

МГД-УСТОЙЧИВОСТЬ ГЛОБАЛЬНЫХ МОД И УДЕРЖАНИЕ БЫСТРЫХ ЧАСТИЦ В КВАЗИ-ОСЕСИММЕТРИЧНОМ ГИБРИДЕ ТОКАМАКА И СТЕЛЛАРАТОРА

© 2019 г. М. И. Михайлов^{a,*}, Ю. Нюренберг^b, Р. Цилле^c

^a Национальный исследовательский центр “Курчатовский институт”, Москва, Россия

^b Институт физики плазмы им. М. Планка, 17491 Грайфсвальд, Германия

^c Институт физики плазмы имени М. Планка, 85748 Гаршинг, Германия

*e-mail: Mikhaylov_MI@nrcki.ru

Поступила в редакцию 17.05.2019 г.

После доработки 23.05.2019 г.

Принята к публикации 20.06.2019 г.

Для квази-осесимметричного гибрида токамака и стелларатора исследуется совместимость устойчивости глобальных МГД-мод и хорошего бесстолкновительного удержания быстрых частиц. Показывается, что оба требования могут быть удовлетворены для величин относительного давления плазмы вплоть до $\langle \beta \rangle \sim 0.02$.

DOI: 10.1134/S0367292119120059

1. ВВЕДЕНИЕ

Квази-осесимметричный токамак, т.е. стелларатор с тороидальным током, был предложен в [1]. В рассмотренной в этой работе двухпериодной конфигурации с аспектным отношением $A \sim 4$ стеллараторное вращательное преобразование на оси и на границе имело значения $\iota(0) = 0.1$, $\iota(1) = 0.14$ (соответствующие значения на одном периоде составляли 0.05 и 0.07). Полное вращательное преобразование предписывалось как $\iota = 0.91 - 0.59s$, где s — нормализованный тороидальный поток. Оно обеспечивалось соответствующим распределением тороидального тока. В этой конфигурации бесстолкновительное удержание α -частиц при реакторных параметрах ($B = 5$ Тл; $V = 1000$ м³) было очень хорошим (почти все частицы, стартующие на $1/2$ радиуса, удерживались в течение 1 секунды). Устойчивость глобальных мод в [1] не рассматривалась.

Поскольку привлекательность концепции осевой квазисимметрии основана на потенциальной возможности работы без срывов [2], в настоящей статье квази-осесимметричный гибрид токамака и стелларатора с хорошим удержанием быстрых частиц анализируется на предмет МГД-устойчивости более детально, чем в [3].

2. ОПТИМИЗАЦИЯ К ОСЕВОЙ КВАЗИСИММЕТРИИ

Условие осевой квазисимметрии как условие отсутствия в модуле магнитного поля фурье-гармоник B_{mn} с $n \neq 0$ в магнитных координатах легко может быть использовано для оптимизации к квазисимметрии. Как утверждается в [4] и показывается более строго в [5, 6], точное выполнение условия квазисимметрии во всем объеме плазменного шнура невозможно. В этом случае использование различных “штрафных” функций для оптимизации к квази-симметрии может приводить к слегка различающимся результатам. В качестве примеров штрафных функций можно привести сумму абсолютных величин B_{mn} , нарушающих симметрию, или сумму квадратов этих величин. Это суммирование можно проводить на некоторой предписанной магнитной поверхности или во всем объеме плазменного шнура. Следует отметить, что при оптимизации стеллараторное вращательное преобразование должно считаться внешним параметром и, следовательно, должно быть предписано исходя из некоторых дополнительных соображений.

Как было показано в [7], одномерный спектр B (в дополнение к его зависимости от потоковой координаты) обеспечивает сохранение дополни-

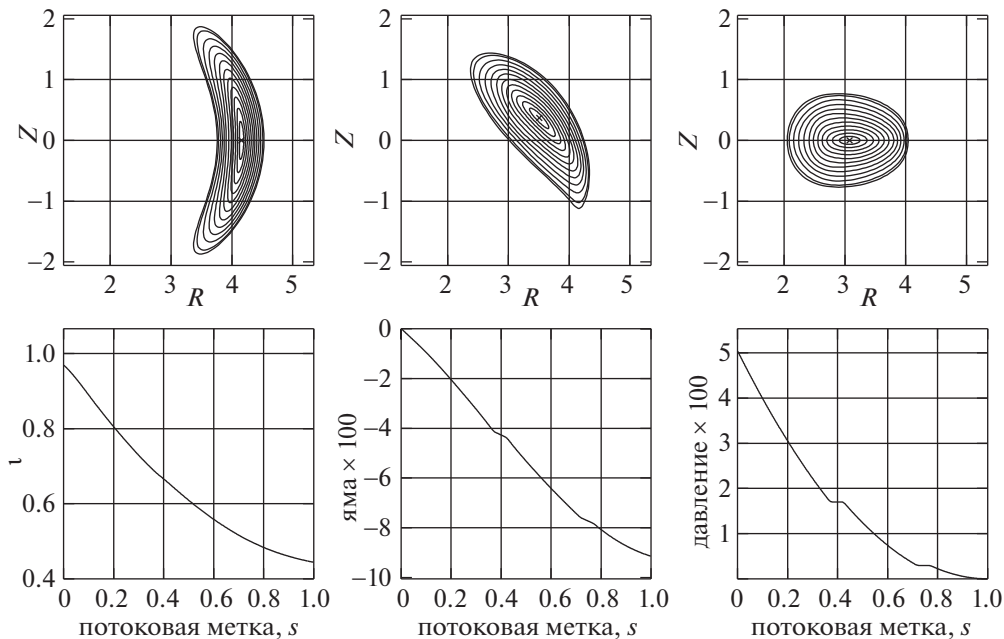


Рис. 1. Поперечные сечения (начало, четверть и середина периода) оптимизированной к осевой квазисимметрии $N = 2$ конфигурации с продольным током, $\langle \beta \rangle = 0.019$ (вверху) и радиальные профили вращательного преобразования, магнитной ямы и давления плазмы (внизу).

тельного интеграла дрейфовых уравнений движения, как и в действительно симметричных конфигурациях. Это означает, что в терминах магнитных координат форма “банановой” орбиты не зависит от продольной координаты. С точки зрения удержания частиц менее строгое условие постоянства второго адиабатического инварианта $J_{\parallel}$ на магнитной поверхности (центр “банана” запертой частицы движется вдоль магнитной поверхности) может использоваться при оптимизации в комбинации с условием псевдосимметрии [8]. Выполнение этого условия означает отсутствие островов в картине линий $B = \text{const}$ на магнитных поверхностях и отсутствие локально-запертых частиц. Оно может быть сформулировано как условие двумерности модуля магнитного поля в некоторых потоковых координатах с выпрямленными силовыми линиями магнитного поля. В приосевом приближении условие квазисимметрии и условие $J_{\parallel} = J_{\parallel}(s)$ для всех запертых частиц совпадают друг с другом, но в более высоких по радиусу приближениях между ними появляется различие. Для достижения хорошего удержания частиц можно использовать даже еще более мягкое условие, потребовав только, чтобы для всех величин B_{reflect} (т.е. для всех запертых частиц) контуры второго адиабатического инварианта для частиц, стартующих на некоторой предписанной магнитной поверхности, не выходили бы за пределы плазменного шнура. Это условие наряду с условием псевдосимметрии и осевой ква-

зисимметрии использовалось в данной работе. Как и в [1], рассматривалась двухпериодная конфигурация с аспектным отношением $A \sim 4$.

На рис. 1 показаны сечения магнитных поверхностей в найденной конфигурации при $\langle \beta \rangle = 0.019$, а также радиальные профили вращательного преобразования, магнитной ямы и давления плазмы с уплощениями вблизи резонансов $2/3$ и $1/2$. Для давления и плотности продольного тока принимались профили $p \sim (1-s)^2$, $j \sim 0.1(1-s^2)^3 + 0.9(1-s)^3$. Вращательное преобразование вблизи магнитной оси близко к 1 (0.97), резонансная поверхность $\iota = 1/2$ расположена внутри плазменного шнура, и $\iota(1) = 0.44$. Для найденной граничной магнитной поверхности вращательное преобразование вакуумного магнитного поля составляет 0.27 около магнитной оси и 0.31 вблизи границы. Эффективные рипплы ($\epsilon^{3/2}$) изменяются от 6×10^{-5} около магнитной оси до 2×10^{-4} вблизи границы. Удержание быстрых частиц очень хорошее. При реакторных параметрах из 1000 α -частиц, стартующих на $1/2$ малого радиуса, 280 частиц являются запертыми, и только несколько (~ 5) частиц выходят из плазмы за время 1 с. Удержание частиц и эффективные рипплы слабо зависят от давления плазмы, но чувствительны к величине продольного тока: при фиксированном профиле тока уменьшение продольного тока сначала (при $\iota(0) \sim 0.77$) слабо сказывается на удержании быстрых частиц (теряются от 0 до

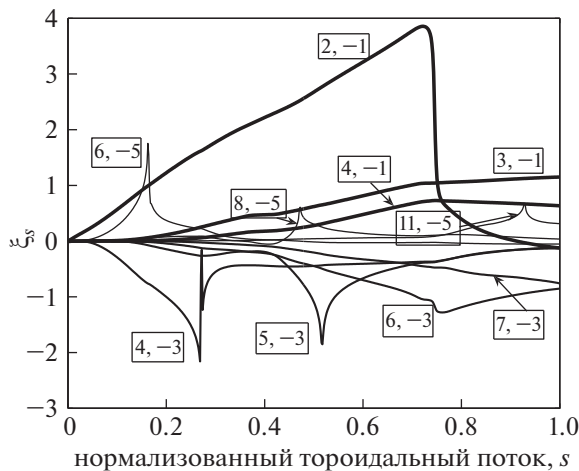


Рис. 2. Профили десяти наибольших фурье-гармоник радиальной компоненты смещения для начальной конфигурации с $\langle \beta \rangle = 0.019$, первое семейство.

10 частиц), однако при $\iota(0) < 0.72$ потери быстро растут и при $\iota(0) = 0.58$ составляют около 1/3 от всех запертых частиц.

3. УСТОЙЧИВОСТЬ ГЛОБАЛЬНЫХ МГД-МОД

Устойчивость идеальных глобальных МГД-мод исследовалась с использованием численного кода CAS3D [9]. Рассматривались моды со свободной границей [10], проводящий кожух отсутствовал, для нормализации использовалась поперечная к магнитной поверхности компонента возмущенного магнитного поля. В двухпериодной конфигурации можно выделить два независимых семейства мод с тороидальными индексами $n = -1 + 2k$ (первое семейство) и $n = 2k$ (второе семейство), где k — целое число. Число точек по радиусу составляло 576, максимальное значение полоидального индекса (m) составляло 15, и общее число фурье-мод было около 100. Такие параметры позволили рассмотреть три типа мод: внутренние кинк-моды с малыми значениями m , моды баллонного типа и пилинг-моды [11], два последних типа имеют большие значения m . Во всех расчетах граничная магнитная поверхность, профиль равновесной плотности тока и полный продольный ток оставались неизменными. Рассматривались несколько значений равновесного относительного давления плазмы.

а) Внутренние кинк-моды

При рассматриваемой величине полного продольного тока две резонансные магнитные поверхности с малыми m оказываются внутри плазменного шнура: $\iota = 2/3$ и $\iota = 1/2$. Соответствующие

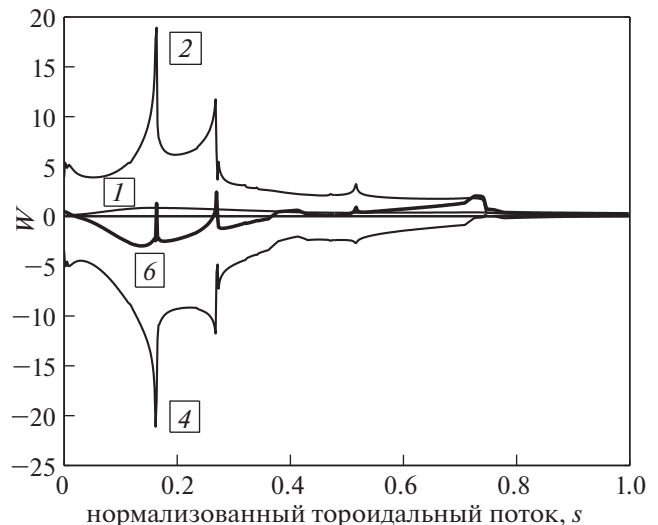


Рис. 3. Усредненные по магнитным поверхностям вклады в интеграл возмущения энергии как функции нормализованного тороидального потока для начальной конфигурации; 1 — C^1 связан с изгибанием силовых линий магнитного поля, 2 — C^2 — выражается через локальный шир и плотность параллельного тока, 3 — C^3 — связан в основном с изменением продольного поля, 4 — C^4 — потенциально дестабилизирующий член $A(\xi \cdot \nabla s)^2$, 5 — C^5 — член, связанный со сжатием плазмы и 6 — C^6 — собственно W_p . Вклады 3 и 4 не показаны ввиду их малости.

щие резонансные моды принадлежат к разным семействам и должны рассматриваться отдельно. Для первого семейства на рис. 2 показаны радиальные профили десяти наибольших фурье-гармоник радиального смещения для $\langle \beta \rangle = 0.019$. Хотя вклад в энергию возмущения от области, занятой плазмой, отрицателен, $W_p = -0.135$, положительный вклад от вакуумной области, $W_{vac} = 0.138$, делает моду устойчивой: $\lambda = W_p + W_{vac} = 0.003$. Как видно, в рассматриваемой глобальной моде, наряду с характерной для токамака связи мод с одинаковыми n , присутствует также и связь мод с разными n , характерная для стелларатора. Поскольку число периодов мало ($N = 2$), рациональные поверхности с $\iota = n/m$ с разными n и с не слишком сильно отличающимися значениями m расположены внутри плазменного шнура. Для гармоник с резонансными поверхностями внутри плазменного шнура максимальные амплитуды радиальной компоненты смещения достигаются вблизи соответствующих резонансных поверхностей. На рис. 3 показаны радиальные распределения различных вкладов в $W_p = \int d\tau [|\mathbf{C}|^2 - A(\xi \cdot s)^2 + \gamma p(\nabla \cdot \xi)^2]$ (детали можно найти в [9]).

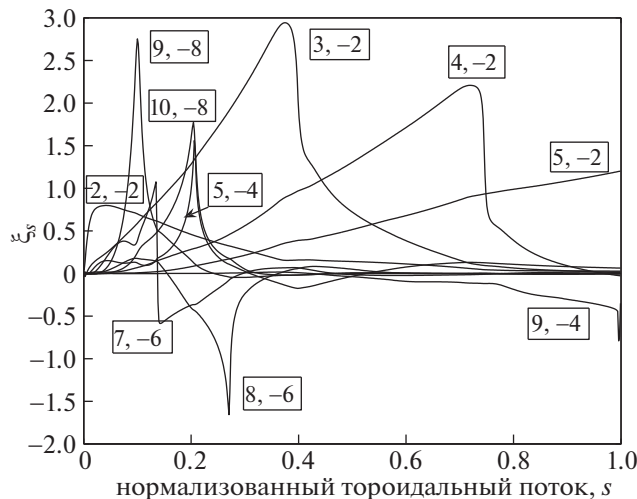


Рис. 4. То же, что и на рис. 2, но для второго семейства.

Как видно из рис. 2, условие свободной границы существенно для рассматриваемой глобальной моды; многие гармоники имеют конечные значения на границе. В то же время, каждый из составляющих W_p членов, как и собственно W_p , становится малым за пределами магнитной поверхности с $\iota = 1/2$.

Соответствующая мода из второго семейства с наибольшими амплитудами фурье-гармоник с $m = 3, n = -2$ и $m = 4, n = -2$ оказывается при $\langle \beta \rangle = 0.019$ даже более устойчивой, см. рис. 4. Здесь вклад в возмущение энергии от плазменной области оказывается положительным, $W_p = 0.103$ и $W_{vac} = 0.045$, так что $\lambda = 0.148$. Вклады в W_p сильно уменьшаются за пределами резонансной поверхности $\iota = 2/3$ (см. рис. 5). Из сравнения двух рассмотренных глобальных мод можно сделать вывод, что мода из первого семейства является гранично-устойчивой, в то время как мода из второго семейства глубоко устойчива.

С увеличением давления плазмы сначала мода из первого семейства становится неустойчивой. Спектр неустойчивой моды с основной гармоникой $m = 2, n = -1$ при $\langle \beta \rangle = 0.024$ показан на рис. 6. Здесь $W_p = -0.189$, $W_{vac} = 0.158$, так что $\lambda = -0.031$. Для этого давления плазмы мода из второго семейства все еще устойчива. На рис. 7 показана слабо неустойчивая мода из второго семейства для $\langle \beta \rangle = 0.029$. Для нее $W_p = -0.087$, $W_{vac} = 0.073$, так что $\lambda = -0.014$.

Из сравнения приведенных результатов можно сделать вывод, что для внутренних кинк мод предел по давлению плазмы составляет $\langle \beta \rangle = 0.02$.

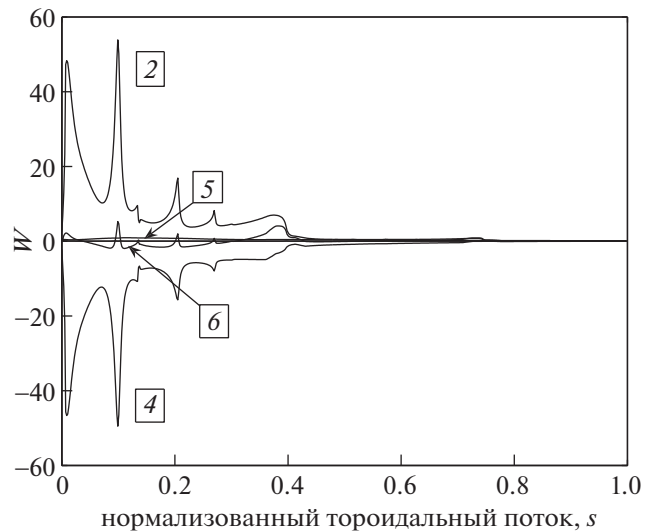


Рис. 5. То же, что и на рис. 3, но для второго семейства.

б) Моды баллонного типа

Используемая таблица мод позволяет рассмотреть и моды с более высокими m и n (моды баллонного типа). Они также рассматриваются как моды со свободной границей. Радиальные профили гармоник нормальной к магнитной поверхности компоненты смещения для $\langle \beta \rangle = 0.019$ показаны на рис. 8. Эта мода из первого семейства глубоко устойчива: $W_p = 0.011$, $W_{vac} = 0.014$, так что $\lambda = 0.025$. Она может рассматриваться как промежуточная между внутренней кинк модой и модой баллонного типа. Моды со структурой, более

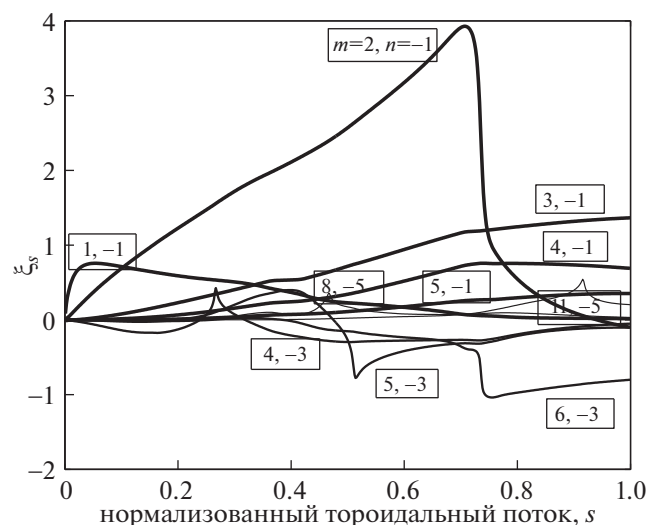


Рис. 6. Профили десяти наибольших фурье-гармоник радиальной компоненты смещения для $\langle \beta \rangle = 0.024$, первое семейство. Мода неустойчива.

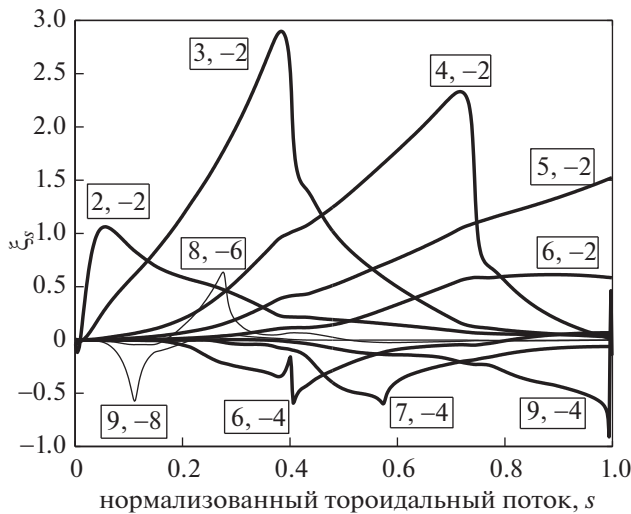


Рис. 7. Профили десяти наибольших фурье-гармоник радиальной компоненты смещения для $\langle\beta\rangle = 0.029$, второе семейство. Мода неустойчива.

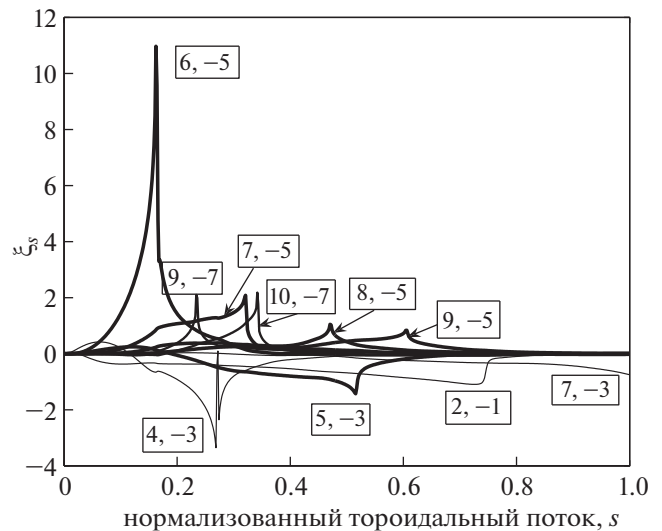


Рис. 8. Фурье-гармоники радиальной компоненты смещения для возмущения баллонного типа, первое семейство, $\langle\beta\rangle = 0.019$. Мода устойчива.

близкой к баллонным модам, еще более устойчивы. При достаточном увеличении давления плазмы моды баллонного типа становятся неустойчивыми. Пример неустойчивой моды при $\langle\beta\rangle = 0.024$ показан на рис. 9. Здесь $W_p = -0.093$, $W_{vac} = 0.006$, $\lambda = -0.087$, вклад от вакуумной области на порядок меньше вклада от области внутри плазмы. Можно сказать, что предел по давлению плазмы для баллонных мод выше, чем предел по внутренним кинк модам.

в) Пилинг моды

При принятых нами профилях давление плазмы и плотность продольного тока обращаются в нуль вблизи границы плазменного шнура. При исходном давлении плазмы ($\langle\beta\rangle = 0.019$) неустойчивых пилинг мод не наблюдается. Они появляются при увеличении давления: для $\langle\beta\rangle = 0.024$ величина $\lambda = -0.079$ ($W_p = -0.108$, $W_{vac} = 0.029$, см. рис. 10). При дальнейшем увеличении давления, $\langle\beta\rangle = 0.029$, мода становится более неустойчивой: $\lambda = -0.162$ ($W_p = -0.196$, $W_{vac} = 0.034$, см. рис. 11). В обоих случаях модой, для которой резонансная магнитная поверхность близка к границе, является мода с $m = 7$, $n = -3$, $t_{res} = 0.43$, причем ее резонансная поверхность находится снаружи от границы плазменного шнура (для $\langle\beta\rangle = 0.024$ значение $t(1) = 0.442$, и для $\langle\beta\rangle = 0.029$ имеем $t(1) = 0.444$). Интерполяция этих результатов позволяет сделать вывод о том, что начальная конфигурация с $\langle\beta\rangle = 0.019$ гранично-устойчива относительно пилинг мод.

4. ОБСУЖДЕНИЕ РЕЗУЛЬТАТОВ

Как следует из ранее опубликованных работ, см., например, [1, 3, 12, 13] достижение малых эффективных рипплов в квази-осесимметричной конфигурации не является проблемой. В настоящей работе, как и в работе [3], показывается, что в квази-осесимметричных конфигурациях малые эффективные рипплы и хорошее бесстолкновительное удержание быстрых частиц при реакторных параметрах могут быть достигнуты одновременно. В данной работе для фиксированных профилей давления плазмы и плотности продольного тока хорошее удержание частиц реали-

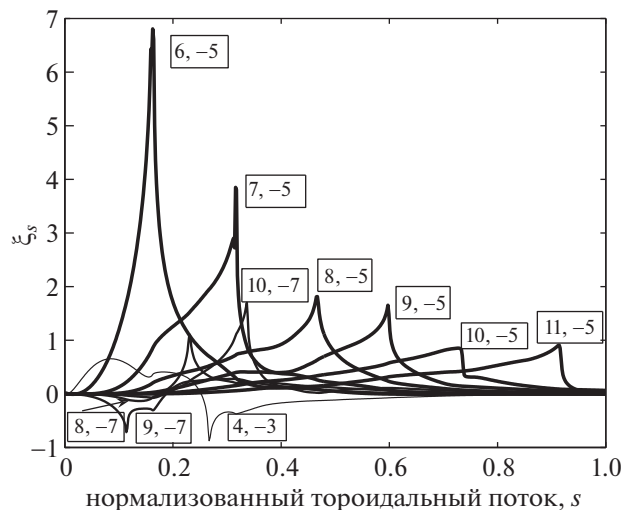


Рис. 9. То же, что и на рис. 8, но для $\langle\beta\rangle = 0.024$, первое семейство. Мода неустойчива.

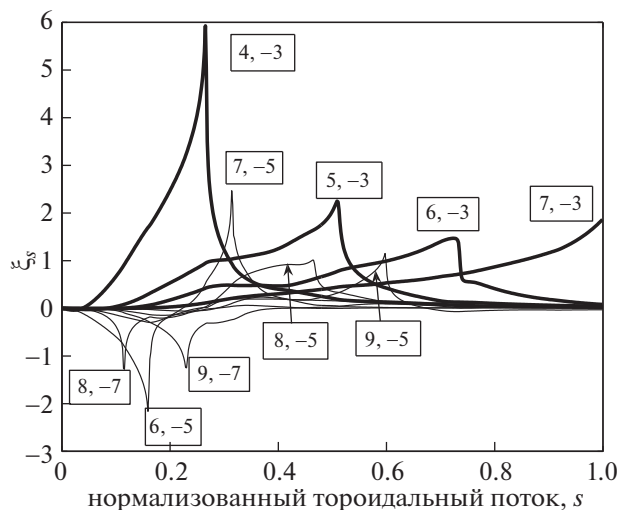


Рис. 10. Фурье-гармоники радиальной компоненты смещения для пилинг моды, первое семейство, $\langle \beta \rangle = 0.024$. Мода неустойчива.

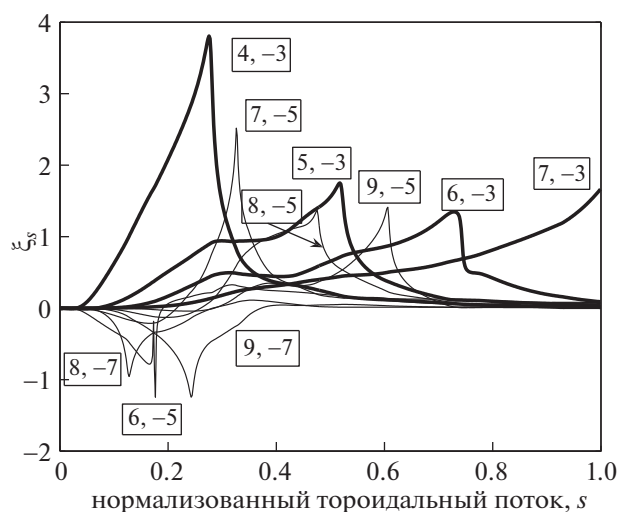


Рис. 11. То же, что и на рис. 10, но для $\langle \beta \rangle = 0.029$. Мода неустойчива.

зается как в начальной конфигурации с $\iota(0) = 0.97$, так и при меньшем продольном токе, вплоть до $\iota(0) = 0.77$. Однако при дальнейшем уменьшении продольного тока потери запертых частиц начинают быстро увеличиваться, и при $\iota(0) = 0.58$ примерно 1/3 запертых частиц теряется за 1 с. Соответственно, в данной работе устойчивость глобальных мод исследуется в квази-осесимметричной конфигурации с большим продольным током. Как показано выше, в $N = 2$ квази-осесимметричной конфигурации с $\iota(0)$, близким к единице, предельное по устойчивости давление плазмы составляет 0.02 для рассмотрен-

ных профилей давления и плотности тока. Для больших $\langle \beta \rangle$ пилинг моды и внутренние кинк моды, а затем и баллонные моды становятся неустойчивыми. Как показано в данной работе, хорошее удержание быстрых частиц достижимо и при несколько меньших значениях продольного тока. Устойчивость глобальных мод в таких конфигурациях является предметом дальнейшего рассмотрения, как и равновесия со свободной границей и реализация соответствующих катушек.

Работа выполнена в рамках консорциума ЕВРОсинтез и получила поддержку программы исследований и обучения 2014–2018 и 2019–2020 гг. ЕВРОАТОМа в рамках соглашения № 633053. Суждения и мнения, выраженные в работе, не обязательно отражают взгляды Европейской комиссии. Авторы благодарны проф. С. Гюнтер и проф. П. Хеландеру за поддержку. Авторы с большим удовольствием благодарят Каролин Нюренберг за техническую помощь в использовании кода CAS3D.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Nührenberg J., Lotz W., Gori S. Proc. Joint Varenna-Lausanne Int. Workshop on Theory of Fusion Plasmas. Bologna: Editrice Compositori, 1994. P. 3.
2. Maurer D.A., Knowlton S.F., Hanson J.D., Hartwell G.J., Miller M.C., Stevenson B.A., Ma X., Herfindal J., Pandya M. // 39th EPS Conf. on Plasma Phys., Stockholm, 2012. ECA. V. 36 F (2012). P-2.065; <http://ocs.ciemat.es/EPSICPP2012PAP/pdf/P2.065.pdf>.
3. Henneberg S.A., Drevlak M., Nührenberg C., Beidler C.D., Turkin Y., Loizu J., Helander P. // Nucl. Fusion. 2019. V. 59. 026014.
4. Garren D.A., Boozer A.H. // Phys. Fluids B. 1999. V. 3. P. 2822.
5. Plunk G.G., Helander P. // J. Plasma Phys. 2018. V. 84. 905840205.
6. Landreman M., Sengupta W., Plunk G.G. // J. Plasma Phys. 2019. V. 85. 905850103.
7. Boozer A.H. // Phys. Fluids. 1983. V. 26. P. 496.
8. Михайлов М.И., Шафранов В.Д., Зюндер Д. // Физика плазмы. 1998. Т. 24. С. 706. [M.I. Mikhailov, V.D. Shafranov, D. Sünder // Plasma Phys. Reports **24**, 653 (1998).]
9. Schwab C. // Phys. Fluids B. 1993. V. 5. P. 3195.
10. Merkel P., Nührenberg C., Cooper W.A. Proc. Joint Varenna-Lausanne Int. Workshop on Theory of Fusion Plasmas. Bologna: Editrice Compositori, 1996. P. 233.
11. Lortz D. // Nucl. Fusion. 1975. V. 15. P. 49.
12. Nührenberg J., Zille R., Okamura S., Matsuoka K., Murakami S. // Plasma Phys. Control. Fusion. 2001. V. 43. P. 137.
13. Nelson B.E., Berry L.A., Brooks A.B., Cole M.J., Chrzanowski J.C., Fan H.-M., Fogarty P.J., Goranson P.L., Heitzenroeder P.J., Hirshman S.P., Jones G.H., Lyon J.F., Neilson G.H., Reiersen W.T., Strickler D.J., Williamson D.E. // Fusion Eng. Des. 2002. V. 66. P. 169.