ФИЗИКА ПЛАЗМЫ, 2020, том 46, № 10, с. 916–927

ПЫЛЕВАЯ ПЛАЗМА

УДК 533.95

СИСТЕМАТИЧЕСКОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ ВЕЛИЧИНЫ ВОЗМУЩЕНИЙ НА ГЕНЕРАЦИЮ МОДИФИЦИРОВАННЫХ СОЛИТОНОВ КОРТЕВЕГА–ДЕ ФРИЗА (МКДФ) В ПЫЛЕВОЙ ПЛАЗМЕ С РЕЛЯТИВИСТСКИМИ ЭФФЕКТАМИ ОТ ЭЛЕКТРОНОВ И ИОНОВ

B. C. Kalita[a, b, *], D. Bhattacharjee[b, **]

[a] *Cotton University, Guwahati 781001, Assam, India*

[b] *Department of Mathematics, Gauhati University, Guwahati 781014, Assam, India*

**e-mail: bckalita123@gmail.com*

***e-mail: debabh2@gmail.com*

Поступила в редакцию 11.04.2019 г.
После доработки 12.01.2020 г.
Принята к публикации 18.02.2020 г.

Впервые в модели пылевой плазмы определены амплитуды релятивистских мКдФ-солитонов по удельной величине возмущения. Показано, что чрезвычайно высокая скорость потока электронов v_{e0} усиливает результирующую релятивистскую скорость основной части плазмы, что для решения в релятивистском случае требует более слабых возмущений. Дальнейшее увеличение заряда пылевой частицы Z_d уменьшает амплитуды мКдФ-солитонов (ϕ_0') как для релятивистских, так и нерелятивистских солитонов. Кроме того, большая подвижность релятивистских электронов противодействует увеличению амплитуды мКдФ-солитонов при малом заряде пылевой частицы Z_d. С другой стороны, массивные ионы с увеличенной подвижностью при наличии малых возмущений, по-видимому, определяют рост амплитуд мКдФ солитонов в обоих случаях.

Ключевые слова: солитоны, пылевая плазма, модифицированное уравнение Кортевега–де Фриза

DOI: 10.31857/S0367292120100054

1. ВВЕДЕНИЕ

Захватывающая космическая лаборатория – это прекрасная житница нелинейных явлений, порождаемых замагниченной и незамагниченной плазмой, при частичном вкладе радиации, солнечных вспышек и межпланетной пыли. Оказалось, что в таких областях, как ионосфера, магнитосфера и межпланетное пространство, нелинейное поведение плазмы меняется различными способами. Среди нелинейных волн, уединенные волны (солитоны) являются особым типом волн в плазме специального характера. Их природа подробно изучалась в течение последних пяти десятилетий (в статье не описано). Осталось еще много возможностей для их изучения с учетом пылевых частиц, релятивистских эффектов, квантовых эффектов, нетепловых и надтепловых частиц в плазменных системах.

Исследования нелинейных волн в любых средах в целом рассматриваются посредством гипотезы о континууме в грубом предположении, что он дискретен. Эту идею можно правильно обосновать через волны, задаваемые модифицированным уравнением Кортевега–де Фриза (мКдФ), учитывающем отсутствие нелинейности соответствующей волны, генерируемой уравнением Кортевега–де Фриза.

В работе [1] получено модифицированное уравнение КдФ, описывающее различные виды нелинейных волн, так называемые мКдФ-солитоны в плазме. Но со временем оно стало плодородной областью исследований за счет увеличения возможного количества компонент в плазме. Наличие частиц пыли в межпланетном пространстве и различные динамические эффекты в поведении частиц космической плазмы делают задачу еще более привлекательной.

Теоретически ионно-звуковые волны (ИЗВ) изучались с помощью мКдФ-уравнения при наличии отрицательных ионов в плазме [2–5]. Появление пылевых частиц в плазме подробно обсуждалось в [2] с поведением отрицательных зарядов как отрицательных ионов. МКдФ-солитоны были обнаружены в плазме с отрицательными ионами при выполнении особого условия $Q > 1$ (Q – это отношение масс отрицательных и

положительных ионов), что привлекает многих исследователей к этому составу плазмы [6]. В нескольких статьях [7–9] с первым автором из работы [6] и в работе [10] использовались мКдФ–КдФ-уравнения в плазме с отрицательными ионами, и по-новому учитывались эффекты дрейфа электронов, за исключением [10]. Многие авторы определили мКдФ-солитоны в плазме с различным составом, что инициировало использование нелинейности более высокого порядка в растянутых координатах для потоковых переменных. Кроме того, существование мКдФ-солитонов было проверено экспериментально [10, 11], и интерес к солитонам с отрицательными ионами возрос. В плазме с равномерной скоростью ионизации, содержащей свободные и захваченные электроны, также изучалось наличие КдФ- и мКдФ-солитонов [12]. Из этих соображений следует, что применение мКдФ-уравнения в плазме представляется оправданным для многокомпонентной плазмы.

В обычной плазменной системе присутствие пылевых частиц, образующих свою компоненту, играет большую роль в формировании пыле-звуковых (ПЗ) и ионных пыле-звуковых (ИПЗ) волн в космической и лабораторной плазме (здесь не описано). Хотя КдФ-уравнение используется часто, мКдФ-уравнение в такой ситуации встречается редко. Отметим, что даже экспериментальные исследования по внедрению частиц пыли в лабораторную плазму помогают прогнозировать космическую плазменную среду.

Прошлые исследования ПЗ и ИПЗ волн в пылевой плазме без релятивистских и квантовых эффектов при применении КдФ-уравнения и интеграла энергии охватывают обширный диапазон и выходят за рамки настоящей статьи. Авторы считают необходимым упомянуть работы [13, 14] как недавние публикации, имеющие отношение к настоящему исследованию. В недавней работе [13] с помощью КдФ–мКдФ уравнений изучались ионы, надтепловые электроны и позитроны (регулируемые каппа-распределениями) ИПЗ волны и двойные слои во вращающейся замагниченной плазме со стационарной пылью. В [14] приведен некоторый теоретический взгляд со строгими ограничениями на состав надтепловой плазмы с двумя больцмановскими распределениями и холодными ионами, выявивший нулевую квадратичную и кубическую нелинейность.

Для очень мощных источников, которые можно найти в космосе, для многих нелинейных явлений, таких, как волны, было необходимо учесть релятивистские и квантовые эффекты. Авторы [15] исследовали ионно-звуковые солитоны с релятивистскими эффектами в незамагниченной плазме различного состава. Также было изучено существование одномерных недрейфующих релятивистских солитонных решений соответствующих уравнений Максвелла в замагниченной плазме [16]. Кроме того, многие авторы [17–19] изучали ИЗ солитоны с простыми моделями, использующими слабо релятивистские эффекты в электронах и ионах плазмы. Показано [20], что при полном релятивистском эффекте, солитоны сжатия и разрежения существуют в плазме с переменным давлением, что является захватывающим математическим условием достоверности. Кроме того, в плазме со слабо релятивистскими электронами и ионами найдены сжимаемые ИПЗ-солитоны при некотором критическом заряде пылевых частиц Z_{dc} для критического отношения электронной температуры к ионной, α_c [21].

В [22] с помощью мКдФ-уравнений изучались нелинейные ионно-звуковые волны в слабо релятивистской плазме с теплыми ГД-ионами и изотермическими электронами. В [23] при исследовании мКдФ-солитонов, ионно-звуковых солитонов в плазме с релятивистским электронным пучком, построена таблица для критической плотности релятивистского пучка σ_c, показывающая уменьшение амплитуд при уменьшении σ_c. Снова в [24] для слабо релятивистской плазмы, состоящей из нетепловых электронов, были выведены КдФ- и мКдФ-уравнения, описывающие уединенные волновые структуры и двойные слои. Большинство исследований основано на КдФ-уравнении или интеграле энергии, за исключением работ [22–24]. Но в данной работе мы намерены изучить релятивистские мКдФ-солитоны в плазме на основе меры (далее будем называть ее величиной) возмущения (т), которая до сих пор не изучена.

Обнуляя нелинейный коэффициент КдФ-уравнения в рамках гипотезы о континууме, мы ищем существование других нелинейных волн в плазме, используя возмущение более высокого порядка в масштабных факторах пространства и времени. Это создает возможность доказательства осуществимости мКдФ-солитонов, но величина (мера) возмущения, необходимая для генерации уединенных волн различного типа, вообще не изучена, за исключением недавней работы [25]. Но эта работа также ограничивается моделью нерелятивистской пылевой плазмы. Математически говоря, модель такого типа соотносит дискретную систему (сводящую на нет нелинейность КдФ-уравнения) с непрерывной системой (такой как мКдФ-уравнение) в гипотезе континуума, поскольку мКдФ-уравнение допускает солитонное решение. Но секреты методов изменения порядка нелинейности и определения степени возмущения имеют первостепенное значение.

Детальное нахождение величины возмущения для генерации определенной амплитуды мКдФ-солитонов, учитывающее релятивизм некоторых

компонент плазмы, электронов и ионов, будет новой попыткой в этом направлении.

Различные космические зонды, такие как “Спутник Фобос” [26] и ASPERA (автоматический космический плазменный эксперимент с вращающимся анализатором) показали, что пылевые частицы в плазме, окружающей космические тела, типа Марса или Луны, можно исследовать с помощью спектрометра и тепловизора. Также установлено, что часть ускоренных электронов и ионов, выходящих из нижней части Солнечной короны, попадает в окрестности астрофизических тел, движущихся с релятивистскими скоростями. Кроме того, солнечные вспышки и сильные солнечные ветры время от времени способны вызывать выброс частиц пыли с поверхности массивной планеты, такой как Юпитер, и других планет. Но релятивистские электроны и ионы более склонны сталкиваться с этими пылевыми частицами атмосферы Юпитера, поскольку он более массивен и больше Луны, чтобы препятствовать большему количеству солнечных ветров в его обширной области. Конечно, предполагается, что реалистичная ситуация для этого состава плазмы встречается в природе. Конечно, уместно сообщить, что пылевые частицы не могут подниматься над поверхностью Луны [27], и что вблизи поверхности Луны наблюдается только электростатически выброшенная популяция пыли. Кроме того, исследовано развитие ионно-звуковой и пылевой звуковой турбулентности за счет зарядки поверхности Луны под действием солнечного излучения [28] в пылевой плазменной системе вблизи Луны.

Таким образом, в этой статье представлено исследование мКдФ-солитонов с соответствующими амплитудами на основе определенной величины возмущений, присущих пылевой плазме с релятивистскими электронами и ионами.

2. ОСНОВНЫЕ УРАВНЕНИЯ

Предполагается, что плазма состоит из отрицательно заряженных подвижных пылевых частиц, слабо релятивистских ионов и электронов, которые дополняются уравнением Пуассона следующим образом:

Для пылевой компоненты

$$\frac{\partial}{\partial t}n_d + \frac{\partial}{\partial x}n_d u_d = 0, \tag{1}$$

$$\frac{\partial}{\partial t}u_d + u_d\frac{\partial}{\partial x}u_d = \frac{\partial\phi}{\partial x}. \tag{2}$$

Для компоненты положительных ионов

$$\frac{\partial}{\partial t}n_i + \frac{\partial}{\partial x}n_i v_i = 0, \tag{3}$$

$$\frac{\partial}{\partial t}(\gamma_i v_i) + v_i\frac{\partial}{\partial x}(\gamma_i v_i) + \frac{1}{Q'}\left(\frac{\alpha}{n_i}\frac{\partial}{\partial x}n_i + \frac{\partial}{\partial x}\phi\right) = 0. \tag{4}$$

Для электронов

$$\frac{\partial}{\partial t}n_e + \frac{\partial}{\partial x}n_e v_e = 0, \tag{5}$$

$$\frac{\partial}{\partial t}(\gamma_e v_e) + v_e\frac{\partial}{\partial x}(\gamma_e v_e) - \frac{1}{Q}\left(\frac{\partial}{\partial x}\phi - \frac{1}{n_e}\frac{\partial}{\partial x}n_e\right) = 0. \tag{6}$$

Уравнение Пуассона

$$\frac{\partial^2}{\partial x^2}\phi - n_e - Z_d n_d + n_i = 0, \tag{7}$$

где v_d, v_i и v_e – скорости подвижной пыли, ионов и электронов, а n_d, n_i и n_e – соответственно плотности пыли, положительных ионов и электронов; Z_d – зарядовое число пылевой частицы, $\gamma_i = (1 - v_i^2/c^2)^{-1/2}$ – релятивистский фактор для ионов, $\gamma_e = (1 - v_e^2/c^2)^{-1/2}$ – релятивистский фактор для электронов и α – отношение ионной к электронной температуре. Потоковые переменные нормируются методом, принятым в [25]. Плотности нормированы на равновесную плотность ионов n_{i0}, скорости – на звуковую скорость пылевой частицы $c_d = \left(Z_d kT_i/m_d\right)^{1/2}$, расстояние – на $\lambda_{Di} = \left(Z_d kT_i/(4\pi n_{i0}e^2)\right)^{1/2}$, потенциал ϕ – на $Z_d kT_i/e$ и время – на λ_{Di}/c_d. Конечно, релятивистское увеличение массы иона (электрона) $m_d \approx m_i$ аппроксимируется так, чтобы $Q' = m_i/m_d \approx 1$.

3. ВЫВОД УРАВНЕНИЙ КОРТЕВЕГА–ДЕ ФРИЗА (КДФ) И МОДИФИЦИРОВАННЫХ УРАВНЕНИЙ КОРТЕВЕГА–ДЕ ФРИЗА (МКДФ)

Для вывода КдФ-уравнения из системы уравнений (1)–(7), используются растянутые переменные с фазовой скоростью волн V:

$$\xi = \tau^{1/2}(x - Vt), \quad \tau = \tau^{3/2}Vt. \tag{8}$$

Потоковые переменные асимптотически разлагаются относительно стационарного состояния равновесия по малому параметру τ:

$$\begin{aligned} n_d &= n_{d0} + \tau n_{d1} + \tau^2 n_{d2} + \tau^3 n_{d3} + \ldots, \\ n_i &= n_{i0} + \tau n_{i1} + \tau^2 n_{i2} + \tau^3 n_{i3} + \ldots, \\ n_e &= n_{e0} + \tau n_{e1} + \tau^2 n_{e2} + \tau^3 n_{e3} + \ldots, \\ u_d &= u_{d0} + \tau u_{d1} + \tau^2 u_{d2} + \tau^3 u_{d3} + \ldots, \end{aligned} \tag{9}$$

$$v_i = v_{i0} + \tau v_{i1} + \tau^2 v_{i2} + \tau^3 v_{i3} + \ldots,$$
$$v_e = v_{e0} + \tau v_{e1} + \tau^2 v_{e2} + \tau^3 v_{e3} + \ldots,$$
$$\phi = \tau\phi_1 + \tau^2\phi_2 + \tau^3\phi_3 + \ldots$$

Следуя стандартному методу возмущений, с использованием преобразования (8) и разложений (9) в нормированной системе уравнений (1)–(7) с граничными условиями

$$n_{d1} = 0, \quad n_{i1} = 0, \quad n_{e1} = 0, \quad u_{d1} = 0, \quad v_{e1} = 0, \quad v_{i1} = 0 \quad \text{при} \quad |\xi| \to \infty \tag{10}$$

в коэффициенте наименьшего порядка по τ, после интегрирования получаем следующие возмущенные величины первого порядка:

$$n_{d1} = -\frac{n_{d0}\phi_1}{(u_{d0} - V)^2}, \quad u_{d1} = \frac{\phi_1}{u_{d0} - V},$$
$$n_{i1} = -\frac{n_{i0}\phi_1}{\alpha - V^2\gamma_i + 2Vv_{i0}\gamma_i - v_{i0}^2\gamma_i},$$
$$v_{i1} = -\frac{(V - v_{i0})\phi_1}{\alpha - V^2\gamma_i + 2Vv_{i0}\gamma_i - v_{i0}^2\gamma_i}, \tag{11}$$
$$n_{e1} = -\frac{n_{e0}\phi_1}{-1 + QV^2\gamma_e - 2QVv_{e0}\gamma_e + Qv_{e0}^2\gamma_e},$$
$$v_{e1} = \frac{(V - v_{e0})\phi_1}{-1 + QV^2\gamma_e - 2QVv_{e0}\gamma_e + Qv_{e0}^2\gamma_e}.$$

Также, используя разложение (9) в (7), получаем

$$-\frac{n_{e0}}{n_{i0}} + 1 - \frac{n_{d0}}{n_{i0}} Z_d = 0, \quad \text{или} \quad \sigma Z_d = 1 - \frac{n_{e0}}{n_{i0}}, \tag{12}$$

где $n_{d0}/n_{i0} = \sigma$ и

$$-Z_d n_{d1} - n_{e1} + n_{i1} = 0. \tag{13}$$

Используя величины первого порядка в (13), получим уравнение для фазовой скорости V

$$-\frac{\sigma Z_d}{(u_{d0} - V)^2} - \frac{1 - \sigma Z_d}{-1 + Q(V - v_{e0})^2\gamma_e} + \frac{1}{\alpha - (V - v_{i0})^2\gamma_i} = 0. \tag{14}$$

Опять, приравнивая коэффициенты следующего, более высокого порядка по ϵ, получим уравнения

$$n_{d0}\frac{\partial u_{d2}}{\partial\xi} + u_{d0}\frac{\partial n_{d2}}{\partial\xi} + n_{d1}\frac{\partial u_{d1}}{\partial\xi} + u_{d1}\frac{\partial n_{d1}}{\partial\xi} + V\frac{\partial n_{d1}}{\partial\tau} - V\frac{\partial n_{d2}}{\partial\xi} = 0, \tag{15}$$

$$u_{d0}\frac{\partial u_{d2}}{\partial\xi} + u_{d1}\frac{\partial u_{d1}}{\partial\xi} + V\frac{\partial u_{d1}}{\partial\tau} - V\frac{\partial u_{d2}}{\partial\xi} - \frac{\partial\phi_2}{\partial\xi} = 0, \tag{16}$$

$$n_{i0}\frac{\partial v_{i2}}{\partial\xi} + v_{i0}\frac{\partial n_{i2}}{\partial\xi} + n_{i1}\frac{\partial v_{i1}}{\partial\xi} + v_{i1}\frac{\partial n_{i1}}{\partial\xi} + V - V\frac{\partial n_{i2}}{\partial\xi} = 0, \tag{17}$$

$$\alpha\frac{\partial n_{i2}}{\partial\xi} + n_{i0}\frac{\partial\phi_2}{\partial\xi} + n_{i1}\frac{\partial\phi_1}{\partial\xi} + \gamma_i n_{i0}v_{i0}\frac{\partial v_{i2}}{\partial\xi} + \gamma_i v_{i0}n_{i1}\frac{\partial v_{i1}}{\partial\xi} + \gamma_i n_{i0}v_{i1}\frac{\partial v_{i1}}{\partial\xi} + V\gamma_i n_{i0}\frac{\partial v_{i1}}{\partial\tau} - V\gamma_i n_{i0}\frac{\partial v_{i2}}{\partial\xi} - V\gamma_i n_{i1}\frac{\partial v_{i1}}{\partial\xi} = 0, \tag{18}$$

$$n_{e0}\frac{\partial v_{e2}}{\partial\xi} + v_{e0}\frac{\partial n_{e2}}{\partial\xi} + n_{e1}\frac{\partial v_{e1}}{\partial\xi} + v_{e1}\frac{\partial n_{e1}}{\partial\xi} + V\frac{\partial n_{e1}}{\partial\tau} - V\frac{\partial n_{e2}}{\partial\xi} = 0, \tag{19}$$

$$-n_{e0}\frac{\partial\phi_2}{\partial\xi} - n_{e1}\frac{\partial\phi_1}{\partial\xi} + \frac{\partial n_{e2}}{\partial\xi} + Q\gamma_e n_{e0}v_{e0}\frac{\partial v_{e2}}{\partial\xi} + Q\gamma_e v_{e0}n_{e1}\frac{\partial v_{e1}}{\partial\xi} + Q\gamma_e n_{e0}v_{e1}\frac{\partial v_{e1}}{\partial\xi} + QV\gamma_e n_{e0}\frac{\partial v_{e1}}{\partial\tau} - QV\gamma_e n_{e0}\frac{\partial v_{e2}}{\partial\xi} - QV\gamma_e n_{e1}\frac{\partial v_{e1}}{\partial\xi} = 0, \tag{20}$$

$$-Z_d\frac{\partial n_{d2}}{\partial\xi} - \frac{\partial n_{e2}}{\partial\xi} + \frac{\partial n_{i2}}{\partial\xi} + \frac{\partial^3\phi_1}{\partial\xi^3} = 0. \tag{21}$$

Находя величины $\partial n_{d2}/\partial\xi$, $\partial n_{e2}/\partial\xi$, $\partial n_{i2}/\partial\xi$ из уравнений (15)–(20) и используя соотношения (21) и (14), получим КдФ-уравнение

$$\frac{\partial\phi_1}{\partial\tau} + p\phi_1\frac{\partial\phi_1}{\partial\xi} + q\frac{\partial^3\phi_1}{\partial\xi^3} = 0, \tag{22}$$

где

$$p = \left[-\frac{3n_{d0}Z_d}{(V - u_{d0})^4} + \frac{n_{e0}(1 - 3Q(V - v_{e0})^2\gamma_e)}{(-1 + Q(V - v_{e0})^2\gamma_e)^3} + \frac{n_{i0}(\alpha - 3(V - v_{i0})^2\gamma_i)}{(\alpha - (V - v_{i0})^2\gamma_i)^3}\right]\left[2V\left(\frac{3n_{d0}Z_d}{(V - u_{d0})^3} + \frac{Qn_{e0}(V - v_{e0})\gamma_e}{(-1 + Q(V - v_{e0})^2\gamma_e)^2} + \frac{n_{i0}(V - v_{i0})\gamma_i}{(\alpha - (V - v_{i0})^2\gamma_i)^2}\right)\right]^{-1},$$

$$q = \left[\frac{2Vn_{d0}Z_d}{(V - u_{d0})^3} + \frac{2QVn_{e0}(V - v_{e0})\gamma_e}{\left(-1 + Q(V - v_{e0})^2\gamma_e\right)^2} - \frac{2Vn_{i0}(-V + v_{i0})\gamma_i}{\left(\alpha - (V - v_{i0})^2\gamma_i\right)^2}\right]^{-1}.$$

Для нелинейности высшего порядка при выводе мКдФ-уравнения из системы уравнений (1)–(7), введем новые растянутые переменные,

$$\xi = \tau(x - Vt), \quad \tau = \tau^3 Vt, \tag{23}$$

где V – фазовая скорость волн.

Полагая коэффициент $\phi_1\partial\phi_1/\partial\xi$ в КдФ-уравнении равным нулю (т.е. $p = 0$), из уравнения для фазовой скорости получим уравнение для критической плотности (σ_c)

$$-\frac{3n_{d0}Z_d}{(V-u_{d0})^4} + \frac{n_{e0}\left(1-3Q(V-v_{e0})^2\gamma_e\right)}{\left(-1+Q(V-v_{e0})^2\gamma_e\right)^3} + \frac{n_{i0}\left(\alpha-3(V-v_{i0})^2\gamma_i\right)}{\left(\alpha-(V-v_{i0})^2\gamma_i\right)^3} = 0,$$

т.е.

$$-\frac{3\sigma_c Z_d}{(V-u_{d0})^4} + \frac{(1-\sigma_c Z_d)\left(1-3Q(V-v_{e0})^2\gamma_e\right)}{\left(-1+Q(V-v_{e0})^2\gamma_e\right)^3} + \frac{\left(\alpha-3(V-v_{i0})^2\gamma_i\right)}{\left(\alpha-(V-v_{i0})^2\gamma_i\right)^3} = 0. \tag{24}$$

Используя новые растянутые переменные (23) и разложение (9) в уравнениях (1)–(7), после подстановки величин первого порядка в уравнение (12), получим такое же уравнение для фазовой скорости, как уравнение (14) для фазовой скорости V. Уравнения второго порядка с учетом граничных условий $n_{d2} = n_{i2} = n_{e2} = 0$, $u_{d2} = 0$, $v_{e2} = v_{i2} = 0$ при $|\xi| \to \infty$, после интегрирования дают следующие результаты:

$$n_{d2} = \frac{n_{d0}\left(\frac{3}{2}\phi_1^2 - (V-u_{d0})^2\phi_2\right)}{(V-u_{d0})^4}, \quad n_{d2} = \frac{n_{d0}\left(\frac{3}{2}\phi_1^2 - (V-u_{d0})^2\phi_2\right)}{(V-u_{d0})^4},$$

$$n_{i2} = -\frac{n_{i0}\left(2\phi_2\left(\alpha-\gamma_i(V-v_{i0})^2\right)^2 - \phi_1^2\left(\alpha-3\gamma_i(V-v_{i0})^2\right)\right)}{2\left(\alpha-\gamma_i(V-v_{i0})^2\right)^3},$$

$$v_{i2} = -\frac{(V-v_{i0})\left(2\phi_2\left(\alpha-\gamma_i(V-v_{i0})^2\right)^2 + \phi_1^2\left(\alpha+\gamma_i(V-v_{i0})^2\right)\right)}{2\left(\alpha-\gamma_i(V-v_{i0})^2\right)^3}, \tag{25}$$

$$n_{e2} = -\frac{n_{e0}\left(2\phi_2\left(Q\gamma_e(V-v_{e0})^2-1\right)^2 + \phi_1^2\left(1-3Q\gamma_e(V-v_{e0})^2\right)\right)}{2\left(Q\gamma_e(V-v_{e0})^2-1\right)^3},$$

$$v_{e2} = -\frac{(V-v_{e0})\left(2\phi_2\left(Q\gamma_e(V-v_{e0})^2-1\right)^2 - \phi_1^2\left(Q\gamma_e(V-v_{e0})^2+1\right)\right)}{2\left(Q\gamma_e(V-v_{e0})^2-1\right)^3},$$

используя n_{d2}, n_{e2}и n_{i2} в уравнении Пуассона второго порядка, $-Z_d n_{d2} - n_{e2} + n_{i2} = 0$, получим следующее уравнение

$$-\frac{3n_{d0}Z_d\phi_1}{(V-u_{d0})^4} + \frac{n_{e0}\left(1-3Q(V-v_{e0})^2\gamma_e\right)\phi_1}{\left(-1+Q(V-v_{e0})^2\gamma_e\right)^3} + \frac{n_{i0}\left(\alpha-3(V-v_{i0})^2\gamma_i\right)\phi_1}{\left(\alpha-(V-v_{i0})^2\gamma_i\right)^3} = 0,$$

которое аналогично уравнению (24).

Соответственно, рассматривая уравнения третьего порядка по τ, получим

$$n_{d0}\frac{\partial u_{d3}}{\partial\xi} + u_{d0}\frac{\partial n_{d3}}{\partial\xi} + n_{d1}\frac{\partial u_{d2}}{\partial\xi} + n_{d2}\frac{\partial u_{d1}}{\partial\xi} + u_{d1}\frac{\partial n_{d2}}{\partial\xi} + u_{d2}\frac{\partial n_{d1}}{\partial\xi} + V\frac{\partial n_{d1}}{\partial\tau} - V\frac{\partial n_{d3}}{\partial\xi} = 0, \tag{26}$$

$$u_{d0}\frac{\partial u_{d3}}{\partial\xi} + u_{d1}\frac{\partial u_{d2}}{\partial\xi} + V\frac{\partial u_{d1}}{\partial\tau} - V\frac{\partial u_{d3}}{\partial\xi} - \frac{\partial\phi_3}{\partial\xi} = 0, \tag{27}$$

$$n_{i0}\frac{\partial v_{i3}}{\partial\xi} + v_{i0}\frac{\partial n_{i3}}{\partial\xi} + n_{i1}\frac{\partial v_{i2}}{\partial\xi} + n_{i2}\frac{\partial v_{i1}}{\partial\xi} + v_{i1}\frac{\partial n_{i2}}{\partial\xi} + v_{i2}\frac{\partial n_{i1}}{\partial\xi} + V\frac{\partial n_{i1}}{\partial\tau} - V\frac{\partial n_{i3}}{\partial\xi} = 0, \tag{28}$$

$$\alpha\frac{\partial n_{i3}}{\partial\xi}+n_{i0}\frac{\partial\phi_3}{\partial\xi}+n_{i1}\frac{\partial\phi_2}{\partial\xi}+n_{i2}\frac{\partial\phi_1}{\partial\xi}+\gamma_i n_{i0}v_{i0}\frac{\partial v_{i3}}{\partial\xi}+$$
$$+\gamma_i v_{i0}n_{i1}\frac{\partial v_{i2}}{\partial\xi}+\gamma_i v_{i0}n_{i2}\frac{\partial v_{i1}}{\partial\xi}+\gamma_i n_{i0}v_{i1}\frac{\partial v_{i2}}{\partial\xi}+$$
$$+\gamma_i n_{i1}v_{i1}\frac{\partial v_{i1}}{\partial\xi}+\gamma_i n_{i0}v_{i2}\frac{\partial v_{i1}}{\partial\xi}+V\gamma_i n_{i0}\frac{\partial v_{i1}}{\partial\tau}-$$
$$-V\gamma_i n_{i0}\frac{\partial v_{i3}}{\partial\xi}-V\gamma_i n_{i1}\frac{\partial v_{i2}}{\partial\xi}-V\gamma_i n_{i2}\frac{\partial v_{i1}}{\partial\xi}=0, \quad (29)$$

$$n_{e0}\frac{\partial v_{e3}}{\partial\xi}+v_{e0}\frac{\partial n_{e3}}{\partial\xi}+n_{e1}\frac{\partial v_{e2}}{\partial\xi}+n_{e2}\frac{\partial v_{e1}}{\partial\xi}+v_{e1}\frac{\partial n_{e2}}{\partial\xi}+$$
$$+v_{e2}\frac{\partial n_{e1}}{\partial\xi}+V\frac{\partial n_{e1}}{\partial\tau}-V\frac{\partial n_{e3}}{\partial\xi}=0, \quad (30)$$

$$-n_{e0}\frac{\partial\phi_3}{\partial\xi}-n_{e1}\frac{\partial\phi_2}{\partial\xi}-n_{e2}\frac{\partial\phi_1}{\partial\xi}+\frac{\partial n_{e3}}{\partial\xi}+$$
$$+Q\gamma_e n_{e0}v_{e0}\frac{\partial v_{e3}}{\partial\xi}+Q\gamma_e v_{e0}n_{e1}\frac{\partial v_{e2}}{\partial\xi}+$$
$$+Q\gamma_e v_{e0}n_{e2}\frac{\partial v_{e1}}{\partial\xi}+Q\gamma_e n_{e0}v_{e1}\frac{\partial v_{e2}}{\partial\xi}+Q\gamma_e n_{e1}v_{e1}\frac{\partial v_{e1}}{\partial\xi}+ \quad (31)$$
$$+Q\gamma_e n_{e0}v_{e2}\frac{\partial v_{e1}}{\partial\xi}+QV\gamma_e n_{e0}\frac{\partial v_{e1}}{\partial\tau}-QV\gamma_e n_{e0}\frac{\partial v_{e3}}{\partial\xi}-$$
$$-QV\gamma_e n_{e1}\frac{\partial v_{e2}}{\partial\xi}-QV\gamma_e n_{e2}\frac{\partial v_{e1}}{\partial\xi}=0,$$

$$-Z_d\frac{\partial n_{d3}}{\partial\xi}-\frac{\partial n_{e3}}{\partial\xi}+\frac{\partial n_{i3}}{\partial\xi}+\frac{\partial^3\phi_1}{\partial\xi^3}=0. \quad (32)$$

Находя величины $\partial n_{d3}/\partial\xi$, $\partial n_{e3}/\partial\xi$ и $\partial n_{i3}/\partial\xi$ из (26)–(31), подставляя их в (32) и используя (24) и (14), получим мКдФ-уравнение

$$\frac{\partial\phi_1}{\partial\tau}+p'\phi_1{}^2\frac{\partial\phi_1}{\partial\xi}+q'\frac{\partial^3\phi_1}{\partial\xi^3}=0, \quad (33)$$

где

$$p'=\frac{1}{2}\left[\frac{15n_{d0}Z_d}{(V-u_{d0})^6}+\right.$$
$$+\frac{n_{e0}\left(15Q^2\gamma_e^2(V-v_{e0})^4-4Q\gamma_e(V-v_{e0})^2+1\right)}{\left(Q\gamma_e(V-v_{e0})^2-1\right)^5}-$$
$$\left.-\frac{n_{i0}\left(\alpha^2-4\alpha\gamma_i(V-v_{i0})^2+15\gamma_i^2(V-v_{i0})^4\right)}{\left(\alpha-\gamma_i(V-v_{i0})^2\right)^5}\right]\times$$
$$\times\left[\frac{2Vn_{d0}Z_d}{(V-u_{d0})^3}+\frac{2QV\gamma_e n_{e0}(V-v_{e0})}{\left(Q\gamma_e(V-v_{e0})^2-1\right)^2}+\right. \quad (34)$$
$$\left.+\frac{2V\gamma_i n_{i0}(V-v_{i0})}{\left(\alpha-\gamma_i(V-v_{i0})^2\right)^2}\right]^{-1},$$

$$q'=\left[\frac{2Vn_{d0}Z_d}{(V-u_{d0})^3}+\frac{2QV\gamma_e n_{e0}(V-v_{e0})}{\left(Q\gamma_e(V-v_{e0})^2-1\right)^2}+\right.$$
$$\left.+\frac{2V\gamma_i n_{i0}(V-v_{i0})}{\left(\alpha-\gamma_i(V-v_{i0})^2\right)^2}\right]^{-1}.$$

4. РЕШЕНИЯ ТИПА СОЛИТОННЫХ ВОЛН ДЛЯ КДФ- И МОДИФИЦИРОВАННЫХ КДФ-УРАВНЕНИЙ

Введя преобразование $\eta=\xi-C_1\tau$, где C_1 – скорость солитона в линейном η-пространстве и используя граничные условия $\phi_1=\partial\phi_1/\partial\eta=\partial^2\phi_1/\partial\eta^2=0$ при $|\eta|\to 0$, получим решение КдФ-уравнения (22) в виде

$$\phi_1=\phi_0\,\mathrm{sech}^2\left(\frac{\eta}{\Delta}\right). \quad (35)$$

Амплитуда и ширина солитонных волн соответственно определяются выражениями

$$\phi_0=\frac{3C_1}{p}\quad\text{и}\quad\Delta=\sqrt{\frac{4q}{C_1}}. \quad (36)$$

Используя то же преобразование, интегрируя мКдФ-уравнение (33) и используя граничные условия $\phi_1=\partial^2\phi_1/\partial\eta^2=0$ при $|\eta|\to\pm\infty$, (для мКдФ-уравнения используется ϕ_1) получаем решение вида

$$\phi_1'=\phi_0'\,\mathrm{sech}\left(\frac{\eta}{\Delta_1}\right), \quad (37)$$

где амплитуда и ширина солитонных волн в мКдФ-уравнении (33) соответственно

$$\phi_0'=\sqrt{\frac{6C_1}{p'}}\quad\text{и}\quad\Delta_1=\sqrt{\frac{q'}{C_1}}. \quad (38)$$

5. ОБСУЖДЕНИЕ

Впервые для модели плазмы, содержащей электроны и ионы со слабыми релятивистскими эффектами в присутствии отрицательно заряженных подвижных пылевых частиц, установлена генерация мКдФ-солитонов на основе величины возмущения т, попутно с дискретизированными КдФ-солитонами. Для этого случая, амплитуды КдФ и мКдФ-солитонов, рассчитанные с учетом и без учета релятивистских эффектов при различной величине возмущения т, представлены в

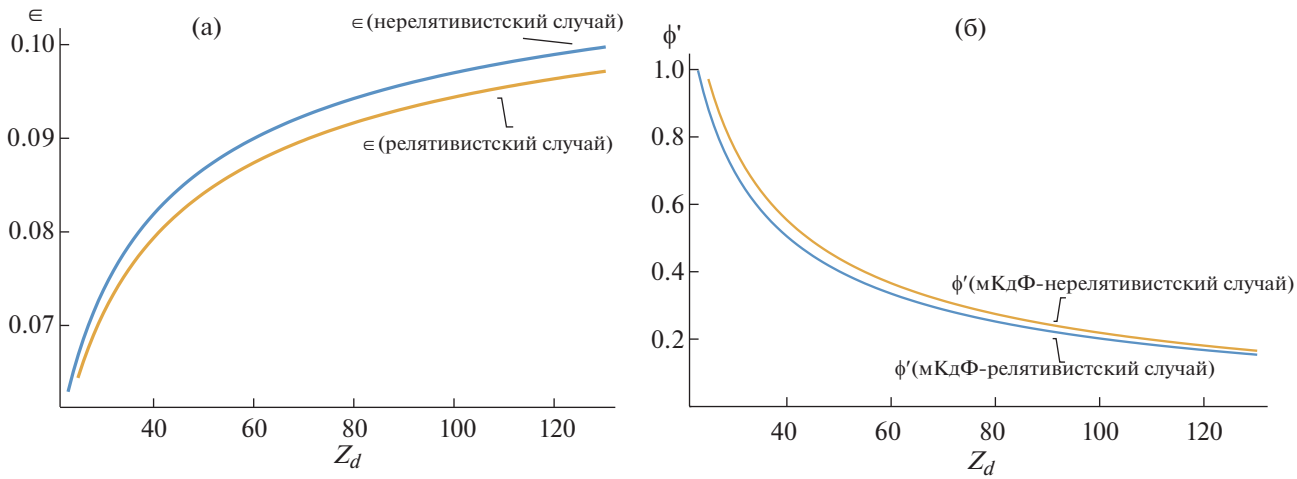

Рис. 1. Зависимость величины возмущения ϵ (а) и амплитуды профиля ϕ_0' (б) мКдФ-солитонов от заряда пылевых частиц Z_d для фиксированных $v_{i0} = 5$, $v_{e0} = 150$, $\alpha = 0.1$, и $\sigma = 0.07$.

табл. 1. Процесс определения значений возмущения ϵ подробно объяснен в первом абзаце “Обсуждения” в недавней работе [25].

Величина возмущений (ϵ), требуемая для генерации КдФ-солитонов, как в релятивистском, так и для нерелятивистском динамическом случае, приводит к увеличению вогнутой формы (демонстрирующему естественную тенденцию притяжения) из-за увеличения Z_d (рис. 1а) при фиксированной подвижности ионов $v_{i0} = 5$ (малая), $v_{e0} = 150$ (очень большая), $\sigma = 0.07$ и $\alpha = 0.1$. Для релятивистских мКдФ-солитонов, величина возмущения намного меньше, чем для КдФ-солитонов. Очень большая начальная подвижность электронов, $v_{e0} = 150$, по-видимому, обеспечивает результирующую релятивистскую скорость основной части плазмы, что требует меньшей величины возмущений для релятивистского случая. При непрерывном увеличении заряда пылевых частиц Z_d в плазме, разбавленная плазма естественно требует постепенно увеличивающейся величины возмущений для получения мКдФ-солитонов с уменьшающимися амплитудами ϕ_0' (рис. 1б). В соответствии с эффектами от возмущения, увеличение заряда пылевых частиц Z_d приводит к выпуклой кривой уменьшения амплитуды мКдФ-солитонов ϕ_0' (рис. 1б), как для релятивистских, так и нерелятивистских случаев при одном и том же наборе параметров. Очевидно, что меньшая величина заряда пылевых частиц Z_d, предполагающая меньшую степень сопротивления, приводит к увеличению амплитуды мКдФ-солитонов при более низком значении Z_d для обоих случаев.

Снова величина возмущения ϵ, связанная с начальной подвижностью релятивистских электронов $67 < v_{e0} < 121$ при фиксированном (малом) $Z_d = 18$, равномерно уменьшается при увеличении v_{e0} с небольшой нелинейностью при малых v_{e0} (рис. 2а), как для релятивистских, так и для нерелятивистских случаев. Конечно, для нерелятивистской плазмы требуется существенно большая величина возмущений. С физической точки зрения, когда более легкие электроны имеют сильную начальную подвижность при малом $Z_d = 18$ (фиксированном), то оказывается выгодным достижение релятивистской скорости при меньшей величине возмущений, поскольку v_{e0} постепенно увеличивается, чтобы генерировать мКдФ-солитоны. Это хорошо видно на рис. 2а. В отличие от убывающего прироста амплитуд мКдФ-солитонов на рис. 1б, соответствующие амплитуды в этом случае достигают высоких значений с ростом v_{e0} (вплоть до 121) при $Z_d = 18$, $v_{i0} = 5$, $\sigma = 0.07$, и $\alpha = 0.11$. Это объясняется дополнительными эффектами от сильного релятивистского потока электронов, а также от небольшого фиксированного заряда пыли $Z_d = 18$ (рис. 2б). Однако меньшая величина Z_d оказывается недостаточной для ограничения быстрого роста амплитуды.

Если комплексная плазма возникает при небольшой исходной подвижности массивных ионов $4 < v_{i0} < 25$ (рис. 3а), то впоследствии, после того, как механические воздействия создают релятивистскую плазму при небольшом заряде пыли $Z_d = 15$, величина возмущения, необходимая для генерации мКдФ-солитонов, оказывается очень маленькой по сравнению с рис. 2а. В то

Таблица 1. Характеристики КдФ- и мКдФ-солитонов, основанные на начальной подвижности электронов, ионов и основного параметра τ при $\sigma = 0.09$, $\alpha = 0.1$ и $Z_d = 11$

v	p	p'	ϕ	ϕ'	τ	v_{e0}	v_{i0}	γ_e	γ_i
48.0074	0.036459	0.06416	0.573706	0.432471	{0.0808538}	74	40	1.022351	1.006531
47.7641	0.073401	0.046569	0.404333	0.507626	{0.0849041}	75	40	1.022959	1.006531
47.496	0.123047	0.043861	0.312288	0.523061	{0.08977}	76	40	1.023576	1.006531
49.9899	0.035722	0.060789	0.57959	0.444303	{0.0810389}	76	42	1.023576	1.0072
47.1986	0.191854	0.047212	0.250095	0.504157	{0.0957501}	77	40	1.0242	1.006531
49.7467	0.071334	0.044583	0.410149	0.518808	{0.0851081}	77	42	1.0242	1.0072
49.4786	0.119219	0.042168	0.317262	0.533455	{0.0900002}	78	42	1.024833	1.0072
51.9735	0.035037	0.057713	0.585228	0.455988	{0.0812176}	78	44	1.024833	1.007902
49.181	0.185636	0.045505	0.254249	0.513524	{0.0960178}	79	42	1.025473	1.0072
51.7303	0.069432	0.042749	0.415729	0.529822	{0.0853064}	79	44	1.025473	1.007902
51.462	0.115708	0.0406	0.322039	0.54366	{0.0902256}	80	44	1.026122	1.007902
53.9579	0.034402	0.054895	0.59061	0.467544	{0.0813914}	80	46	1.026122	1.008637
51.1643	0.179946	0.043924	0.258238	0.522687	{0.0962818}	81	44	1.02678	1.007902
53.7145	0.06768	0.041049	0.421077	0.540676	{0.0855006}	81	46	1.02678	1.008637
53.4461	0.112481	0.039144	0.326626	0.55368	{0.0904477}	82	46	1.027445	1.008637
55.9429	0.033813	0.052304	0.595729	0.478986	{0.0815616}	82	48	1.027445	1.009404
53.1481	0.174727	0.042455	0.262066	0.531648	{0.0965436}	83	46	1.028118	1.008637
55.6994	0.066063	0.039471	0.426198	0.551379	{0.0856918}	83	48	1.028118	1.009404
55.4308	0.10951	0.037789	0.331027	0.56352	{0.0906678}	84	48	1.0288	1.009404
57.9285	0.033269	0.049913	0.600582	0.490325	{0.0817294}	84	50	1.0288	1.010204
55.1323	0.16993	0.04109	0.265739	0.540411	{0.0968046}	85	48	1.02949	1.009404
57.6848	0.064571	0.038002	0.431094	0.561936	{0.0858812}	85	50	1.02949	1.010204
57.4158	0.106771	0.036525	0.335246	0.573183	{0.0908869}	86	50	1.030188	1.010204
57.1169	0.165513	0.039817	0.269262	0.548979	{0.097066}	87	50	1.030894	1.010204
48.0112	0.036344	0.064276	0.574616	0.432083	{0.0808041}	74	40	1.022351	1.006531
47.7681	0.073227	0.046595	0.404814	0.507483	{0.0848465}	75	40	1.022959	1.006531
47.5002	0.122783	0.043862	0.312623	0.523053	{0.0897019}	76	40	1.023576	1.006531
49.9937	0.035611	0.060895	0.580498	0.443915	{0.0809889}	76	42	1.023576	1.0072
47.2031	0.191445	0.047196	0.250362	0.50424	{0.0956674}	77	40	1.0242	1.006531
49.7507	0.071166	0.044607	0.410634	0.518665	{0.0850502}	77	42	1.0242	1.0072
49.4828	0.118964	0.042169	0.317602	0.533449	{0.0899316}	78	42	1.024833	1.0072
51.9773	0.034929	0.057811	0.586134	0.455601	{0.0811673}	78	44	1.024833	1.007902
49.1856	0.185241	0.04549	0.25452	0.513609	{0.0959344}	79	42	1.025473	1.0072
51.7343	0.069269	0.042772	0.416218	0.52968	{0.0852481}	79	44	1.025473	1.007902
51.4663	0.11546	0.040601	0.322384	0.543656	{0.0901565}	80	44	1.026122	1.007902
53.9617	0.034297	0.054986	0.591514	0.467159	{0.0813408}	80	46	1.026122	1.008637
51.1688	0.179563	0.043909	0.258513	0.522775	{0.0961978}	81	44	1.02678	1.007902
53.7185	0.067521	0.041071	0.421571	0.540536	{0.0854419}	81	46	1.02678	1.008637
53.4504	0.112241	0.039144	0.326975	0.553678	{0.0903782}	82	46	1.027445	1.008637
55.9467	0.033711	0.052388	0.596631	0.478601	{0.0815107}	82	48	1.027445	1.009404
53.1526	0.174355	0.042441	0.262346	0.53174	{0.096459}	83	46	1.028118	1.008637
55.7034	0.065909	0.039491	0.426695	0.551239	{0.0856328}	83	48	1.028118	1.009404
55.435	0.109277	0.037789	0.33138	0.56352	{0.0905978}	84	48	1.0288	1.009404
57.9323	0.033169	0.049991	0.601482	0.489942	{0.0816782}	84	50	1.0288	1.010204
55.1369	0.169568	0.041075	0.266023	0.540506	{0.0967194}	85	48	1.02949	1.009404
57.6888	0.064421	0.038021	0.431595	0.561798	{0.0858218}	85	50	1.02949	1.010204
57.4201	0.106544	0.036525	0.335604	0.573185	{0.0908165}	86	50	1.030188	1.010204
57.1215	0.16516	0.039803	0.269549	0.549077	{0.0969802}	87	50	1.030894	1.010204

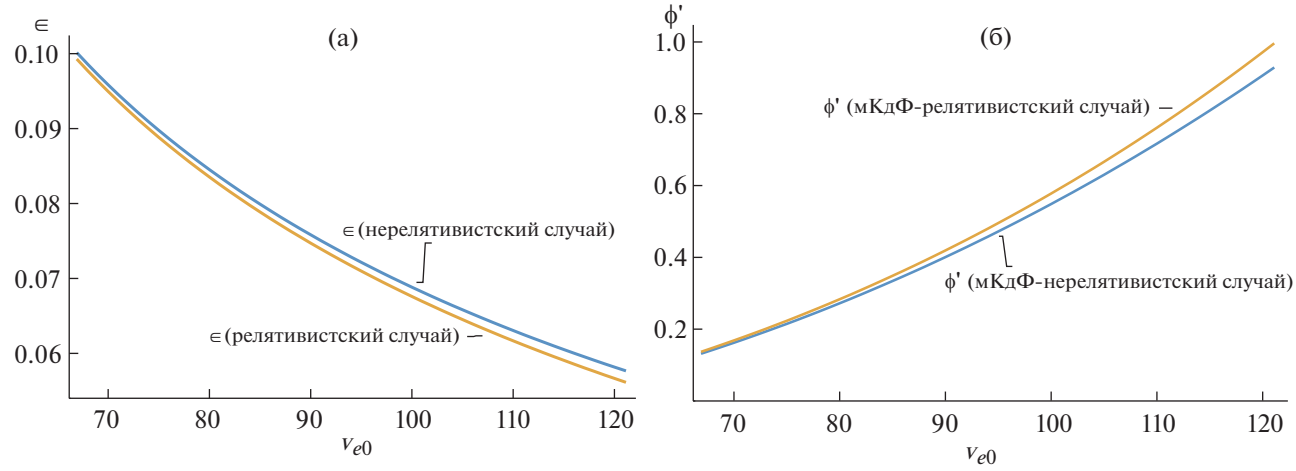

Рис. 2. Зависимость величины возмущения о (а) и амплитуды мКдФ-солитона (б) от подвижности электронов v_{e0} для фиксированных значений $v_{i0} = 5$, $\alpha = 0.11$, $\sigma = 0.07$, и $Z_d = 18$.

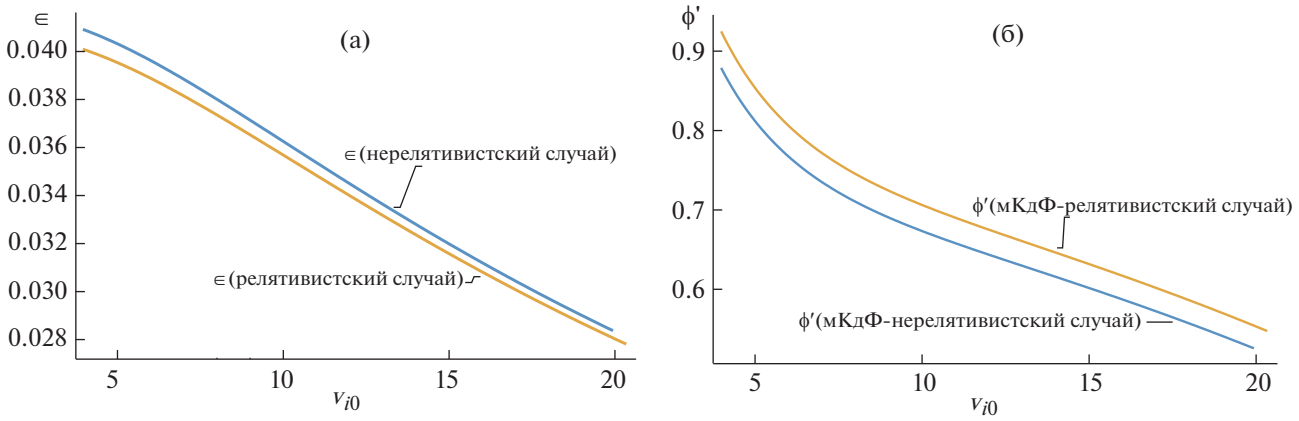

Рис. 3. Зависимость величины возмущения (а) и амплитуды профиля (б) мКдФ-солитонов от подвижности ионов при $v_{e0} = 90$, $\sigma = 0.07$, $\alpha = 0.11$ и $Z_d = 15$.

же время, величина возмущения почти линейно и равномерно уменьшается с увеличением подвижности ионов, $v_{i0} \to 20$. Если массивные ионы имеют высокую начальную подвижность (рис. 3а), что приводит к сильному удару, обусловленному, конечно, подвижностью электронов $v_{e0} = 90$, то величина возмущения, необходимая для последующей генерации мКдФ-солитонов, оказывается значительно меньше ($\tau \to 0.028$). И наоборот, в случае высокой начальной подвижности более легких электронов при малых $v_{i0} = 5$ и $Z_d = 18$, необходимое возмущение оказывается очень большим, как это показано на рис. 2а.

В конце концов, высокая амплитуда (ϕ_0') мКдФ-солитонов по-видимому, возникает из-за сильного воздействия начальной подвижности массивных ионов, $4 < v_{i0} < 25$, в равной степени дополненного сильной подвижностью электронов, $v_{e0} = 90$ при малом $Z_d = 15$ (рис. 3б). При учете релятивистских эффектов, амплитуды мКдФ-солитонов уменьшаются с v_{i0}, оставаясь всегда выше соответствующих нерелятивистских аналогов (рис. 3б). Более высокая подвижность массивных ионов, по-видимому, в основном определяет рост амплитуд в обоих случаях, который дополняется небольшим возмущением (рис. 3а).

С другой стороны, объединенная (комбинированная) высокая подвижность массивных ионов

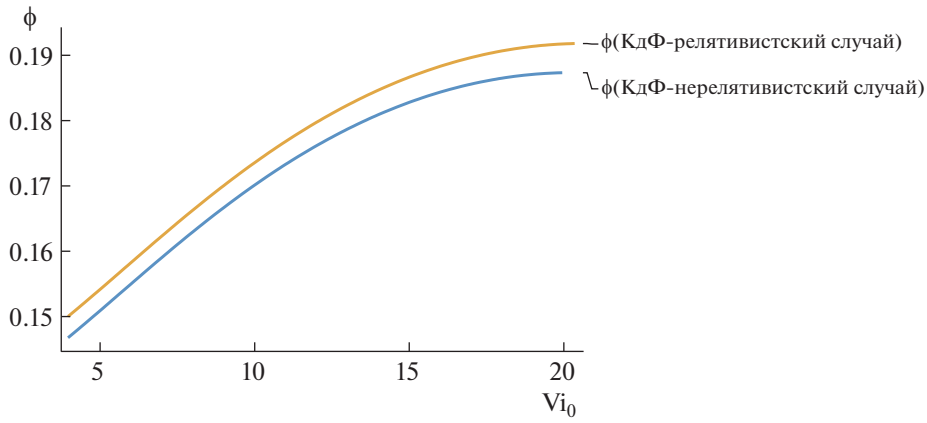

Рис. 4. Зависимость амплитуды профиля КдФ-солитонов от подвижности ионов при $v_{e0} = 90$, $\sigma = 0.07$, $\alpha = 0.11$ и $Z_d = 15$.

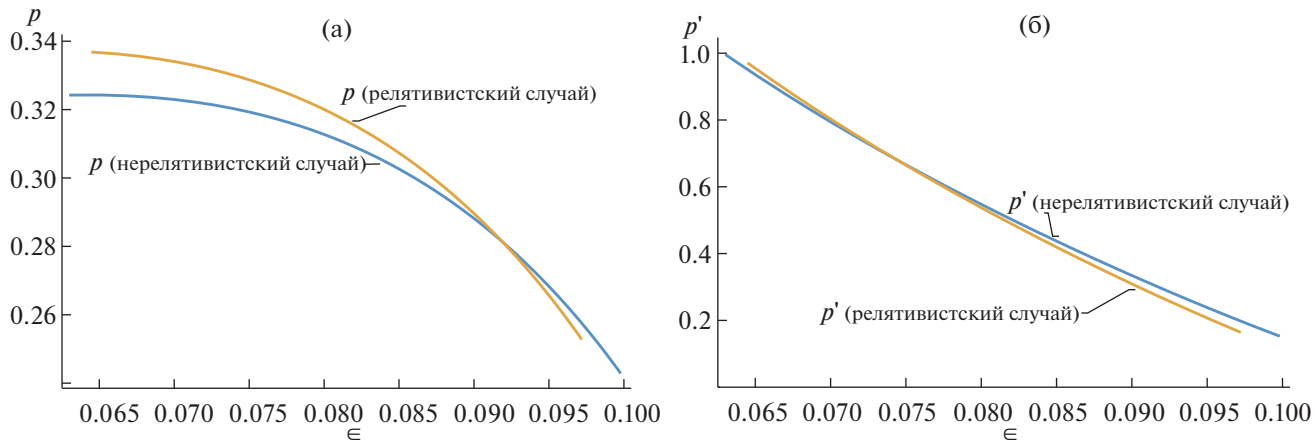

Рис. 5. Зависимость нелинейного коэффициента p для релятивистских и нерелятивистских КдФ-солитонов (а) и p' для релятивистских и нерелятивистских мКдФ-солитонов (б) от величины возмущения τ.

($4 < v_{i0} < 25$) и электронов ($v_{e0} = 90$) обеспечивает быстрый рост релятивистских и нерелятивистских КдФ-солитонов при слабой нелинейности с малым зарядом пыли $Z_d = 15$. При увеличении подвижности ионов v_{i0}, энергия частиц передается в волну, демонстрируя дальнейшую тенденцию (из-за потерь) замедления роста амплитуды солитонов (рис. 4). Кроме того, с релятивистскими эффектами, амплитуды КдФ-солитонов всегда остаются больше амплитуд нерелятивистских солитонов, и всегда сохраняют вогнутый характер.

Нелинейный коэффициент p для генерации КдФ-солитонов как для релятивистских, так и для нерелятивистских случаев уменьшается вогнутым образом, и, следовательно, при увеличении возмущения (ϵ) амплитуда увеличивается при параметрах, заданных для рис. 5а. Интересно, что существует критическое значение τ_{crit} (0.092), где нелинейный коэффициент p без релятивистских эффектов заменяет p с релятивистскими эффектами, но всегда остается меньше при всех $\tau < \tau_{crit}$.

Но для мКдФ-солитонов, которые являются побочными продуктами КдФ-солитонов за счет нелинейности более высокого порядка, нелинейный коэффициент p' как в релятивистском, так и в нерелятивистском случае уменьшается с ростом возмущения τ (рис. 5б), что приводит к различному τ_{crit}. Оказалось, что изменение τ_{crit} при росте нелинейного коэффициента p', соответствующего мКдФ-солитонам, происходит вблизи τ_{crit}

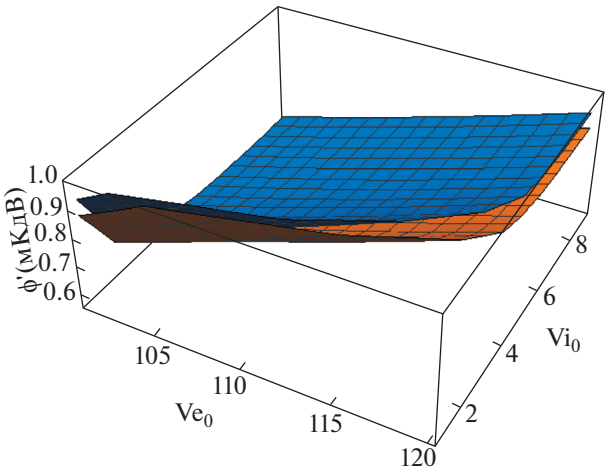

Рис. 6. Амплитуды релятивистских и нерелятивистских мКдФ-солитонов в зависимости от начальной подвижности электронов (v_{e0}) и ионов (v_{i0}).

(0.073), что намного меньше, чем τ_{crit} на рис. 5б. Это связано с переходом от нелинейности меньшего порядка для КдФ-солитонов, чем для мКдФ-солитонов, так как параметр возмущения τ такой же во всем, кроме порядка. Для τ более высокого порядка, передающего меньшую величину возмущений, нелинейность, участвующая в генерации мКдФ-солитонов, практически одинакова, как в релятивистской, так и в нерелятивистской плазме (рис. 5б). Точнее говоря, генерация мКдФ-солитонов неразрывно связана с сильной нелинейностью, поэтому два нелинейных эффекта, характеризуемые коэффициентами p' для релятивистского и p для нерелятивистского случая, несколько различаются (рис. 5).

Верхний предел нелинейных коэффициентов p, характеризующий нелинейность релятивистской и нерелятивистской плазменной среды для КдФ-солитонов (рис. 5а), значительно меньше, чем для соответствующего p', представляющего мКдФ-солитоны (рис. 5б). В противном случае они, как правило, имеют ту же величину, что и вблизи $\sigma \sim 0.1$. В отличие от эквивалентных значений p' на начальной стадии возмущения для обоих случаев мКдФ-солитонов (рис. 5б), нелинейный коэффициент p, связанный с КдФ-солитонами, сильно отличается на начальной стадии возмущения (рис. 5а). Поскольку существование КдФ-солитонов является следствием слабой нелинейности, релятивистские эффекты в плазме значительно перекрывают нелинейные коэффициенты p в нерелятивистском случае (рис. 5б).

Амплитуды профилей (ϕ'_0) как релятивистского (внизу), так и нерелятивистского (вверху) мКдФ-солитона, соответствующие двум основным начальным параметрам: $1 < v_{i0} < 8$ и $105 < v_{e0} < 120$ при фиксированном $Z_d = 18$ (рис. 6), хорошо представляются после обработки поверхности, различающей их величины. Нерелятивистские амплитуды профилей лежат выше, чем релятивистские амплитуды.

Ускоренные электроны, выходящие из солнечной короны, проникающие с релятивистской скоростью в магнитосферу Юпитера и смешивающиеся с выбрасываемой пылью, могут быть подходящей средой для плазмы такого состава.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Wadati M.* // J. Phys. Soc. Japan. 1972. V. 32. P. 1681.
2. *Shukla P.K., Mamun A.A.* // *Introduction to Dusty Plasma Physics* / Bristol, U.K.: Institute of Physics, 2002.
3. *Watanabe S.* // J. Phys. Soc. Japan. 1984. V. 53. P. 950.
4. *Baboolal S., Bharuthram R., Hellberg M.A.* // J. Plasma Phys. 1989. V. 41. P. 341.
5. *Tagare S.G., Reddy R.V.* // Plasma Phys. Control. Fusion. 1987. V. 29. P. 671.
6. *Kalita B.C., Kalita M.K.* // Phys. Fluids B. 1990. V. 2. P. 674.
7. *Kalita B.C., Barman S.N.* // J. Phys. Soc. Japan. 1995. V. 643. P. 784.
8. *Kalita B.C., Das R.* // Phys. Plasmas. 1998. V. 5. P. 3588.
9. *Kalita B.C., Das R.* // J. Phys. Soc. Japan. V. 71. 12. P. 2918 2002.
10. *Ludwig G.D., Ferreira J.L., Nakamura Y.* // Phys. Rev. Lett. V. 52. P. 275. 1984.
11. *Nakamura Y.* // J. Plasma Phys. V. 38. P. 461 1987.
12. *Das G.C., Singh S.S., Singh K.I.* // Chaos, Solitons & Fractals. V. 7. P. 309. 1996.
13. *Saini N.S., Kaur B., Gill T.S.* // Phys. Plasmas. 2016. V. 23. P. 123705.
14. *Verheest F.* // J. Plasma Phys. 2015. V. 81. P. 905810605.
15. *Roychoudhury R., Venkatesan S.K., Das C.* // Phys. Plasmas. 1997. V. 4. P. 4232.
16. *Farina D., Lontano M.* // Phys. Rev. E. 2000. V. 62. P. 4146.
17. *Nijoh Y.* // Phys. Fluids B. 1992. V. 4. P. 2830.
18. *Chatterjee P., Roychoudhury R.* // Phys. Plasmas. 1994. V. 1. 2148.
19. *Sahu B., Roychoudhury R.* // Phys. Plasmas. 2004. V. 11. P. 1947.
20. *Kalita B.C., Deka M.* // Astrophys. Space Sci. 2013. V. 3432. P. 609
21. *Kalita B.C., Das S.* // Astrophys. Space Sci. 2014. V. 352. P. 585.

22. *El-Labany S.K., Shaaban S.M.* J. Plasma Phys. 1995. V. 53. P. 245.

23. *Esfandyari A.R., Khorram S., Rostami A.* // Phys. Plasmas. 2001. V. 8. P. 4753.

24. *Kaur H., Gill T.S., Saini N.S.* // Chaos, Solitons & Fractals. 2009. V. 42. P. 1638.

25. *Kalita B.C., Das S., Bhattacharjee D.* // Phys. Plasmas. 2017. V. 24. P. 102121.

26. *Lundin R., Zakharov A., Pellinen R., Borg H., Hultqvist B., Pissarenko N., Dubinin E.M., Barabash S.W., Liede I., Koskinen H.* // Nature. V. 341. 6243, 609. 1989.

27. *Popel S.I., Zelenyi L.M., Golub A.P., Dubinskii A.Yu.* // Planetary Space Sci. V. 156. P. 71 2018.

28. *Popel S.I., Morozova T.I.* // Plasma Phys. Repts. 2017. V. 43. P. 566.

Перевод с англ. С.Е. Лысенко

Inherent Study of the Measures of Perturbation to Generate mKdV Solitons in Dusty Plasma with Relativistic Effects in Electrons and Ions

B. C. Kalita[1, 2, #] and D. Bhattacharjee[2, ##]

[1] *Cotton University, Guwahati 781001, Assam, India*

[2] *Department of Mathematics, Gauhati University, Guwahati 781014, Assam, India*

#e-mail: bckalita123@gmail.com

##e-mail: debabh2@gmail.com

The determination of the amplitudes of relativistic mKdV solitons based on specific amount of perturbation is presented for the first time in model of dusty plasma. The extremely high electrons' streaming speed v_{e0} is shown to enforce resultant relativistic speed of the bulk of plasma which necessitates smaller amount of perturbation to deal with relativistic situation. Further the increase in dust charge Z_d is shown to diminish the amplitudes of mKdVsolitons (ϕ_0') for both cases of relativistic and non-relativistic solitons. Also, the high relativistic electrons' streaming is found to serve as booster against small dust charge Z_d to grow the amplitudes of mKdV solitons. On the other hand, higher streaming of the massive ions supplemented by small perturbation appears to dominate the growth of amplitude of mKdV solitons for both the cases.

Key words: solitons, dusty plasma, modified Korteweg–de-Vries equation