

АНАЛИЗ РЕШЕНИЯ МОДИФИЦИРОВАННОГО УРАВНЕНИЯ КДВ С ЗАТУХАНИЕМ ДЛЯ ПЫЛЕВОЙ ИОННО-ЗВУКОВОЙ ВОЛНЫ В ПРИСУТСТВИИ СВЕРХТЕПЛОВЫХ ЭЛЕКТРОНОВ

© 2020 г. А. Paul^{a,*}, G. Mandal^{a,**}, M. R. Amin^a, P. Chatterjee^b

^a Department of Mathematical and Physical Sciences, East West University, Aftabnagar, Dhaka 1212, Bangladesh

^b Department of Mathematics, Visva-Bharati, Santiniketan 731235, India

*e-mail: apaul@ewubd.edu

**e-mail: gdmandal@ewubd.edu

Поступила в редакцию 05.03.2019 г.

После доработки 25.04.2019 г.

Принята к публикации 20.05.2019 г.

Нелинейное распространение пылевых ионно-звуковых (DIA) волн в немагнитной столкновительной пылевой плазме, состоящей из сверхтепловых электронов, подвижных ионов и неподвижных пылевых частиц рассмотрено с применением стандартного метода редуцированных возмущений. Получено аналитическое решение уравнения Кортевега-де-Вриза (КдВ) с затуханием, обнаружено, что сверхтепловые электроны, характеризуемые параметром k , и частота столкновений ионов с пылевыми частицами ν_{id} изменяют свойства DIA-солитонов. В частности, обнаружено, что присутствие сверхтепловых электронов приводит к возрастанию амплитуды и ширины нелинейной DIA-волны. Обнаружено, что вариации амплитуды и ширины DIA-волн зависят от времени. В этой работе представлено параметрическое исследование вариаций электростатического потенциала, амплитуды и ширины уединенной волны.

DOI: 10.31857/S0367292120010151

1. ВВЕДЕНИЕ

Пылевая или комплексная плазма состоит из электронов, ионов, нейтралов и пылевых частиц микронного размера. Пылевая компонента присутствует во многих астрофизических средах, таких как хвосты комет, планетарные кольца, земная ионосфера и т. д., а также в лабораторной плазме. По сравнению с остальными частицами в пылевой плазме пылевые частицы более тяжелые, поэтому в пылевой плазме возможны различные типы волн и неустойчивостей. Среди них пылевая звуковая (DA — dust acoustic) волна с участием подвижной пыли и пылевая ионно-звуковая (DIA — dust ion acoustic) волна с участием подвижных ионов и неподвижных пылевых частиц являются наиболее важными модами. В этой работе изучается DIA-волна, которая обычно представляет собой ионно-звуковую моду, модифицированную присутствием пылевых частиц. В 1992 г. Шукла и Силин [1] впервые теоретически доказали существование низкочастотных DIA-волн, а в 1995 г. Баркан и др. [2] наблюдали эти волны экспериментально в лабораторной плазме. В настоящее время изучение распространения DIA-волн — главное направление исследований в области немагнитной и замагнитной кос-

мической плазмы. В работе [3] линейные и нелинейные DIA-волны исследованы экспериментально в однородной немагнитной пылевой плазме и было обнаружено, что для линейной волны фазовая скорость волны возрастает, и волна подвержена сильному затуханию с ростом плотности пыли. В [4] рассматривалась плазменно-пылевая система, содержащая электроны с распределением Больцмана, подвижные ионы и неподвижные пылевые частицы с флуктуирующим зарядом и было показано, что флуктуации заряда пыли являются источником диссипации и ответственны за формирование пылевых ионно-звуковых ударных волн. DIA-волны также изучались во многих других работах [5–7].

Упомянутые выше работы были проведены для бесстолкновительной плазмы. В природе столкновительная плазма наблюдается в лазерных установках, в земной ионосфере и в астрофизических плазменных средах [8]. Особенности динамики DIA-волн в присутствии отрицательно заряженных пылевых частиц с учетом эффектов ионизации, столкновений ионов с нейтралами, ионов с пылью, пыли с нейтралами, открывают новые аспекты нелинейных явлений в исследованиях пылевой плазмы [9]. Losseva и др. [10] рас-

смотрели эволюцию слабо затухающих гибридных DIA-солитонов в неоднородной столкновительной плазме. В работе [5] рассмотрены лобовые столкновения двух DIA-солитонов в пылевой плазме. В работе [11] изучены столкновения между ионами и пылевыми частицами при распространении DIA-волн. В работах [12] и [13], а также в ряде других DIA-волны рассматривались в столкновительной плазме.

Хорошо известно, что существенное количество высокоэнергичных сверхтепловых частиц присутствуют в космосе и в лабораторной плазме [14–20]. В случае популяций высокоэнергетических сверхтепловых электронов, которые наблюдаются в некоторых космических (например, планетарные магнитосферы, солнечный ветер, свистящее излучение Юпитера, межзвездная среда [21]) и лабораторных плазмах, поведение плазмы существенно отличается от случая максвелловского распределения. Плазма, содержащая высокоэнергетические частицы, может быть смоделирована распределением Лоренца или каппараспределением (κ -распределением) [22]. Когда плазма далеко от теплового равновесия, распределение Лоренца можно применять для описания плазмы и поэтому оно в последнее время привлекает существенное внимание.

В данной работе мы рассматриваем и сверхтепловые, и захваченные электроны. Эта ситуация соответствует диапазону энергий при $-\sqrt{2\phi} < v < \sqrt{2\phi}$ (ϕ и v – электростатический потенциал и скорость соответственно) и когда электроны захвачены. Соответствующее κ -распределение для захваченных электронов имеет вид [23]

$$f_{e,t}^{\kappa}(v, \phi) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}(\kappa - 3/2)^{1/2}} \frac{\Gamma(\kappa)}{\Gamma(\kappa - 1/2)} \times \left[1 + \beta \left(\frac{(v^2/2) - \phi}{\kappa - 3/2} \right) \right]^{-\kappa}, \quad \text{для } E_e \leq 0, \quad (1)$$

где параметр β определяет обратную температуру захваченных электронов, а E_e – полная энергия захваченных электронов. Уравнение (1) является расширением распределения Шамеля [24] для максвелловских захваченных электронов, и при $\kappa \rightarrow \infty$ это уравнение переходит в уравнение Шамеля [25]. Используя понятие сепаратрисы распределения, Шамель вывел выражение, которое отделяет свободные электроны от захваченных, а распределение сверхтепловых свободных электронов имеет вид

$$f_{e,t}^{\kappa}(v, \phi) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}(\kappa - 3/2)^{1/2}} \frac{\Gamma(\kappa)}{\Gamma(\kappa - 1/2)} \times \left[1 + \frac{(v^2/2) - \phi}{\kappa - 3/2} \right]^{-\kappa}. \quad (2)$$

Здесь, чтобы получить четко определенное значение характерной скорости, κ должно быть больше 3/2. Концентрация электронов $n_e(\phi)$ получается интегрированием распределения по скорости от $-\infty$ до ∞ (в диапазоне $-\sqrt{2\phi} < v < \sqrt{2\phi}$ интегрируется $f_{e,t}^{\kappa}$, а в остальных диапазонах – $f_{e,f}^{\kappa}$), что дает

$$n_e(\phi) = \int_{-\infty}^{-\sqrt{2\phi}} f_{e,f}^{\kappa}(v, \phi) dv + \int_{-\sqrt{2\phi}}^{\sqrt{2\phi}} f_{e,t}^{\kappa}(v, \phi) dv + \int_{\sqrt{2\phi}}^{\infty} f_{e,f}^{\kappa}(v, \phi) dv = (2\kappa - 3)^{\kappa-3/2} (2\kappa - 3 - 2\phi)^{-\kappa} \times \left[(2\kappa - 3) \sqrt{2\kappa - 3 - 2\phi} - \frac{4}{\Gamma(\kappa - 3/2)} \sqrt{\frac{2}{\pi}} \sqrt{\phi} \Gamma(\kappa) 2^{F_1\left(\frac{1}{2}, \kappa, \frac{3}{2}, \frac{2\phi}{3-2\kappa+2\phi}\right)} \right] + \frac{2}{\Gamma(\kappa - 1/2)} \sqrt{\frac{2}{\pi}} (2\kappa - 3)^{\kappa-1/2} \sqrt{\phi} (2\kappa - 3 - 2\beta\phi)^{-\kappa} \times \Gamma(\kappa) 2^{F_1\left(\frac{1}{2}, \kappa, \frac{3}{2}, \frac{2\phi}{3-2\kappa+2\phi}\right)} \approx 1 + \frac{2\kappa - 1}{2\kappa - 3} \phi + \frac{8\sqrt{2/\pi}(\beta - 1)\kappa\Gamma(\kappa)}{3(2\kappa - 3)^{3/2}\Gamma(\kappa - 1/2)} \phi^{3/2} + \frac{4\kappa^2 - 1}{2(2\kappa - 3)^2} \phi^2 \approx 1 + p\phi + q\phi^{3/2} + r\phi^2,$$

где

$$p = \frac{2\kappa - 1}{2\kappa - 3},$$

$$q = \frac{8\sqrt{2/\pi}(\beta - 1)\kappa\Gamma(\kappa)}{3(2\kappa - 3)^{3/2}\Gamma(\kappa - 1/2)},$$

$$r = \frac{4\kappa^2 - 1}{2(2\kappa - 3)^2}.$$

Здесь гипергеометрическая функция $F(a, b, c, x) = 1 + (ab/c)x + [a(a+1)b(b+1)/c(c+1)]x^2/2! + \dots$ и для определения $n_e(\phi)$ мы оставляем только члены вплоть до ϕ^2 .

Следуя Chatterjee и др. [26] и Chowdhury и др. [23], в данной работе мы рассматриваем распространение DIA-волн в пылевой плазме, состоящей из сверхтепловых и захваченных электронов, подвижных ионов и неподвижной пыли. Мы также полагаем, что пылевая плазма столкновительная и немагнитная. Определяющими являются столкновения между ионами и неподвижными пылевыми частицами.

Статья организована следующим образом. Основные уравнения, описывающие модель пылевой плазмы, приводятся в разд. 2. Модифицированное уравнение КдВ выводится в этом разделе с использованием стандартного метода редутивных возмущений (PRT – reductive perturbation technique). Решение модифицированного уравнения КдВ приводится в разд. 3. Наконец, в разд. 4 обсуждаются результаты.

2. МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ И ВЫВОД МОДИФИЦИРОВАННОГО УРАВНЕНИЯ КДВ

В данном исследовании рассматривается незамagnetическая столкновительная пылевая плазма, состоящая из трех компонент: жидкость сверхтепловых и захваченных электронов, ионы с максвелловским распределением и неподвижная пыль. В нормированном виде основные уравнения этой плазменной системы приведены ниже

$$\frac{\partial n_i}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x}(n_i u_i) = 0, \quad (4)$$

$$\frac{\partial n_i}{\partial t} + u_i \frac{\partial u_i}{\partial x} = -\frac{\partial \phi}{\partial x} - v_{id} u_i, \quad (5)$$

$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} = (1 - \mu) n_e - n_i + \mu, \quad (6)$$

где n_e – концентрация электронов, нормированная на n_{e0} , n_i – концентрация ионов, нормированная на n_{i0} , u_i – скорость ионов, нормированная на ионную звуковую скорость $C_S = \sqrt{k_B T_e / m_i}$ (k_B – постоянная Больцмана, T_e – температура электронов, m_i – масса иона), ϕ – электростатический потенциал, нормированный на $k_B T_e / e$ (e – заряд электрона), x – координата, нормированная на дебаевскую длину $\lambda_D = \sqrt{T_e / 4\pi n_{e0} e^2}$, t – время, нормированное на обратную плазменную частоту $\omega_{pi}^{-1} = \sqrt{m_i / 4\pi n_{e0} e^2}$, v_{id} – частота столкновений пыли с ионами, а $\mu = Z_d n_{d0} / n_{i0}$ (Z_d – зарядовое число пылевой частицы). Величины n_{e0} , n_{i0} , и n_{d0} – равновесные концентрации электронов, ионов и пылевых частиц соответственно.

Для вывода модифицированного уравнения КдВ мы применяем стандартный метод редутивных возмущений (PRT) [27] и вводим следующие координаты [24, 25]:

$$\xi = \epsilon^{1/4} (x - v_0 t) \quad (7)$$

и

$$\tau = \epsilon^{3/4} t, \quad (8)$$

где ϵ – параметр малости ($0 < \epsilon < 1$), который определяет влияние дисперсии, а v_0 – нелинейная фазовая скорость волны, нормированная на

пылевую звуковую скорость $C_d = \sqrt{k_B T_e / m_d}$. Теперь мы представим нормированные переменные n_i , u_i , ϕ и v_{id} в виде степенных рядов по ϵ :

$$n_i = 1 + \epsilon n_i^{(1)} + \epsilon^{3/2} n_i^{(2)} + \dots, \quad (9)$$

$$u_i = \epsilon u_i^{(1)} + \epsilon^{3/2} u_i^{(2)} + \dots, \quad (10)$$

$$\phi = \epsilon \phi^{(1)} + \epsilon^{3/2} \phi^{(1)} + \dots, \quad (11)$$

и

$$v_{id} = \epsilon^{3/4} v_{id0} + \dots \quad (12)$$

Далее, подставляя эти выражения в уравнения (4)–(6), получим уравнения разных степеней по ϵ . Выражая $n_i^{(1)}$, $u_i^{(1)}$ и v_0 , получаем следующие соотношения:

$$n_i^{(1)} = (1 - \mu) p \phi^{(1)}, \quad (13)$$

$$u_i^{(1)} = \frac{1}{v_0} \phi^{(1)}, \quad (14)$$

и

$$v_0 = \sqrt{\frac{1}{(1 - \mu) p}}. \quad (15)$$

Снова используя выражения (9)–(12) и нормированные уравнения неразрывности, импульса и Пуассона (4)–(6), окончательно получаем следующее уравнение:

$$\frac{\partial \Phi}{\partial \tau} + A \sqrt{\Phi} \frac{\partial \Phi}{\partial \xi} + B \frac{\partial^3 \Phi}{\partial \xi^3} + C \Phi = 0, \quad (16)$$

где $\Phi \equiv \phi^{(1)}$, $A = -3(1 - \mu) q v_0^3 / 4$, $B = v_0^3 / 2$ и $C = v_{id0} / 2$. Уравнение (16) является модифицированным уравнением КдВ с учетом затухания.

3. РЕШЕНИЕ МОДИФИЦИРОВАННОГО УРАВНЕНИЯ КДВ

В этом разделе мы решаем модифицированное уравнение КдВ. Из-за столкновений между ионами и неподвижными пылевыми частицами возникает дополнительный четвертый член в левой части уравнения (16), и мы следуем методу, примененному в работе [26]. Модифицированное уравнение КдВ без затухания имеет вид

$$\frac{\partial \Phi}{\partial \tau} + A \sqrt{\Phi} \frac{\partial \Phi}{\partial \xi} + B \frac{\partial^3 \Phi}{\partial \xi^3} = 0. \quad (17)$$

Аналитическое решение уравнения (17) в виде солитона имеет вид

$$\Phi(\xi, \tau) = \Phi_m \operatorname{sech}^4 \left(\frac{\xi - M \tau}{W} \right), \quad (18)$$

где амплитуда $\Phi_m = (15M/8A)^2$, ширина $W = \sqrt{16B/M}$ и M – скорость затухающей DIA уединенной волны. В этом случае сохраняется величина $I = \int_{-\infty}^{\infty} [\Phi(\xi, \tau)]^2 d\xi$.

В отсутствие столкновений пылевых частиц с ионами ($C = 0$), уравнение (16) переходит в хорошо известное модифицированное уравнение КдВ (уравнение (17)) и его стандартное аналитическое решение имеет вид (18). Теперь из-за наличия члена с затуханием, четвертого в левой части уравнения (16), мы будем искать решение этого уравнения аналогично решению (18) уравнения (17), принимая амплитуду Φ_m , ширину W и скорость M DIA-волны зависящими от времени τ [26]. Таким образом, следуя [26], мы имеем решение уравнения (16) в виде

$$\Phi(\xi, \tau) = \Phi_m(\tau) \operatorname{sech}^4 \left(\frac{\xi - M(\tau)\tau}{W(\tau)} \right), \quad (19)$$

где

$$\Phi_m(\tau) = \left(\frac{15M(\tau)}{8A} \right)^2 \quad (20)$$

и

$$W(\tau) = \sqrt{\frac{16B}{M(\tau)}}. \quad (21)$$

Можно видеть, что амплитуда и ширина солитонного решения модифицированного уравнения КдВ (19) теперь являются функциями времени τ .

В этом случае $I(\tau) = \int_{-\infty}^{\infty} [\Phi(\xi, \tau)]^2 d\xi$ можно представить как

$$I(\tau) = I_0 \exp[-2C(\tau - \tau_0)], \quad (22)$$

где I_0 – постоянная интегрирования, $I = I_0$ при $\tau = \tau_0$, где τ_0 – начальное время. Далее

$$\begin{aligned} I(\tau) &= \int_{-\infty}^{\infty} [\Phi(\xi, \tau)]^2 d\xi = \\ &= \int_{-\infty}^{\infty} [\Phi_m(\tau)]^2 \operatorname{sech}^8 \left(\frac{\xi - M(\tau)\tau}{W(\tau)} \right) d\xi = \\ &= \frac{32}{35} [\Phi_m(\tau)]^2 W(\tau), \end{aligned} \quad (23)$$

$$I_0 = I(\tau_0) = \frac{32}{35} [\Phi_m(\tau_0)]^2 W(\tau_0). \quad (24)$$

Таким образом, выражение для величины $I(\tau)$, заданное уравнением (22), может быть переписано как

$$I(\tau) = \frac{32}{35} [\Phi_m(\tau_0)]^2 W(\tau_0) \exp[-2C(\tau - \tau_0)]. \quad (25)$$

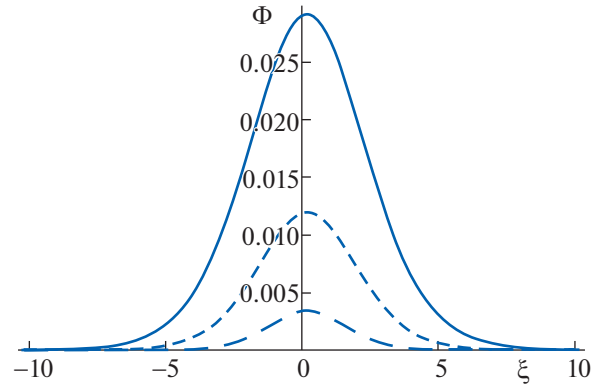


Рис. 1. Зависимость решения Φ затухающего уравнения КдВ от пространственной координаты ξ для трех значений параметра κ . Для сплошной кривой $\kappa = 1.9$, для штриховой кривой $\kappa = 1.8$, а для штрихпунктирной кривой с длинными штрихами $\kappa = 1.7$. Значения остальных параметров следующие: $v_{id0} = 0.1$, $\beta = 0.5$, $\mu = 0.2$, $M_0 = 0.1$ и $\tau = 2$.

Используя выражения (23) и (25) и подставляя (20) и (21) при $\tau = \tau_0$, получим

$$M(\tau) = M_0 \exp[-4C(\tau - \tau_0)/7], \quad (26)$$

где M_0 – значение M при $\tau = \tau_0$.

Выражение (19) – решение модифицированного уравнения КдВ (16), где $\Phi_m(\tau)$ и $W(\tau)$ задаются выражениями (20) и (21) соответственно.

4. РЕЗУЛЬТАТЫ И ОБСУЖДЕНИЕ

В этом разделе мы рассматриваем влияние некоторых важных параметров плазмы κ , v_{id0} , μ и β на потенциал волны Φ , амплитуду волны Φ_m , ширину W и скорость M . Мы также изучаем влияние медленных переменных ξ и τ на Φ и Φ_m . Результаты представлены на рис. 1–7. Для численного анализа мы принимаем следующие значения параметров плазмы: $\kappa = 1.55$ – 1.9 , $v_{id0} = 0.01$ – 0.1 , $\mu = 0.2$ – 0.8 , $\beta = 0.5$ – 6 . Напомним, что параметр κ определяет уровень потока электронов на высоких энергиях для сверхтепловых электронов, v_{id0} – частота столкновений ионов с пылевыми частицами, $\mu = Z_d n_{d0}/n_{i0}$, а β определяет обратную температуру захваченных электронов.

На рис. 1–7 представлены потенциалы Φ электростатических DIA-волн, решений уравнения КдВ с затуханием (16) для различных параметров плазмы.

На рис. 1 представлены зависимости электростатического потенциала Φ уравнения КдВ с затуханием от пространственной координаты ξ для различных значений параметра κ . Сплошная кри-

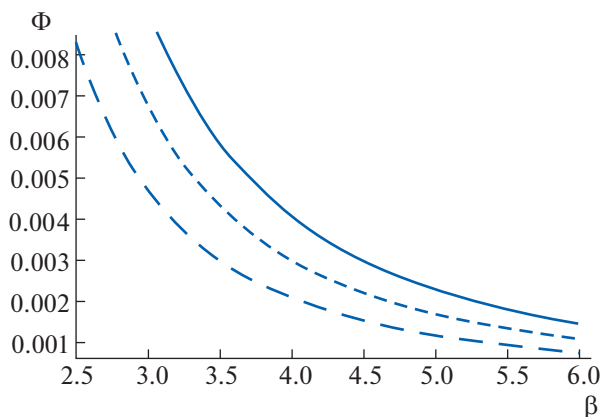


Рис. 2. Зависимость решения Φ затухающего уравнения КдВ от β для $M_0 = 0.14$ (сплошная кривая), $M_0 = 0.12$ (штриховая кривая) и $M_0 = 0.1$ (штриховая кривая с длинными штрихами). Значения остальных параметров следующие: $v_{id0} = 0.1$, $\kappa = 2$, $\mu = 0.2$, $\xi = 0$ и $\tau = 2$.

вая, штриховая кривая и штриховая кривая с длинными штрихами приводятся для $\kappa = 1.9$, $\kappa = 1.8$ и $\kappa = 1.7$ соответственно. Из рис. 1 видно, что уединенная волна имеет положительный потенциал, и этот потенциал резко уменьшается с уменьшением параметра κ . Напомним, что параметр κ характеризует сверхтепловые электроны плазмы.

На рис. 2 представлены зависимости потенциала Φ уравнения КдВ с затуханием от параметра β , причем, скорость M_0 DIA-волны в начальный момент времени ($\tau = \tau_0$) взята в качестве параметра. Сплошная кривая, штриховая кривая и штриховая кривая с длинными штрихами приводятся для $M_0 = 0.14$, $M_0 = 0.12$ и $M_0 = 0.1$ соответственно. Этот рисунок показывает, что волновой потенциал уменьшается с ростом параметра β и возрастает с ростом M_0 .

На рис. 3 изображено решение Φ в зависимости от пространственной координаты ξ для трех значений столкновительного параметра v_{id0} . Сплошная кривая, штриховая кривая и штриховая кривая с длинными штрихами приводятся для $v_{id0} = 0.01$, $v_{id0} = 0.21$ и $v_{id0} = 0.41$ соответственно. Из рисунка можно видеть, что профиль потенциала уединенной волны уменьшается для более высоких значений столкновительного параметра v_{id0} .

На рис. 4 изображено решение Φ в зависимости от μ для различных значений κ . Сплошная кривая, штриховая кривая и штриховая кривая с длинными штрихами приводятся для $\kappa = 1.56$, $\kappa = 1.555$ и $\kappa = 1.55$ соответственно. Видно, что

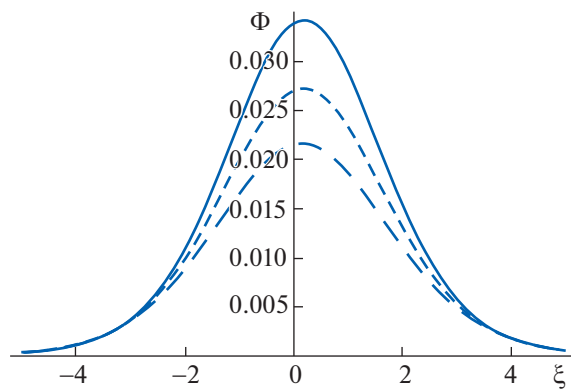


Рис. 3. Зависимость решения затухающего уравнения КдВ от пространственной координаты ξ для $v_{id0} = 0.01$ (сплошная кривая), $v_{id0} = 0.21$ (штриховая кривая) и $v_{id0} = 0.41$ (штриховая кривая с длинными штрихами). Значения остальных параметров следующие: $M_0 = 0.1$, $\kappa = 1.7$, $\beta = 0.5$, $\mu = 0.2$ и $\tau = 2$.

функция потенциала Φ убывает с μ . Кроме того, очень слабые изменения κ значительно влияют на Φ и функция потенциала убывает с ростом параметра κ .

На рис. 5 представлена зависимость амплитуды солитона Φ_m от времени τ для $\kappa = 1.62$ (сплошная кривая), $\kappa = 1.61$ (штриховая кривая) и $\kappa = 1.6$ (штриховая кривая с длинными штрихами). Здесь мы видим, что слабые изменения κ существенно изменяют амплитуду волны и более высокие значения параметра κ соответствуют более высоким амплитудам. Также мы видим, что

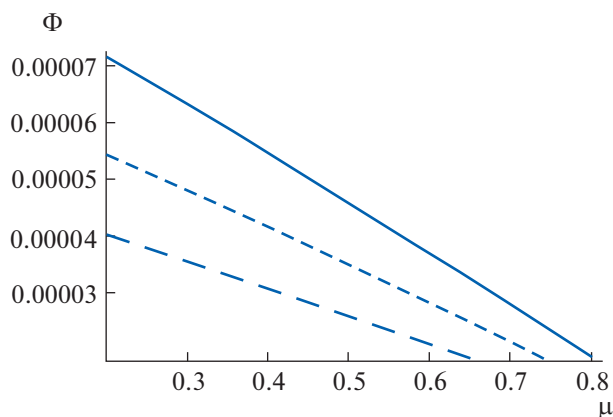


Рис. 4. Зависимость решения Φ затухающего уравнения КдВ от μ . Сплошная кривая соответствует $\kappa = 1.56$, тогда как штриховая кривая и штриховая кривая с длинными штрихами приведены для $\kappa = 1.555$ и $\kappa = 1.55$ соответственно. Значения остальных параметров следующие: $v_{id0} = 0.01$, $\beta = 0.5$, $M_0 = 0.1$, $\xi = 0$ и $\tau = 2$.

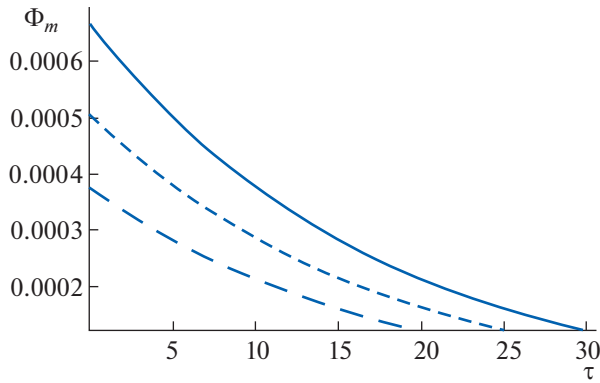


Рис. 5. Зависимость амплитуды солитона Φ_m от времени τ для $\kappa = 1.62$ (сплошная кривая), $\kappa = 1.61$ (штриховая кривая) и $\kappa = 1.6$ (штриховая кривая с длинными штрихами). Значения остальных параметров следующие: $v_{id0} = 0.1$, $\beta = 0.5$, $\mu = 0.2$ и $M_0 = 0.1$.

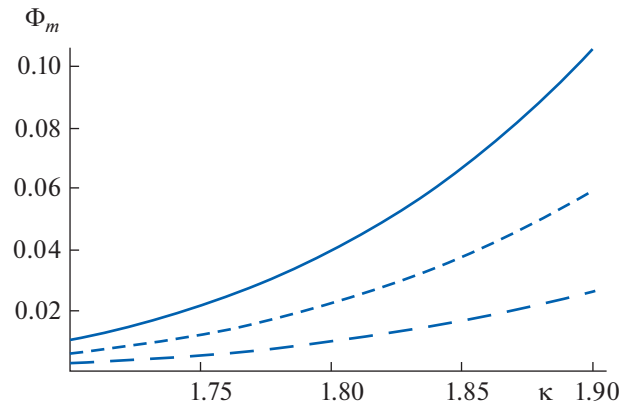


Рис. 6. Зависимость амплитуды солитона Φ_m от κ для различных $M_0 = 0.2$ (сплошная кривая), $M_0 = 0.15$ (штриховая кривая) и $M_0 = 0.1$ (штриховая кривая с длинными штрихами). Значения остальных параметров следующие: $v_{id0} = 0.1$, $\beta = 0.5$ и $\mu = 0.2$.

амплитуда убывает со временем, что следует из рис. 2 для функции потенциала Φ .

На рис. 6 представлена зависимость амплитуды солитона Φ_m от κ для различных значений скорости M . Здесь сплошная кривая соответствует $M_0 = 0.2$, штриховая кривая — $M_0 = 0.15$, а штриховая кривая с длинными штрихами — $M_0 = 0.1$. Из рисунка следует, что амплитуда электростатической DIA-волны падает с уменьшением M_0 . Снова мы наблюдаем, что амплитуда волнового потенциала растет с ростом параметра κ .

На рис. 7 представлена зависимость ширины W уединенной электростатической волны от τ , причем κ принято в качестве параметра. Сплошная кривая соответствует $\kappa = 1.57$, штриховая кривая — $\kappa = 1.56$, а штриховая кривая с длинными штрихами — $\kappa = 1.55$. Из рисунка видно, что ширина солитона возрастает с ростом параметра κ . Мы также видим, что ширина волны растет со временем τ .

Рассмотрено распространение нелинейных DIA-волн в сверхтепловой столкновительной пылевой плазме, представлен детальный численный анализ амплитуды и ширины DIA-волны, в зависимости от различных параметров плазмы. Результаты, полученные в данном исследовании, можно кратко сформулировать следующим образом.

1. Столкновительный параметр v_{id} влияет на стандартное уравнение КдВ.
2. С ростом параметра κ растет потенциал уединенной волны, а из-за влияния затухания потенциал волны уменьшается со временем.
3. Существует значительное влияние параметра κ на амплитуду солитона.

4. Амплитуда солитона падает с ростом скорости.

5. Ширина солитона растет с ростом κ .

6. Волновой потенциал существенно падает с ростом параметра β .

7. Волновой потенциал линейно падает с ростом параметра μ .

8. Решение модифицированного уравнения КдВ имеет форму, сходную с решением стандартного уравнения КдВ, при этом амплитуда, скорость и ширина волны зависят от медленной временной переменной τ .

В данной работе показаны основные особенности нелинейных DIA-солитонов, модифици-

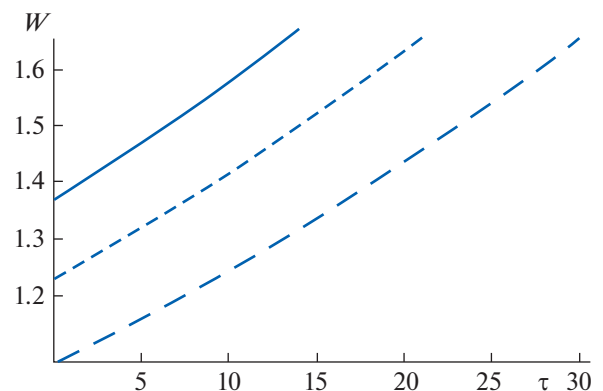


Рис. 7. Зависимость ширины солитона W от времени τ для $\kappa = 1.57$ (сплошная кривая), $\kappa = 1.56$ (штриховая кривая) и $\kappa = 1.55$ (штриховая кривая с длинными штрихами). Значения остальных параметров следующие: $v_{id0} = 0.1$, $\beta = 0.5$, $\mu = 0.2$ и $M_0 = 0.1$.

рованных присутствием сверхтепловых электронов и отрицательно заряженных неподвижных пылевых частиц в столкновительной пылевой плазме.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Shukla P.K., Silin V.P. // Phys. Scr. 1992. V. 45. P. 508.
2. Barkan A., Merlino R.L., D'Angelo N. // Phys. Plasmas. 1995. V. 2. P. 3563.
3. Nakamura Y., Bailung H., Shukla P.K. // Phys. Rev. Lett. 1999. V. 83. P. 1602.
4. Duha S.S., Mamun A.A. // Phys. Lett. A. 2009. V. 373. P. 1287.
5. Tiwari R.S., Mishra M.K. // Phys. Plasmas. 2006. V. 13. P. 062112.
6. Pakzad H.R., Javidan R., Rafiei A. // Astrophys. Space Sci. 2014. V. 353. P. 543.
7. Paul A., Mandal G., Mamun A.A., Amin M.R. // IEEE Trans. Plasma Sci. 2011. V. 39. P. 1254.
8. Volosevich A.V., Meister C.V. // Contrib. Plasma Phys. 2002. V. 42. P. 61.
9. Das T.K., Saha A., Pal N., Chatterjee P. // Phys. Plasmas. 2017. V. 24. P. 073707.
10. Losseva T.V., Popel S.I., Golub A.P., Shukla P.K. // Phys. Plasmas. 2009. V. 16. P. 093704.
11. Moslem W.M., El-Taibany W.F. // Phys. Plasmas. 2005. V. 12. P. 122309.
12. Maitra S., Banerjee G. // Phys. Plasmas. 2014. V. 21. P. 113707.
13. Sayyar M., Zahed H., Pestehe S.J., Sobhanian S. // Phys. Plasmas. 2016. V. 23. P. 073704.
14. Saeki K., Michelsen P., Pecseli K.L., Rasmussen J.J. // Phys. Rev. Lett. 1979. V. 42. P. 501.
15. Hansen C., Reimann A.B., Fajans J. // Phys. Plasmas. 1996. V. 3. P. 1820.
16. Colestock P.L., Spentzouris L.K. // AIP Conf. Proc. 1996. V. 356.
17. Schamel H. // Phys. Rev. Lett. 1997. V. 79. P. 2811.
18. Schamel H., Fedele R. // Phys. Plasmas. 2000. V. 7. P. 3421.
19. Danielson R., Anderegg F., Driscoll C.F. // Phys. Rev. Lett. 2004. V. 92. P. 245003.
20. Bertsche W., Fajans J., Friedland L. // Phys. Rev. Lett. 2003. V. 91. P. 265003.
21. Sahu B. // A letter Journal Exploring the Fronties of Physics. 2013. V. 101. P. 55002.
22. Vasyliunas V.M. // J. Geophys. Res. 1968. V. 73. P. 2839.
23. Chowdhury S., Mandi L., Chatterjee P. // Phys. Plasmas. 2018. V. 25. P. 042112.
24. Schamel H. // J. Plasma Phys. 1973. V. 9. P. 377.
25. Schamel H. // Plasmas Phys. 1972. V. 14. P. 905.
26. Chatterjee P., Ali R., Saha A. // Z. Naturforsch. 2018. V. 73. P. 151.
27. Washimi H., Sarma T. // Phys. Rev. Lett. 1966. V. 17. P. 996.

Перевод by Ю.Н. Извековой

Analysis of Solution of Damped Modified-KdV Equation on Dust-Ion-Acoustic Wave in Presence of Superthermal Electrons

A. Paul^a, G. Mandal^a, M. R. Amin^a, and P. Chatterjee^b

^aDepartment of Mathematical and Physical Sciences, East West University, Aftabnagar, Dhaka 1212, Bangladesh

^bDepartment of Mathematics, Visva-Bharati, Santiniketan 731235, India

Nonlinear propagation of dust-ion-acoustic (DIA) waves in an unmagnetized collisional dusty plasma consisting of superthermal electrons, mobile ions and immobile negative dust particles have been investigated by employing the standard reductive perturbation technique. An analytical solution of the damped Korteweg-de Vries (KdV) equation is derived and the effects of superthermal electrons characterized by the parameter and dust-ion collision frequency are found to modify the properties of the DIA solitary waves. In particular, it has been found that the presence of the superthermal electrons increases the amplitude and also the width of the nonlinear DIA wave. The variation of the amplitude and the width of the DIA wave have been found to be dependent on time. A parametric study of the variation of the electrostatic potential, amplitude, and width of the solitary wave is presented in this investigation.