

ДИНАМИКА СФОКУСИРОВАННОГО ИМПУЛЬСНОГО МИКРОВОЛНОВОГО РАЗРЯДА В ВОЗДУХЕ

© 2019 г. А. И. Сайфутдинов^{a, b, *}, Е. В. Кустова^a, А. Г. Карпенко^a, В. А. Лашков^a

^a Санкт-Петербургский государственный университет, Санкт-Петербург, Россия

^b Казанский национальный исследовательский технический университет им. А.Н.Туполева – КАИ, Казань, Россия

*e-mail: as.uav@bk.ru

Поступила в редакцию 28.09.2018 г.

После доработки 01.11.2018 г.

Принята к публикации 20.11.2018 г.

В рамках расширенной гидродинамической модели проведены численные эксперименты по исследованию динамики формирования параметров микроволнового разряда в воздухе, локализованного в максимумах напряженности электрического поля, формируемых специально разработанной фокусирующей системой. Найденны все основные параметры плазмы микроволнового разряда. Результаты по нагреву нейтрального газа демонстрируют хорошее согласие с полученными ранее экспериментальными результатами.

DOI: 10.1134/S036729211905010X

1. ВВЕДЕНИЕ

Развитие электроники сверхвысоких частот привело к возможности инициирования безэлектродного микроволнового (СВЧ) разряда [1] в свободном пространстве в широком диапазоне внешних условий. Исследование свойств такого разряда, удаленного от стенок разрядной камеры и от источников излучения, представляется актуальным как с точки зрения решения ряда фундаментальных задач физики плазмы, так и его практического применения в различных областях современной науки и техники [2–4]. Микроволновые разряды нашли широкое применение в плазмохимическом синтезе [5, 6], в стерилизации и плазменной биомедицине [7], в аналитической химии [8], газоразрядных источниках света [9] и др. Кроме того, инициирование микроволнового разряда является удобным способом подвода энергии в сверх- и гиперзвуковые газодинамические потоки с целью управления их характеристиками.

В частности, в работах [10–16] проводились исследования, посвященные влиянию энерговысвещения микроволнового разряда на ударно-волновые структуры и обтекание тела в сверхзвуковом потоке, нахождению оптимальных параметров разряда для достижения наибольшего аэродинамического эффекта. В экспериментах [13] были получены фотографии плазмоидов, вытянутых вдоль оси сверхзвукового потока (см. рис. 1). В работе [14] предложена специальная фокусирующая система (см. рис. 2а), представляющая собой

цилиндрический параболоид; система позволяет локализовать в фокусе параболоида микроволновой разряд (см. рис. 2б). В настоящем исследовании параметры данной фокусирующей системы были использованы для численного моделирования.

Несмотря на достаточно широкий фронт работ в этом направлении, стоит отметить, что исследования основных параметров микроволновых разрядов достаточно трудно поддаются экспериментальной диагностике. Можно получить лишь интегральные и/или оценочные значения основных характеристик, да и то зачастую косвенными методами [14–16]. В частности, в [16] в рамках газо-

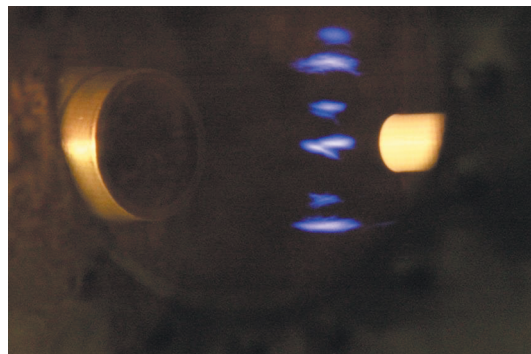


Рис. 1. (в цвете онлайн) Пример развития множественных СВЧ-разрядов в области фокуса СВЧ-излучения [13].

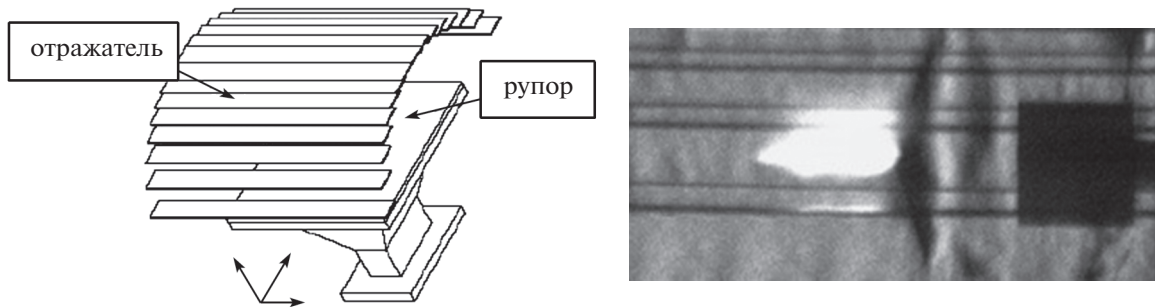


Рис. 2. а) – Фокусирующая система; б) – сформированный в максимуме напряженности электрического поля СВЧ-разряд в потоке газа с числом Маха 1.3 перед основанием цилиндра [14].

динамических расчетов и экспериментальных измерений было проведено сопоставление результатов по исследованию поведения давления на фронтальной поверхности цилиндра в условиях вложения микроволновой энергии в сверхзвуковой поток при подводе энергии 1.5 мДж. Исходя из анализа полученных результатов, был сделан вывод, что при использовании модели совершенного газа и мгновенного подвода энергии в СВЧ-разряде температура в нагретой области повышается до 532 ± 5 К.

Очевидно, что прямое моделирование параметров плазмы является ключом к пониманию механизмов, протекающих в микроволновом разряде, прогнозированию его характеристик в различных условиях, определению оптимальных режимов работы разрабатываемых на его основе устройств. В последние годы появилось достаточно большое количество работ, посвященных моделированию сфокусированных микроволновых разрядов в одно-, двух- и даже трехмерной постановках, и получены интересные результаты. Стоит отметить работы [17, 18], в которых рассматривалась модель инициированного СВЧ-разряда в линейно поляризованном волновом пучке, включающая достаточно полный набор кинетических реакций, учитывающая нагрев и газодинамическое разрежение микроволнового канала. В работах [19, 20] проведены детальные исследования плазмохимических и газодинамических процессов в зоне действия СВЧ-разряда, а также сопоставление результатов расчетов с результатами измерений. Необходимо отметить работы [21, 22], в которых численно исследовались фундаментальные явления самоорганизации и филаментации свободно локализованных СВЧ-разрядов, а также работы [23–26], посвященные пробою импульсных СВЧ-разрядов.

Целью представленной работы являлось в рамках численных экспериментов исследовать пространственно-временную динамику формирования сфокусированного импульсного микро-

волнового разряда в воздухе по условиям экспериментов, проведенных в работах [14–16].

2. МОДЕЛЬ

Для описания микроволнового разряда, возникающего под действием энергии от распространяющейся СВЧ электромагнитной волны, необходимо решать уравнения Максвелла. Однако в случае стационарной структуры плоских TE_{10} волн уравнения Максвелла сводятся к единственному комплексному уравнению для электрической компоненты волны (уравнению типа Гельмгольца) с комплексной диэлектрической проницаемостью $\tilde{\epsilon}$ [1]

$$\nabla \times (\mu_r^{-1} \nabla \times \mathbf{E}) - k_0^2 \tilde{\epsilon} \mathbf{E} = 0, \quad (1)$$

где

$$\tilde{\epsilon} = \epsilon_r - \frac{i\tilde{\sigma}}{\omega\epsilon_0} \approx 1 - \frac{\omega_{pe}^2}{\omega(\omega - i\nu_{ea})}. \quad (2)$$

Здесь $\tilde{\sigma}$ – электрическая проводимость плазмы, ν_{ea} – частота упругих электрон-атомных соударений; $\omega = 2\pi f$, $k_0 = \omega/c$, f – заданная частота СВЧ-поля, k_0 – волновое число; μ_r – магнитная проницаемость среды; ϵ_0 – электрическая постоянная; ϵ_r – диэлектрическая проницаемость среды; $\omega_{pe} = (q_e^2 n_e / \epsilon_0 m_e)^{1/2}$ – плазменная частота электронов; q_e , m_e – заряд и масса электрона. Решение уравнения (1) с соответствующими граничными условиями позволяет вычислить мощность, переданную от электромагнитных полей к электронам,

$$S_{rh} = \frac{|\mathbf{E}|^2}{2\sigma}. \quad (3)$$

Для определения распределений пространственно-временных характеристик сфокуси-

ванного микроволнового разряда сформулирована расширенная гидродинамическая модель [27, 28]. Она включает k уравнений баланса концентраций заряженных частиц (электронов, ионов) n_k и уравнение баланса плотности энергии электронов n_e , уравнение Пуассона для электрического потенциала ϕ , уравнение баланса энергии для определения температуры газа T :

$$\frac{\partial n_k}{\partial t} + \nabla \cdot \mathbf{\Gamma}_k = \sum_j c_{k,j} R_j, \quad (4)$$

$$\frac{3}{2} \frac{\partial n_e}{\partial t} + \nabla \cdot \mathbf{Q}_e = S_{rh} - S_{el} - \sum_j \Delta \epsilon_j R_j, \quad (5)$$

$$\rho c_p \frac{\partial T}{\partial t} - \nabla \cdot (\lambda(T) \nabla T) = S_{el} + S_{electronic} + S_R, \quad (6)$$

$$\Delta \phi = -\frac{q_e}{\epsilon_0} \left(\sum_{k=1}^N Z_k n_k \right). \quad (7)$$

Здесь Z_k – заряд частицы сорта k , \mathbf{E} – напряженность электрического поля, c_p – теплоемкость воздуха при постоянном давлении. Потoki для концентраций заряженных частиц $\mathbf{\Gamma}_k$, а также для плотности энергии электронов \mathbf{Q} , соответственно, записаны в диффузионно-дрейфовом приближении

$$\mathbf{\Gamma}_k = -D_k \nabla n_k + z_k \mu_k \mathbf{E} n_k, \quad (9)$$

$$\mathbf{Q} = -D_e \nabla n_e - \mu_e \mathbf{E} n_e, \quad (10)$$

где μ_k , D_k – подвижности и коэффициенты диффузии заряженных частиц, $\mu_e = 5/3\mu_e$ и $D_e = 2/3\mu_e T_e$, где μ_e – подвижность электронов, а $T_e = 2/3\bar{\epsilon}$ – температура электронов, понимаемая как $2/3$ средней энергии всего ансамбля.

Правая часть уравнения (4) определяется реакциями, протекающими в разряде. Каждая реакция дает положительный вклад в функцию источника, если в ней образуется соответствующий сорт частиц и отрицательный вклад, если этот сорт частиц исчезает. В этом выражении j – индекс реакции (всего учитывалось 13 плазмохимических реакций, см. таблица 1), $c_{k,j}$ – количество частиц сорта k , возникающих в одной реакции типа j (как положительная, так и отрицательная величина). Скорости реакций R_j определяются константами соответствующих процессов $k_j(T_e)$ и пропорциональны произведению концентраций реагирующих компонентов: $R_j = k_j(T_e) \prod_{k=1}^N n_k$, где $N = 2$ для реакций между двумя сортами частиц, $N = 3$ – для реакций между тремя сортами частиц. Слагаемое S_{el} , входящее в уравнения (5) и (7), описывает энергообмен при упругих соударениях электронов с нейтральными частицами газа; последнее слагаемое в (5) описывает изменение

энергии электронов в результате неупругих столкновений. Стоит отметить, что с целью корректного учета неупругих потерь энергии электронного газа в уравнении (5) дополнительно учитывались потери энергии на возбуждение колебательных и электронных уровней азота (9 колебательных и 14 электронных) [29] и кислорода (6 колебательных и 7 электронных) [30]. При этом для упрощения задачи образование соответствующих сортов возбужденных частиц, процессы с их участием не рассматривались, и, соответственно, уравнения баланса для их концентраций в модели не учитывались.

Слагаемое $S_R = \sum_r \epsilon_r R_r$ в (6) представляет собой источник энергии, обусловленной реакциями рекомбинации со скоростью R_r и с коэффициентом ϵ_r , величина которого изменяется в интервале от 0.04 эВ до 3.4 эВ и зависит от сорта молекулярных ионов (здесь мы предполагали $\epsilon_r = 1$ для всех реакций аналогично работе [31]); $S_{electronic} = \eta_E \sum_l \Delta \epsilon_l R_l$ представляет собой долю электронной энергии, которая переходит в нагрев нейтральных частиц при тушении электронных возбужденных уровней азота и кислорода, где η_E согласно работам [32, 33] предполагалось равным 0.3. Таким образом, основными каналами нагрева нейтрального газа предполагались передача энергии при упругих столкновениях нейтральных частиц с электронами, передача энергии при реакциях рекомбинации и передача энергии при тушении электронных возбужденных уровней.

Для электронов коэффициенты подвижности и диффузии, а также константы упругих столкновений и ионизация вычисляются путем свертки функции распределения $f(w, T_e)$ (ФРЭ), полученной из решения локального кинетического уравнения Больцмана, с сечением соответствующего процесса

$$k(T_e) = \sqrt{2q_e/m} \int_0^{\infty} f(w, T_e) \sigma(w) w dw. \quad (11)$$

Процедура решения кинетического уравнения выполнялась аналогично работе [34]. При нахождении ФРЭ в кинетическом уравнении учитывался нагрев электронов в продольном электрическом поле и изменение их энергии за счет упругих, межэлектронных и неупругих столкновений. Стоит отметить, что на сегодняшний день существуют различные наборы плазмохимических реакций в воздухе, насчитывающие от единиц до нескольких сотен реакций. Наиболее оптимальными считаются наборы, представленные в [35, 36]. В настоящей работе за основу был выбран упрощенный набор плазмохимических реакций, описанный в [37] и дополненный реакциями из [38], кинетическая схема учитывает положитель-

Таблица 1. Набор плазмохимических реакций в разряде в воздухе

J	Реакция	Константа k_j	Комментарий
1	$e + N_2 \rightarrow e + N_2$	Расчет из ФРЭЭ по сечениям [3]	Упругое рассеяние
2	$e + O_2 \rightarrow e + O_2$	Расчет из ФРЭЭ по сечениям [3]	Упругое рассеяние
3	$e + O_2 \rightarrow 2e + O_2^+$	Расчет из ФРЭЭ по сечениям [3]	Ионизация
4	$e + N_2 \rightarrow 2e + N_2^+$	Расчет из ФРЭЭ по сечениям [3]	Ионизация
5	$e + 2O_2 \rightarrow O_2 + O_2^-$	$1.4 \times 10^{-29} (300/T_e) \exp(-600/T) K_2(T, T_e) \text{ см}^6/\text{с}^a$	Трехтельное прилипание
6	$e + O_2 + N_2 \rightarrow N_2 + O_2^-$	$1.07 \times 10^{-31} (300/T_e)^2 K_2(T, T_e) \text{ см}^6/\text{с}^b$	Трехтельное прилипание
7	$e + O_2^+ \rightarrow O_2$	$2.8 \times 10^{-7} (300/T)^{1/2} \text{ см}^3/\text{с}$	Диссоциативная рекомбинация
8	$e + N_2^+ \rightarrow N_2$	$2.8 \times 10^{-7} (300/T)^{1/2} \text{ см}^3/\text{с}$	Диссоциативная рекомбинация
9	$O_2 + O_2^- \rightarrow e + 2O_2$	$8.6 \times 10^{-10} (-6030/T) (1 - \exp(-1570/T)) \text{ см}^3/\text{с}$	Отлипание
10	$N_2^+ + O_2^- \rightarrow O_2 + N_2$	$2 \times 10^{-7} (300/T)^{1/2} (1 + 10^{-18} N(300/T)^2) \text{ см}^3/\text{с}$	Ион-ионная рекомбинация
11	$O_2^- + O_2^- \rightarrow e + 2O_2$	$2 \times 10^{-7} (300/T)^{1/2} (1 + 10^{-18} N(300/T)^2) \text{ см}^3/\text{с}$	Ион-ионная рекомбинация
12	$e + N_2 \rightarrow e + N_2^*$	Расчет из ФРЭЭ по сечениям [3] ^c	Возбуждение колебательных и электронных уровней
13	$e + O_2 \rightarrow e + O_2^*$	Расчет из ФРЭЭ по сечениям [3] ^d	Возбуждение колебательных и электронных уровней

^a $K_1 = \exp(700(T_e - T)/(T_e T))$,

^b $K_2 = \exp(-70/T) \exp(1500(T_e - T)/(T_e T))$.

^{c, d} учитывались только при определении ФРЭЭ и в уравнении баланса энергии электронов (6).

ные и отрицательные молекулярные ионы кислорода O_2^+ и O_2^- и положительный ион азота N_2^+ . Подвижности ионов определялись следующим образом [28]:

$$\begin{aligned} \mu_{O_2^-} &= (6.85 \times 10^{21}/N) V^{-1} [\text{с}^{-1} \text{ м}^{-1}], \\ \mu_{O_2^+} &= (6.91 \times 10^{21}/N) V^{-1} [\text{с}^{-1} \text{ м}^{-1}], \\ \mu_{N_2^+} &= (5.37 \times 10^{21}/N) V^{-1} [\text{с}^{-1} \text{ м}^{-1}], \end{aligned} \quad (12)$$

где N – концентрация нейтральных частиц при заданном давлении и температуре газа. Коэффициенты диффузии вычислялись посредством соотношения Эйнштейна.

Граничные условия для волнового уравнения задавались на металлических стенках (границы ABC и EFGHIJK на рис. 3), в предположении, что тангенциальная компонента электрического поля равна нулю

$$\mathbf{n} \times \mathbf{E} = 0. \quad (13)$$

Считалось, что на открытых границах (CDE и JKA на рис. 1) волна проходит без отражений, по-

этому записывалось условие рассеяния второго порядка [39]

$$\begin{aligned} \mathbf{n} \times (\nabla \times \mathbf{E}) - ik\mathbf{n} \times (\mathbf{E} \times \mathbf{n}) - \\ - \frac{1}{2ik_0} \nabla \times (\mathbf{nn} \cdot (\mathbf{E} \times \mathbf{n})) = 0. \end{aligned} \quad (14)$$

Предполагалось, что в нижней части прямоугольного волновода (GH на рис. 3), используемого для подвода СВЧ-энергии, имеется идеальный источник TE_{10} с заданной мощностью и частотой. Математически он устроен так, что отраженная волна не взаимодействует с падающей волной источника. На плоскости, разделяющей область подвода СВЧ-энергии и область плазмы, задано условие непрерывности.

Для уравнений (4)–(7) граничные условия задавались на стенках для концентрации электронов, плотности энергии электронов, температуры газа, концентраций ионов и потенциала:

$$\mathbf{n} \cdot \mathbf{\Gamma}_e|_{wall} = v_{th e} n_e / 2, \quad \mathbf{n} \cdot \mathbf{\Gamma}_k|_{wall} = v_{i th} n_k, \quad (15)$$

$$\mathbf{n} \cdot \mathbf{Q}|_{wall} = 5/6 v_{th e} n_e, \quad (16)$$

$$\phi|_{wall} = 0, \quad (17)$$

$$\mathbf{n} \cdot \mathbf{q}|_{wall} = 0, \quad q = \lambda(T) \nabla T, \quad T|_{wall} = 0, \quad (18)$$

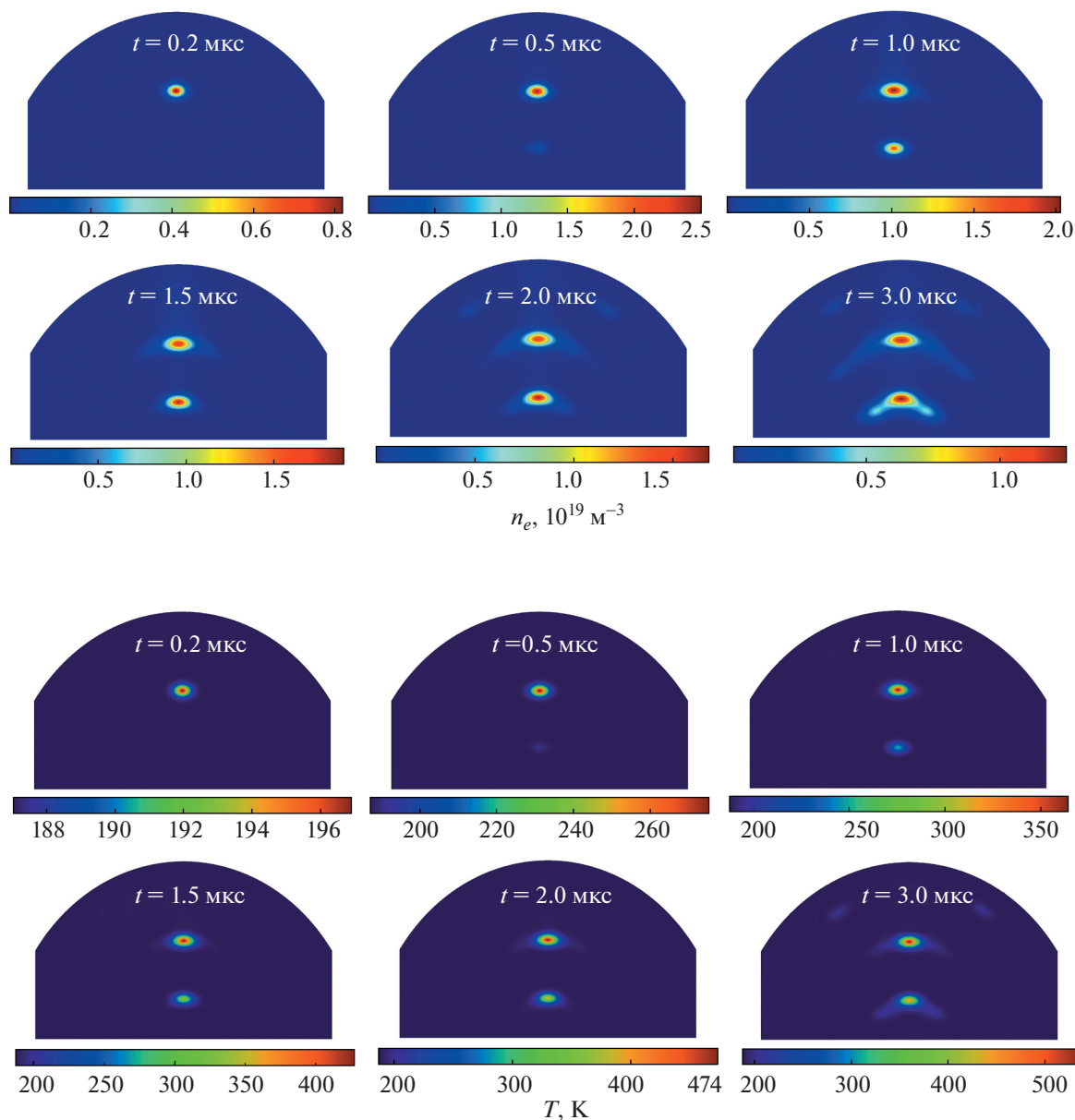


Рис. 4. (в цвете онлайн) а) – Пространственное распределение концентрации электронов в различные моменты времени; б) – пространственное распределение температуры в различные моменты времени.

Следует отметить, что в изобарическом приближении ($p = NkT = \text{const}$) увеличение температуры газа приводит к мгновенному снижению плотности газа и, как следствие, к увеличению E/N . В реальной ситуации изменение плотности газа в зоне нагрева может происходить на временах, сравнимых с газодинамическими. Последние, в свою очередь, могут быть сравнимы с временами импульсного СВЧ-разряда, рассматриваемого в статье. Строго говоря, для корректного учета конечного времени изменения плотности необходимо дополнить систему уравнений кинетики уравнениями газовой динамики. Решение

полной системы уравнений лежит за рамками данной работы. Тем не менее, для проверки адекватности модели дополнительно были проведены численные эксперименты в предположении постоянства концентрации нейтральных частиц, $N = \text{const}$. Результаты показали, что распределения всех основных параметров плазмы имеют качественно аналогичный вид. Концентрация электронов в плазмоидах в момент времени 3 мкс в случае $N = \text{const}$ по величине практически совпадает с концентрацией в случае $p = \text{const}$. При этом температура нейтрального газа оказывается ниже и составляет 450 и 380 К в верхнем и нижнем

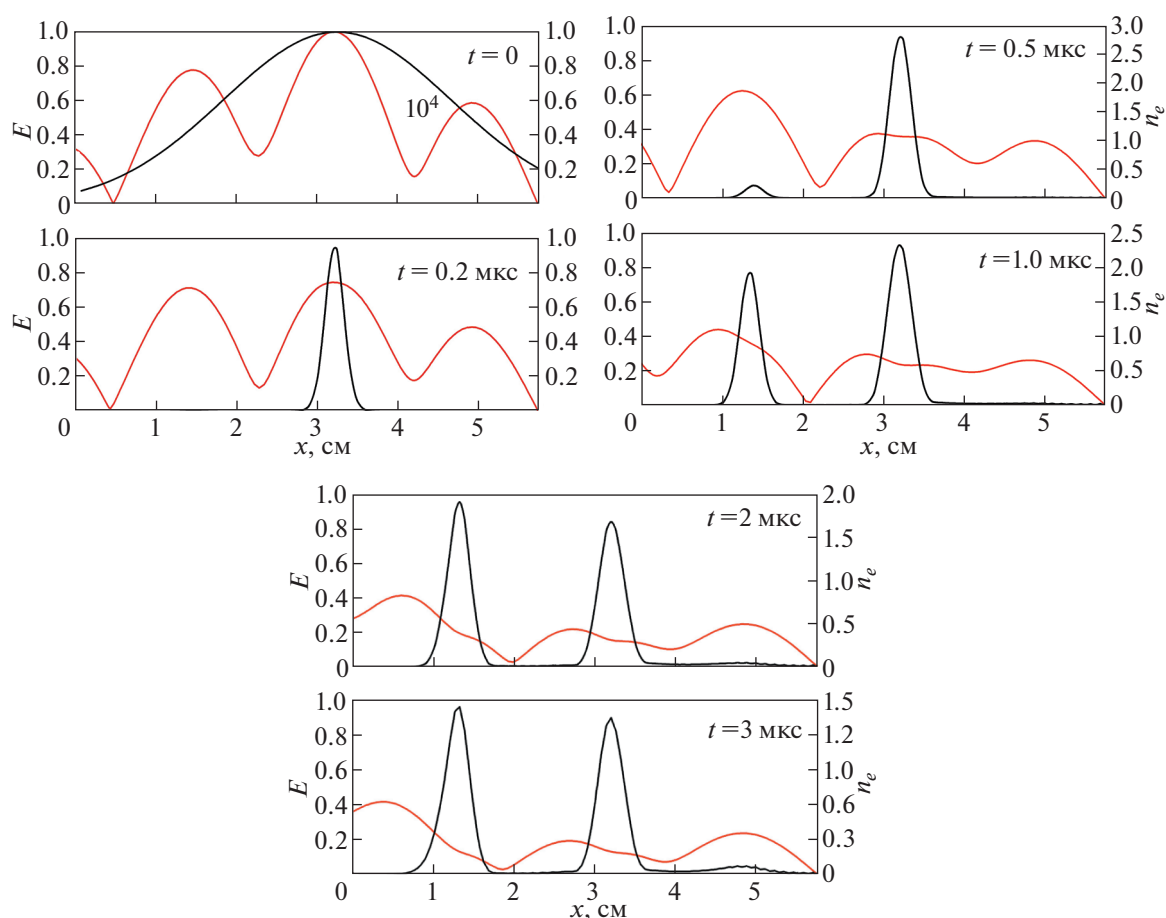


Рис. 5. Распределение приведенного значения напряженности электрического поля и приведенного значения концентрации электронов вдоль линии ОБ в различные моменты времени.

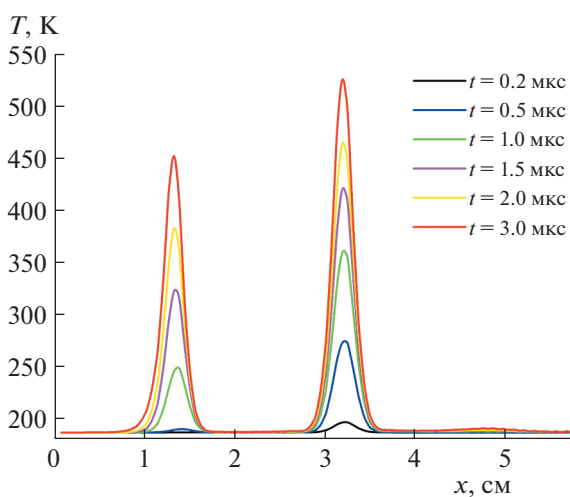


Рис. 6. Распределение температуры газа вдоль линии ОБ в различные моменты времени.

плазмоидах, соответственно. Эти значения на 63 К меньше по сравнению с результатами, полученными в изобарическом приближении. Таким образом, изобарическое и изохорическое приближения дают качественно схожие результаты, но некоторую разницу в значениях температур. В дальнейшей работе мы планируем более точно оценить справедливость изобарического приближения, дополнив модель уравнениями газовой динамики.

5. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В работе проанализированы экспериментальные результаты по изучению сфокусированных микроволновых разрядов применительно к газодинамическим приложениям. Сформулирована физико-математическая модель сфокусированного микроволнового разряда и проведены численные эксперименты по формированию микроволнового разряда в воздухе в фокусирующей си-

стеме, разработанной в работах [5–7] в двумерной геометрии (поперечное центральное сечение).

В результате численных экспериментов продемонстрировано, что в предложенной в работах [5–7] фокусирующей системе возникают два микроволновых разряда – плазменных образования. Получена динамика основных параметров плазмы этих разрядов. В частности, представлены распределения концентраций электронов, напряженности электрического поля. Получена динамика нагрева нейтрального газа. Показано, что максимальный нагрев газа наблюдается в микроволновом разряде в фокусе разработанной системы и достигает значения 513 К при вкладываемой мощности 200 кВт к моменту времени 3 мкс, что согласуется с результатами эксперимента [16].

Разработанная модель и проведенные численные эксперименты являются шагом к пониманию физики сфокусированных микроволновых разрядов; результаты будут использованы для моделирования взаимодействия разряда со сверхзвуковыми потоками газа.

Работа выполнена при поддержке РФФИ, грант 18-08-00707 и гранта президента МК-272.2019.1.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *MacDonald A.D.* Microwave Breakdown in Gases. London: Willey, 1966.
2. *Александров К.В., Грачев Л.П., Есаков И.И., Федоров В.В., Ходатаев К.В.* // ЖТФ. 2006. Т. 76. Вып. 11. С. 52.
3. *Lebedev Yu.A.* // Plasma Sources Sci. Technol. 2015. V. 24. 053001.
4. *Зарин А.С., Кузовников А.А., Шибков В.М.* Свободно-локализованный СВЧ-разряд в воздухе. М.: Нефть и газ, 1996. ISBN 5-7246-0033-1.
5. *Buravtsev N.N., Konstantinov V.S., Lebedev Yu.A., Mavlyudov T.B.* In: Microwave Discharges: Fundamentals and Applications / Ed. by Yu.A. Lebedev. Moscow: Yanus-K, 2012. P. 167.
6. *Лебедев Ю.А.* // Физика плазмы. 2017. Т. 43. С. 577. [Yu.A. Lebedev // Plasma Phys. Rep., **43**, No. 6, 685 (2017)]
7. *Křtma F., Tsonev I., Smejkalová K., Truchlá D., Kozáková Z., Zhekova M., Marinova P., Bogdanov T., Benova E.* // J. Phys. D: Applied Phys. 2018. V. 51. 414001.
8. *Su Y., Duan Y., Jin Zh.* // Anal. Chem. 2000. V. 72 (22). P. 5600.
9. *Диденко А.Н., Шукин А.Ю., Денисов К.В.* // Известия АН. Сер. Энергетика. 2008. № 2. С. 17.
10. *Kolesnichenko Y.F., Brovkin V.G., Leonov S.B., Krylov A.A., Lashkov V.A., Mashek I.Ch., Gorynya A.A., Ryvkin M.I.* // 39th AIAA Aerospace Sciences Meeting and Exhibit, Reno, Nevada, USA, 2001. AIAA 2001-0345.
11. *Beaulieu V., Brovkin V., Goldberg I., Klimov A., Kolesnichenko Y., Krylov A., Lashkov V., Leonov S., Mashek I., Ryvkin M., Serov Y.* // Proc. 2nd Weakly Ionized Gases Workshop, AIAA / Microwave Plasma Influence on Aerodynamic Characteristics of Body in Airflow. Norfolk VA, USA, 1998. P. 193.
12. *Kolesnichenko Y.F., Brovkin V.G., Leonov S.B., Krylov A.A., Lashkov V.A., Mashek I.Ch., Gorynya A.A., Ryvkin M.I.* // 32nd AIAA Plasmadynamics and Lasers Conf., Anaheim, CA, USA, 2001. AIAA-2001-3060.
13. *Хоронжук Р.С.* Лазерно-иницированный СВЧ-разряд в сверхзвуковом потоке воздуха. Дисс. к.ф.-м.н. Санкт-Петербург, 2015.
14. *Lashkov V., Mashek I., Ivanov V., Kolesnichenko Y., Rivkin M.* // 46th AIAA Aerospace Sciences Meeting and Exhibit, Reno, Nevada, USA, 2008. AIAA 2008-1410.
15. *Knight D., Kolesnichenko Y., Brovkin V., Khmara D., Lashkov V., Mashek I.* // AIAA J. 2009. V. 47 (12). P. 2996.
16. *Lashkov V.A., Karpenko A.G., Khoronzhuk R.S., Mashek I.Ch.* // Phys. Plasmas. 2016. V. 23. 052305.
17. *Веденин П.В., Попов Н.А.* // ЖЭТФ. 1995. Т. 108. С. 531.
18. *Веденин П.В., Попов Н.А.* // ЖЭТФ. 2003. Т. 123. Вып. 1. С. 49.
19. *Kolesnichenko Yu.F., Brovkin V.G., Khmara D.V., Lashkov V.A., Mashek I.Ch., Ryvkin M.I.* // 40th AIAA Aerospace Sciences Meeting and Exhibit, Reno, Nevada, USA, 2002. AIAA 2002-0356.
20. *Kolesnichenko Yu.F., Brovkin V.G., Khmara D.V., Lashkov V.A., Mashek I.Ch., Ryvkin M.I.* // 41st Aerospace Sciences Meeting and Exhibit, Reno, Nevada, USA, 2003. AIAA 2003-362.
21. *Гинзбург С.Л., Дьяченко В.Ф., Палейчик В.В., Ходатаев К.В.* Препринт ИПМ им. М.В. Келдыша РАН № 57, 2005. <http://keldysh.ru/papers/2005/prep01/prep2005-01.html>
22. *Boeuf J.-P., Chaudhury B., Zhu G.* // Phys. Rev. Lett. 2010. V. 104. 015002.
23. *Chaudhury B., Boeuf J.-P., Zhu G.Q.* // Phys. Plasmas. 2010. V. 17. 123505.
24. *Bonaventura Z., Trunec D., Mesko M., Vasina P., Kudrle V.* // J. Phys. D: Appl. Phys. 2008. V. 41. 015210.
25. *Semenov V.E., Rakova E.I., Tarakanov V.P., Glyavin M.Y., Nusinovich G.S.* // Phys. Plasmas. 2015. V. 22. 092308.
26. *Semenov V.E., Rakova E.I., Glyavin M.Y., Nusinovich G.S.* // Phys. Plasmas. 2016. V. 23. 073109.
27. *Capriati G., Boeuf J.P., Capitelli M.* // Plasma Chemistry and Plasma Processing. 1993. V. 13 (3). P. 499.
28. *Сайфутдинов А.И., Сайфутдинова А.А., Тимеркаев Б.А.* // Физика плазмы. 2018. Т. 44. С. 312–322. [A.I. Saifutdinov, A. A. Saifutdinova, B. A. Timerkaev // Plasma Phys. Rep., **44**, 351 (2018)]
29. Phelps database, private communication, www.lxcat.net, retrieved on October 15, 2017.

30. Morgan (Kinema Research & Software), private communication, www.lxcat.net, retrieved on October 15, 2017.
31. *Shneider M.N., Zheltikov A.M., Miles R.B.* // Phys. Plasmas. 2011. V. 18. 063509.
32. *Flitti A., Pancheshnyi S.* // Eur. Phys. J. Appl. Phys. 2009. V. 45. 21001.
33. *Понов Н.А.* // Физика плазмы. 2001. Т. 27. С. 940. [N. A. Popov // Plasma Phys. Rep., **27**, 886 (2001)]
34. *Hagelaar G.J.M., Pitchford L.C.* // Plasma Sources Sci. Technol. 2005. V. 14(4). P. 722.
35. *Kossyi I.A., Kostinsky A.Y., Matveyev A.A., Silakov V.P.* // Plasma Sources Sci. Technol. 1992. V. 1. P. 207.
36. *Popov N.A.* // Plasma Sources Sci. Technol. 2016. V. 25. 044003.
37. *Shneider M.N., Mokrov M.S., Milikh G.M.* // Phys. Plasmas. 2014. V. 21. 032122.
38. *Pinheiro M.J., Martins A.A.* // J. Appl. Phys. 2010. V. 108. 033301.
39. *Владимиров В.С.* Уравнения математической физики. М.: Наука, 1981. С. 438.