## = ДИНАМИКА ПЛАЗМЫ

УДК 533.9.01

# ПРОХОЖДЕНИЕ ПЛАЗМОЙ МАГНИТНОГО БАРЬЕРА ПЛАЗМООПТИЧЕСКОГО МАСС-СЕПАРАТОРА

© 2020 г. В. М. Бардаков<sup>а, b, \*</sup>, Н. А. Строкин<sup>b, \*\*</sup>, Тхе Тханг Нгуен<sup>b, \*\*\*</sup>, А. Н. Ступин<sup>b, c, \*\*\*\*</sup>

<sup>а</sup> Иркутский государственный университет путей сообщения, Иркутск, Россия

<sup>b</sup> Иркутский национальный исследовательский технический университет, Иркутск, Россия

<sup>с</sup> Институт солнечно-земной физики СО РАН, Иркутск, Россия

\*e-mail: VMBardakov38@mail.ru \*\*e-mail: strokin85@inbox.ru \*\*\*e-mail: thethang.pkkq@gmail.com \*\*\*\*e-mail: al.stupin1@yandex.ru Поступила в редакцию 19.03.2020 г. После доработки 01.05.2020 г. Принята к публикации 18.05.2020 г.

Теоретически и экспериментально исследуется течение плазмы с низким газодинамическим давлением поперек магнитного поля, когда перенос электронов происходит в условиях преобладания столкновений с нейтралами. Учитывается нагрев электронов в электрическом поле, сформированном потоком плазмы, и уход (потери) электронов на стенки канала, между которыми и потоком есть потенциальный барьер. Найдена максимально возможная плотность ионов в потоке, который преодолевает магнитный барьер.

*Ключевые слова:* плазмооптическая масс-сепарация, энергетические спектры ионов, плазменный ускоритель с замкнутым дрейфом электронов, магнитный барьер азимутатора

DOI: 10.31857/S0367292120110013

#### 1. ВВЕДЕНИЕ

Статья, в определенной степени, отражает состояние исследований по разработке одного из плазменных методов [1, 2] разделения многокомпонентных смесей, не имеющих газообразных соединений, пригодных для разделения кинетическим методом в центрифугах, на элементы или группы элементов – плазмооптического (ПОМС-Е) [3, 4]. Наиболее известными примерами смесей, требующих переработки, являются отработавшее ядерное топливо, литий-графитовые электроды и литийсодержащий электролит аккумуляторов, комплексы, содержащие редкоземельные элементы. Обращение к плазменным методам масс-сепарации (ПММС) связано с возможностью создания компенсированных по заряду ионных потоков и, следовательно, значительного увеличения наработки разделяемых элементов по сравнению с электромагнитным методом разделения (ЭММС) [5]. Конечно, строгого сравнения производительности ЭММС и ПММС проводить нельзя. По крайней мере, по двум причинам. Во-первых, задачи ЭММС – разделение изотопов; относительно же ПММС уже сложилось убеждение, что основное — это разделение на элементы, группы элементов или предварительное обогащение смеси по какому-либо элементу для последующей работы ЭММС. Вовторых, производительность ЭММС - это уже более 75 лет контролируемый производственный показатель. Например, для промышленного ЭММС СУ-20 при обогащении изотопом кальций-48 от 0.187% до 87% накопление составляет 22000 мА час [6], что при энергии ионов кальция 30 кэВ, соответствует потоку отбора  $\Phi_{\rm ЭММС}$  ~7 × × 10<sup>-12</sup> г/с. Единственная эмпирическая оценка производительности ПММС получена на прошедшем стадию опытных испытаний плазменном фильтре масс "Archimedes Demonstration Unit", где во вращающейся плазме металлического натрия для легкой фракции радиоактивных отходов, инжектируемых в плазму, получена скорость отбора массы  $\Phi_{Arch} \sim 0.25$  г/с [7]. Теоретическая оценка скорости отбора бинарной смеси 120 и 240 а.е.м. в новом варианте прямоточной плазменной центрифуги (ППЦ) из расширяющейся под действием вращающегося поперечного магнитного поля дипольной конфигурации плазменной струи дает  $\Phi_{\Pi\Pi\Pi} \sim 2 \times 10^{-3}$  г/с [8]. Оценка производительности ПОМС-Е-сепаратора, приведенная в [3], сделана для плазменного

ускорителя с суммарным ионным током 700 A (M = 100 а.е.м.) и составляет  $\Phi_{\Pi OMC} \sim 5$  г/с.

Плазмооптический способ масс-сепарации включает этапы получения компенсированного по заряду аксиально-симметричного пучка ионов в плазменном ускорителе с замкнутым дрейфом электронов (УЗДП) и проведение его через область (элемент конструкции сепаратора), названную азимутатором, где создано поперечное к потоку ионов (радиальное) магнитное поле, в котором ионы приобретают азимутальную компоненту скорости. Далее в сепарирующем объеме, в котором создается стационарное радиальное электрическое поле и однородное постоянное продольное магнитное поле, замагничивающее электроны, но практически не влияющее на динамику ионов смеси, происходит разделение ионов в пространстве и собирание их на различные приемники. В настоящее время авторами данной статьи разрабатывается вариант ПОМС-Е-3 плазмооптического масс-сепаратора [4, 9-11], схема которого приведена на рис. 1. В качестве плазменного ускорителя здесь, в отличие от [3], используется УЗДП с анодным слоем (TAL - thruster with anodic layer) с проводящими удаленными стенками канала [12, 13]. Кроме того, азимутатор, являющийся частью магнитопровода, в ПОМС-E-3 совмещен с катодом TAL, а приемники ионов выполнены протяженными, расположенными на определенных радиусах в сепарирующем пространстве и торце установки. Названная совокупность отличий обеспечила возможность использования в качестве источника компенсированного потока ионов УЗДП, в котором, нужно отметить, ионы имеют широкий спектр по энергии, что исключает возможность использования идеализированной схемы ПОМС-Е [3].

Для плазмооптической масс-сепарации эффективность метода, как и любого другого способа разделения, определяется степенью разделения и током ионов перерабатываемого пучка. При трехкомпонентном разделении в ПОМС-Е-3 степень разделения определяется, в основном, геометрией объема сепарации. Ионы центральной массы  $M_0$ , стартующие в точке R по радиусу, собираемые на торцевой приемник, не будут попадать на приемники ионов меньшей  $M_2$  и большей  $M_1$  масс, если они расположены на радиусах  $r_1$  и  $r_2$ , таких, что  $r_1 = R - R \frac{\delta M}{M_0}$ ,  $r_2 = R + R \frac{\delta M}{M_0}$ ;  $\delta M = (M_1 - M_2)/2$ . Соответственно,  $\frac{\delta M}{M_0} = \frac{r_2 - R}{R} =$ 

 $=\frac{R-r_1}{R} \ [9].$ 

Производительность источника плазмы ограничивается потерями в области с поперечным к потоку плазмы магнитным полем азимутатора,



**Рис. 1.** Схема макета плазмооптического масс-сепаратора ПОМС-Е-3: 1 – внешняя катушка магнитного поля TAL; 2 – магнитопровод; 3 – анод; 4 – внутренняя катушка; 5 – катод-азимутатор (1-5 – TAL); 6, 8, 10, 11 – система создания радиального электрического поля  $E_r$  в сепарирующем пространстве; 7 – катушка для создания продольного магнитного поля  $B_0$  в сепарирующем пространстве; 8, 9, 10 – выполняют роль и приемников разделенных ионных компонент; 12 – источник электронов компенсации пространстве.

являющегося одним из основных элементов масс-сепаратора ПОМС-Е [3, 9-11]. Динамическое давление моноэнергетического плазменного потока  $2n_0W_0$ , где  $n_0$  и  $W_0$  – плотность и энергия ионов, сравнивается с давлением магнитного поля азимутатора  $B^2/8\pi$  при плотности ионов  $N_d =$  $= B^2/(16\pi W_0)$ . Плотность ионов  $n_0$  в экспериментах на макете плазмооптического масс-сепаратора ПОМС-Е-З  $n_0 \ll N_d$ , и отношение динамического давления к давлению магнитного поля  $\beta \ll 1$ . Прохождение такого осесимметричного плазменного потока через магнитный барьер (МБ) за счет дрейфа при поляризации плазмы (возникновения электрического поля) в направлении, перпендикулярном магнитному полю и направлению движения [14–16], не реализуется, так как магнитное поле азимутатора радиальное, а поляризация по замкнутой угловой координате невозможна. Если плотность в плазменном потоке  $n_0$  превышает величину  $N_q = B^2/(8\pi mc^2)$ , то при поляризации вдоль скорости потока в отсутствие электронных столкновений плазма при движении в магнитном барьере сохраняет квазинейтральность и проникает в МБ на расстояние гибридно-

го ларморовского радиуса  $\rho_h = \sqrt{2W_0mc^2}/(eB)$  [17]; здесь *m* — масса электрона, *c* — скорость света. В



**Рис. 2.** Плавающий потенциал: 1 -на входе в МБ азимутатора ПОМС-Е-3; 2 - в середине; разрядное напряжение TAL  $U_d = 680$  В; индукция магнитного поля на аноде TAL  $B_{an} = 970$  Гс; в МБ азимутатора поле  $B_{az} = 4270$  Гс.

случае, когда  $Q^2 = N_q/n_0 \gg 1$ , что соответствует нашим экспериментам, электроны проникают в МБ на расстояние  $\rho_e = \max(\rho_h/Q, \rho_e)$ , а ионы – на расстояние  $\rho_i = \rho_h Q$ ; здесь  $\rho_e = u_{Te0}/\omega_{Be}$ ,  $u_{Te0}$  – тепловая скорость электронов в плазменном потоке,  $\omega_{Be} =$ = eB/(mc) – электронная циклотронная частота. Для экспериментов  $\rho_h \approx 5 \times 10^{-2}$  см,  $N_q \approx 5 \times$  $\times 10^{11}$  см<sup>-3</sup>,  $Q \approx 10^2$ , а ширина магнитного барьера  $\Delta \approx 1$  см. Таким образом, в условиях эксперимента электроны не могут следовать вместе с ионами вглубь МБ; на ионы, можно считать, магнитное поле не влияет. Известно, что моноэнергетический поток ионов с энергией  $W_0$  проходит через промежуток  $\Delta$ , если  $n_0 \leq N_B = (8/9) W_0/(\pi e^2 \Delta^2)$  [18]; в противном случае – он полностью отражается.

Теоретическое рассмотрение задачи о прохождении немоноэнергетических ионов с максимальной энергией  $W_m$  через МБ показало [19], что решение с частичным прохождением ионов есть во всем диапазоне изменения индукции *B* магнитного поля в азимутаторе, плотности  $n_0$  и энергетического разброса в падающем пучке ионов. Плотность прошедших ионов в случае малого энергетического разброса при увеличении  $n_0$  достигает максимума, равного  $N_B/2$ , и затем уменьшается, стремясь к некоторой конечной величине  $n_{\infty} = N_b/8$  при дальнейшем увеличении плотности.

В работе [20] отмечалась критическая роль стенок канала в процессах переноса в газовых разрядах низкого давления с магнитным полем. В процессе численного моделирования методом частиц в ячейках обнаружены пристеночные слои электростатического потенциала, влияющие на динамику частиц. Найдено, что ток электронов, проходящих МБ, обратно пропорционален величине магнитного поля:  $I_e \sim 1/B$ . Величина  $I_e$  монотонно уменьшалась с ростом длины барьера.



В частично ионизованной плазме, погруженной в магнитное поле, электроны поперек поля продвигаются в процессе классической диффузии при столкновениях с нейтралами, что заметно при высоких рабочих давлениях плазмообразующего газа, или из-за аномальной диффузии [21, 22]. В настоящей статье мы найдем распределение потенциала в плазме, движущейся в поле магнитного барьера, с учетом столкновений электронов с нейтралами. При этом учтем набор энергии электронами в электростатическом поле разделения зарядов и их уход на стенки при наличии потенциального барьера стенка—плазма, а также найдем максимальную плотность ионов в потоке, который преодолевает магнитный барьер.

#### 2. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Прохождение потоком плазмы МБ азимутатора ПОМС-Е-3 сопровождается возрастанием потенциала плазмы  $\varphi_{pl}$ . На рис. 2 даны зависимости однозначно связанного с потенциалом плазмы плавающего потенциала  $\varphi_{fl}$  ленгмюровского зонда в области МБ (в потоке плазмы из TAL, который применяется на ПОМС-Е-3).

Для прояснения причин формирования потенциала и его влияния на прохождение потока плазмы рассмотрим стационарный процесс движения плазмы с  $\beta \ll 1$  в области с поперечным к потоку однородным магнитным полем, сосредоточенным на длине  $\Delta$  вдоль оси *х*. Направим ось *z* вдоль магнитного поля (рис. 3). На рис. 2 (кривая *2*) виден прирост потенциала внутри МБ по сравнению с областью Е×В-разряда в плазменном ускорителе. Величина потенциала определяется степенью компенсации пространственного заряда ионного потока, которая возрастает с увеличением рабочего давления плазмообразующего газа.

Величина индукции магнитного поля *В* такая, что действием магнитного поля на ионы будем пренебрегать. Время  $t_{\Delta}$ , за которое ионы проходят расстояние  $\Delta$ , намного меньше, чем время между столкновениями ионов с нейтралами, с электронами и друг с другом, поэтому процессы столкновений ионов учитывать не будем. На входе в МБ в точке x = 0 моноэнергетичный поток ионов имеет скорость  $u_0$ , плотность  $n_0$ ; энергия ионов

 $W_0 = Mu_0^2/2$ . Рассматривается случай замагниченных электронов, которые продвигаются в МБ за счет упругих столкновений с нейтралами. Этот процесс характеризуется средним временем  $\tau_{ea}$ . Неупругие столкновения электронов — процессы возбуждения, ионизации и рекомбинации в МБ рассматривать не будем.

При движении потока в МБ из-за разделения зарядов формируется распределение потенциала  $\phi(x)$  — потенциальный барьер высотой  $\phi_m$ . Для выявления наиболее сильных эффектов будем рассматривать одномерную симметричную относительно центра МБ задачу при  $0 \le x \le \Delta/2$ , когда все величины зависят только от координаты х. На границах МБ поддерживается нулевой потенциал:  $\phi(x = 0) = \phi(x = \Delta) = 0$ . С обеих границ к центру МБ вдоль оси *х* движутся одинаковые потоки электронов, обеспечиваемые, с одной стороны, плазменным ускорителем, с другой, плазменным источником электронов для компенсации пространственного заряда. В точках x = 0 и  $x = \Delta$ электроны имеют начальную температуру T<sub>0</sub>, затем при движении в электрическом поле к центру МБ их наиболее вероятная энергия (температура) возрастает.

Перераспределение энергии между электронами происходит при электрон-электронных столкновениях. Будем считать, что время релаксации функции распределения электронов к максвелловской функции  $\tau_{eem} \approx \tau_{ee} = \frac{m^2 u_{Te}^3}{\sqrt{12\pi}\Lambda n_e e^4}$ [23], где  $\tau_{ee}$  – среднее время между электрон-электронными столкновениями,  $n_e$  – плотность электронов,  $u_{Te}$  – тепловая скорость электронов,  $\Lambda$  – кулоновский логарифм.

В МБ при  $z = \pm \delta$  находятся проводящие стенки канала. Примем потенциал стенок равным нулю. Тогда разность потенциалов по оси *z* между областью потока и стенкой  $\Delta \phi_z = \phi(x) - \phi(z = \pm \delta) =$  $= \phi(x)$ . Будем учитывать уход на стенки некоторой части  $n_{fast}$  электронов: если электроны имеют энергию  $W > e\phi(x) = e\Delta\phi_z$ , то они за среднее время  $\tau$  уходят вдоль *z* на стенки. Плотность  $n_{fast}$  электронов, энергия которых больше, чем  $e\phi(x)$ , определяется так:  $n_{fast} = n_e e^{-e\phi(x)/kT(x)}$ , где T(x) – температура электронов в точке траектории с координатой *x*. Тогда время ухода электронов на

стенки можно определить из соотношения 
$$\frac{n_{fast}}{\tau_{eem}} = \frac{n_e}{\tau_{eem}} e^{e\varphi(x)/kT(x)}$$
, и оно равно  $\tau = \tau_{eem} e^{e\varphi(x)/kT(x)}$ .

## 3. ДВИЖЕНИЕ ЭЛЕКТРОНОВ И ИОНОВ В ПОПЕРЕЧНОМ МАГНИТНОМ ПОЛЕ

На рис. 3 приведена схема МБ, используемая при теоретическом анализе задачи.

Уравнения динамики электронов имеют вид

$$mn_e u_x \frac{du_x}{dx} = -en_e E - \frac{en_e u_y B}{c} - \frac{dp}{dx} - \frac{mn_e u_x}{\tau_{ea}}; \quad (1)$$

$$mn_e u_x \frac{du_y}{dx} = \frac{en_e u_x B}{c} - \frac{mn_e u_y}{\tau_{eq}},$$
(2)

где  $u_x$ ,  $u_y$  — направленные скорости электронов вдоль оси *x* и *y* соответственно, *E* — напряженность электрического поля вдоль оси *x*,  $p = n_e kT$  электронное тепловое давление.

Изменение энергии электронов при продвижении их в промежутке  $\Delta$  связано с переносом внутренней энергии, энергии направленного движения, работой сил давления и электрического поля. В стационарном режиме, с учетом ухода электронов на стенки, можно записать следующее уравнение:

$$\frac{d}{dx}\left(u_{x}\frac{n_{e}mu^{2}}{2}+u_{x}\varepsilon+u_{x}p\right)+$$

$$+\frac{1}{\tau}\left(\frac{n_{e}mu^{2}}{2}+\varepsilon+p\right)=-en_{e}Eu_{x},$$
(3)

где  $\varepsilon = (3n_e kT)/2$  – внутренняя энергия электронов;  $u^2 = u_x^2 + u_y^2$ .

Уравнение непрерывности потока электронов с учетом ухода электронов вдоль оси *z* имеет вид

$$\frac{d(u_x n_e)}{dx} = -\frac{n_e}{\tau}.$$
 (4)

Из (3), (4) можно получить

$$\frac{d}{dx}\frac{mu^2}{2} = -\frac{d}{dx}\left(\frac{5}{2}kT - e\varphi\right).$$
(5)

Пренебрегая инерцией электронов в уравнениях (1), (2), (5) и используя граничное условие  $\varphi(x = 0) = 0$ , получим выражения для скоростей и температуры электронов:

$$u_{y} = \omega_{Be} u_{x} \tau_{ea}, \tag{6}$$

$$u_x = -\frac{\tau_{ea}}{m\left(1 + \omega_{Be}^2 \tau_{ea}^2\right)} \left(eE + \frac{1}{n_e}\frac{dp}{dx}\right).$$
 (7)

$$kT(x) = kT_0 + \frac{2}{5}e\varphi(x).$$
 (8)

Уравнения (6)—(8) не содержат времени  $\tau$  и соответствуют одномерной постановке задачи. Но учет потерь электронов из потенциальной ямы на стенки азимутатора заложен в уравнении (4).

ФИЗИКА ПЛАЗМЫ том 46 № 11 2020

Тепловая скорость электронов  $u_{Te} = \sqrt{\frac{2kT}{m}}$  запишется так

$$u_{Te}(x) = \sqrt{\frac{2kT_0}{m} + \frac{4e\varphi(x)}{5m}}.$$
 (9)

Движение ионов в МБ описывается уравнениями сохранения энергии и потока:  $MV^2/2 = W_0 - e\varphi$ ,  $n_i = \frac{n_0 u_0}{V}$ , где V – скорость ионов вдоль оси x, M – масса иона,  $n_i$  – плотность ионов. Тогда распределение плотности ионов в МБ определяется по формуле

$$n_i(x) = \frac{n_0}{\sqrt{1 - e\varphi(x)/W_0}}.$$
 (10)

#### 4. РАСПРЕДЕЛЕНИЕ ПОТЕНЦИАЛА

#### 4.1. Квазинейтральный режим

Рассмотрим случай  $n_0 \gg N_B$ , при котором электроны, продвигающиеся в МБ за счет столкновений с нейтралами, компенсируют заряд ионной компоненты, и на всей длине МБ осуществляется квазинейтральный режим течения с  $n_e = n_i = n$ . Полагаем, что для электронов выполняется условие  $\omega_{Be} \gg (\tau_{ea})^{-1}$ , при котором направленная скорость электронов (7) с учетом соотношений (8) и (10) будет определяться так:

$$u_{x} = \frac{3e}{5m\omega_{Be}^{2}\tau_{ea}}\frac{d\varphi}{dx}\left[1 - \frac{1}{(1 - e\varphi/W_{0})}\left(\frac{5kT_{0}}{6W_{0}} + \frac{e\varphi}{3W_{0}}\right)\right], (11)$$

где  $\tau_{ea} = 1/(n_a \sigma_{ea} u_{Te})$  — время между упругими столкновениями электронов с нейтралами,  $n_a$  — плотность нейтралов,  $\sigma_{ea}$  — сечение упругих столкновений; считаем  $\sigma_{ea}$  = const.

Из (11) видно, что направленная скорость электронов становится равной нулю в точке, где потенциал становится равным некоторому критическому значению  $\varphi_{cr}$ , определяемому из формулы

$$\frac{e\varphi_{cr}}{W_0} = \frac{3}{4} - \frac{5kT_0}{8W_0}.$$
 (12)

Введем безразмерные переменные  $\psi = e\phi/W_0 -$ безразмерный потенциал и  $\xi = x/\Delta -$ координату поперек поля. Объединяя (1), (4), (8), (9), (10) и (11), получим уравнение для определения потенциала в МБ

$$G\frac{d}{d\xi}\left[f\left(\psi\right)\frac{d\psi}{d\xi}\right] = -g(\psi), \qquad (13)$$

где  $G = \frac{1}{5\Lambda\sqrt{4\pi}} \frac{n_a}{n_0} \frac{\sigma_{ea}}{\Delta^2} \frac{W_0^3}{e^4 \omega_{Be}^2 m}$  – безразмерный критерий, который можно записать и как  $G = RN_B/n_0$ ;

- · · · · ·

здесь введен безразмерный параметр  $R = \frac{9}{80} \sqrt{\frac{3}{\pi}} \frac{n_a \sigma_{ea} W_0^2}{\Lambda e^2 m \omega_{Be}^2}$ , который не зависит от плотности входного потока  $n_0$ , длины  $\Delta$  и в условиях эксперимента  $R \gg 1$ .

В уравнении (13) функции  $g(\psi)$  и  $f(\psi)$  суть

$$f(\psi) = \frac{(1 - 4/3\psi - 5/6\alpha)}{(1 - \psi)^{3/2}} \sqrt{\alpha + 2/5\psi};$$
 (14)

$$g(\Psi) = \frac{1}{\left(1 - \Psi\right)\left(\alpha + 2/5\Psi\right)^{3/2}} \exp\left(-\frac{\Psi}{\alpha + 2/5\Psi}\right), \quad (15)$$

где  $\alpha = kT_0/W_0 \ll 1$ ; при численном моделировании (рис. 4, 6) принималось  $\alpha = 0.006$ .

Вводя обозначение  $z(\psi) = d\psi/d\xi$ , приведем уравнение (13) к виду

$$\frac{d\left(f^{2}z^{2}\right)}{d\psi} = -\frac{2}{G}gf.$$
 (16)

Уравнение (16) можно решить относительно  $d\psi/d\xi$ :

$$\frac{d\Psi}{d\xi} = \sqrt{\frac{2}{G}} \frac{1}{f} \sqrt{\int_{\Psi}^{\Psi_m} g(p) f(p) dp}.$$
(17)

В решении (17) постоянную интегрирования мы нашли из условия симметрии распределения потенциала. В точке  $\xi = 1/2$  потенциал  $\psi$  достигает максимума  $\psi(\xi = 0.5) = \psi_m$ , а производная  $d\psi|_{m=0}^{m}$ . Интегририя (17) ния распределения

 $\frac{d\Psi}{d\xi}\Big|_{0.5} = 0.$  Интегрируя (17), для распределения

потенциала вдоль МБ будем иметь

$$\int_{0}^{\Psi} \frac{f(t)dt}{\sqrt{k(\Psi_m) - k(t)}} = \sqrt{\frac{2}{G}}\xi,$$
(18)

где обозначено

$$k(t) = \int_{0}^{t} g(p)f(p)dp =$$

$$= \int_{0}^{t} \frac{(1 - 4/3p - 5/6\alpha)}{(1 - p)^{5/2}(\alpha + 2/5p)} e^{-\frac{p}{\alpha + 2/5p}} dp.$$
(19)

При  $\xi = 1/2$  из (18) получим уравнение для определения значения максимального потенциала  $\psi_m$ :

$$\int_{0}^{\Psi_{m}} \frac{f(t)dt}{\sqrt{k(\Psi_{m}) - k(t)}} = \frac{1}{\sqrt{2G}}.$$
(20)

Для решения уравнения (20) на промежутке  $0 \le t \le 1$  вычислялась функция k(t). Далее рассчитывалась функция

$$s(\Psi_m) = \int_0^{\Psi_m} \frac{f(t)dt}{\sqrt{k(\Psi_m) - k(t)}},$$
(21)



**Рис. 4.** а) — зависимость величины максимального потенциала  $\psi_m$  от критерия *G*; б) — распределение потенциала  $\psi$  для различных значений критерия *G*.

которая определена в области  $0 \le \psi_m \le \psi_{cr}$ , где функция k(t) возрастает. Потенциал  $\psi_{cr}$  определяется в соответствии с соотношением (12).

Подынтегральное выражение в (21) при  $t = \psi_m$ стремится к бесконечности, но интеграл сходится, и его можно вычислить методом средних прямоугольников с рекуррентным уточнением. Интерполируя найденную функцию  $s(\psi_m)$  кубическими сплайнами, из уравнения (20) была определена зависимость величины максимального потенциала  $\psi_m$  от *G* (рис. 4а). Существует критическое значение  $G_{cr}$ , при котором максимум потенциала равен критическому значению  $\psi_{cr}$ , это  $G_{cr} = 0.5/[s(\psi_{cr})]^2$ .

Численно вычисляя интеграл (21) при  $\psi_m = \psi_{cr} = 0.74625$ , получим  $s(\psi_{cr}) = 0.6844$ ; тогда  $G_{cr} \approx 1.067$ . С помощью уравнения (18) было получено распределение потенциала в области  $0 \le \xi \le 1$  (рис. 46). Максимальная плотность потока, при которой еще реализуется прохождение через МБ в квазинейтральном режиме, равна  $n_{cr} = N_B R/G_{cr}$ , что в *R* раз превосходит величину  $N_B$ .

#### 4.2. Нарушение квазинейтральности

Если  $G \leq G_{cr}$ , то потенциал в промежутке достигает критического значения в некоторой точке  $\xi_s < 0.5$ . Согласно (11), в точке  $\xi_s$  скорость электронов  $u_x$  поперек магнитного поля равна нулю, электроны останавливаются, и в области  $\xi_s < \xi \le$ 0.5 будет двигаться только поток ионов. Там, где  $0 \le \xi < \xi_s$ , по-прежнему будет сохраняться квазинейтральный режим. Определим положение точки  $\xi_s$ . В случае  $G < G_{cr}$  в точке  $\xi_s$  потенциал  $\psi(\xi_s) = \psi_{cr}$ , а производная в точке  $\xi_s$  слева  $d\psi/d\xi = 0$ . Потенциал будет сохранять непрерывность, но электрическое поле будет иметь разрыв. С учетом граничных условий точка  $\xi_s$ определяется из уравнения

$$\xi_s = s(\psi_{cr})\sqrt{G/2}.$$
 (22)

В области  $\xi_s < \xi \le 0.5$  длиной  $\Delta(1 - 2\xi_s)$  существует только поток ионов, поэтому распределение потенциала будет определяться так же, как и в известной задаче [18], в которой в режиме  $G < G_{cr}$  прохождение ионов возможно, если для безразмерного параметра *A* выполняется условие

$$A = \frac{4\pi e^2 n_s \Delta^2 (1 - 2\xi_s)^2}{W_s} =$$
  
=  $\frac{4\pi e^2 n_0 \Delta^2 (1 - s(\psi_{cr})\sqrt{2G})^2}{W_0 (1 - \psi_{cr})^{3/2}} \le \frac{32}{9},$ 

=

где  $W_s = W_0 (1 - \psi_{cr}), n_s = \frac{n_0}{(1 - \psi_{cr})^{1/2}}$  – энергия и плотность ионов в точке  $\xi = \xi_s$ . Для моноэнергетического плазменного потока прохождение МБ

тического плазменного потока прохождение МБ возможно до достижения параметром *A* значения 32/9. И если  $R \gg 1$ , то достигаются следующие значения  $\psi_m$ ,  $n_0$ ,  $G: \psi_{cr2} = 3/4 + \psi_{cr}/4$ ,  $n_{cr2} = n_{cr}[1 + 2G_{cr}^{1/2}(1 - \psi_{cr})^{3/4}/R^{1/2}]$ ,  $G_{cr2} = G_{cr}[1 - 2G_{cr}^{1/2}(1 - \psi_{cr})^{3/4}/R^{1/2}]$ . Видно, что при  $R \gg 1$  величины  $n_{cr2}$ и  $G_{cr2}$  мало отличаются от  $n_{cr}$  и  $G_{cr}$ .

Для немоноэнергетического плазменного потока возможен режим с частичным прохождением через МБ и при  $G \leq G_{cr2}$ . При этом положение максимума потенциала  $\Psi_m$  смещается к началу МБ и при  $G \rightarrow 0$  параметр  $\xi_m \rightarrow 0$ , а  $\Psi_m \rightarrow 1$ . Пользуясь результатами работы [19], можно показать, что до  $n_0 = n_{0\text{max}} = n_{cr} [1 + G_{cr}^{1/2} (1 - \Psi_{cr})^{3/4} / R^{1/2}]$  плотность прошедших через МБ ионов  $n_{\Delta}$  практически совпадает с  $n_0$ . При дальнейшем увеличении  $n_0$  плотность прошедших ионов уменьшается по сравнению с  $n_{0\text{max}}$  и стремится к величине  $n_{\Delta\infty} = n_{0\text{max}}/4$ . Для условий экспериментов на ПОМС-Е-3, когда  $\Lambda = 10$ ,  $\sigma_{ea} = 2 \times 10^{-20} \text{ м}^2$ ,  $W_0 = 500$  эВ,  $\Delta = 6 \times 10^{-3}$  м, B = 3000 Гс,  $n_a = 1.6 \times 10^{18} \text{ м}^{-3}$ , плотность ионов, преодолевающих МБ, может достигать величины  $n_{0\text{max}} \approx 2 \times 10^{17} \text{ м}^{-3}$ .

### 5. СРАВНЕНИЕ ТЕОРЕТИЧЕСКИХ РЕЗУЛЬТАТОВ С ДАННЫМИ ЭКСПЕРИМЕНТОВ

В макете плазмооптического масс-сепаратора ПОМС-Е-3 (рис. 1) в качестве источника плазмы использовался TAL, катод которого является и азимутатором с  $\Delta = 6 \times 10^{-3}$  м. Необходимые для численных расчетов значения средней энергии *W*<sub>0</sub> и плотности ионов *n* извлекались из измеренных непосредственно на выходе из катода-азимутатора функций распределения ионов: плотность определялась как интеграл от функции распределения. Плавающий потенциал  $\phi_{fl}$  в центре МБ находился по ВАХ ленгмюровского зонда. На рис. 5 демонстрируется сравнение  $\Psi_m$  и  $\varphi_{fl}$  при изменении магнитного поля и рабочего давления. Как измеренный экспериментально, так и рассчитанный теоретически ( $\Delta = 6 \times 10^{-3}$  м;  $W_0 = 500$  эВ,  $n_0 = 10^{15} \text{ м}^{-3}, \sigma_{ea} = 2 \times 10^{-20} \text{ м}^2$ ) потенциалы растут примерно по одинаковому закону с увеличением магнитного поля. При  $P \le 8 \times 10^{-5}$  Торр в эксперименте  $\phi_{fl}$  изменяется не более чем на 15%. Если давление продолжает возрастать,  $\phi_{fl}$  падает значительно быстрее – эффективность компенсации электронами положительного заряда ионного потока возрастает. Поток квазинейтральной плазмы наблюдается при любых разрядных напряжениях  $U_d$ , но должно быть  $B_{an} \ge 400$  и  $B_{az} \ge 1500$  Гс; при меньших значениях индукции магнитного поля плавающий потенциал  $\phi_{fl} \approx \text{const}$  при росте *P*.

Надо отметить, что функция распределения ионов по энергии (с наиболее вероятной энергией  $W_{0m}$ ) на входе в МБ в эксперименте изменялась в соответствии с динамикой режима горения разряда в TAL. Это обстоятельство, судя по кривой 2 на рис. 5а, заметного влияния на зависимость  $\phi_{fI} = f(B)$  не оказывает.

На рис. 6 представлена максимально возможная плотность ионов как функция магнитного поля. Жирная горизонтальная линия отмечает границу бесстолкновительного режима  $N \approx 1.7 \times 10^{20} \text{ м}^{-3}$  для ионов при прохождении пути TAL + МБ ( $l \approx 1.5 \times 10^{-2} \text{ м}$ ), что является условием плазмооптической масс-сепарации. Данная граница получена из условия однократности столкновений ионов на пути *l* с учетом полного транспортного сечения (упругое рассеяние плюс перезарядка), которое, для оценки, взято для ионов аргона с  $W_0 = 400 \Rightarrow B$  и равно  $\sigma_{tr} \approx 3.9 \times 10^{-15} \text{ см}^2$  [24].

В экспериментах на ПОМС-Е-3 максимальная плотность на выходе МБ пока не превышает  $10^{14} \text{ м}^{-3}$ , что много меньше плотности, "разрешенной" для прохождения через МБ. Например, при B = 4000 Гс и  $P = 10^{-4}$  Торр плотность  $N \approx$  $\approx 10^{18} \text{ м}^{-3}$ . Максимальные плотности в прошед-



**Рис. 5.** Потенциал в МБ азимутатора: *a*) – как функция магнитного поля: кривая  $1 - \Psi_m = f(B)$  при  $P = 9 \times 10^{-5}$  Торр;  $2 - экспериментально измеренный плавающий потенциал при <math>U_d = 1160$  В,  $B_{an} = 1000$  Гс,  $B_{az} = 4270$  Гс;  $\delta$ ) – зависимость от давления:  $1 - \Psi_m = = f(P)$  при B = 4000 Гс;  $2 - \varphi_{fl}$  при  $U_d = 680$  В,  $B_{an} = 1000$  Гс,  $B_{az} = 4270$  Гс.



**Рис. 6.** Зависимость максимальной плотности от величины магнитного поля в МБ: кривая  $1 - P = 5 \times 10^{-4}$  Торр;  $2 - 10^{-4}$  Торр;  $3 - 5 \times 10^{-5}$  Торр; в области А – есть столкновения; В – столкновений нет. Расчет сделан при  $\Delta = 6 \times 10^{-3}$  м,  $W_0 = 500$  эВ,  $\sigma_{ea} = 2 \times 10^{-20}$  м<sup>2</sup>.

шем МБ потоке ионов (рис. 6) смогут обеспечить высокую производительность ПОМС.

#### 6. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Характер движения потока плазмы в поперечном магнитном поле при диффузионном продвижении электронов определяется величинами плотностей ионов и нейтралов, индукцией магнитного поля, энергией ионов и длиной МБ. В работе сформирован информативный для проведения многопараметрического теоретического анализа безразмерный критерий G, который включает в себя все названные величины и ряд численных коэффициентов. Введен связанный с G безразмерный параметр R, который не зависит от плотности входного потока  $n_0$  и от  $\Delta$ , позволяющий выявить влияние на течение величины магнитного поля и энергии потока. Определено критическое значение  $\hat{G}_{cr} \approx 1.067$ . Если  $\hat{G} \ge G_{cr}$ , то движение плазмы в МБ происходит с сохранением квазинейтральности. Если  $G < G_{cr}$ , то существует промежуток в МБ, локализованный вблизи максимума потенциала. где движется только поток ионов. Именно в этом режиме достигается максимально возможная плотность ионов, прошедших через магнитный барьер. Найдена формула для максимальной плотности ионов, преодолевающих MB,  $n_{\Delta m} \approx N_B R/G_{cr}$ , где  $N_B$  – величина максимальной плотности ионов, проходящих через МБ, полученная для случая, когда не учитывалось диффузионное проникновение электронов в МБ. Для условий эксперимента параметр  $R \approx 200$ , и  $n_{\Delta m}$  на два порядка превышает величину  $N_B$ , достигая значения 2 × 10<sup>17</sup> м<sup>-3</sup>. Это означает, что для условий эксперимента значительных ограничений на производительность масс-сепарации, связанных с влиянием магнитного поля барьера, нет.

Зависимость  $\phi_{fl} = f(B)$  экспериментально измеренного потенциала в МБ азимутатора ПОМС-Е-3 лежит в области  $G \ge G_{cr}$ , что говорит о выполнении условия квазинейтральности. В эксперименте для этого нужно, чтобы  $B_{az} \ge 1500$  Гс. Плавающий потенциал, как и  $\psi_m$ , растет с увеличением B и уменьшается с P. Данные факты говорят в пользу правильности основных положений предлагаемой теории прохождения потока плазмы через магнитный барьер масс-сепаратора.

Работа частично финансировалась в рамках проекта № 0667-2020-0037 Министерства науки и высшего образования РФ.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- Долголенко Д.А., Муромкин Ю.А. // УФН. 2017. Т. 187. С. 1071. [Dolgolenko. D.A., Muromkin Yu.A. // Physics-Uspekhi. 2017. V. 60. № 10. Р. 994]. https://doi.org/10.3367/UFNe.2016.12.038016
- Renaud Gueroult, Stewart J. Zweben, Nathaniel J. Fisch, and J.-M. Rax // Physics of Plasmas. 2019. V. 26. № 4. 043511. https://doi.org/10.1063/1.5083229.
- 3. Морозов А.И., Семашко Н.Н. // Письма в ЖТФ. 2020. Т. 28. Вып. 24. С. 63. [Morozov A.I., Semashko N.N. // Tech. Phys. Lett. 2002. V. 28. № 12. Р. 1052]. https://doi.org/10.1134/S106378501

- Строкин Н.А., Бардаков В.М. // Физика плазмы. 2019. Т. 45. С. 51. [Strokin N.A., Bardakov V.M. // Plasma Phys. Rep. 2019. V. 45. P. 46]. https://doi.org/10.1134/S1063780X19010148
- Мартыненко Ю.А. // УФН. 2009. Т. 179. С. 1354. [Martynenko Yu.V.// Physics—Uspekhi. 2009. V. 52. № 12. P. 1266] DOI: 10.3367/UFNe.0179.200912n.1354.
- 6. *Кабанов И.А.* // Перспективные материалы. 2011. № 10. С. 86.
- 7. *Winslow D.L.* // American Phys. Soc. 47th Annual DPP Meeting. 2005. Abstract #KP1.074.
- Горшунов Н.М., Потанин Е.П. // Физика плазмы. 2020. Т. 46. № 2. С. 110. https://doi.org/10.31857/S0367292120020055
- Бардаков В.М., Кичигин Г.Н., Строкин Н.А. // Письма в ЖТФ. 2010. Т. 36. Вып. 4. С. 75. [Bardakov V.M., Kichigin G.N., Strokin N.A. // Tech. Phys. Lett. 2010. V. 36 (2). P. 185. https://doi.org/10.1134/S106378501
- Bardakov V.M., Ivanov S.D., Strokin N.A. // Phys. Plasmas. 2014. V. 21 (3). 033505. https://doi.org/10.1063/1.4846898
- Bardakov V.M., Ivanov S.D., Kazantsev A.V., Strokin N.A. // Plasma Sci. Tech. 2015. V. 17 (10). P. 862. https://doi.org/10.1088/1009-0630/17/10/09
- 12. Гришин С.Д., Лесков Л.В. Электрические ракетные двигатели космических аппаратов. М.: Машиностроение, 1989.
- 13. *Goebel D.M., Katz I.* Fundamentals of electric propulsion: ion and Hall thrusters. Hoboken. John Wiley & Sons Inc. New Jersey, 2008.
- Chapman S., Ferraro B.C.A. // Nature, 1930. V. 126. № 3169. P. 129. https://doi.org/10.1038/126129a0.
- 15. *Ferraro B.C.A.* // J. Geophys. Res, 1952. V. 57. № 1. P. 15. https://doi.org/10.1029/JZ057i001p00015
- Baker D.A., Hammel J.E. // Phys. Fluids, 1965. V. 8 (4). P. 713. https://doi.org/10.1063/1.1761288
- Longmire C.L. Elementary Plasma Physics. New York-London-Sidney: Interscience Publishers Division of John Wiley and Sons Inc., 1963. https://doi.org/10.1016/0029-5582(64)90377-3
- Бурсиан В.Р., Павлов В.И. // Журнал русского физико-химического общества. 1923. Т. 55. № 1–3. С. 71.
- Bardakov V.M., Ivanov S.D., Kazantsev A.V., Strokin N.A., Stupin A.N. // Phys. Plasmas. 2018. V. 25 (8). 083509. https://doi.org/10.1063/1.5037852
- Kolev St., Hagelaar G.J.M., Fubiani G., Boeuf J.-P. // Plasma Sources Sci. Tech. 2012. V. 21 (2). 025002. https://doi.org/10.1088/0963-0252/21/2/025002
- Das B.K., Hazarika P., Chakraborty M., Bandyopadhyay M. // Phys. Plasmas. 2014. V. 21 (7). 072118. https://doi.org/10.1063/1.489477
- 22. *Curreli D., Chen F.F.* // Plasma Sources Sci. Tech. 2014. V. 23 (6). 064001.

https://doi.org/10.1088/0963-0252/23/6/064001

- 23. *Francis F. Chen.* Introduction to Plasma Physics and Controlled Fusion. Second Edition. Vol. 1: Plasma Physics. New York and London: Plenum Press, 1984.
- 24. *Raizer Yuri P.* Gas Discharge Physics. Springer-Berlag Heidelberg, 2001.

ФИЗИКА ПЛАЗМЫ том 46 № 11 2020