ФИЗИКА ПЛАЗМЫ, 2020, том 46, № 1, с. 46–56

НЕЛИНЕЙНЫЕ ЯВЛЕНИЯ

УДК 533.9

СТОЛКНОВЕНИЯ ЭЛЕКТРОСТАТИЧЕСКИХ N-СОЛИТОНОВ, ДВИЖУЩИХСЯ В ОДНОМ НАПРАВЛЕНИИ И ОБГОНЯЮЩИХ ДРУГ ДРУГА, В ЭЛЕКТРОННО-ДЫРОЧНОЙ КВАНТОВОЙ ПЛАЗМЕ

E. F. EL-Shamy[a,*], M. Mahmoud[b]

[a] *Department of Physics, College of Science, King Khalid University, P.O. 9004, Abha, Kingdom of Saudi Arabia and Department of physics, Faculty of Science, Damietta University, New Damietta, 34517, Egypt*

[b] *Department of Physics, College of Science for Girls in Abha, King Khalid University, Abha, P.O. 960, Kingdom of Saudi Arabia*

**e-mail: emadel_shamy@hotmail.com*

Поступила в редакцию 11.01.2019 г.
После доработки 25.04.2019 г.
Принята к публикации 20.05.2019 г.

Эффекты, сопровождающие столкновения электростатических мультисолитонов (N-солитонов), движущихся в одном направлении и догоняющих друг друга в электронно-дырочной плотной полупроводниковой плазме, исследовались с использованием редуцированной теории возмущений (РТВ) и билинейного метода Хироты (БМХ). Уравнение Кортевега-де Фриза, допускающее решение в виде N-солитонов, выводилось с использованием РТВ. Кроме этого, применялся метод БМХ, в результате чего были получены двухсолитонные и трехсолитонные решения. Анализировалось, как при столкновении догоняющих друг друга электростатических N-солитонов меняется обмен энергией между ними при изменении таких физических параметров, как плотность квантовой полупроводниковой плазмы и обменно-корреляционные члены в уравнении для электронов и дырок, которые оказывают влияние на поведение солитонов. Показано, что наличие обменно-корреляционных потенциалов приводит к уменьшению фазового сдвига N-солитона, приобретаемого в результате столкновения. Обсуждаются основные свойства N-солитонов, распространяющихся в электронно-дырочной плазме, и их возможные применения в современных наноразмерных полупроводниковых электронных устройствах.

DOI: 10.31857/S0367292120010059

1. ВВЕДЕНИЕ

Уникальными особенностями квантовой плазмы, отличающими ее от классической плазмы, являются очень высокая плотность частиц плазмы и ее относительно низкая температура. При исследовании квантовой полупроводниковой плазмы квантово-механическая физика используется для изучения реальных процессов, происходящих в полупроводниковых электронных устройствах. В современных наноразмерных полупроводниковых электронных устройствах тепловая длина волны де Бройля носителей заряда (электронов и дырок) сопоставима с характерными пространственными масштабами прибора. Поэтому исследование квантово-механических эффектов в квантовых полупроводниковых устройствах (например, в квантовых точках [1]) будет полезно с точки зрения изучения динамики носителей заряда. Кроме того, стремительное развитие лазерных технологий привело к созданию мощных лазеров с фемтосекундной длительностью импульсов [2, 3]. Соответственно, появилось множество новых областей исследования, таких как, например, взаимодействие мощного лазерного излучения с квантовой плазмой [4, 5]. Модель плотной полупроводниковой плазмы учитывает потенциальный барьер Бома, обменные взаимодействия и корреляции, а также давление вырожденных частиц плазмы. Таким образом, большинство упомянутых физических параметров оказывает существенное влияние на коллективное квантовое поведение электронов и дырок в полупроводниковых электронных устройствах [6–9].

В последнее время, возбуждение и неустойчивость локализованных в пространстве когерентных волн (т.е. солитонов) в квантовой полупроводниковой плазме исследовалось в ряде работ

[10–17]. Например, в работе [12] были рассмотрены основные свойства уединенных волн в различных плотных полупроводниках. Было продемонстрировано, что вырожденное давление наиболее чувствительно к уменьшению амплитуды уединенных волн по сравнению с изменением других квантовых параметров. Модуляционная неустойчивость уединенных волн в плотной полупроводниковой плазме обсуждалась в более ранней работе [13]. Там было показано, что скорость затухания волны зависит от квантовых эффектов и частоты столкновений типа электрон–фонон/дырка–фонон. Позднее, в работе [16], были проведены численные расчеты с использованием типичных значений параметров нитридгаллиевой полупроводниковой плазмы GaN, показавшие, что солитоны и периодические бегущие волны, распространяющиеся в квантовой полупроводниковой плазме, обладают отрицательными потенциалами. На самом деле, не только возбуждение и неустойчивости уединенных волн, но и встречные столкновения солитонов друг с другом рассматриваются в литературе как явления, реально происходящие в плазме. В работе [15] было численно и аналитически показано, что солитонные кольца в квантовой полупроводниковой плазме могут существовать только в виде темных солитонных плазменных колец. В работе [17] отмечалось, что амплитуда и ширина нелинейных импульсов меняются при изменении параметров потоков электронов и дырок. В недавней работе [18] было показано, что расход энергии при встречном столкновении солитонов в случае неплоской геометрии выше, чем в случае плоской.

Кроме того, многократно обсуждались столкновения N-солитонов, распространяющихся в разнообразных плазменных системах [19–25]. В одномерной системе N-солитоны могут взаимодействовать друг с другом двумя различными способами: они могут догонять друг друга или же двигаться навстречу друг другу. Столкновение движущихся в одном направлении и догоняющих друг друга солитонов (столкновение с “обгоном”) может быть исследовано, например, методом обратного преобразования рассеяния [26]. С одной стороны, встречное столкновение солитонов [27, 28], при котором угол между направлениями распространения двух солитонов равен π, может быть исследовано с помощью расширенного метода Пуанкаре–Лайтхилла–Го (РМПЛГ) [29, 30]. С другой стороны, метод РМПЛГ можно рассматривать как метод редуцированной теории возмущений (РТВ) [31]. Соответственно, метод РМПЛГ может быть использован для исследования встречных столкновений солитонов малой конечной амплитуды. Это является комбинацией стандартной теории возмущений и метода растянутых координат Лайтхилла. Основная идея метода РМПЛГ состоит в следующем. В длинноволновом приближении применяются асимптотические разложения, как для зависимых физических величин, так и для пространственных или временных координат. В результате получается однородно адекватное асимптотическое разложение (исключающее вековые члены) и одновременно аналитические выражения для измененных траекторий N-солитонов (их фазовых сдвигов) после их взаимодействия [27]. Далее, в работах [32–34] был представлен новый метод прямого построения N-солитонных решений интегрируемых нелинейных эволюционных уравнений, таких как уравнение Кортевега-де Фриза (УКдФ). В основе метода лежит идея перехода к новой системе переменных, такой, что N-солинонные решения получаются в особенно простой форме. Поэтому, используя билинейный метод Хироты, можно аналитически получать N-солитонные решения, а затем и фазовые сдвиги, возникающие при обгоне одного N-солитона другим. Действительно, главное преимущество метода Хироты над другими методами состоит в том, что это метод алгебраический, а не аналитический. В работе [22], например, изучались столкновения акустических N-солитонов, движущихся в одном направлении в пылевой плазме, и приобретаемые при этом фазовые сдвиги. Была рассмотрена задача, в которой солитон меньшего размера, имея меньшую скорость, приближается к солитону большего размера. Происходит столкновение, при котором один солитон обгоняет другой, и после этого оба солитона сохраняют свои первоначальные формы и скорости. Фазовый сдвиг, возникающий при столкновении с “обгоном” был получен в работе [23]. С использованием билинейного метода Хироты (БМХ) [35], были получены N-солитонные решения, в которых солитоны движутся в одном направлении, и, в конечном итоге, наиболее быстро движущийся солитон обгоняет другие.

С другой стороны, для исследования распространения и встречных столкновений солитонов произвольной амплитуды обычно применяется метод квазипотенциала (потенциала Сагдеева), а также проводится соответствующее численное моделирование [36–41]. Например, численный метод PIC (particle-in-cell) моделирования используется в физике плазмы для исследования встречных столкновений солитонов [41]. Кроме того, комплект программного обеспечения FORTRAN был использован и протестирован на примере численного моделирования распространения стационарных солитонов и ударных волн. Тестирование показало, что соответствующие стационарные решения сохраняются и в случае решения нестационарных задач [39, 40]. В работе [41] с использованием одномерного электростатического PIC кода исследовались возможные применения РТВ. Используя условие применимости РТВ ($\varepsilon \ll 1$), была определена критическая величина ε^* для параметра малости. Было показано, что при $\varepsilon < \varepsilon^*$, аналитический результат, полученный в рамках редуцированной теории возмущений, хорошо согласуется с численным результатом PIC моделирования, тогда как при больших значениях $\varepsilon > \varepsilon^*$ появляются большие различия.

В некоторых более ранних работах [10–18] были численно и аналитически исследованы распространение, устойчивость и встречные столкновения солитонов в плотной полупроводниковой плазме. Однако, исследований столкновений с "обгоном" темных N-солитонов в плотной полупроводниковой плазме до сих пор не проводилось. Поэтому целью настоящей работы является исследование влияния плотности квантовой полупроводниковой плазмы и обменно-корреляционных потенциалов электронов и дырок на столкновения с "обгоном" N-солитонов, распространяющихся в плотной полупроводниковой плазме. Статья построена следующим образом. В разд. 2 рассмотрены модельные уравнения и выведено уравнение УКдФ. В разд. 3 для получения N-солитонных решений использован метод БМХ, а в разд. 4 приведены численные иллюстрации и проведено обсуждение результатов. В разд. 5 суммированы основные результаты и выводы.

2. МОДЕЛЬНЫЕ УРАВНЕНИЯ

Уравнения, описывающие в рамках квантово-гидродинамической (КГД) модели квантовую полупроводниковую плазму, состоящую из электронов и дырок, получены в [12–18] и выглядят следующим образом:

$$\frac{\partial n_{e,h}}{\partial t} + \frac{\partial \left(n_{e,h} u_{e,h}\right)}{\partial x} = 0, \tag{1}$$

$$\begin{gathered}\frac{\partial u_{e,h}}{\partial t} + u_{e,h}\frac{\partial u_{e,h}}{\partial x} = -\mu_{e,h}\frac{\partial \phi}{\partial x} + \gamma_{e,h}\frac{\partial V_{xce,h}}{\partial x} - \\ - \sigma_{e,h} n_{e,h}^{-1/3}\frac{\partial n_{e,h}}{\partial x} + 2H_{e,h}^2 \frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{\partial^2 n_{e,h}^{1/2}/\partial x^2}{n_{e,h}^{1/2}}\right),\end{gathered} \tag{2}$$

$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} = n_e - n_h. \tag{3}$$

Здесь n_e (n_h) и u_e (u_h) — плотность и скорость электронов (дырок), ϕ — электростатический потенциал. В правой части уравнения для импульса (2) второй, третий и четвертый члены описывают соответственно обменно-корреляционный потенциал $V_{xce,h}$, вырожденное давление и потенциал Бома. В состоянии равновесия $n_{e0} = n_{h0} = n_0$, где n_{e0} (n_{h0}) — невозмущенная плотность электронов (дырок) и n_0 — суммарная плотность. В расчетах использованы следующие физические параметры для электронов (дырок):

$$\mu_e = -1 \quad (\mu_h = \mu = m_e^*/m_h^*), \quad \gamma_e = (k_B T_{Fe})^{-1}$$

$$(\gamma_h = \mu/k_B T_{Fh}), \quad \sigma_e = (\pi/3)^{1/3}(\pi\hbar^2/m_e^*)(n_{e0}^{2/3}/k_B T_{Fe})$$

$$(\sigma_h = (\pi/3)^{1/3}(\pi\hbar^2/m_h^*)(n_{h0}^{2/3}/k_B T_{Fh})),$$

$$H_e = \left(\hbar\omega_{pe}/2k_B T_{Fe}\right) \quad (H_h = (\hbar\omega_{pe}/2k_B T_{Fh})\mu)$$

$$\text{и} \quad V_{xce,h} = -0.985(e^2/\text{т})n_{e,h}^{1/3} \times$$

$$\times [1 + (0.034/a_{Be,h}^* n_{e,h}^{1/3})\ln(1 + 18.376 a_{Be,h}^* n_{e,h}^{1/3})],$$

где $a_{Be}^* = (\text{т}\hbar^2/m_e^* e^2)$ $(a_{Bh}^* = (\text{т}\hbar^2/m_h^* e^2))$, а параметры $n_{e,h}$, $u_{e,h}$, ϕ, x, и t нормированы, соответственно, на $n_{e0,h0}$, скорость Ферми для электронов $V_{Fe} = (k_B T_{Fe}/m_e^*)^{1/2}$, $k_B T_{Fe}/e$, дебаевский радиус для Ферми электронов $\lambda_{DFe} = (k_B T_{Fe}/4\pi e^2 n_{e0})^{1/2}$, и плазменную частоту электронов $\omega_{pe}^{-1} = (m_e^*/4\pi e^2 n_{e0})^{1/2}$; T_{Fe} и m_e^* (T_{Fh} и m_h^*) — температура Ферми и эффективная масса электрона (дырки), k_B — постоянная Больцмана, $\hbar$ — постоянная Планка, т — диэлектрическая проницаемость материала, и e — заряд электрона.

Теперь вернемся к столкновениям N-солитонов с "обгоном". Используем хорошо известную теорию РТВ [31] для получения уравнения УКдФ. В рамках предлагаемой модели в приближении малых, но конечных амплитуд, физические величины могут быть разложены в ряд следующим образом:

$$Y = Y^{(0)} + \sum_{n=1}^{\infty} \varepsilon^{(n+1)} Y^{(n)}, \tag{4}$$

где $Y = (n_e, n_h, u_e, u_h, \phi)$, и $Y^{(0)} = (1,1,0,0,0)$. Кроме того, независимые переменные могут быть растянуты как

$$\xi = \varepsilon^{1/2}\left(x - \lambda t\right) \quad \text{и} \quad \tau = \varepsilon^{3/2} t, \tag{5}$$

где ε — параметр малости, который используется для оценки того, насколько нелинейность является слабой, и λ — скорость волны. Подставляя растянутые независимые переменные в уравнения (1)–(3), и учитывая наименьший ненулевой порядок по ε, получаем следующие соотношения:

$$n_e^{(1)}(\xi,\tau) = \frac{-\phi^{(1)}(\xi,\tau)}{\left(\lambda^2 - \alpha_e - \beta_e - \sigma_e\right)}, \tag{6а}$$

$$n_h^{(1)}(\xi,\tau) = \frac{\mu\phi^{(1)}(\xi,\tau)}{\left(\lambda^2 - \alpha_h - \beta_h - \sigma_h\right)}, \tag{6б}$$

$$u_e^{(1)}(\xi,\tau) = \frac{-\lambda\phi^{(1)}(\xi,\tau)}{\left(\lambda^2 - \alpha_e - \beta_e - \sigma_e\right)}, \tag{6в}$$

$$u_h^{(1)}(\xi,\tau) = \frac{\mu\lambda\phi^{(1)}(\xi,\tau)}{\left(\lambda^2 - \alpha_h - \beta_h - \sigma_h\right)}, \tag{6г}$$

$$\lambda = \frac{\mu\left(\alpha_e + \beta_e + \sigma_e\right) + \left(\alpha_h + \beta_h + \sigma_h\right)}{(1+\mu)}.$$

Рассматривая следующие более высокие порядки по ε, мы в итоге приходим к уравнению УКдФ

$$\frac{\partial\phi^{(1)}}{\partial\tau} - A\phi^{(1)}\frac{\partial\phi^{(1)}}{\partial\xi} - B\frac{\partial^3\phi^{(1)}}{\partial\xi^3} = 0, \tag{7}$$

где A – коэффициент при нелинейном члене и B – коэффициент при дисперсионном члене. В данном случае, коэффициенты A и B могут быть записаны в виде

$$A = \left[\frac{3\lambda^2 - (2\alpha_h/3) - (2\beta_h/3) - (\sigma_h/3) - \rho_h}{(\lambda^2 - \alpha_h - \beta_h - \sigma_h)^3} - \right.$$
$$\left. - \frac{3\lambda^2 - (2\alpha_e/3) - (2\beta_e/3) - (\sigma_e/3) - \rho_e}{(\lambda^2 - \alpha_e - \beta_e - \sigma_e)^3}\right] \times$$
$$\times \left[\frac{2\lambda^2}{(\lambda^2 - \alpha_e - \beta_e - \sigma_e)^2} + \frac{2\mu\lambda^2}{(\lambda^2 - \alpha_h - \beta_h - \sigma_h)^2}\right]^{-1},$$

$$B = \left[\frac{H_e^2}{(\lambda^2 - \alpha_e - \beta_e - \sigma_e)^2} + \right.$$
$$\left. + \frac{\mu H_h^2}{(\lambda^2 - \alpha_h - \beta_h - \sigma_h)^2} - 1\right] \times$$
$$\times \left[\frac{2\lambda^2}{(\lambda^2 - \alpha_e - \beta_e - \sigma_e)^2} + \frac{2\mu\lambda^2}{(\lambda^2 - \alpha_h - \beta_h - \sigma_h)^2}\right]^{-1},$$

где $\alpha_e = 0.0985 n_0^{1/3} e^2 / 3\text{т} k_B T_{Fe}$, $\beta_e = 0.615 n_0^{1/3} e^2 / 3\text{т} k_B T_{Fe} (1 + 18.37 a_{Be}^* n_0^{1/3})$, $\alpha_h = 0.0985 n_0^{1/3} e^2 / 3\text{т} k_B T_{Fe}$, и $\beta_h = 0.615 n_0^{1/3} e^2 / 3\text{т} k_B T_{Fe} (1 + 18.37 a_{Bh}^* n_0^{1/3})$.

3. СТОЛКНОВЕНИЕ N-СОЛИТОНОВ

Теперь используем метод БМХ для получения N-солитонных решений. Уравнение УКдФ (7) может быть преобразовано к стандартному виду УКдФ с помощью замены переменных $\tau \to T$, $\xi \to -B^{1/3}\Xi$ и $\phi^{(1)} \to 6B^{1/3}\Phi/A$

$$\frac{\partial\Phi}{\partial T} + 6\Phi\frac{\partial\Phi}{\partial\Xi} + \frac{\partial^3\Phi}{\partial\Xi^3} = 0. \tag{8}$$

Исследуем явление обгона при распространении N-солитонов на примере двухсолитонных и трехсолитонных решений. Подставляя в (8) $\Phi = (2\log\Psi)_{\Xi\Xi}$, получаем билинейную форму уравнения (8) в виде

$$\begin{gathered}\Psi\Psi_{\Xi\mathrm{T}} - \Psi_\Xi\Psi_\mathrm{T} + \Psi\Psi_{\Xi\Xi\Xi\Xi} - \\ - 4\Psi_\Xi\Psi_{\Xi\Xi\Xi} + 3\Psi_{\Xi\Xi}^2 = 0.\end{gathered} \tag{9}$$

Применяя D-оператор Хироты [32], преобразуем уравнение (9) к виду

$$D_\Xi D_\mathrm{T}[\Psi\cdot\Psi] = 2\left(\Psi\Psi_\Xi - \Psi_\Xi\Psi_\mathrm{T}\right), \tag{10}$$

$$D_\Xi^4[\Psi\cdot\Psi] = 2\left(\Psi\Psi_{\Xi\Xi\Xi\Xi} - 4\Psi_\Xi\Psi_{\Xi\Xi\Xi} + 3\Psi_{\Xi\Xi}^2\right). \tag{11}$$

Подставляя (10) и (11) в (9), получаем

$$D_\Xi\left(D_\mathrm{T} + D_\Xi^3\right)[\Psi\cdot\Psi] = 0. \tag{12}$$

Разложение функции Ψ по степеням ε выглядит следующим образом: $\Psi = 1 + \Psi_1 + \varepsilon^2\Psi_2 + \ldots$, где $\Psi_1 = e^{\Theta_1} + e^{\Theta_2}$, $\Psi_2 = \gamma_{12}e^{\Theta_1+\Theta_2}$, $\Theta_{1,2} = k_{1,2}\Xi + \omega_{1,2}\mathrm{T} + \alpha_{1,2}$, $\omega_{1,2} = -k_{1,2}^3$, $\gamma_{12} = (k_1 - k_2)^2/(k_1 + k_2)^2$ и ε включено в константу $\alpha_{1,2}$. Тогда, применяя метод Хироты, получим решение уравнения (8) в виде

$$\Phi = 2\frac{k_1^2e^{\Theta_1} + k_2^2e^{\Theta_2} + \gamma_{12}e^{\Theta_1+\Theta_2}\left(k_2^2e^{\Theta_1} + k_1^2e^{\Theta_2}\right) + 2(k_1-k_2)^2e^{\Theta_1+\Theta_2}}{\left(1 + e^{\Theta_1} + e^{\Theta_2} + \gamma_{12}e^{\Theta_1+\Theta_2}\right)^2}. \tag{13}$$

Соответственно, решение уравнения (7) можно представить в виде

$$\phi^{(1)} = \frac{12B^{1/3}}{A}\frac{k_1^2e^{\theta_1} + k_2^2e^{\theta_2} + \gamma_{12}e^{\theta_1+\theta_2}\left(k_2^2e^{\theta_1} + k_1^2e^{\theta_2}\right) + 2(k_1-k_2)^2e^{\theta_1+\theta_2}}{\left(1 + e^{\theta_1} + e^{\theta_2} + \gamma_{12}e^{\theta_1+\theta_2}\right)^2}, \tag{14}$$

где $\theta_{1,2} = -\frac{k_{1,2}}{B^{1/3}}\xi - k_{1,2}^3\tau + \alpha_{1,2}$.

При $\tau \gg 1$ члены $e^{-(\theta_1+\theta_2)}$, $e^{-(2\theta_1+\theta_2)}$, и $e^{-(\theta_1+2\theta_2)}$ не являются определяющими, и ими можно пренебречь. Тогда после некоторых алгебраических преобразований получаем выражение

$$\phi^{(1)} \approx \frac{12B^{1/3}}{A}\left(\frac{\gamma_{12}k_1^2e^{-\theta_1}}{(e^{-\theta_1}+\gamma_{12})^2} + \frac{\gamma_{12}k_2^2e^{-\theta_2}}{(e^{-\theta_2}+\gamma_{12})^2}\right). \quad (15)$$

Используя известные математические выражения $e^{-x}/(1+e^{-x})^2 = \operatorname{sech}^2(x/2)/4$ и $\gamma_{12} = e^{\ln|\gamma_{12}|}$, получаем решение в виде суперпозиции двух солитонов

$$\phi^{(1)} \approx \frac{6B^{1/3}}{A}\left[\frac{k_1^2}{2}\operatorname{sech}^2\left\{\frac{k_1}{2B^{1/3}}\left(-\xi - B^{1/3}k_1^2\tau - \Delta_1\right)\right\} + \right.$$
$$\left. + \frac{k_2^2}{2}\operatorname{sech}^2\left\{\frac{k_2}{2B^{1/3}}\left(-\xi - B^{1/3}k_2^2\tau - \Delta_2\right)\right\}\right],$$

где $\Delta_{1,2} = \pm\frac{2B^{1/3}}{k_{1,2}}\ln\left|\sqrt{\gamma_{12}}\right|$ – это фазовые сдвиги, возникающие при столкновении с “обгоном” двух нелинейных солитонов. Аналогично можно исследовать столкновение с “обгоном” трех нелинейных солитонов. Нелинейное трехсолитонное решение уравнения (7) имеет следующий вид:

$$\phi(\xi,\tau) = 1 + e^{\theta_1} + e^{\theta_2} + e^{\theta_3} + \rho_{12}^2e^{\theta_1+\theta_2} +$$
$$+ \rho_{23}^2e^{\theta_2+\theta_3} + \rho_{31}^2e^{\theta_3+\theta_1} + \rho_{123}^2e^{\theta_1+\theta_2+\theta_3},$$

$$\rho_{12}^2 = \frac{(k_1-k_2)^2}{(k_1+k_2)^2}, \quad \rho_{23}^2 = \frac{(k_2-k_3)^2}{(k_2+k_3)^2},$$
$$\rho_{31}^2 = \frac{(k_3-k_1)^2}{(k_3+k_1)^2},$$

где $\rho_{123}^2 = \rho_{12}^2\rho_{23}^2\rho_{31}^2$ и $\theta_{1,2,3} = -\frac{k_{1,2,3}}{B^{1/3}}\xi - k_{1,2,3}^3\tau + \alpha_{1,2,3}$.

При $\tau \gg 1$, решение уравнения (7) может быть представлено в виде суперпозиции трех солитонов

$$\phi^{(1)} \sim \sum_{i=1}^{3}\phi_i^{(0)}\operatorname{sech}^2\left[\frac{k_i}{2B^{1/3}}\left(-\xi - B^{1/3}k_1^2\tau + \delta_i\right)\right], \quad (16)$$

где $\phi_i^{(0)} = 3Bk_i^2/A$ – это амплитуды, а $\delta_1 = \pm(2B^{1/3}/k_1)\ln|\rho_{123}/\rho_{23}|$, $\delta_2 = \pm(2B^{1/3}/k_2)\ln|\rho_{123}/\rho_{31}|$, и $\delta_3 = \pm(2B^{1/3}/k_3)\ln|\rho_{123}/\rho_{12}|$ – фазовые сдвиги трех электростатических солитонов, возникшие в результате столкновения с “обгоном”.

4. ПРИМЕРЫ ЧИСЛЕННЫХ ВЫЧИСЛЕНИЙ И ОБСУЖДЕНИЕ РЕЗУЛЬТАТОВ

Теперь рассмотрим некоторые свойства N-солитонов, являющиеся следствием “столкновения с обгоном”, происходящего при их распространении в различных видах квантовой полупроводниковой плазмы со следующими параметрами: для GaAs плазмы ($n_0 = 4.7\times10^{16}$–10^{17} см$^{-3}$, $m_e^* = 0.067m_e$, $m_h^* = 0.5m_e$ и т = 12.8); для GaSb плазмы ($n_0 = 1.6\times\times10^{17}$ см$^{-3}$, $m_e^* = 0.047m_e$, $m_h^* = 0.4m_e$ и т = 15.69); для GaN плазмы ($n_0 = 10^{20}$ см$^{-3}$, $m_e^* = 0.13m_e$, $m_h^* = 1.3m_e$ и т = 11.3), а также для InP плазмы ($n_0 = 5.7\times10^{17}$ см$^{-3}$, $m_e^* = 0.077m_e$, $m_h^* = 0.6m_e$ и т = 12.6) [12, 18]. Результаты численных вычислений, показанные на рис. 1, демонстрируют, что величина AB всегда отрицательна. Здесь A и B – коэффициенты, соответственно, при нелинейном и дисперсионном членах уравнения. Следовательно, в рамках представленной модели, солитоны имеют отрицательную полярность (т.е., являются солитонами разрежения или темными солитонами). На рис. 2 можно проследить временную динамику развития событий при “столкновении с обгоном” двух темных солитонов $\phi^{(1)}$. На рисунке отрицательное (или положительное) значение времени соответствует событиям, происходящим до (или после) столкновения с обгоном. Более того, $\tau = 0$ является моментом времени, когда и происходит само столкновение с обгоном. Как показано на рис. 2а, при $\tau = -10$, темный солитон (ТС) с большей амплитудой находится позади ТС с меньшей амплитудой. Затем, при $\tau = -2$ (рис. 2в), ТС с большей амплитудой

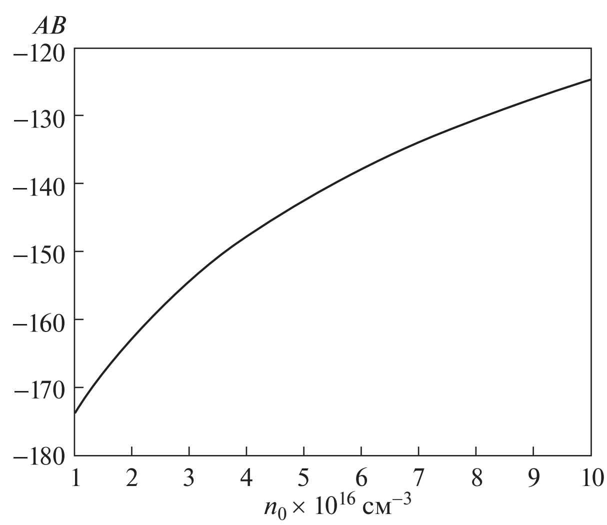

Рис. 1. Величина AB как функция плотности n_0 для полупроводниковой плазмы GaAs.

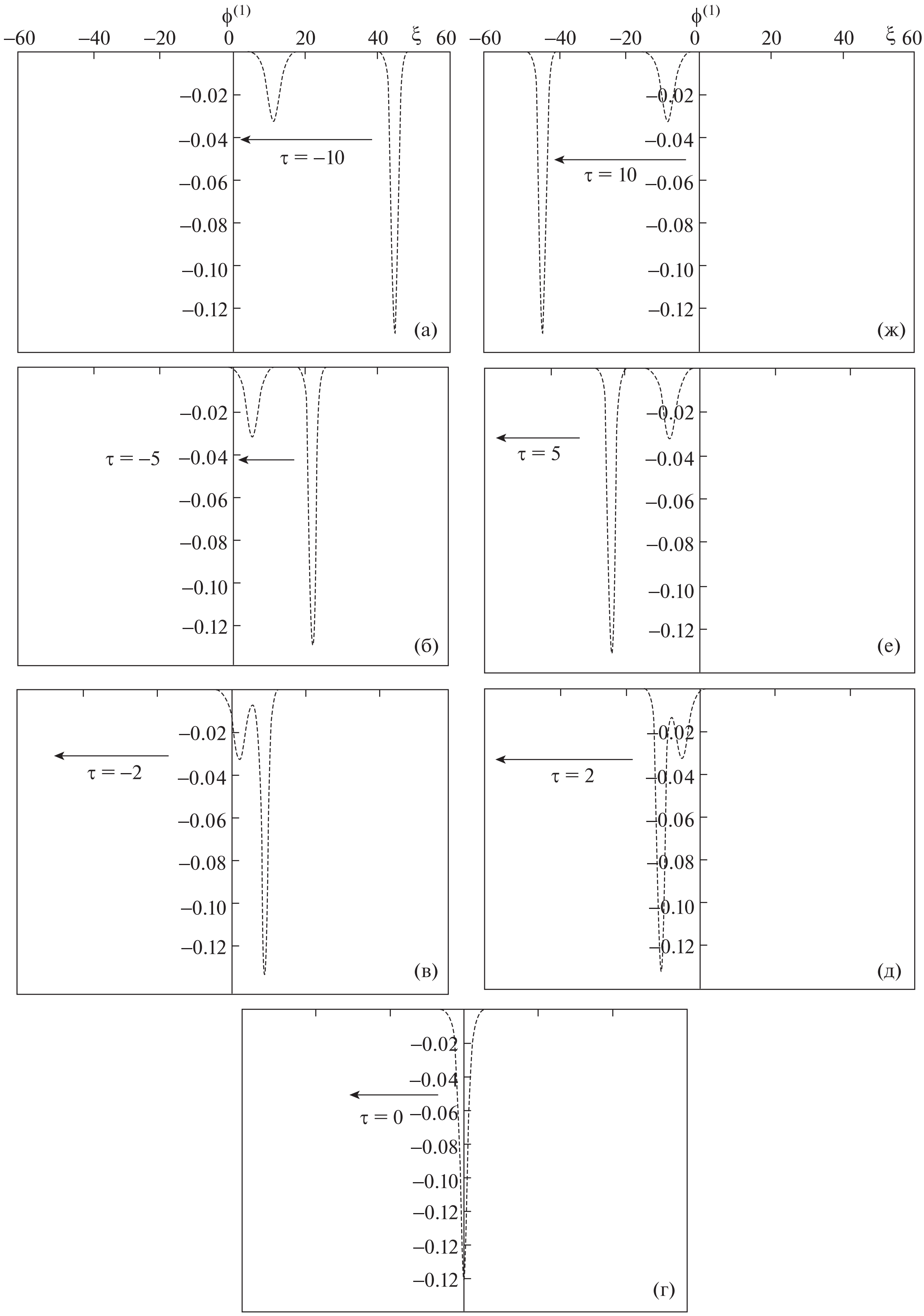

Рис. 2. Взаимное расположение двух нелинейных темных солитонов в различные моменты времени τ при столкновении с обгоном, происходящем в полупроводниковой плазме GaAs: $k_1 = 1$ и $k_2 = 2$.

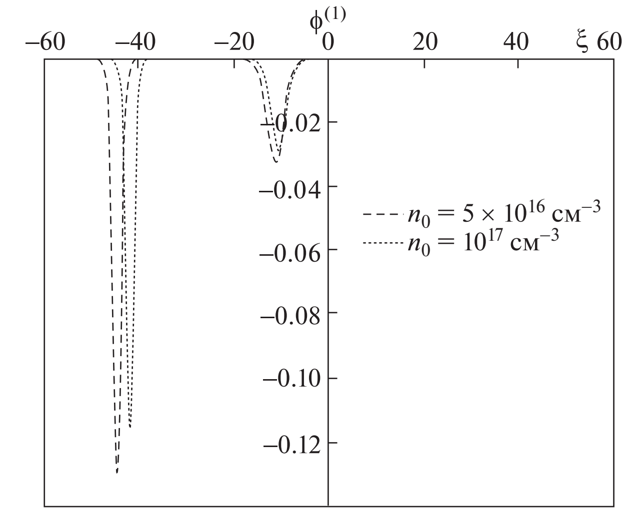

Рис. 3. Взаимное расположение двух нелинейных темных солитонов при столкновении с обгоном при двух различных значениях плотности n_0 квантовой полупроводниковой плазмы GaAs; $k_1 = 1$ и $k_2 = 2$.

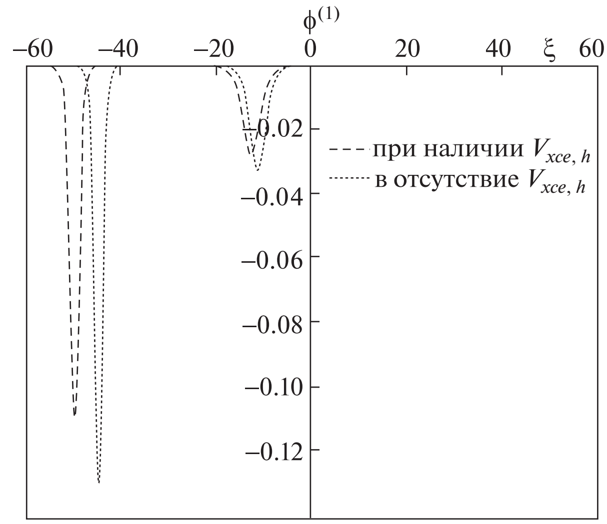

Рис. 4. Взаимное расположение двух нелинейных темных солитонов при столкновении с обгоном в квантовой полупроводниковой плазме GaAs при наличии (точки) и в отсутствие (тире) обменно-корреляционного потенциала $V_{xce,h}$; $k_1 = 1$ и $k_2 = 2$.

начинает обгонять ТС с меньшей амплитудой. После этого, при $\tau = 0$ (рис. 2г), два темных солитона сливаются и формируют единый ТС. Далее, при $\tau = 2$ (рис. 2д), два ТС начинают разделяться, и, при $\tau = 5$ (рис. 2е) они окончательно отходят друг от друга. И, наконец, по прошествии некоторого времени, при $\tau = 10$ (рис. 2ж), мы видим, что они продолжают удаляться друг от друга. Во время столкновений с обгоном между электростатическими N-солитонами происходит обмен энергией, приводящий к изменениям фаз солитонов при их движении по своим траекториям. На рис. 3 показаны столкновения с обгоном двух темных солитонов при двух различных значениях плотности квантовой полупроводниковой плазмы n_0. Очевидно, что при уменьшении плотности n_0 амплитуда ТС возрастает. С физической точки зрения понятно, что при уменьшении n_0 можно ожидать соответствующего уменьшения нелинейного коэффициента A; следовательно, солитон сможет переносить большую энергию и увеличить свою амплитуду. Рисунок 4 иллюстрирует поведение двух ТС при наличии или отсутствии обменно-корреляционного потенциала $V_{xce,h}$. В отсутствие обменно-корреляционного потенциала амплитуды обоих темных солитонов уменьшаются. Это означает, что отсутствие $V_{xce,h}$ может предотвратить передачу энергии при столкновении за счет уменьшения амплитуд обоих ТС. На рис. 5 можно видеть влияние n_0 и $V_{xce,h}$ на фазовые сдвиги Δ_2, возникающие при столкновении с обгоном двух темных солитонов. Видно, что фазовый сдвиг Δ_2 уменьшается при возрастании плотности плазмы n_0. Кроме того, наличие обменно-корреляционного потенциала приводит к уменьшению фазового сдвига Δ_2. Далее, на рис. 6 для различных значений τ показано взаимное расположение трех ТС $\phi^{(1)}$ во время столкновения с обгоном. Отметим, что показанная на рис. 6 вре-

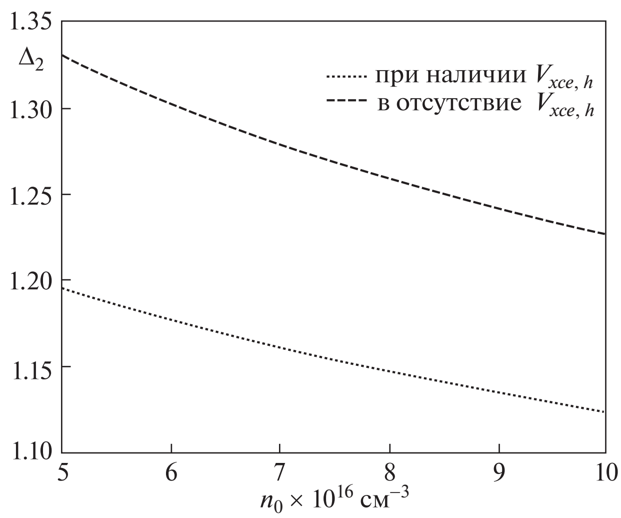

Рис. 5. Фазовые сдвиги Δ_2, возникающие при столкновении с обгоном двух темных солитонов в полупроводниковой плазме GaAs, как функции плотности плазмы n_0. Пунктирная и штриховая линии соответствуют столкновениям, происходящим в присутствии и в отсутствие обменно-корреляционного потенциала $V_{xce,h}$.

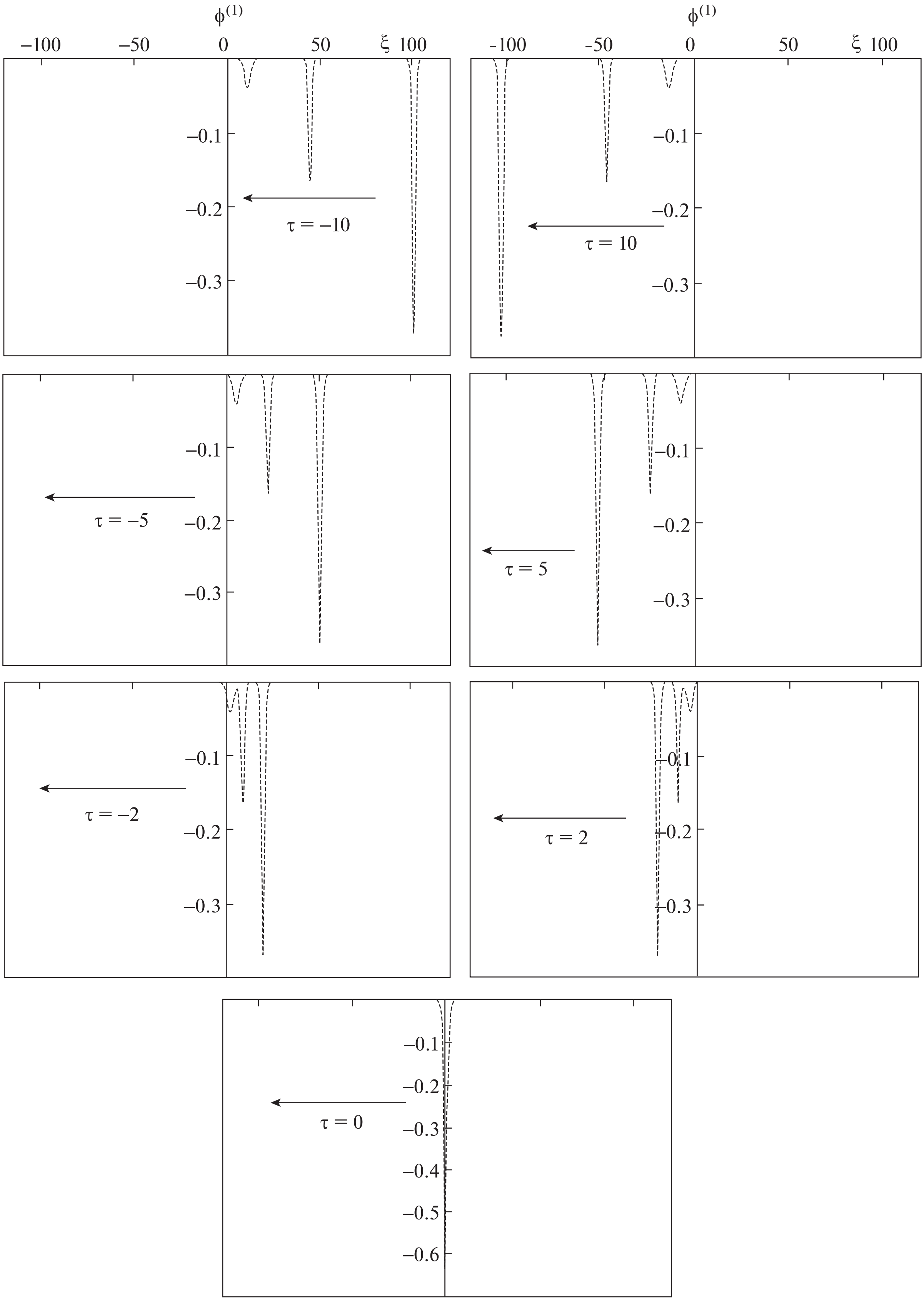

Рис. 6. Взаимное расположение трех нелинейных темных солитонов в различные моменты времени τ при столкновении с обгоном, происходящем в полупроводниковой плазме GaAs: $k_1 = 1$, $k_2 = 2$ и $k_3 = 3$.

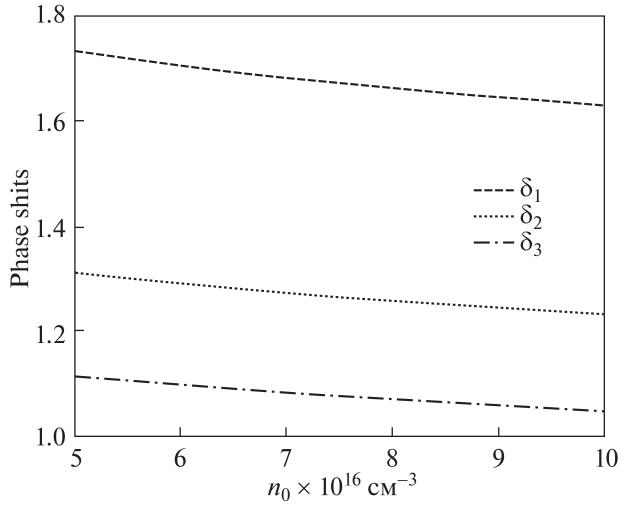

Рис. 7. Фазовые сдвиги, возникающие при столкновении с обгоном трех темных солитонов в полупроводниковой плазме GaAs, как функции плотности плазмы n_0. Штриховая, пунктирная и штрихпунктирная линии соответствуют фазовым сдвигам δ_1, δ_2 и δ_3.

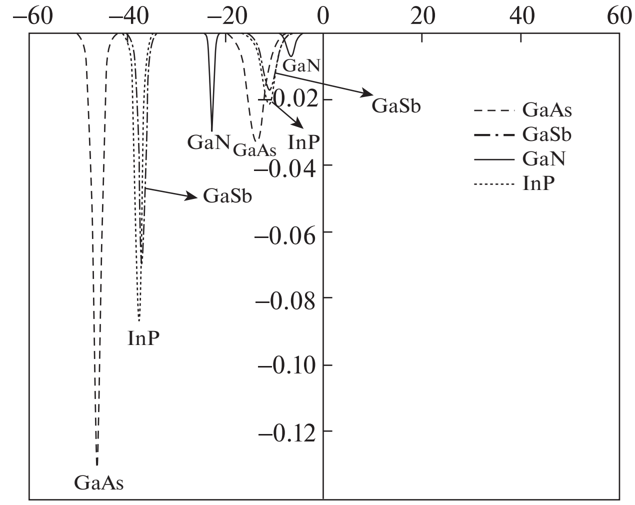

Рис. 8. Взаимное расположение двух нелинейных темных солитонов при столкновениях с обгоном, происходящих в различных видах квантовой полупроводниковой плазмы. Штриховая, штрихпунктирная, сплошная и пунктирная линии соответствуют столкновениям в плазмах GaAs, GaSb, GaN и InP.

менная эволюция взаимного расположения солитонов во время столкновения с обгоном аналогична соответствующим зависимостям, показанным на рис. 2. На рис. 7 показаны зависимости фазовых сдвигов δ_1, δ_2, и δ_3, возникающих при столкновении трех ТС, от плотности квантовой полупроводниковой плазмы n_0. Видно, что с ростом плотности n_0 фазовые сдвиги уменьшаются. Теперь рассмотрим двухсолитонные и трехсолитонные решения для столкновений с обгоном, происходящих в различных видах квантовой полупроводниковой плазмы, показанные, соответственно, на рис. 8 и 9. Видно, что ТС в плазме GaAs имеет большую амплитуду, а в плазме GaN – меньшую. Для четырех видов квантовой полупроводниковой плазмы, показанных на рисунках, амплитуды темных солитонов (АТС) могут быть упорядочены следующим образом: $АТС_{GaAs} > АТС_{InP} > АТС_{GaSb} > АТС_{GaN}$. Это можно объяснить следующим образом: при уменьшении плотности плазмы n_0 физические свойства GaAs меняются таким образом, что вызывают уменьшение нелинейного члена, и, следовательно, происходит концентрация большего количества энергии в солитоне (увеличение его амплитуды), чем в случае других видов квантовой полупроводниковой плазмы.

5. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В этой работе мы обсуждали возбуждение и столкновения с обгоном N-солитонов, распространяющихся в плотной полупроводниковой плазме. Уравнение Кортевега-де Фриза, описывающее поведение электростатических солитонов в электронно-дырочной плазме было получено с использованием редуцированной теории возмущений. Преимущества представленного подхода к описанию столкновений с обгоном N-солитонов, распространяющихся в электронно-дырочной плотной полупроводниковой плаз-

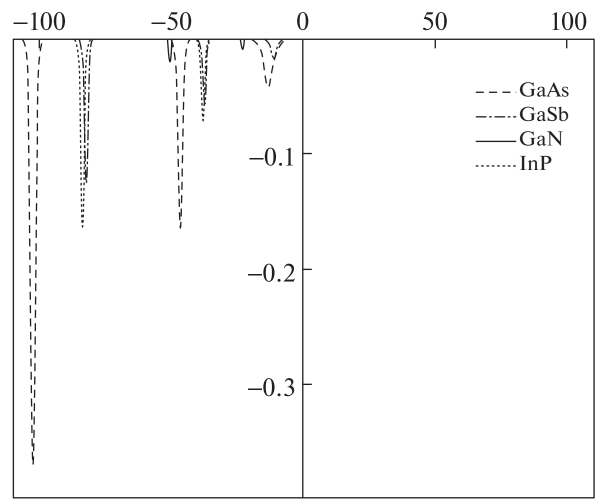

Рис. 9. Взаимное расположение трех нелинейных темных солитонов при столкновениях с обгоном, происходящих в различных видах квантовой полупроводниковой плазмы. Штриховая, штрихпунктирная, сплошная и пунктирная линии соответствуют столкновениям в плазмах GaAs, GaSb, GaN и InP.

ме, состоят в следующем: в наименьшем порядке разложения выведено уравнение УКдФ с учетом баланса нелинейных и дисперсионных эффектов. В результате учета этого баланса возникают решения в виде солитонов, которые представляют собой волны, ведущие себя как частицы. С использованием классической теории квазичастиц получены аналитические оценки времени столкновения и минимального расстояния сближения солитонов. Численный анализ представленной модели показал, что солитоны могут существовать только в виде темных солитонов. Исследована динамика поведения темных солитонов при различных параметрах (для различных видов) квантовой полупроводниковой плазмы. Полученные результаты способствуют более глубокому пониманию свойств темных солитонов, проявляющихся во время столкновений с обгоном, происходящих в различных видах квантовой полупроводниковой плазмы. Хотелось бы подчеркнуть важный факт, который состоит в том, что возникновение и распространение таких солитонов могут быть исследованы экспериментально в квантовой плазме наноразмерных устройств, в полупроводниковых квантовых ямах и в плазме, возникающей при лазерно-плазменном взаимодействии с масштабами и плазменными параметрами, близкими к соответствующим параметрам устройств, используемых в экспериментах [42].

Авторы выражают благодарность Деканату отделения научных исследований Университета имени короля Халида за финансовую поддержку этой работы в рамках программы финансирования исследовательских групп (проект № KKU–R.G.P.1/38/39). Авторы также хотели бы выразить благодарность рецензентам за полезные критические замечания и комментарии, учет которых способствовал улучшению оригинальной рукописи. Авторы также благодарят редактора и сотрудников журнала за любезную помощь в издании данной статьи.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Markowich P.A., Ringhofer C.A., Schmeiser C. Semiconductor Equations.* Springer-Verlag, New York, 1990.
2. *Yanovsky V., Chvykov V., Kalinchenko G., Rousseau P., Planchon T., Matsuoka T., Maksimchuk A., Nees J., Cheriaux G., Mourou G., Krushelnick K.* // Opt. Express. 2008. V. 162. P. 109.
3. *Dunne M.* // Nature Phys. 2006. V. 2. P. 2.
4. *Shukla P.K., Eliasson B.* // Phys. Rev. Lett. 2007. V. 99. P. 096401.
5. *Wang Y., Shukla P.K., Eliasson B.* // Phys. Plasmas. 2013. V. 20. P. 013103.
6. *Crouseilles N., Hervieux P.A., Manfredi G.* // Phys. Rev. B. 2008. V. 78. P. 155412.
7. *Brey L., Dempsey J., Johnson N.F., Halperin B.I.* // Phys. Rev. B. 1990. V.42. P. 1240.
8. *Shukla P.K., Eliasson B.* // Phys. Rev. Lett. 2012. V. 108. P. 165007.
9. *Ma Yu-T., Mao Sheng-H., Xue Ju-K.* // Phys. Plasmas. 2011. V. 18. P. 102108.
10. *Egorov O.A., Skryabin D.V., Lederer F.* // Phys. Rev. B. 2010. V. 82. P. 165326.
11. *Zeba I., Yahia M.E., Shukla P.K., Moslem W.M.* // Phys. Lett. A. 2012. V. 376. P. 2309.
12. *Moslem W.M., Zeba I., Shukla P.K.* // Appl. Phys. Lett. 2012. V. 101. P. 032106.
13. *Wang Y., Lü X.* // Phys. Plasmas. 2014. V. 21. P. 022107.
14. *Wang Y., Eliasson B.* // Phys. Rev. B.2014. V. 89. P. 205316.
15. *El-Shamy E.F, Gohman F.S.* // Phys. Lett. A. 2014. V. 378. P. 2688.
16. *Tolba R.E., El-Bedwehy N.A., Moslem W.M., El-Labany S.K., Yahia M.E.* // Phys. Plasmas. 2016. V. 23. P. 012111.
17. *Abdelsalam U.M., Allehiany F.M., Moslem W.M.* // Acta Phys. Pol. A. 2016. V. 129. P. 472.
18. *EL-Shamy E.F., Gohman F.S., Alqahtani M.M., Al-Faify S.* // Phys. Plasmas. 2018. V. 25. P. 012108.
19. *Saha A., Chatterjee P.* // Astrophys. Space Sci. 2014. V. 353. P. 169.
20. *El-Labany S.K., El-Shamy E.F., El-Sherbeny S.K.* // Astrophys. Space Sci. 2014. V. 351. P. 151.
21. *Saha A., Pal N., Chatterjee P.* // Phys. Plasmas. 2014. V. 21. P. 102101.
22. *Mandal G., Roy K., Paul A., Saha A., Chatterjee P.* // Z. Naturforsch. A. 2015. V. 70. P. 703.
23. *Roy K., Ghorui M.K., Chatterjee P., Tribeche M.* // Commun. Theor. Phys. 2016. V. 65. P. 237.
24. *Alam M.S., Hafez M.G., Talukder M.R., Ali M.H.* // Chin. Phys. B. 2017. V. 26. P. 095203.
25. *El-Shamy E.F., El-Bedwehy N.A., Shokry M., El-Labany S.K.* // Z. Naturforsch. A. 2018. V. 73. P. 893.
26. *Su C. H., Miura R.M.* // J. Fluid Mech. 1980. V. 98. P. 509.
27. *Huang G.X., Velarde M.G.* // Phys. Rev. E. 1996. V. 53. P. 2988.
28. *El-Labany S.K., El-Shamy E.F., Abu El-Eneen M.* // Astrophys. Space Sci. 2012. V. 337. P. 275.
29. *Xue J.K.* // Phys. Rev. E. 2004. V. 69. P. 016403.
30. *El-Shamy E.F.* // Phys. Plasmas. 2009. V. 16. P. 113704.
31. *Tanituti T., Wei C.* // J. Phys. Soc. Jpn. 1968. V. 24. P. 941.
32. *Hirota R.* // Phys. Rev. Lett. 1971. V. 27. P. 1192.
33. *Hirota R.* // J. Phys. Soc. Jpn. 1972. V. 33. P. 1456.
34. *Hirota R.* // J. Math. Phys. 1973. V. 14. P. 805.
35. *Hirota R.* // The Direct Method in the Soliton Theory. Cambridge University Press, Cambridge, UK 2004.
36. *Srinivas J., Popel S.I., Shukla P.K.* // J. Plasma Physics. 1996. V. 55. P. 209.
37. *Popel S.I., Golub' A.P., Losseva T.V.* // Phys. Rev. E. 2003. V. 67. P. 056402.

38. *Losseva T.V., Popel S.I., Golub' A.P., Shukla P.K.* // Phys. Plasmas. 2009. V. 16. P. 093704.
39. *Losseva T.V., Popel S.I., Golub A.P.* // Plasma Phys. Rep. 2012. V. 38. P. 729.
40. *Losseva T.V., Popel S.I., Golub A.P., Izvekova Yu.N., Shukla P.K.* // Phys. Plasmas. 2012. V. 19. P. 013703.
41. *Qi X., Xu Y.X., Duan W.S., Yang L.* // Phys. Plasmas. 2014. V. 21. P. 013702.
42. *Biancalana F., Healy S.B., Fehse R., O'Reilly E.P.* // Phys. Rev. A. 2006. V. 73. P. 063826.

Перевод by И.А. Гришиной

Overtaking Collisions of Electrostatic N-soliton in Electron-Hole Quantum Plasmas

E. F. EL-Shamy[a, *] and M. Mahmoud[b]

[a] *Department of Physics, College of Science, King Khalid University, P.O. 9004, Abha, Kingdom of Saudi Arabia and Department of physics, Faculty of Science, Damietta University, New Damietta, 34517, Egypt*

[b] *Department of Physics, College of Science for Girls in Abha, King Khalid University, Abha, P.O. 960, Kingdom of Saudi Arabia*

**e-mail: emadel_shamy@hotmail.com*

The effects of overtaking collisions of electrostatic multisolitons (i. e., N-soliton) in an electron-hole dense semiconductor plasma are examined employing the reductive perturbation theory (RPT) and Hirota's bilinear method (HBM). A Korteweg-de Vries equation (KdVE), which admits N-soliton, is derived using the RPT. In addition, HBM is applied that resulted in two-soliton and three-soliton solutions. The exchange of energies due to the overtaking collisions between the electrostatic N-soliton are analyzed by varying physical parameters, such as the quantum semiconductor plasma number density and the exchange-correlation terms for electrons and holes, which causes alternation inthe behavior of solitons. It is found that the existence of exchange-correlation potentials leads to a diminishing in a phase shift of N-soliton.The current study is an attempt to further exemplify the essential properties of N-soliton in electron-hole plasmas and their applications in the modern semiconductor electronic devicesof nanoscale size.