta_{ia}\delta_{ja} + \delta_{ib}\delta_{jb} - 2\delta_{ic}\delta_{jc}); \\ |7,8,9\rangle_{ij} &= \frac{1}{\sqrt{2}}(\delta_{ia}\delta_{jb} - \delta_{ib}\delta_{ja}). \end{aligned} \tag{12}$$

Здесь $a \neq b \neq c \in \{1,2,3\}$. Собственные значения вырождены и принимают значения $(1, 7/10, 1/2)$ соответственно для $p = 1, 2-6, 7-9$. Примечательно, что такое различие мод соответствует разным типам поляризаций, передаваемых разными каналами [6]. Каналы в подпространстве $p = 2 - 6$ несут линейную поляризацию, тогда как собственные моды с $p = 7 - 9$ переносят круговую поляризацию. Первая собственная мода, $p = 1$, является диффузной деполяризованной модой, которая не затухает на больших расстояниях.

Далее учет старшего порядка по Kl (см. подробный расчет в [10]) приводит к частичному снятию вырождения. Вычисление S в случае ненулевой гирации включает интегрирование по модулю q по теореме о вычетах, последующее разложение S в пределе $g \ll \zeta$ и, наконец, вычисление интеграла по углам [12]. Это приводит к поправке по гирации первого порядка, g/ζ, в парах $p = 2-3, 4-5$. См. подробности в табл. 1.

Плотность энергии собственных каналов поляризации с собственными значениями в виде $\lambda_p = \alpha_p - \varkappa_p (Kl)^2$ принимает форму [11]:

$$U_p(K) = \frac{1}{\frac{c}{l}\left(\lambda_p^{-1} - 1\right)} = \frac{1}{\mathcal{D}_p K^2 + \mu_p c}, \tag{13}$$

где $\mathcal{D}_p = \frac{\varkappa_p}{\alpha_p^2} cl$ – постоянная диффузии, $\mu_p = \frac{1}{l}\left(\alpha_p^{-1} - 1\right)$ – коэффициент затухания. В реальном пространстве плотность энергии имеет диффузионную форму с убывающей экспонентой:

$$U_p(R) = \frac{1}{4\pi \mathcal{D}_p R} e^{-R/l_p^{\text{eff}}}. \tag{14}$$

Здесь, $l_p^{eff} = \sqrt{\frac{\mathcal{D}_p}{\mu_p c}} = l\sqrt{\frac{\varkappa_p}{\alpha_p(1 - \alpha_p)}}$ – упругая длина свободного пробега отдельного собственного канала. $U_p(R)$ экспоненциально затухает для всех собственных каналов, кроме первого канала – диффузионная мода, где $\alpha_1 = 1$ значит $l_1^{eff} = \infty$.

Подстановка $\alpha_p \to \alpha_p + \beta_p ig/\zeta$ учитывает в ведущем порядке магнитооптические эффекты. Следовательно, длина свободного пробега при рассеянии l_p^{eff} модифицируется следующим образом:

$$l_p^{\text{eff}} \to l_p^{\text{eff}}\left(1 - i\beta_p \frac{1-2\alpha_p}{2\alpha_p(1-\alpha_p)}\frac{g}{\zeta}\right) = \\ = l_p^{\text{eff}}\left(1 + i\beta_p \frac{20}{21}\frac{g}{\zeta}\right). \quad (15)$$

Во втором равенстве мы используем тот факт, что МОЭ модифицировали только подпространство линейной поляризации собственных каналов, где $\alpha_p = 7/10$. Ненулевая мнимая часть l_p^{eff} указывает на существование колебаний поляризации рассеянного света [6]. Эти колебания зависят от намагниченности среды и расстояния R. В терминах пространства параметров Стокса колебания происходят в плоскости $Q-U$. Стоит отметить, что две пары собственных каналов $p = 2$–3 и $p = 4$–5 имеют разные мнимые части собственных значений. Следовательно, эти пары имеют разные частоты колебаний.

Вклады МОЭ следующего за ведущим порядком [5] изменяют собственные значения таким образом: $\alpha_p \to \alpha_p - \overline{\beta_p}(g/\zeta)^2$, где $\overline{\beta_p} > 0$ для всех собственных значений. Длина свободного пробега l_p^{eff} изменяется как

$$l_p^{\text{eff}} \to l_p^{\text{eff}}\left(1 + \overline{\beta_p}\frac{1-2\alpha_p}{2\alpha_p(1-\alpha_p)}\left(\frac{g}{\zeta}\right)^2\right). \quad (16)$$

Здесь необходимо сделать два замечания. Во-первых, это выражение неверно для первой моды, потому что $\alpha_1 = 1$. В этом случае l_1^{eff} становится равным не бесконечности, а $l_1^{\text{eff}} = \dfrac{l}{g/\zeta}$. Во-вторых, l_p^{eff} подпространства круговой поляризации $p = 7$–9 по-прежнему не подвержены влиянию МОЭ, потому что $\alpha_p = 1/2$, так что вклады гирации второго порядка исчезают. Для подпространства линейной поляризации, $p = 2$–6, такие изменения приводят к уменьшению l_p^{eff}.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Исследовано влияние магнитооптических эффектов на поляризацию света в гиротропной среде с некоррелированным беспорядком. Показано, что имеется 9 собственных каналов, включая две группы, которые несут линейную (5 мод) и круговую (3 моды) поляризации отдельно, и одну диффузную деполяризованную моду. Было показано, что колебания поляризации происходят в подпространстве линейной поляризации в ведущем порядке по МОЭ. В то время как вклад МОЭ второго порядка приводит к уменьшению эффективного среднего пути рассеяния, l_p^{eff}, в подпространствах собственных каналов с линейной поляризацией и диффузном канале. Подпространство круговой поляризации остается незатронутым под действием МОЭ в этих порядках: l_p^{eff} остается неизменным. Полученные результаты расширяют понимание взаимосвязей между МОЭ, беспорядком и поляризацией.

Исследование выполнено при финансовой поддержке РФФИ в рамках научных проектов № 19-32-60077 (Р.А.Н.) и № 18-52-80038 (М.А.К., В.Г.А. и В.И.Б.).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Рытов С.М., Кравцов Ю.А., Татарский В.И.* Введение в статистическую радиофизику. Часть II. Случайные поля. М.: Наука, 1978. 464 с
2. *Stephen M.J., Cwilich G.* Rayleigh scattering and weak localization: Effects of polarization // Phys. Rev. B. 1986. V. 34. P. 7564.
3. *Van Tiggelen B.A., Lagendijk A., Tip A.* Multiple scattering effects for the propagation of light in 3D slabs // J. Phys.: Condens. Matter. 1990. V. 2. P. 7653.
4. *Голубенцев А.А.* Подавление интерференционных эффектов при многократном рассеянии света // ЖЭТФ. 1984. № 86. С. 47–59.
5. *MacKintosh F.C., John S.* Coherent backscattering of light in the presence of time-reversalnoninvariant and parity-nonconserving media // Phys. Rev. B. 1988. V. 37. P. 1884.
6. *Van Tiggelen B.A., Maynard R., Nieuwenhuizen T.M.* Theory for multiple light scattering from Rayleigh scatterers in magnetic fields // Phys. Rev. E. 1996. V. 53. P. 2881.
7. *Martinez A.S., Maynard R.* Faraday effect and multiple scattering of light // Phys. Rev. B. 1994. V. 50. P. 3714.
8. *Ozrin V.D.* Exact solution for coherent backscattering of polarized light from a random medium of Rayleigh scatterers // Wave Random Media. 1992. V. 2. P. 141.
9. *Müller C.A., Miniatura C.* Multiple scattering of light by atoms with internal degeneracy // J. Phys. A: Math. Gen. 2002. V. 35. P. 10163.
10. *Vynck K., Pierrat R., Carminati R.* Polarization and spatial coherence of electromagnetic waves in uncorrelated disordered media // Phys. Rev. A. 2014. V. 89. P. 013842.
11. *Vynck K., Pierrat R., Carminati R.* Multiple scattering of polarized light in disordered media exhibiting short-range structural correlations // Phys. Rev. A. 2016. V. 94. P. 033851.
12. *Kozhaev M.A., Niyazov R.A., Belotelov V.I.* Correlation of light polarization in uncorrelated disordered magnetic media // Phys. Rev. A. 2017. V. 95. P. 023819.
13. *Sheng P.* Introduction to wave scattering, localization and mesoscopic phenomena. Springer Science & Business Media, 2006.
14. *Akkermans E., Montambaux G.* Mesoscopic physics of electrons and photons. Cambridge University Press, 2007.
15. *Bharucha-Reid A.T.* Probabilistic Methods in Applied Mathematics, vol. 3. Elsevier Science, 2014.
16. *Ниязов Р.А., Кожаев М.А., Ачанта В.Г., Белотелов В.И.,* в печати.