ФИЗИКА ПЛАЗМЫ, 2019, том 45, № 4, с. 359–364

НЕУСТОЙЧИВОСТИ ПЛАЗМЫ

УДК 533.9

ЭФФЕКТ НЕРНСТА И ГЕНЕРАЦИЯ МАГНИТНОГО ПОЛЯ В ПЛАЗМЕ, НАГРЕВАЕМОЙ ИЗЛУЧЕНИЕМ

В. Урпин[a, b, *]

[a] *Физико-технический институт им. А.Ф. Иоффе РАН, Санкт-Петербург, Россия*

[b] *Национальный астрофизический институт, Астрофизическая обсерватория Катании, Катания, Италия*

**e-mail: vadim.urpin@uv.es*

Поступила в редакцию 12.12.2017 г.
После доработки 02.08.2018 г.
Принята к публикации 25.10.2018 г.

Рассматривается новый механизм генерации магнитного поля в плазме, нагреваемой излучением. Данный механизм основан на эффекте Нернста и работает в плазме с противоположно направленными градиентами температуры и плотности. Эффективность механизма определяется значениями градиентов.

DOI: 10.1134/S036729213503010X

1. ВВЕДЕНИЕ

Магнитные неустойчивости в плазме представляют особый интерес для лазерного термоядерного синтеза, где магнитные поля могут уменьшать подвижность частиц, а также в астрофизике, где магнитные неустойчивости могут приводить к генерации магнитных полей. Для лазерного синтеза критично, чтобы давление, приводящее к сжатию пеллет, было достаточно однородным, и чтобы до максимального сжатия не происходило разрушения пеллеты (см., например, [1, 2]). Без этого нагрев топлива в процессе сжатия может быть недостаточен, и лазерная энергия будет вкладываться в топливо неэффективно [3]. В астрофизических объектах генерация магнитного поля при взаимодействии электронов с пространственно неоднородной плазмой может служить примером подобных магнитных неустойчивостей.

Динамика магнитного поля в плазме глубоко связана с процессами электронного переноса. Магнитные неустойчивости часто вызываются тепловой анизотропией электронного распределения, а не противоположно направленными электронными потоками. Известно, что магнитные поля в незамагниченной плазме могут возникать в результате различных механизмов (см., например, [4–7]). Эти механизмы являются основой понимания целого ряда взаимодействий лазерного излучения с плазмой. Одним из кандидатов в механизмы, приводящие к генерации магнитных полей, является создающая поле тепловая (или термомагнитная) неустойчивость (см. [6]), играющая важную роль в плазме, нагреваемой лазерным излучением. При данной неустойчивости, поле может генерироваться в результате двух процессов, один из которых развивается, когда градиенты давления и плотности электронов не параллельны, а второй связан с адвекцией поля диффузным потоком тепла (эффект Нернста). Первый процесс приводит к формированию так называемой батареи Бирманна [8] и проявляется как в лабораторной плазме, так и в астрофизических объектах, от звезд до молодых галактик (см., например, [9–11]). Особенностью данного сценария является то, что генерация поля начинается с нулевого значения, в то время как во втором сценарии необходимо “затравочное” начальное поле, которое инициирует генерацию. Надо отметить, что, как и в первом случае, данный механизм также имеет место в турбулентной плазме, и часто носит название эффекта кросс-спиральности [12, 13]. В этом случае роль градиента давления играет градиент турбулентного напряжения.

В настоящей работе рассматривается механизм генерации магнитного поля в плазме с неоднородной температурой. Этот механизм вызывается так называемой термомагнитной неустойчивостью и включает в себя ряд процессов, происходящих в горячей плазме. Термомагнитные процессы преобразуют часть теплового потока в энергию магнитного поля. Вероятность подобного преобразования рассматривали в экспериментах с лазерной плазмой (см., например [6, 14–18, 20]). В данном сценарии образуется обратная связь между эффектом Нернста и потоком тепла Риги–Ледюка, полностью определяемая транспортными процессами (для генерации магнитного поля гидродинамического движения не требуется). В этом заключается принципиальное отличие данного механизма от механизмов, вызываемых движением вещества (динамо). В лазерной плазме термомагнитные процессы приводят к неустойчивости, которая генерирует сильные магнитные поля ($\sim 10^6$–10^7 Гс) за короткие времена (см., например, [16, 17]). Влияние градиентов плотности и гидродинамического движения на термомагнитную неустойчивость было рассмотрено Бисселем и др. [7, 18, 19]. Обнаружено, что гидродинамическое движение вызывает ограниченное воздействие на скорость роста неустойчивости в лазерной плазме, в то время как влияние градиента плотности может быть более существенным, потому что он может служить дополнительным источником поля. Принято считать, что в незамагниченной плазме неустойчивость может вызываться двумя механизмами, которые определяются либо (1) непараллельными градиентами температуры и электронной плотности, либо (2) адвекцией Нернста, которая может приводить к экспоненциальному сжатию магнитных возмущений (см. [20]). Нужно отметить, что адвекция Нернста может давать вклад в генерацию поля даже если градиенты температуры и плотности параллельны [21, 22].

В данной статье рассматривается неустойчивость, вызывающая генерацию поля и связанная с эффектом Нернста в случае, когда излучательные процессы играют важную роль в переносе тепла. В определенных условиях электронным переносом тепла в нагреваемой лазером плазме можно пренебречь, и излучение становится господствующим фактором, который определяет баланс тепла. Тем не менее, эффект Нернста попрежнему может преобразовать часть теплового потока в энергию магнитного поля. В этом случае неустойчивости обладают рядом особых свойств по сравнению с теми, которые были рассмотрены в [14], но генерация магнитного поля по-прежнему возможна.

Применительно к астрофизическим условиям, тепловая неустойчивость, генерирующая магнитное поле в нейтронных звездах рассматривалась в [23]. Магнитные поля, создаваемые тепловой неустойчивостью, могут объяснить быстрое магнитное развитие пульсаров на ранних стадиях их существования [24, 25]. Нужно отметить, что термомагнитные процессы существенно меняют свойства переноса. Например, они могут играть важную роль в аккреционных дисках [26, 27], в которых термомагнитные явления часто сопровождаются магниторотационными явлениями и вносят вклад в перенос углового момента.

В лазерной плазме перенос тепла электронами иногда гораздо менее эффективен, чем радиационный нагрев или охлаждение и, следовательно, не вносит существенного вклада в тепловое равновесие. Это существенно отличает его от обычной термомагнитной неустойчивости в лабораторной плазме, при которой электронный теплоперенос является основным механизмом переноса тепла [6, 18, 20]. Если электронный перенос тепла несущественен, то главной причиной анизотропии распределения электронов является эффект Нернста и магнитная неустойчивость сильно изменяется.

2. ОСНОВНЫЕ УРАВНЕНИЯ

Мы рассматриваем тепловую неустойчивость, генерирующую магнитное поле, в слое в декартовых координатах (x, y, z), предполагая, что слой расположен между $z = 0$ (нижняя граница) и $z = a$ (верхняя граница), и что градиент температуры параллелен оси z. Плазма рассматривается в магнитогидродинамическом приближении, которое обычно оправдано в плазме, нагреваемой лазером. Уравнения момента и непрерывности имеют вид

$$\frac{d\mathbf{v}}{dt} = -\frac{\nabla p}{\rho} + \mathbf{g} + \frac{1}{4\pi}(\nabla \times \mathbf{B}) \times \mathbf{B}, \tag{1}$$

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \mathbf{v}) = 0, \tag{2}$$

где $\mathbf{v}$ и $\mathbf{B}$ – скорость плазмы и вектор магнитного поля, соответственно, ρ и p – плотность и давление, T – температура, $\mathbf{g}$ – вектор силы тяжести, $d/dt = \partial/\partial t + (\mathbf{v} \cdot \nabla)$.

Баланс тепла определяется уравнением

$$\rho c_p \frac{dT}{dt} - \frac{dp}{dt} = -\nabla \cdot \mathbf{q_e} + S - G, \tag{3}$$

где c_p – удельная теплоемкость при $p = \mathrm{const}$; S и G – скорости нагрева и охлаждения; $\mathbf{q_e} = -\kappa_e \cdot \nabla T$ – тепловой поток, переносимый электронами (κ_e – тензор электронной теплопроводности (см., например, [28])). Величины S и G в уравнении (3) задаются термодинамическими параметрами плазмы. Было предложено несколько приближенных выражений для этих величин. Мы изспользуем простейшую модель, описанную в [29], в которой предполагается, что

$$S = S_0\left(\frac{\rho}{\rho_0}\right)^{a_1}\left(\frac{T}{T_0}\right)^{a_2}, \quad G = G_0\left(\frac{\rho}{\rho_0}\right)^{b_1}\left(\frac{T}{T_0}\right)^{b_2}, \tag{4}$$

где ρ_0 и T_0 – равновесные значения, так что $S_0 = G_0$, а a_1, a_2, b_1, b_2, определяются подгонкой экспериментальных данных. Надо отметить, тем не менее, что наши результаты не зависят от формы S и G. Единственный важный момент состоит в том, что S и G слабо зависят от B, но это действительно так в нагреваемой лазером плазме, где $B \sim$

$\sim 10^6$ G, поскольку процессы излучения не чувствительны к B в таких полях.

К уравнениям (1)–(3) необходимо добавить закон Ома и уравнение индукции. Закон Ома в полностью ионизованной плазме имеет вид (см. [28])

$$\mathbf{E} = -\frac{\mathbf{v}}{c}\times\mathbf{B} - \frac{\mathbf{B}\times\mathbf{j}}{en_e} - \frac{\nabla p_e}{en_e} + \frac{\hat{\alpha}\cdot\mathbf{j}}{(en_e)^2} - \frac{\hat{\beta}\cdot\nabla T}{en_e}, \qquad (5)$$

где $\mathbf{E}$ и $\mathbf{j}$ – электрическое поле и плотность тока; n_e и p_e – плотность и давление электронов; $\hat{\alpha}$ и $\hat{\beta}$ – тензоры, описывающие скорость затухания тока и скорость термомагнитных явлений. Произведения тензоров можно записать как

$$\begin{gathered}\hat{\alpha}\cdot\mathbf{j} = \alpha_{\|}\mathbf{j}_{\|} + \alpha_{\perp}\mathbf{j}_{\perp} - \alpha_{\wedge}\mathbf{b}\times\mathbf{j},\\ \hat{\beta}\cdot\nabla T = \beta_{\|}\nabla_{\|}T + \beta_{\perp}\nabla_{\perp}T + \beta_{\wedge}\mathbf{b}\times\nabla T,\end{gathered} \qquad (6)$$

где $\mathbf{b} = \mathbf{B}/B$; верхние индексы $\|$, $\perp$ и $\wedge$ обозначают компоненты, параллельные и перпендикулярные к магнитному полю и так называемую холловскую компоненту [28]. Подставляя уравнение (5) в закон Фарадея, получим

$$\begin{gathered}\frac{\partial\mathbf{B}}{\partial t} - \nabla\times(\mathbf{v}\times\mathbf{B}) - \frac{c}{e}\nabla\times\left(\frac{\mathbf{B}\times\mathbf{j}}{n_e}\right) - \frac{c}{e}\nabla\times\left(\frac{\nabla p_e}{n_e}\right) + \\ + \frac{c}{e^2}\nabla\times\left(\frac{1}{n_e^2}\hat{\alpha}\cdot\mathbf{j}\right) - \frac{c}{e}\nabla\times\left(\frac{1}{n_e}\hat{\beta}\cdot\nabla T\right) = 0.\end{gathered} \qquad (7)$$

Рассмотрим линейные волны, задаваемые уравнениями (1)–(3) и (7). Мы можем представить все величины как суммы невозмущенной величины и малого возмущения, которое обозначим индексом 1. Возмущения описываются линеаризованными уравнениями (1)–(3), (7). Мы предполагаем, что в невозмущенном состоянии $\nabla T \neq 0$, а невозмущенная скорость и невозмущенное магнитное поле равны нулю. При линеаризации тензоров $\hat{\alpha}$ и $\hat{\beta}$, слагаемыми, пропорциональными B^2, и старшим степеням B можно пренебречь, поскольку в невозмущенном состоянии магнитное поле отсутствует. В результате получаем

$$\begin{gathered}\alpha_{\|} \approx \alpha_{\perp} = \alpha_0\frac{m_e n_e}{\tau_e}, \quad \beta_{\|} \approx \beta_{\perp} = \beta_0 n_e k_B,\\ \beta_{\wedge} = \beta_{\wedge 0}\frac{e n_e k_B \tau_e}{m_e c}B_1,\end{gathered} \qquad (8)$$

где k_B – постоянная Больцмана; τ_e – время релаксации электронов; α_0, β_0 и $\beta_{\wedge 0}$ – параметры, рассчитанные в [28]. В водородной плазме $\alpha_0 = 0.51$, $\beta_0 = 0.71$ и $\beta_{\wedge 0} = 0.81$. Время релаксации электронов определяется как $\tau_e = 3\sqrt{m_e}(k_B T)^{3/2}/4\sqrt{2\pi}e^4 Z^2 n_e\Lambda$, где Λ – кулоновский логарифм, а Z – заряд ионов. Коэффициент $\alpha_{\wedge}$ пропорционален B, но в уравнении (7) его следует умножить на электрический ток и, следовательно, этот член является нелинейным по отношению к малым возмущениям, и им следует пренебречь в линейной теории. Таким образом, линеаризованное уравнение индукции имеет вид

$$\begin{gathered}\frac{\partial\mathbf{B}_1}{\partial t} = -\frac{c^2}{4\pi}\nabla\times\left(\frac{1}{\sigma}\nabla\times\mathbf{B}_1\right) + \\ + \frac{c}{e}\nabla\times\left(\frac{\nabla p_{e1}}{n_e} - \frac{n_{e1}\nabla p_e}{n_e^2}\right) - 0.81\frac{k_B}{m_e}\nabla\times(\tau_e\nabla T\times\mathbf{B}_1),\end{gathered} \qquad (9)$$

где $\sigma = e^2 n_e\tau_e/\alpha_0 m_e$ – проводимость вдоль магнитного поля.

Рассмотрим линеаризованные уравнения (1)–(3). В нагреваемой лазером плазме перенос тепла электронами часто гораздо менее эффективен, чем радиационный нагрев или охлаждение. Характерный масштаб времени электронного переноса порядка $t_e \sim \rho c_p\lambda^2/\kappa_e$, где $\kappa_e \sim n_e k_B^2 T\tau_e/m_e$ (см. [28]), λ – характерная длина возмущения. Временной масштаб возрастает с увеличением характерной длины возмущения как λ^2, и, следовательно, для относительно больших возмущений электронный перенос тепла является медленным и им можно пренебречь. В характерных экспериментальных условиях (см., например, [7, 17, 29, 30]), $T \sim 3\times10^6$ K и $n_e \sim 10^{21}$ см^3. Время остывания зависит от свойств лазерной мишени и составляет $\approx 10^{-11}$ для материалов с высоким Z (Au, Mn, Fe) и $\approx 4\times10^{-11}$ для материалов с низким Z, таких, как Ca и полимеры. Критический размер λ_{cr}, при превышении которого эффектами электронной теплопроводности можно пренебречь составляет ~3 мкм для материалов с высоким Z и ~15 мкм для материалов с низким Z [29].

В общем случае при $\vec{q}_e \neq 0$ линеаризация уравнений (1)–(3) и (9) приводит к системе уравнений, которые описывают все возмущения. Однако уравнения (1)–(3) не содержат линейных членов, пропорциональных $\mathbf{B}_1$, если пренебречь электронным переносом тепла и если $q_e = 0$. Более того, если q_e можно пренебречь, то единственным членом уравнений (1)–(3), зависящим от B, является сила Лоренца в уравнении момента (1). Линеаризуя его, получаем $[(\nabla\times\mathbf{B})\times\mathbf{B}]_1 = 0$, и, следовательно, уравнения (1)–(3) становятся независимыми от уравнения (9) если q_e мало, и если эти уравнения обладают набором собственных мод. С другой стороны, особый тип мод может описываться уравнением (9), если предположить, что T_1, ρ_1, ρ_2 и $\mathbf{v}_1$ стремятся к нулю. Единственное не стремящееся к нулю возмущение $\mathbf{B}_1$ в этих модах может быть названо магнитным. Данные моды записываются как

$$\frac{\partial \mathbf{B}_1}{\partial t} = -\beta_{\wedge 0}\frac{k_B}{m_e}\nabla\times(\tau_e\nabla T\times\mathbf{B}_1) - \frac{c^2}{4\pi}\nabla\times\left(\frac{1}{\sigma}\nabla\times\mathbf{B}_1\right). \quad (10)$$

Сравнивая первый и второй член правой части уравнения (10), получаем, что термомагнитные эффекты имеют более сильный эффект, чем омическое затухание если

$$\varepsilon \equiv (c_e^2/c^2)\omega_p^2\tau_e^2 \gg 1, \quad (11)$$

где $c_e = \sqrt{k_B T/m_e}$ – тепловая скорость электронов и $\omega_p = \sqrt{4\pi e^2 n_e/m_e}$ – плазменная частота. Условие (11) можно переписать как $\varepsilon \approx 36T_6^4/n_{21}\Lambda^2 \gg 1$, где $n_{21} = n/10^{21}$ см$^{-3}$ и $T_6 = T/10^6$ K.

Если $\varepsilon \gg 1$ и влияние омического затухания пренебрежимо мало, то можно пренебречь вторым членом правой части уравнения (10). Интегрируя это уравнение по объему, можно преобразовать его правую часть в интеграл по поверхности, в соответствии с уравнением $\int \nabla\times\mathbf{F}dV = \int \mathbf{dW}\times\mathbf{F}$, где V и $\mathbf{W}$ – объем плазмы и ее поверхность, соответственно. Учитывая, что в нашем случае $\mathbf{F} = -\beta_{\wedge 0}(\mathbf{k_B}/\mathbf{m_e})\nabla\times(\tau_\mathbf{e}\nabla\mathbf{T}\times\mathbf{B}_1)$ и $\mathbf{B}_1$ перпендикулярно ∇T, получаем

$$\frac{d}{dt}\int \mathbf{B}_1 dV = -(\beta_{\wedge 0}/\gamma_0)\int \frac{\mathbf{B}_1}{p_e}(\vec{q}_{e0}\cdot\mathbf{dW}), \quad (12)$$

где $\vec{q}_{e0} = -(\gamma_0 n_e k_B^2 T\tau_e\nabla T/m_e$ – электронный поток, а γ_0 вычислено по Брагинскому [28]. В водородной плазме $(\beta_{\wedge 0}/\gamma_0) \sim 0.26$. При развитии данной неустойчивости растут только возмущения магнитного поля. Однако генерация магнитного поля требует определенных затрат энергии, и в нашем случае данная энергия может быть взята только из потока тепла, поскольку другие источники энергии отсутствуют. Таким образом, эффект Нернста преобразует часть потока тепла в магнитную энергию.

3. МАГНИТНАЯ НЕУСТОЙЧИВОСТЬ

Мы рассматриваем неустойчивость магнитных мод в слое между $z = a$ и $z = 0$. Как видно из уравнения (10), термомагнитные эффекты могут влиять только на компоненту $\mathbf{B}_1$, перпендикулярную ∇T. Удобно направить ось y параллельно $\mathbf{B}_1$. Если основное состояние квазистационарное, то зависимость $\mathbf{B}_1$ от t и x можно положить равной $\propto\exp(\gamma t - ik_x x)$, где γ – инкремент нарастания и k_x – волновой вектор в направлении x. Зависимость B_{1y} от z можно определить из уравнения (10). В данном приближении, это уравнение принимает вид

$$\eta_m B_{1y}'' + AB_{1y}' + DB_{1y} = 0, \quad (13)$$

где $\eta_m = c^2/4\pi\sigma$ – коэффициент магнитной диффузии и

$$A = A_{TM} - \eta_m\frac{d\ln\sigma}{dz}, \quad A_{TM}\beta_{\wedge 0}\frac{k_B}{m_e}\tau_e\frac{dT}{dz}, \\ D = D_{TM} - \eta_m k_x^2 - \gamma, D_{TM}\frac{dA_{TM}}{dz}; \quad (14)$$

где штрих обозначает d/dz. Отношение первого и второго членов в правой части выражения для A пропорционально ε и, следовательно, второй член мал в области, где преобладают термомагнитные эффекты и $\varepsilon \gg 1$.

Некоторые общие свойства магнитных волн могут быть получены непосредственно из уравнения (13). Рассмотрим плазму, в которой преобладают термомагнитные эффекты, $\varepsilon \gg 1$. В этом случае можно пренебречь членами, пропорциональными η_m в A и D. После этого уравнение (13) принимает вид

$$\eta_m B_{1y}'' + A_{TM}B_{1y}' + \left(\frac{dA_{TM}}{dz} - \gamma\right)B_{1y} = 0, \quad (15)$$

Умножив это уравнение на B_{1y} и проинтегрировав по dz, получаем

$$\gamma\int B_{1y}^2 dz = \int \eta_m B_{1y}B_{1y}''dz + \int A_{TM}B_{1y}B_{1y}'dz + \\ + \int\frac{dA_{TM}}{dz}B_{1y}^2 dz. \quad (16)$$

Первый член в правой части уравнения (16) мал если $\varepsilon \gg 1$. Второй член можно проинтегрировать по частям. В результате получаем

$$\gamma\int B_{1y}^2 dz = \frac{1}{2}A_{TM}B_{1y}^2\Big|_0^a + \frac{1}{2}\int\frac{dA_{TM}}{dz}B_{1y}^2 dz. \quad (17)$$

Предполагая, что $B_{1y} = 0$ на верхней и нижней границе и применяя теорему о среднем значении, получим

$$\gamma = \frac{dA_{TM}(z_m)}{2dz}, \quad (18)$$

где z_m – точка в пределах слоя, $a \ge z_m \ge 0$. Таким образом, устойчивость определяется зависимостью A_{TM} от z. Например, если $dA_{TM}/dz > 0$ внутри слоя, тогда $\gamma > 0$ и магнитные волны неустойчивы.

Основные количественные свойства магнитных мод можно определить, пользуясь моделью тонкого слоя. Эта модель довольно просто позволяет получить аналитическое решение. В модели предполагается, что слой настолько тонок, что ни невозмущенные величины, ни их производные не меняются существенно в слое. В этом случае температуру можно записать как

$$T = T_0 + z\left(\frac{dT}{dz}\right)_0 = T_0\left(1 + \xi\frac{z}{a}\right), \quad \xi\frac{a}{T_0}\left(\frac{dT}{dz}\right)_0, \quad (19)$$

где мы ограничиваемся в разложенииилинейным членом, поскольку слой тонкий и $\xi \ll 1$. Здесь T_0 – температура при $z = 0$ и $(dT/dz)_0 = \text{const}$. Поскольку основным состоянием является гидростатическое равновесие, давление $p \propto \rho T$ должно быть постоянным внутри слоя, и, следовательно, $\rho = \rho_0(1 + \xi z/a)^{-1}$. В полностью ионизованной плазме электрическая проводимость σ пропорциональна $T^{3/2}$ и, следовательно,

$$\eta_m = \eta_{m0}(1 + \xi z/a)^{-3/2}, \quad (20)$$

где η_{m0} – значение η_m при $z = 0$. Время релаксации электронов τ_e пропорционально $T^{3/2}/n$ и мы имеем

$$\begin{aligned} A_{TM} &= A_{TMo}(1 + \xi z/a)^{5/2}, \\ A_{TM0} &= \beta_{\wedge 0}(k_B/m_e)\tau_{e0}(\xi T_0/a), \end{aligned} \quad (21)$$

где τ_{e0} – время релаксации при $z = 0$. Коэффициент D_{TM} в уравнении (14) можно представить также как

$$D_{TM} = D_{TM0}(1 + \xi z/a)^{3/2}, \quad D_{TM0} = (5z/2a)A_{TM0}. \quad (22)$$

Так как $\xi \ll 1$, в уравнениях (20)–(22) можно пренебречь членом $\xi z/a$ по сравнению с единицей. Поэтому в нашей модели уравнение (13) превращается в уравнение с постоянными коэффициентами,

$$\eta_m = \eta_{m0}, \quad A = A_{TM0}, \quad D = D_{TM0} - \gamma. \quad (23)$$

Решение уравнения (23) можно искать в виде $\propto \exp(iqz)$, где q – вертикальный волновой вектор. Тогда имеем

$$B_{1y} = F_1 \exp(iq_1 z) + F_2 \exp(iq_2 z), \quad (24)$$

где F_1 и F_2 – константы, определяемые из граничных условий. Уравнение для $q_{1,2}$ имеет вид

$$q^2 - \frac{iA_{TM0}}{\eta_{m0}} q - \left(\frac{D_{TM0}}{\eta_{m0}} - \frac{\gamma}{\eta_{m0}}\right) = 0. \quad (25)$$

Волновые векторы для магнитных мод равны

$$q_{1,2} = \frac{iA_{TM0}}{2\eta_{m0}} \pm \sqrt{\frac{D_{TM0}}{\eta_{m0}} - \frac{\gamma}{\eta_{m0}} - \frac{A_{TM0}^2}{4\eta_{m0}^2}}. \quad (26)$$

В общем случае результат зависит от граничных условий. В качестве примера рассмотрим случай, когда B_y стремится к нулю на нижней границе слоя ($B_y = 0$ при $z = 0$), а электрический ток стремится к нулю на его верхней границе ($dB_y/dz = 0$ при $z = a$). Из первого условия получаем $F_1 = -F_2$ и, следовательно,

$$B_{1y} = F_1[\exp(iq_1 z) - \exp(iq_2 z)]. \quad (27)$$

Граничное условие $z = a$ дает

$$q_1 \exp[ia(q_1 - q_2)] - q_2 = 0. \quad (28)$$

Оценивая $A_{TM0} \sim c_e^2\tau_e/L$ и $D_{TM0} \sim c_e^2\tau_e/L^2$, где L – вертикальный масштаб, получаем $(D_{TM0}/\eta_{m0})/(A_{TM0}^2/4\eta_{m0}^2) \ll 1$. В этом приближении волновые векторы можно записать как

$$q_1 \approx \frac{iA_{TM0}}{\eta_{m0}} - \frac{i(D_{TM0} - \gamma)}{A_{TM0}}, \quad q_2 \approx \frac{i(D_{TM0} - \gamma)}{A_{TM0}}. \quad (29)$$

и дисперсионное уравнение принимает вид

$$q_1(a) - q_2(a)\exp[(A_{TM0}/\eta_{m0})a] = 0. \quad (30)$$

Решение этого уравнения зависит от знака A_{TM0}, определяемого производной dT/dz. Если $dT/dz > 0$ и температура уменьшается с z, то экспоненциальный член левой части уравнения (30) мал, поскольку экспонента велика ($\sim aA_{TM0}/\eta_{m0} \sim (a/L)\varepsilon$) и отрицательна в области, где $\varepsilon \gg 1$. Поэтому можно пренебречь вторым членом в левой части уравнения (30). В этом случае дисперсионное уравнение имеет вид $q_1(a) \approx 0$. Следовательно,

$$A_{TM0} - (D_{TM0} - \gamma)(\eta_{m0}/A_{TM0}) \approx 0 \quad (31)$$

или

$$\gamma \approx -(A_{TM0}^2/\eta_{m0}) + D_{TM0}. \quad (32)$$

Поскольку $A_{TM0}^2/\eta_{m0} \gg D_{TM0}$, получаем $\gamma \approx -A_{TM0}^2/\eta_{m0} < 0$, а значит, магнитные волны устойчивы, если T уменьшается с увеличением z.

В слое с обратным градиентом температуры ($dT/dz > 0$) ситуация качественно отлична. В этом случае A_{TM0} положителен и второй член левой части уравнения (30) дает основной вклад в экспоненту, $\propto aA_{TM0}/\eta_m \sim (a/L)\varepsilon \gg 1$. Поэтому первым членом левой части уравнения (30) можно пренебречь, и дисперсионное уравнение имеет вид $q_2(a) \approx 0$ или $D(a) = 0$. Учитывая, что $\tau_e \propto T^{3/2}/n$, получаем

$$\gamma \sim \beta_{\wedge 0}\frac{k_B}{m_e}\tau_e\left[\frac{3}{2T}\left(\frac{dT}{dz}\right)^2 - \frac{d\ln\rho}{dz}\frac{dT}{dz} + \frac{d^2T}{dz^2}\right]. \quad (33)$$

В общем случае γ может быть любого знака в зависимости от профилей T и ρ. В нашей модели с $\mathbf{v} = 0$ можно предположить, что $p(z) = \text{const}$ и, следовательно, $d\rho/\rho dz = -dT/Tdz$. Поскольку зависимость T от z линейная, второй производной T можно пренебречь и уравнение (33) переходит в

$$\gamma \sim \frac{2k_B\tau_e}{m_eT}\left(\frac{dT}{dz}\right)^2. \tag{34}$$

т.е. инкремент нарастания неустойчивости γ в слое с обратным градиентом температуры положителен.

4. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Тепловая генерация магнитного поля вызывается эффектом Нернста и количественно отличается от динамического эффекта. В рассматриваемой модели тепловая генерация возможна, если градиенты T и ρ направлены в противоположные стороны. Это условие развития неустойчивости выполняется в некоторых астрофизических объектах, например, в горячих звездах, в атмосфере которых формируются области с обратным градиентом температуры (см., например, [31]).

Используя уравнение (34), можно оценить инкремент нарастания магнитных волн как $\gamma \sim c_e\lambda_e/L^2$, где $\lambda_e = c_e\tau_e$ – средняя длина свободного пробега электронов. В этом случае время роста неустойчивости $t_B = 1/\gamma$ равно

$$t_B \sim 3\times10^{-9}n_{21}L_{-2}^2\Lambda T_6^{-5/2}\text{s}, \tag{35}$$

где $L_{-2} = L/10^{-2}$. Для нагреваемой лазером плазмы ($n_{21} = L_9 = 1$, $\Lambda = 4$, $T_6 = 3$) получаем $t_B \sim 10^{-9}L_{-2}^2\text{s}$. В мишенях с низким Z типичное время остывания составляет $\approx 4\times10^{-11}$ [29]. Это время больше, чем t_B, если $L < 20$ мкм. Отметим, что L больше, чем критический размер $\lambda_{cr} \sim$ ~ 15 мкм, который задает пространственный масштаб возмущений, позволяющий пренебречь теплопроводностью.

Для мишеней с высоким Z (Au, Mn, Fe) время остывания равно $\approx 10^{-11}$ [29]. Для таких мишеней время роста магнитных волн меньше, чем время остывания, если пространственный масштаб возмущений ≥ 10 мкм. Этот пространственный масштаб больше $\lambda_{cr} \sim 3$ мкм для мишеней с высоким Z и, следовательно, в этом случае возможна неустойчивость.

Рассматриваемый механизм может приводить к генерации магнитного поля не только в лабораторных условиях, но и в горячих массивных звездах. Время жизни массивных звезд относительно мало (см., например, [32, 33]), но, тем не менее, временной масштаб генерации поля может быть значительно короче.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Dieckmann M.E., Sarri G., Borghesi M.* // Phys. Plasmas. 2012. V. 19. P. 122102.
2. *Herbst M.J., Stamper J.A., Whitlock R.R., Lehniberg R.H., Ripin, B.H.* // Phys. Rev. Lett. 1981. V. 46. P. 328.
3. *Herbst M.J., Whitlock R.R., Young, F.C.* // Phys. Rev. Lett. 1981. V. 47. P. 91.
4. *Stamper J., Papadopoulos K., Sudan R., Dean S., McLean E., Dawson J.* // Phys. Rev. Lett. 1971. V. 26. P. 1012.
5. *Raven A., Willi O., Rumsby P.* // Phys. Rev. Lett. 1978. V. 41. P. 534.
6. *Tidman D., Shanny R.* // Phys. Fluids. 1974. V. 17. P. 1207.
7. *Bissell J.J., Ridgers C., Kingham R.* // Phys. Rev. Lett. 2010. V. 105. P. 175001.
8. *Biermann L.* // Naturforsch. 1950. V. 5. P. 65.
9. *Kemp J.C.* // Pub. Astr. Soc. Pacif. 1982. V. 94. P. 627.
10. *Mestel L., Moss D.* // Mon. Not. Roy. Astron. Soc. 1983. V. 204. P. 557.
11. *Doi K., Susa H.* // Astrophys. J. 2011. V. 741. P. 93.
12. *Yoshizawa A.* // Phys. Fluid B. 1990. V. 2. P. 1589.
13. *Brandenburg A., Urpin V.* // Astron. Astrophys. 1998. V. 332. P. L41.
14. *Долгинов А., Урпин В.* // ЖЭТФ. 1979. Т. 77. С. 1921.
15. *Bol'shov L.A., Dreizin Y.A., Dykhne A.M.* // JETP Letters. 1974. V. 19. P. 168.
16. *Haines M.* // Phys. Rev. Lett. 1981. V. 47. P. 917.
17. *Andrushchenko Zh., Pavlenko V.* // Phys. Plasmas. 2004. V. 11. P. 1402.
18. *Bissell J.J., Kingham R.J., Ridgers C.P.* // Phys. Plasmas. 2012. V. 19. P. 052107.
19. *Bissell J.J., Rodgers C.P., Kingham R.J.* // New J. Phys. 2013. V. 15. P. 025017.
20. *Bissell J.J.* // J. Plasma Phys. 2015. V. 81. P. 905810108.
21. *Brownell J.* // Comm. Plasma Phys. Controlled Fusion. 1979. V. 4. P. 31.
22. *Hirao A. Ogasawara M.* // J. Phys. Soc. Japan. 1981. V. 50. P. 668.
23. *Urpin V., Levshakov S., Yakovlev D.* // Mon. Not. Roy. Astron. Soc. 1986. V. 219. P. 703.
24. *Urpin V., van Riper K.* // Astrophys. J. 1993. V. 411. P. L87.
25. *Urpin V., Chanmugam G., Sang Y.* // Astrophys. J. 1994. V. 433. P. 780.
26. *Montani G., Benini R., Carlevaro N., Franko A.* // Mon. Not. Roy. Astron. Soc. 2013. V. 436. P. 327.
27. *Franko A., Montani G., Carlevaro N.* // Phys D. 2014. V. 288. P. 23.
28. *Брагинский С.И.* / Вопросы теории плазмы, под ред. М.А. Леонтовича. М.: Госатомиздат, 1963. Т. 1. С. 165.
29. *Evans R.G.* // J. Phys. D. 1981. V. 14. P. L173.
30. *Willi O., Rumsby P., Lin Z., Sartung S.* / Report RL-81-015. Chilton: Rutherford Appleton Laboratory, 1981.
31. *Martins F.* /. PhD Thesis. Toulouse: University Paul Sabaier, 2004.
32. *Bhattacharya D., van den Heuvel E.* // Phys. Rep. 1991. V. 203. P. 1.
33. *Urpin V., Konenkov D., Geppert U.* // Mon. Not. Roy. Astron. Soc. 1998. V. 299. P. 73.