

ДВУХМЕРНОЕ ПОЛНОВОЛНОВОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ РАСПРОСТРАНЕНИЯ И ПОГЛОЩЕНИЯ СВЧ-ПУЧКА В ПЛАЗМЕ СТЕЛЛАТОРА Л-2М

© 2019 г. А. С. Сахаров*

Институт общей физики им. А.М. Прохорова РАН, Москва, Россия

**e-mail: sakharov_as@mail.ru*

Поступила в редакцию 20.09.2018 г.

После доработки 25.10.2018 г.

Принята к публикации 25.10.2018 г.

Разработана двухмерная полноволновая модель и численный код для расчета распространения и поглощения необыкновенно поляризованного СВЧ-пучка в замагниченной плазме с учетом нелокальной (дифференциальной) тепловой поправки к тензору диэлектрической проницаемости плазмы вблизи электронно-циклотронного резонанса на второй гармонике электронной гирочастоты. Проведено двухмерное полноволновое численное моделирование распространения и поглощения СВЧ-пучка в стандартном полоидальном сечении стелларатора Л-2М для различных режимов нагрева плазмы, отличающихся положением резонансной области: центральный нагрев, нагрев на оси вакуумной магнитной конфигурации и нецентральный нагрев в области, смещенной внутрь тора на половину радиуса плазменного шнура. Показано, что оптимальные условия для вложения СВЧ-мощности в плазму достигаются при нормальном падении СВЧ-пучка на резонансную поверхность, что в рамках предложенной двухмерной модели имеет место при нагреве на вакуумной магнитной оси.

DOI: 10.1134/S0367292135030081

1. ВВЕДЕНИЕ

Одним из основных методов нагрева плазмы в установках с магнитным удержанием является СВЧ-нагрев электронной компоненты на первой или второй гармониках электронной гирочастоты [1–3]. Этот метод применяется практически на всех существующих токамаках и стеллараторах. Взаимодействие СВЧ-пучка с плазмой в области электронно-циклотронного резонанса (ЭЦР) также планируется использовать для дополнительного нагрева плазмы и генерации продольного тока на строящемся международном токамаке-реакторе ИТЭР [4, 5]. Как правило, СВЧ-пучок вводится с внешней стороны тора, распространяется поперек плазменного шнура и поглощается в области ЭЦР ($\omega \approx \omega_{ce}$ для обыкновенной волны и $\omega \approx 2\omega_{ce}$ для необыкновенной волны), расположенной в глубине плазмы. Здесь ω – циркулярная частота греющего излучения, $\omega_{ce}(\mathbf{r}) = eB_0(\mathbf{r})/m_e c$ – электронно-циклотронная частота, $B_0(\mathbf{r})$ – внешнее магнитное поле, e – элементарный заряд, m_e – масса электрона, c – скорость света в вакууме.

Так как в тороидальных установках характерные размеры неоднородности магнитного поля

($L_B = B/|\nabla B|$; для токамаков $L_B \sim R$, где R – большой радиус тора) и плотности плазмы ($L_n = = n_e/|\nabla n_e| \sim a$, где a – малый радиус плазменного шнура) обычно значительно превышают длину волны греющего СВЧ-излучения ($L_B > a \gg \lambda_0 = = 2\pi c/\omega$), для описания распространения и поглощения СВЧ-пучка в плазме широко используются метод эйконала (лучевых траекторий) [6–9] и различные его модификации [9–12]. Поскольку тепловые эффекты в слаборелятивистской плазме ($T_e \ll m_e c^2$) начинают играть существенную роль лишь в области ЭЦР, плазма на участке от границы плазмы до области поглощения обычно считается холодной, а тепловая поправка к тензору диэлектрической проницаемости $\delta\hat{\epsilon}_T$ вблизи резонанса учитывается путем введения локального коэффициента поглощения СВЧ-волны [6, 7].

Несмотря на высокую эффективность и широкую область применимости метода лучевых траекторий, существует ряд линейных волновых эффектов, таких как туннелирование через область непрозрачности, трансформация волн, а также частичное отражение от области поглощения, которые не могут быть описаны в рамках этого метода. Отражение от области поглощения [2, 13–

16] связано с резким изменением диэлектрической проницаемости плазмы в области ЭЦР на масштабах $\Delta x \sim L_B T_e / mc^2$ [7], которые могут быть сравнимы с длиной волны СВЧ-излучения. Для описания этих эффектов необходимо решать волновое уравнение для электромагнитного поля волны с нелокальным (дифференциальным) тензором диэлектрической проницаемости в области резонанса.

В ряде работ (см., например, [16–18]) нелокальная тепловая поправка к тензору диэлектрической проницаемости вводилась путем формальной замены $\mathbf{k} \rightarrow -i\nabla$ (где \mathbf{k} – волновой вектор электромагнитного поля СВЧ-пучка) в выражении для $\delta\hat{\epsilon}_T(\mathbf{k}, \mathbf{r})$, полученном в локальном приближении, т.е. рассчитанном для однородной плазмы с параметрами, соответствующими данной пространственной точке \mathbf{r} . Использование такого “квазинелокального” тензора диэлектрической проницаемости позволяет качественно исследовать процессы линейной трансформации волн в области ЭЦР и оценить коэффициент отражения волны от области поглощения [14, 15]. В реальной ситуации, однако, характерный масштаб неоднородности диэлектрического отклика (т.е. неоднородности “локального” тензора $\delta\hat{\epsilon}_T(\mathbf{k}, \mathbf{r})$) в области ЭЦР может сравниваться с масштабом неоднородности СВЧ-поля. В этом случае использование “квазинелокального” тензора $\delta\hat{\epsilon}_T(\mathbf{k}, \mathbf{r})|_{\mathbf{k} \rightarrow -i\nabla}$ становится не вполне корректным.

Корректное нелокальное операторное выражение для тепловой поправки к тензору диэлектрической проницаемости в области ЭЦР может быть получено с помощью решения кинетического уравнения для возмущений функции распределения электронов в замагниченной плазме. В одномерной геометрии для обыкновенной волны в области электронно-циклотронного резонанса $\omega \approx \omega_{ce}$ такое выражение получено в [19–23]. Аналогичное выражение для необыкновенной волны в области резонанса $\omega \approx 2\omega_{ce}$ получено в [24, 25]. Процедура самосогласованного построения операторного нелокального диэлектрического отклика как разложения по степеням “нелокальности” электрического поля и среды рассматривалась в [26]. В [27] предложена модель, адаптирующая результаты одномерной теории для полноволнового численного расчета распространения и поглощения СВЧ-пучка в тороидальных установках.

В [28] проведено численное решение одномерной полноволновой задачи о взаимодействии необыкновенной волны с плазмой в области резонанса $\omega \approx 2\omega_{ce}$ с использованием полученного в [24] нелокального выражения для $\delta\hat{\epsilon}_T$. Результаты расчетов показали, что для параметров СВЧ-вол-

ны, плазмы и магнитного поля, характерных для экспериментов по СВЧ-нагреву плазмы в тороидальных установках среднего масштаба ($\lambda_0 = 0.4$ см, $n_e \sim (1-2) \times 10^{13}$ см $^{-3}$, $T_e \sim 1$ кэВ, $B_0 \sim 1$ Тл, $L_B \sim 1$ м), коэффициент отражения волны, падающей нормально на резонансную поверхность, весьма мал (порядка 10^{-3} по мощности); при этом коэффициент поглощения с высокой точностью совпадает с результатами расчетов с помощью метода лучевых траекторий [6]. Это означает, что при вводе СВЧ-мощности в токамак с внешней стороны тора перпендикулярно плазменному шнуру, поглощение СВЧ-пучка плазмой в области ЭЦР адекватно описывается в рамках метода лучевых траекторий. В этом случае небольшое (но вполне детектируемое [28, 29]) отражение СВЧ-мощности от области ЭЦР, предсказываемое одномерной полноволновой моделью, может использоваться в диагностических целях.

В стеллараторах ситуация существенно иная из-за более сложной конфигурации магнитного поля. Резонансные поверхности в них сильно искривлены, а вводимый в плазму СВЧ-пучок может значительную часть пути проходить почти параллельно резонансной поверхности (или под небольшим углом к ней) и падать наклонно на область поглощения [30]. В этом случае результаты одномерной теории становятся неприменимыми, и для анализа эффектов, сопровождающих взаимодействие СВЧ-пучка с плазмой в области ЭЦР, нужно решать по крайней мере двухмерную полноволновую задачу.

В [31] были получены нелокальные выражения для тепловой поправки к тензору диэлектрической проницаемости слаборелятивистской замагниченной плазмы вблизи областей ЭЦР на первой и второй гармониках электронной гирочастоты в двухмерной геометрии. Нелокальный оператор диэлектрической проницаемости для необыкновенной волны вблизи резонанса на второй гармонике электронной гирочастоты был использован в [32] для решения модельной двухмерной полноволновой задачи применительно к условиям экспериментов по СВЧ-нагреву плазмы на стеллараторе Л-2М (ИОФ РАН, Москва). Было показано, что в результате рефракции СВЧ-волны вблизи искривленной резонансной поверхности заметная доля вводимой в плазму СВЧ-мощности может отклоняться вниз, не достигая области поглощения.

В настоящей работе проведено двухмерное полноволновое численное моделирование распространения и поглощения СВЧ-пучка в стандартном полоидальном сечении стелларатора Л-2М для различных режимов нагрева, отличающихся положением резонансной области: центральный нагрев, нагрев на оси вакуумной магнитной конфигурации и нецентральный нагрев в

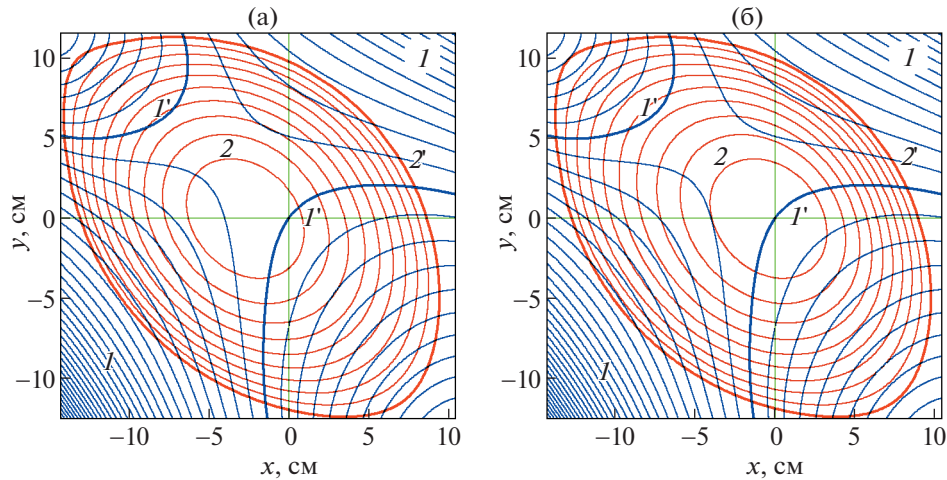


Рис. 1. (в цвете онлайн) а) – вакуумная магнитная конфигурация в стандартном полоидальном сечении стелларатора Л-2М; и б) – конфигурация со смещенными магнитными поверхностями при наличии горячей плазмы с профилями $n_e(\rho)$ и $T_e(\rho)$, показанными на рис. 2а. Точка $x = y = 0$ соответствует геометрической оси вакуумной камеры. Линиями I показаны контуры постоянного уровня внешнего магнитного поля $B_0(x, y)$ с шагом $\delta B_0 = 0.04 B_{\text{res}}$, жирные линии I' соответствует значению $B_0 = B_{\text{res}} = 1.34$ Тл. Овальными линиями 2 показана структура магнитных поверхностей для значений $\rho = 0.1-1$ с шагом $\Delta\rho = 0.1$, жирная линия 2' – положение граничной магнитной поверхности.

области, смещенной внутрь тора на половину радиуса плазменного шнура. Показано, что нагрев на вакуумной магнитной оси является наиболее оптимальным с точки зрения эффективности вложения СВЧ-мощности в плазму.

2. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

2.1. Магнитная конфигурация и параметры плазмы

Двухмерное полноволновое моделирование распространения и поглощения СВЧ-пучка в плазме стелларатора Л-2М проводилось для магнитной конфигурации, соответствующей так называемому “стандартному” полоидальному сечению вакуумной камеры, в котором производится СВЧ-нагрев плазмы.

Установка Л-2М – классический двухзаходный стелларатор с полным числом периодов винтового поля $M = 14$, большим радиусом круглой тороидальной вакуумной камеры $R_0 = 100$ см и малым радиусом вакуумной камеры $r_0 = 17.5$ см [30, 33]. Средний радиус граничной магнитной поверхности $a_0 = 11.5$ см, угол вращательного преобразования на магнитной оси $\mu(0) = 0.176$, а на граничной магнитной поверхности $\mu(a_0) = 0.78$.

Нагрев плазмы производится на второй гармонике электронной гирочастоты с помощью необыкновенно поляризованного гауссова СВЧ-пучка, вводимого в плазму с внешней стороны тора перпендикулярно плазменному шнуру. Частота греющего СВЧ-излучения $f = 75$ ГГц ($\lambda_0 =$

$= 0.4$ см), радиус СВЧ-пучка по уровню $\exp(-1)$ от максимальной амплитуды поля $r_b = 2$ см.

На рис. 1а линиями I показаны контуры постоянного уровня внешнего магнитного поля $B_0(x, y)$ в стандартном сечении стелларатора Л-2М в условиях центрального нагрева. Точка $x = y = 0$ соответствует геометрической оси вакуумной камеры. Внешняя сторона тора находится справа. Жирный контур I' соответствует значению $B_{\text{res}} = 1.34$ Тл, при котором имеет место резонанс на второй гармонике электронной гирочастоты ($\omega = 2\omega_{ce}$). Магнитное поле нарастает от правого нижнего и левого верхнего углов рисунка к центру камеры и затем к правому верхнему и левому нижнему углам рисунка. Расстояние между соседними уровнями B_0 на рисунке равно $\delta B_0 = 0.04 B_{\text{res}}$. Отметим, что магнитное поле в основном направлено вдоль тора, поперечная компонента пренебрежимо мала в центре камеры и составляет порядка 1/4 от тороидальной компоненты на границе плазмы.

Овальными линиями 2 на рис. 1а показана структура вакуумных магнитных поверхностей в стандартном полоидальном сечении, в котором производится СВЧ-нагрев плазмы. Вакуумная магнитная ось смещена относительно геометрической оси (центра) камеры на 2.7 см внутрь тора ($x \approx -2.7$ см). Далее будем маркировать магнитные поверхности меткой $\rho = (\Psi/\Psi_0)^{1/2}$, где Ψ – тороидальный магнитный поток, охватываемой данной магнитной поверхностью, Ψ_0 – торои-

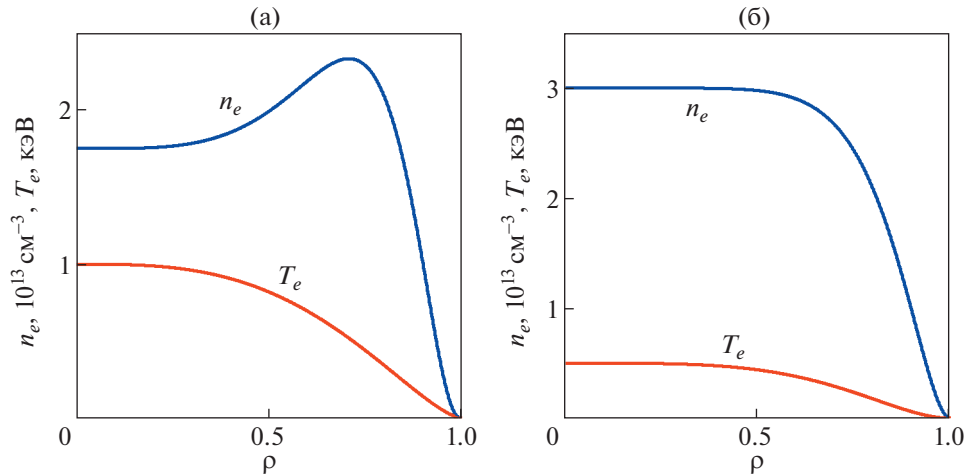


Рис. 2. (в цвете онлайн) Профили $n_e(\rho)$ и $T_e(\rho)$, использованные при численном моделировании: а) – “стандартный” вариант с $n_e(0) = 1.75 \times 10^{13} \text{ см}^{-3}$ и $T_e(0) = 1 \text{ кэВ}$; б) – вариант с повышенной центральной плотностью $n_e(0) = 3 \times 10^{13} \text{ см}^{-3}$ и $T_e(0) = 0.5 \text{ кэВ}$.

дальний магнитный поток, охватываемой граничной магнитной поверхностью. Параметр ρ может быть также интерпретирован как отношение среднего радиуса данной магнитной поверхности к радиусу граничной магнитной поверхности, $\rho = a/a_0$. На рис. 1а показаны сечения магнитных поверхностей для значений ρ от 0.1 до 1 с шагом $\Delta\rho = 0.1$, жирной овальной линией 2' показано положение граничной магнитной поверхности в отсутствие плазмы. Расчет магнитной конфигурации производился с помощью программы TRUBA [8].

При наличии плотной горячей плазмы магнитные поверхности смещаются наружу относительно вакуумной магнитной оси [34]. Для типичных экспериментальных условий по СВЧ-нагреву плазмы на стеллараторе Л-2М ($n_e \sim (1-2) \times 10^{13} \text{ см}^{-3}$, $T_e \sim 1 \text{ кэВ}$) смещение магнитной оси составляет 2–3 см, т.е. смещенная магнитная ось лежит вблизи центра камеры. В настоящей работе для моделирования распространения и поглощения СВЧ-пучка были выбраны два варианта профилей плотности плазмы и электронной температуры (рис. 2), для которых магнитная ось совпадает с центром камеры. Первый вариант (рис. 2а) с центральной плотностью $n_e(0) = 1.75 \times 10^{13} \text{ см}^{-3}$, центральной электронной температурой $T_e(0) = 1 \text{ кэВ}$ и профилем плотности, имеющим провал в центре плазменного шнура, соответствует “стандартным” экспериментальным условиям [30]. Структура смещенных магнитных поверхностей для этого варианта, рассчитанная согласно [35], показана овальными линиями 2 на рис. 1б. Второй вариант (рис. 2б) с центральной электронной температурой $T_e(0) = 0.5 \text{ кэВ}$ и цен-

тральной плотностью $n_e(0) = 3 \times 10^{13} \text{ см}^{-3}$ (составляющей ≈ 0.85 от плотности отсечки $n_{\text{cut}}(0) = n_{\text{crit}}/2 \approx 3.5 \times 10^{13} \text{ см}^{-3}$ для необыкновенной волны с частотой $f = 75 \text{ ГГц}$) соответствует эксперименту с повышенной плотностью плазмы.

2.2. Двухмерная модель

Малость поперечного размера СВЧ-пучка по сравнению с периодом винтового магнитного поля ($r_b \ll 2\pi R_0/14 \sim 0.5 \text{ м}$), а также слабое отклонение вектора магнитного поля \mathbf{B}_0 от тороидального направления (пренебрежимо малое в представляющей наибольший интерес центральной области плазменного шнура и не превышающее 15° на периферии плазмы) позволяют использовать для анализа волновых эффектов, сопровождающих взаимодействие СВЧ-пучка с плазмой стелларатора Л-2М, упрощенную двухмерную модель [32], в которой магнитное поле \mathbf{B}_0 направлено вдоль оси z , а параметры плазмы и величина магнитного поля B_0 зависят только от координат x и y .

В этом случае электрическое поле необыкновенной волны $\mathbf{E} = \{E_x, E_y, 0\}$, распространяющейся поперек магнитного поля \mathbf{B}_0 , описывается уравнением

$$\nabla \times (\nabla \times \mathbf{E}) - k_0^2 (\hat{\epsilon}_0 + \delta\hat{\epsilon}_T) \mathbf{E} = 0. \quad (1)$$

Здесь $\hat{\epsilon}_0$ – тензор диэлектрической проницаемости холодной замагниченной плазмы [36],

$$\delta\hat{\epsilon}_T = \begin{pmatrix} \delta\epsilon_T & -i\delta\epsilon_T \\ i\delta\epsilon_T & \delta\epsilon_T \end{pmatrix} \quad (2)$$

– полученная в [31] нелокальная слаборелятивистская тепловая поправка к тензору диэлектрической проницаемости замагниченной плазмы, где

$$\delta\epsilon_{\perp} = k_0^{-2} \nabla^{(+)} (F^{X2}(x, y) \nabla^{(-)}), \quad (3)$$

$k_0 = \omega/c = 2\pi/\lambda_0$, $F^{X2} = (\omega_{pe}^2/2\omega_{ce}^2)F_{7/2}(\mu_e(\omega - 2\omega_{ce}(x, y))/\omega)$, $F_{7/2}(\xi)$ – функция Днестровского [36], $\omega_{pe} = (4\pi e^2 n_e/m_e)^{1/2}$ – электронная плазменная частота, $\mu_e = m_e c^2/T_e \gg 1$, $\nabla^{(\pm)} = \partial/\partial x \pm i\partial/\partial y$. Отметим, что при $\omega_{pe} = \text{const}$, $\omega_{ce} = \text{const}$, замена $\partial/\partial x \rightarrow ik_x$, $\partial/\partial y \rightarrow ik_y$ в формуле (3) приводит к известному выражению для слаборелятивистской тепловой поправки к тензору $\hat{\epsilon}_0$ для плоской гармонической необыкновенной волны, распространяющейся поперек магнитного поля в одномерной плазме [36].

Уравнение (1) обладает интегралом в форме закона сохранения энергии [31]

$$\nabla_{\perp} \cdot \mathbf{P} + Q = 0. \quad (4)$$

Здесь $\nabla_{\perp} \equiv \mathbf{e}_x \partial/\partial x + \mathbf{e}_y \partial/\partial y$,

$$Q = -\frac{c}{8\pi k_0} \left| \nabla^{(-)} E^{(-)} \right|^2 \text{Im} F^{X2} \quad (5)$$

– плотность мощности, поглощаемой в плазме (где $E^{(-)} \equiv E_x - iE_y$), $\mathbf{P} = \mathbf{S} + \mathbf{G}$ – плотность потока мощности, являющаяся суммой вектора Пойнтинга

$$\mathbf{S} = \frac{c}{8\pi k_0} \text{Im} \left[\mathbf{E}^* \times (\nabla \times \mathbf{E}) \right] \quad (6)$$

и тепловой поправки к плотности потока мощности [22, 24]

$$\mathbf{G} = \frac{c}{8\pi k_0} \text{Im} \left[F^{X2} E^{(-)*} (\nabla^{(-)} E^{(-)}) (\mathbf{e}_x + i\mathbf{e}_y) \right]. \quad (7)$$

Так как мнимая часть функции Днестровского $F_{7/2}(\xi)$ отрицательна, из формулы (5) следует, что плотность поглощаемой мощности Q всегда положительна.

В настоящей работе двухмерная полноволновая задача о распространении и поглощении необыкновенно поляризованного СВЧ-пучка в плазме стелларатора Л-2М была сформулирована следующим образом. Уравнение (1) для компонент электрического поля СВЧ-пучка E_x и E_y решалось численно на равномерной прямоугольной сетке с шагом $\Delta x = \Delta y = 0.1\lambda_0 = 0.04$ см в прямоугольной области размером 24.64×24.00 см, целиком вмещающей полоидальное сечение плазменного шнура, для распределений плотности плазмы $n_e(x, y)$, электронной температуры $T_e(x, y)$ и магнитного поля $B_0(x, y)$, соответствующих

рис. 1, 2. Двухмерный вертикально поляризованный гауссов СВЧ-пучок с поперечным профилем электрического поля

$$E_y(y) = E_0 \exp\left(-\frac{y^2}{r_b^2}\right),$$

где $r_b = 2$ см, инжектировался с правой границы расчетной области вдоль оси x . На левой и правой вакуумных границах ставились условия излучения для прошедшей и отраженной волн, соответственно. Для подавления отражения волн от верхней и нижней границ расчетной области вблизи этих границ вводились поглощающие слои с плавно нарастающим коэффициентом поглощения.

Уравнение (1) с данными граничными условиями решалось методом матричной прогонки [37]. Выходными параметрами являлись пространственные распределения волновых полей $E_x(x, y)$, $E_y(x, y)$ и $B_z(x, y) = ik_0^{-1}(\partial E_y/\partial x - \partial E_x/\partial y)$ и поглощаемой мощности $Q(x, y)$, а также распределения прошедшей и отраженной мощностей на левой и правой границах, соответственно.

Кроме случая центрального нагрева ($B_0(0, 0) = 1.34$ Тл), были также рассмотрены варианты с пониженными значениями магнитного поля на оси вакуумной камеры (нецентральный нагрев): $B_0(0, 0) = 1.305$ и 1.253 Тл, при которых позиция резонанса $\omega = 2\omega_{ce}$ на оси x смещалась внутрь тора в точку, лежащую на вакуумной магнитной оси ($\rho = 0.22$, $x_{\text{res}} = -2.7$ см) и на половине радиуса плазменного шнура ($\rho = 0.5$, $x_{\text{res}} = -6.4$ см), соответственно.

3. РЕЗУЛЬТАТЫ МОДЕЛИРОВАНИЯ

3.1. Центральное нагрев

На рис. 3 для сравнения показаны распределения квадрата модуля электрического поля $|E|^2$ (нормированного на E_0^2) в полоидальном сечении стелларатора Л-2М для варианта с $n_e(0) = 1.75 \times 10^{13}$ см⁻³ (рис. 2а), рассчитанные без учета тепловых эффектов (холодная плазма) с помощью метода лучевых траекторий [6] (рис. 3а) и путем численного решения волнового уравнения (1) (рис. 3б). На этом и последующих рисунках жирной овальной линией 2 показана граница плазмы, а жирными линиями 1 показано положение резонансной поверхности $\omega = 2\omega_{ce}(x, y)$. Справа на рис. 3а, 3б жирной 3 линией показан профиль падающей СВЧ-мощности на границе расчетной области. Видно, что в холодной плазме распределения $|E|^2$, рассчитанные обоими методами,

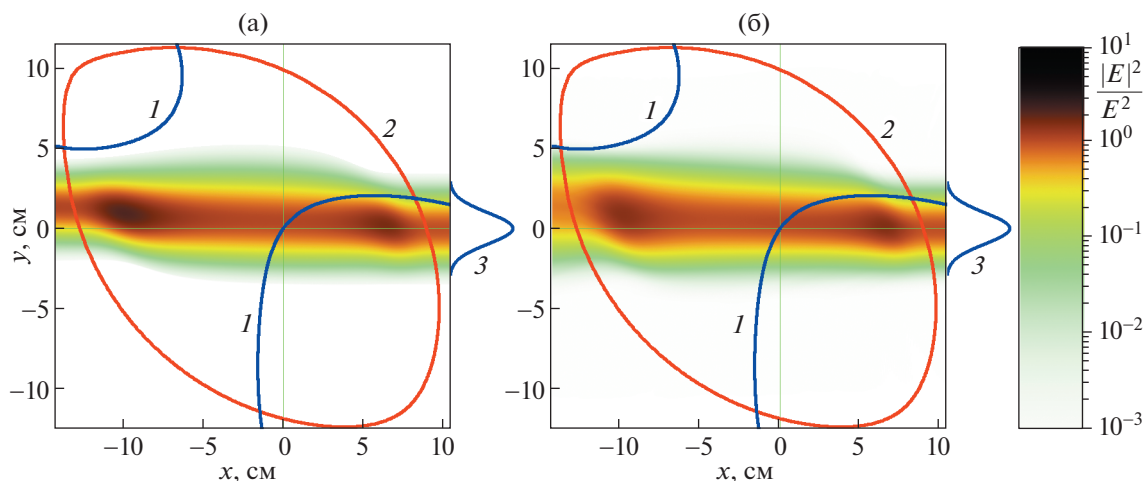


Рис. 3. (в цвете онлайн) Распределения $|E(x,y)|^2$ (нормированного на E_0^2) для варианта с $n_e(0) = 1.75 \times 10^{13} \text{ см}^{-3}$ (рис. 2а), рассчитанные без учета тепловых эффектов (холодная плазма): а) — с помощью метода лучевых траекторий и б) — путем численного решения волнового уравнения (1). На этом и последующих рисунках жирной линией 2 показана граница плазмы, а жирными линиями 1 — положение резонансной поверхности $\omega = 2\omega_{ce}$. На правой границе расчетной области жирной линией 3 показан профиль падающей СВЧ-мощности. На всех последующих аналогичных рисунках использована та же самая шкала $|E|^2$.

практически совпадают, за исключением небольшой дифракционной расходимости на выходе из плазмы для СВЧ-пучка, рассчитанного в полноволновой модели. Области с повышенными значениями $|E|^2$ на входе в плазму и на выходе из нее соответствуют горбам профиля плотности плазмы, показанного на рис. 2а.

На рис. 4а показано распределение $|E|^2$ в горячей плазме, рассчитанное для варианта с $n_e(0) = 1.75 \times 10^{13} \text{ см}^{-3}$ и $T_e(0) = 1 \text{ кэВ}$ с помощью часто используемой простейшей версии метода лучевых траекторий (см., например, [6, 30]), в которой учитывается тепловая поправка только к мнимой части диэлектрической проницаемости плазмы (т.е. затухание волны), в то время как поправка к реальной части пренебрегается. На рис. 4б показано распределение $|E|^2$, рассчитанное для того же варианта с помощью решения волнового уравнения (1) с тепловой поправкой (2) к тензору диэлектрической проницаемости. Видно, что распределения $|E|^2$, рассчитанные двумя этими методами, отличаются кардинальным образом. СВЧ-пучок, рассчитанный с помощью метода лучевых траекторий просто “исчезает” после пересечения резонансной поверхности. Примерно 1% вводимой СВЧ-мощности достигает левой границы. Из этой мощности около 0.75% приходится на самый верхний край СВЧ-пучка, в пределах которого лучи проходят выше резонансной поверхности, практически не испытывают поглощения и рас-

пространяются как в холодной плазме, и лишь $\approx 0.25\%$ представляет собой СВЧ-мощность, прошедшую через резонансную поверхность. Остальная СВЧ-мощность ($\approx 99\%$) поглощается плазмой. На этом и последующих аналогичных рисунках область, в которой поглощается 75% от полной поглощенной мощности, выделена цветом.

В отличие от СВЧ-пучка, рассчитанного с помощью метода лучевых траекторий, полноволновой пучок в горячей плазме (рис. 4б) испытывает существенную рефракцию на пути своего распространения от границы плазмы до резонансной поверхности. При этом около 13% мощности отклоняется вниз от резонансной поверхности, формируя характерную интерференционную картину в центральной области пучка, и затем уходит на стенку камеры (в данной модели это излучение диссипирует в поглощающем слое, искусственно введенном вблизи нижней границы расчетной области). Примерно 0.5% падающей мощности выходит через левую границу, и только $\sim 0.06\%$ мощности выходит назад (отражается) через правую границу расчетной области, причем менее чем 0.002% отражается в апертуру падающего пучка. Профиль отраженной мощности в масштабе 1000 : 1 относительно падающей мощности показан тонкой линией справа на рис. 4б. Отметим, что периферийное СВЧ-излучение, проходящее выше поверхности $\omega = 2\omega_{ce}$ и не претерпевшее резонансного поглощения, не формирует тонкого протяженного пучка, как это было в случае моделирования методом лучевых траекто-

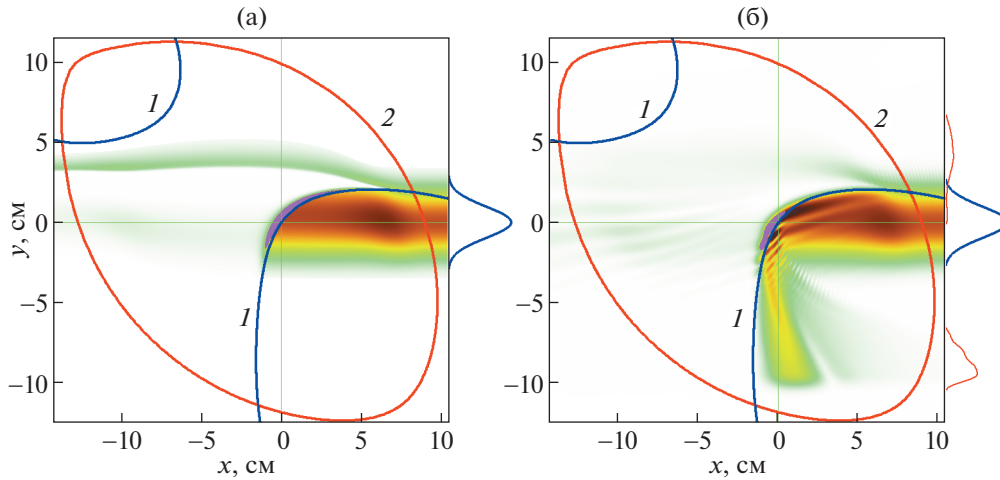


Рис. 4. (в цвете онлайн) Распределения $|E(x, y)|^2$ для варианта с $n_e(0) = 1.75 \times 10^{13} \text{ см}^{-3}$ и $T_e(0) = 1 \text{ кэВ}$ (рис. 2а), рассчитанные с учетом тепловых эффектов: а) — с помощью метода лучевых траекторий и б) — путем численного решения волнового уравнения (1). На правой стороне рисунка 4б тонкой линией показан профиль отраженной СВЧ-мощности в масштабе 1000 : 1 относительно падающей мощности. На этом и последующих аналогичных рисунках область, в которой поглощается 75% от полной поглощенной мощности, выделена цветом.

рий (см. рис. 4а), а быстро дифрагирует, частично уходя на левую границу и частично диссипируя в поглощающем слое вблизи верхней границы расчетной области.

Для того чтобы пояснить причину существенной рефракции СВЧ-пучка в горячей плазме стелларатора Л-2М, рассмотрим поведение локального коэффициента преломления $N = k/k_0$ необыкновенной волны вблизи резонансной поверхности $\omega = 2\omega_{ce}$, где k — локальное значение волнового числа, которое получается из уравнения (1) при формальной замене в нем производных $\partial/\partial x$ и $\partial/\partial y$ на ik_x и ik_y , соответственно. В качестве примера на рис. 5 показаны профили реальной части N вдоль оси x для варианта с $n_e(0) = 1.75 \times 10^{13} \text{ см}^{-3}$ и $T_e(0) = 1 \text{ кэВ}$ без учета (кривая 1) и с учетом (кривая 2) тепловых поправок к тензору диэлектрической проницаемости плазмы, а также профиль мнимой части N в горячей плазме. Из рисунка видно, что в горячей плазме реальная часть N заметно уменьшается при приближении к резонансной поверхности со стороны слабого магнитного поля (в данном случае справа), достигая локального минимума сразу за резонансной поверхностью, после чего она начинает нарастать, и одновременно включается затухание ($\text{Im}N > 0$).

В условиях экспериментов по СВЧ-нагреву плазмы на стеллараторе Л-2М СВЧ-пучок при распространении от границы плазмы до области поглощения значительную часть своего пути проходит почти параллельно резонансной поверхности. При этом магнитное поле нарастает снизу

вверх по направлению к резонансной поверхности (рис. 1), и, согласно рис. 5, $\text{Re}N$ уменьшается в этом же направлении. Таким образом, верхняя часть пучка (ближайшая к резонансной поверхности) распространяется в области отрицательного вертикального градиента N , в результате чего она начинает отклоняться (рефрагировать)

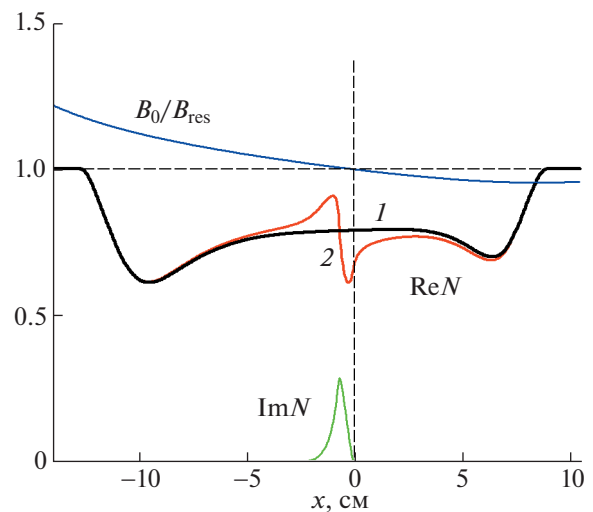


Рис. 5. (в цвете онлайн) Профили отношения B_0/B_{res} и реальной части локального коэффициента преломления $N = k/k_0$ вдоль оси x для варианта с $n_e(0) = 1.75 \times 10^{13} \text{ см}^{-3}$ и $T_e(0) = 1 \text{ кэВ}$ без учета (кривая 1) и с учетом (кривая 2) тепловых эффектов, а также профиль мнимой части N в горячей плазме.

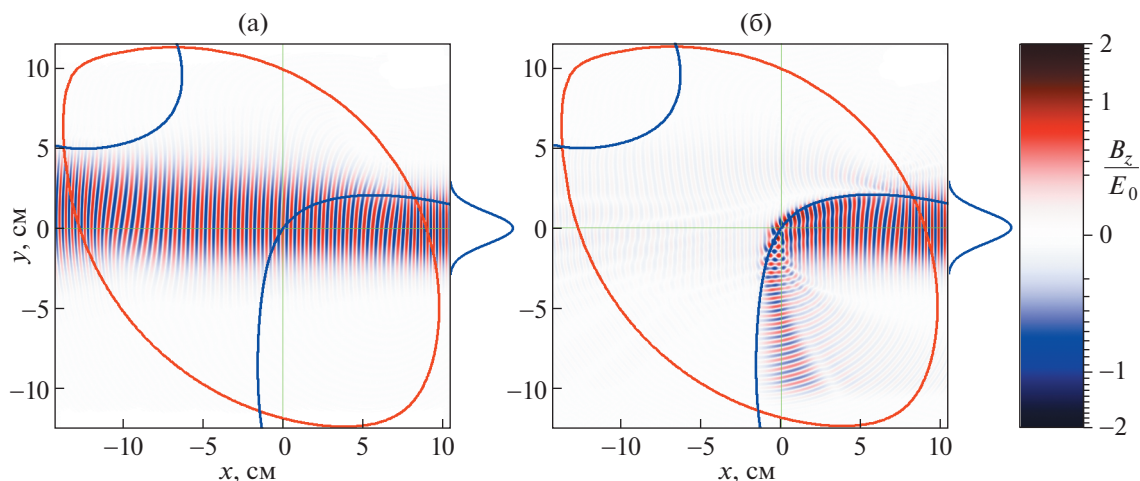


Рис. 6. (в цвете онлайн) Мгновенные распределения магнитного поля волны $B_z(x, y)$ (нормированного на E_0) для варианта с $n_e(0) = 1.75 \times 10^{13} \text{ см}^{-3}$ и $T_e(0) = 1 \text{ кэВ}$, рассчитанные в двумерной полноволновой модели без учета (а) и с учетом (б) тепловых эффектов. На всех последующих аналогичных рисунках использована та же самая шкала B_z .

вниз¹. Так как резонансная поверхность плавно загибается вниз, эта часть СВЧ-излучения продолжает оставаться в зоне рефракции, направленной от резонансной поверхности, и постепенно все больше отклоняется вниз, как бы “скользя” вдоль резонансной поверхности. В результате формируется направленный вниз пучок излучения, интерферирующий с остальной частью инжектируемого СВЧ-пучка (рис. 4б).

Весьма наглядными и информативными являются распределения мгновенного значения магнитного поля волны B_z , поскольку они дают представление о волновой структуре СВЧ-поля и направлении распространения излучения. На рис. 6 показаны мгновенные распределения поля B_z (нормированного на E_0) для варианта с $n_e(0) = 1.75 \times 10^{13} \text{ см}^{-3}$ и $T_e(0) = 1 \text{ кэВ}$, рассчитанные в двумерной полноволновой модели без учета (рис. 6а) и с учетом (рис. 6б) тепловых эффектов. На рис. 6б хорошо видны отклонение вниз фронта волны в верхней части СВЧ-пучка, интерференционная картина вблизи резонансной поверхности и сформировавшийся в результате рефракции пучок, уходящий вниз на стенку камеры.

Расчеты показывают, что влияние рефракции вблизи резонансной области в горячей плазме при центральном нагреве на стеллараторе Л-2М резко нарастает при увеличении $n_e(0)$. На рис. 7 приведены распределения $|E|^2$ и мгновенного значения B_z , рассчитанные в полноволновой мо-

дели без учета тепловых эффектов для варианта с повышенной плотностью плазмы, $n_e(0) = 3 \times 10^{13} \text{ см}^{-3}$ (рис. 2б), составляющей ≈ 0.85 от плотности отсечки для необыкновенной волны с частотой 75 ГГц. Из рисунка видно, что в этом случае СВЧ-пучок в холодной плазме, испытывает сильную рефракцию, существенно расширяясь и заметно отклоняясь вверх.

На рис. 8 показаны распределения $|E|^2$ и мгновенного значения B_z для того же профиля плотности плазмы, что и на рис. 7, но с учетом тепловых эффектов ($T_e(0) = 0.5 \text{ кэВ}$, рис. 2б). При учете тепловых эффектов наблюдается картина, аналогичная показанной на рис. 4б, 6б, однако в этом случае влияние рефракции вблизи резонансной поверхности существенно больше. Пучок отклоненного вниз СВЧ-излучения значительно шире, и его мощность достигает почти 60% от полной СВЧ-мощности, вводимой в плазму. При этом лишь $\approx 40\%$ вводимой мощности поглощаются в резонансной области, и $\approx 0.5\%$ СВЧ-мощности выходят через левую границу плазмы. На рис. 8б отчетливо виден обсуждавшийся выше эффект “скольжения” СВЧ-излучения вдоль резонансной поверхности, приводящий к формированию распространяющегося вниз СВЧ-пучка.

3.2. Нецентральный нагрев

В ряде экспериментов с целью исследования механизмов переноса частиц и тепла в тороидальных установках используется нецентральный (внеосевой) СВЧ-нагрев плазмы [38, 39]. В связи с этим представляет интерес рассмотреть некото-

¹ Аналогичное отклонение пучка в сторону более слабого поглощения наблюдалось в [11] при квазиоптическом моделировании распространения волнового пучка вдоль поглощающей области.

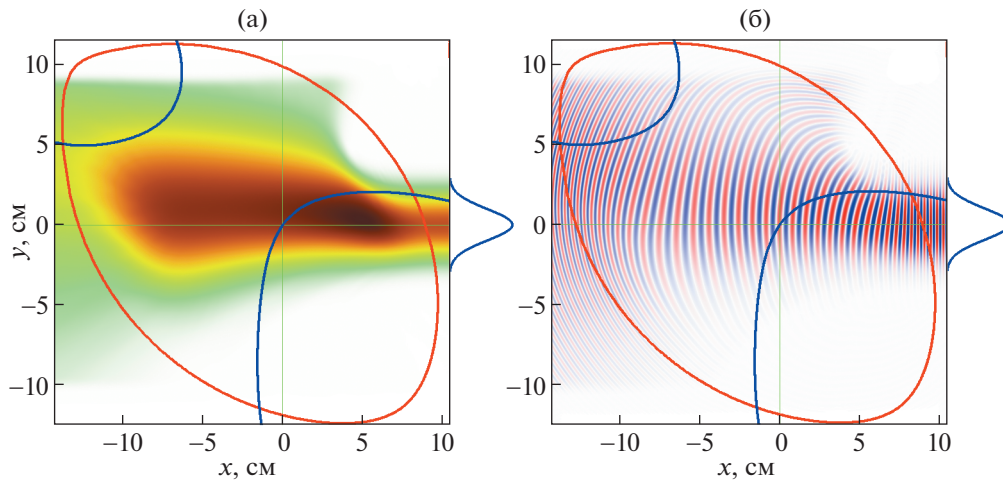


Рис. 7. (в цвете онлайн) Распределения: а) — $|E(x,y)|^2$ и б) — мгновенного значения $B_z(x,y)$, рассчитанные в двухмерной полноволновой модели без учета тепловых эффектов для варианта с повышенной плотностью плазмы, $n_e(0) = 3 \times 10^{13} \text{ см}^{-3}$ (рис. 2б).

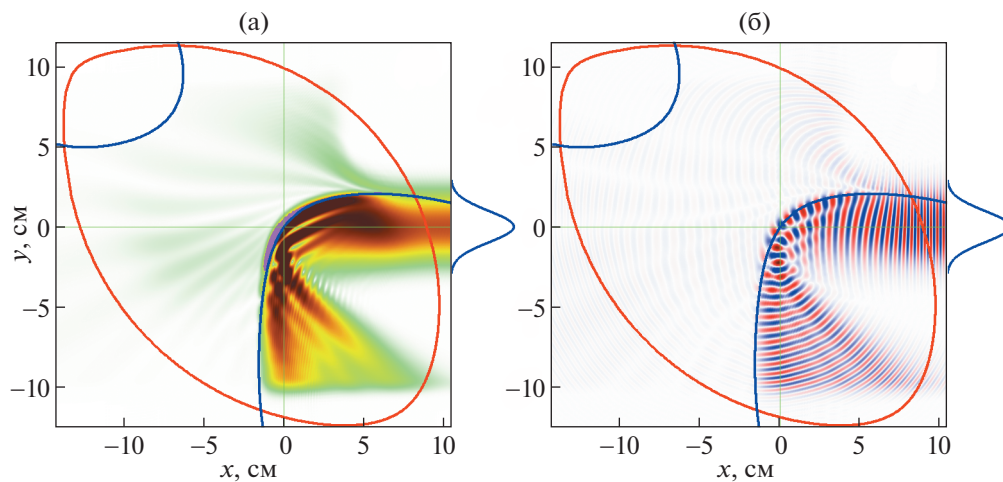


Рис. 8. (в цвете онлайн) Распределения: а) — $|E(x,y)|^2$ и б) — мгновенного значения $B_z(x,y)$, рассчитанные в двухмерной полноволновой модели с учетом тепловых эффектов для варианта с повышенной плотностью плазмы, $n_e(0) = 3 \times 10^{13} \text{ см}^{-3}$, $T_e(0) = 0.5 \text{ кэВ}$ (рис. 2б).

рые варианты внеосевого нагрева применительно к стелларатору Л-2М.

3.2.1. Нагрев на вакуумной магнитной оси. Снижение магнитного поля на оси вакуумной камеры до $B_0(0,0) = 1.305 \text{ Тл}$ приводит к смещению резонанса $\omega = 2\omega_{ce}$ на оси x в точку $x_{\text{res}} = -2.7 \text{ см}$, соответствующую вакуумной магнитной оси стелларатора Л-2М. При этом форма резонансной магнитной поверхности трансформируется таким образом, что вблизи $x = x_{\text{res}}$ магнитная поверхность становится почти вертикальной в апертуре СВЧ-пучка, а в области распространения пучка от границы плазмы до $x = x_{\text{res}}$ резонансная поверх-

ность поднимается вверх, в результате чего верхняя часть СВЧ-пучка в этой области практически перестает испытывать рефракцию, связанную с тепловой поправкой к диэлектрической проницаемости плазмы. На рис. 9а показано распределение $|E|^2$, рассчитанное для этого случая с помощью решения волнового уравнения (1) с учетом тепловых эффектов для варианта с $n_e(0) = 1.75 \times 10^{13} \text{ см}^{-3}$ и $T_e(0) = 1 \text{ кэВ}$. Из рисунка видно, что до пересечения резонансной поверхности СВЧ-пучок распространяется практически так же, как в холодной плазме (см. рис. 3б), и затем падает почти перпендикулярно на резонансную поверх-

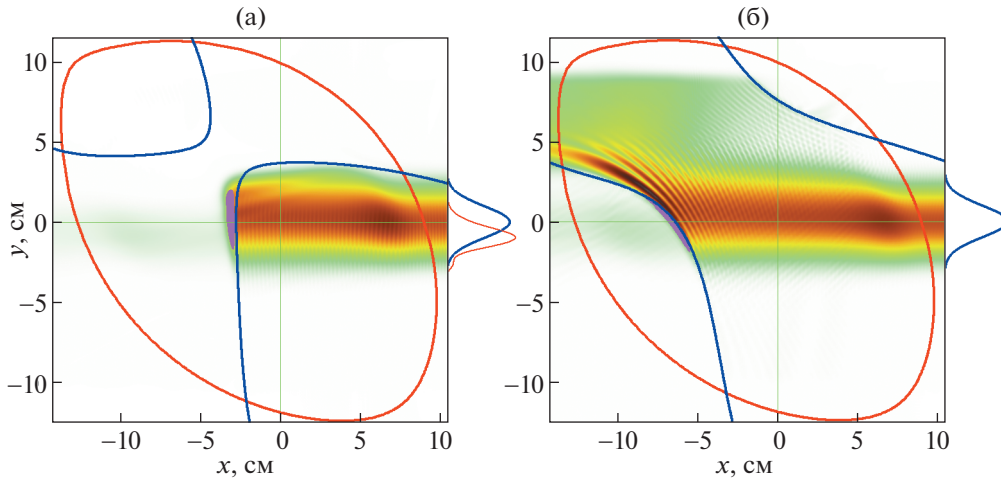


Рис. 9. (в цвете онлайн) Распределения: а) — $|E(x,y)|^2$ при нецентральной нагреве на вакуумной магнитной оси ($B_0(0,0) = 1.305$ Тл, $x_{\text{res}} = -2.7$ см) и б) — на половине радиуса плазменного шнура ($B_0(0,0) = 1.253$ Тл, $x_{\text{res}} = -6.4$ см), рассчитанные в двумерной полноволновой модели для варианта с $n_e(0) = 1.75 \times 10^{13}$ см $^{-3}$ и $T_e(0) = 1$ кэВ. На правой стороне рисунка 9а тонкой линией показан профиль отраженной СВЧ-мощности в масштабе 1000 : 1 относительно падающей мощности.

ность. При этом условия взаимодействия СВЧ-пучка с плазмой в резонансной области оказываются весьма близкими к рассмотренной в [28] одномерной задаче о нормальном падении необыкновенной волны на резонансную поверхность $\omega = 2\omega_{ce}$.

Наблюдаемые на фоне распространяющегося в плазме СВЧ-пучка узкие вертикальные полосы являются результатом интерференции с волной, отраженной от области резонанса. Согласно результатам одномерного полноволнового моделирования [28], коэффициент отражения (по мощности) от плоской резонансной поверхности для данных параметров плазмы составляет $\sim 0.1\%$, что хорошо согласуется с коэффициентом отражения, полученным при двумерном моделировании СВЧ-нагрева на вакуумной магнитной оси: $R^2 \approx 0.07\%$. Профиль отраженной СВЧ-мощности в масштабе 1000 : 1 относительно падающей мощности показан справа на рис. 9а тонкой линией. Обратим внимание на то, что в данном случае отражение назад происходит в апертуру падающего СВЧ-пучка.

Коэффициент прохождения по мощности в данном случае составляет $T^2 \approx 0.5\%$, что хорошо согласуется с результатами, полученными как при одномерном полноволновом моделировании, так и при расчете методом лучевых траекторий. Отметим, что, в отличие от рассмотренного в разд. 3.1 центрального нагрева, никакого рассеяния СВЧ-излучения вниз в данном случае не наблюдается.

Таким образом, согласно результатам двумерного полноволнового моделирования, СВЧ-нагрев плазмы на вакуумной магнитной оси стелларатора Л-2М может рассматриваться как более предпочтительный по сравнению с центральным нагревом, поскольку в этом случае практически вся ($\approx 99\%$) для параметров, соответствующих рис. 9а) вводимая СВЧ-мощность поглощается в компактной области, расположенной относительно близко ($\Delta x \approx -3$ см) от центра плазменного шнура.

3.2.2. Нагрев на половине радиуса плазменного шнура. При $B_0(0,0) = 1.253$ Тл резонанс $\omega = 2\omega_{ce}$ на стеллараторе Л-2М смещается по оси x в точку $x_{\text{res}} = -6.4$ см, соответствующую половине радиуса плазменного шнура в потоковых координатах ($\rho = 0.5$). На рис. 9б показано распределение $|E|^2$, рассчитанное для этого случая с помощью решения волнового уравнения (1) с учетом тепловых эффектов для варианта с $n_e(0) = 1.75 \times 10^{13}$ см $^{-3}$ и $T_e(0) = 1$ кэВ. Из рисунка видно, что этот случай принципиально отличается от случая, рассмотренного в разд. 3.1, тем, что СВЧ-пучок падает на выпуклую (а не на вогнутую) наклонную резонансную поверхность $\omega = 2\omega_{ce}$. В результате лишь примерно половина вводимой СВЧ-мощности пересекает резонансную поверхность и поглощается плазмой, в то время как остальная часть СВЧ-излучения либо отклоняется вверх и диссипирует в искусственно введенном поглощающем слое вблизи верхней границы расчетной области, либо “проскальзывает” вдоль резонансной поверхности и выходит через левую границу. На

рис. 9б видна ярко выраженная интерференционная картина, создаваемая в результате интерференции СВЧ-пучка с излучением, отраженным от резонансной поверхности.

Таким образом, при планировании возможных экспериментов по внеосевому СВЧ-нагреву плазмы на стеллараторе Л-2М необходимо учитывать, что значительное смещение области поглощения от оси плазменного шнура может приводить к существенному снижению эффективности энерговыделения в заданной области плазмы.

4. ОБСУЖДЕНИЕ И ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В настоящей работе разработаны двухмерная полноволновая модель и численный код для расчета распространения и поглощения необыкновенно поляризованного СВЧ-пучка в замагниченной плазме с учетом нелокальной тепловой поправки к тензору диэлектрической проницаемости плазмы вблизи электронно-циклотронного резонанса на второй гармонике электронной гирочастоты. Проведены расчеты для нескольких вариантов нагрева плазмы на стеллараторе Л-2М, отличающихся положением области поглощения.

Показано, что при центральном нагреве заметная доля вводимой в плазму СВЧ-мощности отклоняется вниз и уходит на стенку камеры в результате рефракции, связанной с тепловой поправкой к тензору диэлектрической проницаемости плазмы. Доля рассеянной вниз мощности быстро нарастает при увеличении плотности плазмы и при центральной плотности $n_e(0) = 3 \times 10^{13} \text{ см}^{-3}$ (составляющей 0.85 от плотности отсечки для необыкновенной волны, $n_{cut} \approx 3.5 \times 10^{13} \text{ см}^{-3}$) достигает $\approx 60\%$ от вводимой СВЧ-мощности. В реальном стеллараторе СВЧ-мощность, падающая на стенку, может неоднократно переотражаться и, в конце концов, поглощаться плазмой, однако область энерговыделения в этом случае будет “размазана” по резонансной поверхности, т.е. нагрев фактически уже не будет центральным.

При нецентральной нагреве на половине радиуса плазменного шнура, достигаемом за счет уменьшения тороидального магнитного поля, эффективность нагрева в заданной области плазмы также ухудшается, поскольку значительная доля (до $\sim 50\%$) вводимой мощности отражается вверх от резонансной поверхности и уходит на стенку камеры.

Наиболее предпочтительным с точки зрения локализации энерговыделения в центральной области плазменного шнура является ситуация, при которой СВЧ-пучок распространяется от границы плазмы до резонансной области, практически не испытывая рефракции, связанной с тепловой поправкой к тензору диэлектрической проницае-

мости, и падает нормально на резонансную поверхность. В рамках нашей двухмерной модели это достигается при нагреве на вакуумной магнитной оси стелларатора Л-2М, смещенной внутри тора на расстояние 2.7 см от центра камеры. В этом случае, при стандартных условиях экспериментов на стеллараторе Л-2М ($n_e(0) = (1.5-2) \times 10^{13} \text{ см}^{-3}$, $T_e(0) \sim 1 \text{ кэВ}$) СВЧ-излучение практически полностью поглощается непосредственно за резонансной поверхностью.

Отдельного рассмотрения заслуживает вопрос об отражении СВЧ-излучения от резонансной поверхности. В экспериментах, проводимых на стеллараторе Л-2М [28, 29], отражение в апертуру вводимого СВЧ-пучка на уровне, согласующемся с результатами одномерной теории, $R^2 \sim 0.1\%$, наблюдалось в условиях центрального нагрева. В то же время результаты двухмерного полноволнового моделирования показывают, что отражение от резонансной поверхности в апертуру СВЧ-пучка в условиях центрального нагрева значительно ниже: $R^2 \sim 0.002\%$. Такое низкое значение коэффициента отражения, полученное в рамках нашей двухмерной модели, может объясняться тем, что распространяющийся СВЧ-пучок в этой модели целиком остается в данном (“стандартном”) полоидальном сечении. При этом СВЧ-пучок “скользит” вдоль резонансной поверхности, не отражаясь назад. На самом деле структура магнитного поля стелларатора Л-2М такова, что резонансная поверхность поворачивается при смещении вдоль тора. В результате какая-то часть пучка может отклоняться (рефрагировать) от стандартного сечения в тороидальном направлении и попадать в область, где СВЧ-излучение падает нормально на резонансную поверхность и, соответственно, может частично отражаться назад. Данный вопрос требует более детального анализа².

В целом, полученные в настоящей работе результаты позволяют заключить, что предложенная двухмерная полноволновая модель позволяет более адекватно описывать волновые свойства греющего СВЧ-пучка в условиях экспериментов на стеллараторе Л-2М по сравнению с методом лучевых траекторий. Однако для описания тонких деталей взаимодействия СВЧ-пучка с плаз-

² Отметим, что другим (более простым) объяснением экспериментального наблюдения отраженного назад излучения на уровне 0.1% может быть неточность в определении величины центрального магнитного поля $B_0(0,0)$ в реальном эксперименте. При уменьшении $B_0(0,0)$ всего лишь на 2.5% (с 1.34 до 1.305 Тл) область резонансного взаимодействия смещается на вакуумную магнитную ось. Как следует из результатов двухмерного моделирования (см. разд. 3.2.1), отражение от резонансной поверхности в этом случае хорошо согласуется с результатами одномерной теории.

мой в реальных стеллараторных магнитных конфигурациях потребуется создание более сложной (трехмерной) модели, возможно комбинированной с методом лучевых траекторий.

Автор выражает признательность Г.М. Батанову, С.Е. Гребеншикову, М.А. Терещенко и С.В. Щепетову за полезные обсуждения.

Работа выполнена при поддержке Министерства науки и высшего образования РФ, госзадание № 0024-2018-0045 (АААА-А18-118022090098-0) “Фундаментальные проблемы динамики, удержания и нагрева плазмы в трехмерных магнитных конфигурациях”.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Litvak A.G., Permittin G.V., Suvorov E.V., Frajman A.A.* // Nucl. Fusion. 1977. V. 17. P. 659.
2. *Пилюя А.Д., Федоров В.И.* Вопросы теории плазмы. Вып. 13 / Под. ред. Б.Б. Кадомцева. М.: Энергоатомиздат, 1984. С. 262.
3. *Erckmann V., Gasparino U.* // Plasma Phys. Control. Fusion. 1994. V. 36. P. 1869.
4. *Harvey R.W., Nevins W.M., Smith G.R., Lloyd B., O'Brien M.R., Warrick C.D.* // Nucl. Fusion. 1997. V. 37. P. 97.
5. *Prater R., Farina D., Gribov Yu., Harvey R.W., Ram A.K., Lin-Liu Y.-R., Poli E., Smirnov A.P., Volpe F., Westerhof E., Zvonkov A., the TPA Steady State Operation Topical Group* // Nucl. Fusion. 2008. V. 48. 035006.
6. *Аликаев В.В., Литвак А.Г., Суворов Е.В., Фрайман А.А.* Высокочастотный нагрев плазмы / Под ред. А.Г. Литвака. Горький: ИПФ АН СССР, 1983. С. 6.
7. *Bornatici M., Cano R., De Barbieri O., Engelmann F.* // Nucl. Fusion. 1983. V. 23. P. 1153.
8. *Tereshchenko M., Castejón F., Cappa A.* TRUBA User Manual / Informes Técnicos CIEMAT. 2008. No. 1134. <http://www-fusion.ciemat.es/InternalReport/IR1134.pdf>.
9. *Tracy E.R., Brizard A.J., Richardson A.S., Kaufman A.N.* Ray Tracing and Beyond: Phase Space Methods in Plasma Wave Theory. Cambridge: Cambridge Univ. Press, 2014.
10. *Poli E., Peeters A.G., Pereverzev G.V.* // Comput. Phys. Commun. // 2001. V. 136. P. 90.
11. *Балакин А.А., Балакина М.А., Пермитин Г.В., Смирнов А.И.* // Физика плазмы. 2008. Т. 34. С. 533.
12. *Терещенко М.А.* // Физика плазмы. 2017. Т. 43. С. 9.
13. *Antonsen T.M., Manheimer W.M.* // Phys. Fluids. 1978. V. 21. P. 2295.
14. *Звонков А.В., Тимофеев А.В.* // Физика плазмы. 1980. Т. 6. С. 1219.
15. *Федоров В.И.* // Письма ЖТФ. 1980. Т. 6. С. 1307.
16. *Тимофеев А.В.* // УФН. 2004. Т. 174. С. 609.
17. *Стикс Г., Свансон Д.* Основы физики плазмы / Под. ред. А.А. Галеева, Р. Судана. М.: Энергоатомиздат, 1983. Т. 1. С. 333.
18. *Балакин А.А., Господчиков Е.Д., Шалашов А.Г.* // Письма ЖЭТФ. 2016. Т. 104. С. 701.
19. *Maroli C., Petrillo V.* // Plasma Phys. Control. Fusion. 1986. V. 28. P. 615.
20. *Cairns R.A., Lashmore-Davies C.N., Dendy R.O., Harvey B.M., Hastie R.J., HoIt H.* // Phys. Fluids B. 1991. V. 3. P. 2953.
21. *McDonald D.C., Cairns R.A., Lashmore-Davies C.N.* // AIP Conf. Proc. 1994. V. 289. P. 265.
22. *McDonald D.C., Cairns R.A., Lashmore-Davies C.N.* // Phys. Plasmas. 1994. V. 1. P. 842.
23. *McDonald D.C., Cairns R.A., Lashmore-Davies C.N., Le Clair G.* // Phys. Plasmas. 1998. V. 5. P. 883.
24. *McDonald D.C., Cairns R.A., Lashmore-Davies C.N.* // AIP Conf. Proc. 1997. V. 403. P. 351.
25. *Pavlov S.S.* // Probl. At. Sci. Technol. Ser. Plasma Phys. 2011. № 1. P. 53.
26. *Balakin A.A., Gospodchikov E.D.* // J. Phys. B. 2015. V. 48. 215701.
27. *Vdovin V.L.* // Fusion Sci. Technol. 2011. V. 59. P. 690.
28. *Батанов Г.М., Борзосекос В.Д., Колик Л.В., Кончечков Е.М., Малахов Д.В., Петров А.Е., Сарксян К.А., Сахаров А.С., Скворцова Н.Н., Степахин В.Д., Харчев Н. К.* // Физика плазмы. 2013. Т. 39. С. 987.
29. *Батанов Г.М., Борзосекос В.Д., Васильков Д.Г., Колик Л.В., Кончечков Е.М., Малахов Д.В., Вафин И.Ю., Петров А.Е., Сарксян К.А., Сахаров А.С., Степахин В.Д., Харчев Н. К.* // Физика плазмы. 2016. Т. 42. С. 707.
30. *Meshcheryakov A.I., Batanov G.M., Borzosekov V.D., Grebenschikov S.E., Grishina I.A., Kharchev N.K., Kholnov Yu.V., Kolik L.V., Konchekov E.M., Kovrizhnykh L.M., Letunov A.A., Logvinenko V.P., Malakhov D.V., Petrov A.E., Sarksyun K.A., Shchepetov S.V., Skvortsova N.N., Stepakhin V.D., Tereshchenko M.A., Vafin I.Yu., Vasilkov D.G.* // J. Phys. Conf. Ser. 2017. V. 907. 012016.
31. *Сахаров А.С.* // Физика плазмы. 2017. Т. 43. С. 903.
32. *Sakharov A.S.* // J. Phys. Conf. Ser. 2018. V. 1094. 012011.
33. *Shchepetov S.V., Kholnov Yu.V., Fedyanin O.I., Kuznetsov A.B., Vasilkov D.G., Akulina D.K., Batanov G.M., Gladkov G.A., Grebenschikov S.E., Meshcheryakov A.I.* // Plasma Phys. Control. Fusion. 2008. V. 50. 045001.
34. *Шафранов В.Д.* // Ат. энергия. 1962. Т. 13. С. 521.
35. *Коврижных Л.М., Щенетов С.В.* // Физика плазмы. 1980. Т. 6. С. 976.
36. *Swanson D.G.* Plasma Waves. Bristol: IOP, 2003.
37. *Поттер Д.* Вычислительные методы в физике. М.: Мир, 1975.
38. *Balet B., Cordey J.G.* // Nucl. Fusion. 1994. V. 34. P. 1175.
39. *Erckmann V., Laqua H.P., Maaßberg H., Marushchenko N.B., Kasperek W., Müller G.A.* // Nucl. Fusion. 2003. V. 43. P. 1313.