

## МАГНИТОГИДРОДИНАМИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ПРЯМОТОЧНОЙ ВЧ ПЛАЗМЕННОЙ ЦЕНТРИФУГИ

© 2020 г. Н. М. Горшунов<sup>а</sup>, Е. П. Потанин<sup>а, б, \*</sup>

<sup>а</sup> *Национальный исследовательский центр “Курчатовский институт”, Москва, Россия*

<sup>б</sup> *Национальный исследовательский ядерный университет “МИФИ”, Москва, Россия*

\*e-mail: potanin45@yandex.ru

Поступила в редакцию 21.05.2019 г.

После доработки 05.09.2019 г.

Принята к публикации 22.09.2019 г.

Рассмотрена возможность использования прямоточной плазменной центрифуги для разделения отработавшего ядерного топлива. Получены уравнения, описывающие характеристики азимутального движения и радиального расширения полностью ионизованной плазменной струи под действием вращающегося поперечного магнитного поля дипольной конфигурации в продольном статическом магнитном поле. Анализ проводится как в многокомпонентном приближении, так и на основе однокомпонентных МГД-уравнений с учетом эффекта Холла. Расчеты выполнены для различных значений удерживающего плазму магнитного поля  $B_z$ . На основании полученных зависимостей окружной и радиальной скоростей ионов от величин ВЧ магнитных полей  $B_0$  проведены оценки разделительных характеристик плазменной центрифуги при разделении двухкомпонентной смеси, моделирующей отработавшее ядерное топливо.

*Ключевые слова:* плазменная центрифуга, отработавшее ядерное топливо, скорость вращения, масс-сепарация

**DOI:** 10.31857/S0367292120020055

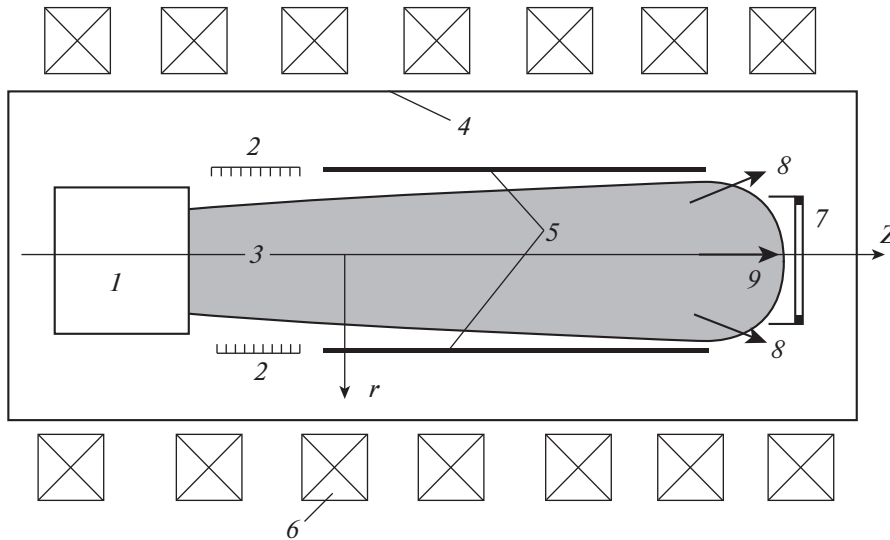
### 1. ВВЕДЕНИЕ

В настоящее время весьма актуальна проблема переработки отработавшего ядерного топлива (ОЯТ) атомных электростанций. Ее решение возможно на основе плазменных методов разделения ионов по массе [1–7]. ОЯТ представляет собой весьма сложную смесь. Обычно в нее входит около 95% урана и примерно 1% плутония – элементы с массой порядка 240 а.е.м. Остальное составляют радиоактивные продукты деления и прочие легкие элементы с атомными массами менее 160 а.е.м. Столь большое различие масс делает заманчивым центробежное отделение легкой радиоактивной составляющей от ядерного топлива на одноступенчатой прямоточной установке, использующей радиальный разделительный эффект в быстро вращающейся плазменной струе, не контактирующей со стенкой.

Переработка ОЯТ включает в себя проблему создания источника плазмы и осуществление самого процесса разделения, при котором достигается эффективное разделение при минимальных потерях тяжелого компонента на стенках устройства. Задача разработки источника плазмы ОЯТ рассматривается в [6, 8]. В данной работе мы остановимся на второй проблеме. Один из воз-

можных способов возбуждения центробежного поля сил в плазменном потоке заключается в создании конфигурации с взаимно перпендикулярными (скрещенными) постоянными электрическим и магнитным полями [8–12]. При таком способе неизбежно взаимодействие тока с электродами, что ведет к загрязнению плазмы и пристеночному торможению вращения. В работах [13–17] рассмотрен другой метод азимутального ускорения проводящего газа, основанный на использовании высокочастотной системы с вращающимся магнитным полем. Индукционный характер разряда позволяет, в отличие от аналогичных устройств со скрещенными постоянными полями, избежать применения электродных систем, а также снизить вероятность возникновения “спецевания”. Возможность возбуждения в проводящей среде азимутальных пондеромоторных сил и связанной с ними раскрутки плазмы за счет действия ВЧ-полей при наличии осевого постоянного магнитного поля подтверждена экспериментально в [16].

В работе [17] на основе однокомпонентного магнитогидродинамического приближения проведена оценка возможности достижения приемлемых для эффективного разделения скоростей



**Рис. 1.** Принципиальная схема устройства: 1 – источник плазмы, 2 – карманы, 3 – плазменная струя, 4 – камера, 5 – токонесущие стержни, 6 – катушки статического магнитного поля, 7 – скиммер, 8 – отбор тяжелой фракции, 9 – отбор легкой фракции.

вращения плазмы и выполнен расчет достижимых коэффициентов разделения  $\alpha$ .

Целью предлагаемой работы является создание многокомпонентной магнитогидродинамической модели стационарного вращения и расширения плазменной струи в осевом постоянном магнитном поле под действием вращающегося магнитного поля дипольной конфигурации, проверка справедливости оценок в рамках однокомпонентного приближения [17] и расчет таких важных для масс-сепарации характеристик, как концентрация извлекаемых топливных составляющих смеси и степень извлечения топливной компоненты ОЯТ.

## 2. ПРИНЦИПИАЛЬНАЯ СХЕМА ПРОЦЕССА

Упрощенная схема, обеспечивающая вращение и разделение плазменной струи по массам ионов, представлена на рис. 1. Предположим, что имеется источник сильно ионизованной плазмы продуктов ОЯТ (1), прошедших первую стадию распада основных короткоживущих радионуклидов, создающий продольный плазменный поток. С точки зрения осуществления эффективного разделения и уменьшения потерь ядерного топлива на конструктивных элементах, необходимо стремиться к увеличению степени ионизации в зоне разделения. В плазме реального источника всегда будет присутствовать, пусть даже незначительная по концентрации, нейтральная компонента. Если источник плазмы вместе с системой разделения помещены в магнитное поле, то можно, располагая последнюю на некотором расстоянии от выхода источника, добиться увеличения

степени ионизации плазмы в потоке, поскольку нейтральные частицы будут более эффективно диффундировать поперек магнитного поля по сравнению с заряженными частицами. Расположив на этом участке специальные карманы 2, в которые будут собираться нейтральные частицы, можно добиться повышения “качества” разделяемой смеси. Нейтральные частицы, вышедшие из источника, в основном представляют собой атомы металлов, которые должны конденсироваться на холодных поверхностях карманов. Отметим, что при больших плотностях ионов препятствие для радиального ухода нейтральных частиц под действием их радиального градиента парциального давления представляют ионы разделяемой смеси. Чем меньше плотность ионов, тем эффективнее этот процесс. Оценим длину свободного пробега нейтралов по отношению к перезарядочным соударениям с ионами  $\lambda_{ni} \approx 1/n_i Q^*$ , где  $n_i$  – числовая плотность ионов,  $Q^*$  – сечение процесса. Полагая  $n_i = 10^{18} \text{ м}^{-3}$ ,  $Q^* = 10^{-18} \text{ м}^2$ , получим  $\lambda_{ni} \approx 1 \text{ м}$ . В свободномолекулярном режиме, когда длина свободного пробега нейтралов велика по сравнению с радиусом плазменного столба  $R_0$ , время ухода порядка отношения радиуса  $R_0$  к средней тепловой скорости нейтралов. При  $R_0 = 0.05 \text{ м}$ ,  $T_n \approx T_i \approx 10^4 \text{ К}$ ,  $M_i = 240 \text{ а.е.м.}$  получим  $\tau_{loss} \approx 10^{-4} \text{ с}$ .

Предположим, что перед зоной разделения создан поток полностью ионизованной плазмы. Этот поток 3 поступает в зону разделения, в которой следует раскрутить плазму до скоростей, поз-

воляющих эффективно отделить тяжелую составляющую смеси от легкой. Вращающееся поперечное магнитное поле увлекает плазму в азимутальном направлении за счет сфазированного взаимодействия индукционных осевого электрического тока и радиального магнитного поля. Следует ограничивать радиальное расширение плазменного столба, ведущее к взаимодействию плазмы со стенками камеры 4 и стержнями индукторов 5.

Для замедления процесса ухода плазмы на стенки необходимо использовать достаточно сильное продольное магнитное поле  $\mathbf{B}$ , создаваемое катушками 6. На конце рабочей зоны устанавливается специальный цилиндрический разделитель потока – скиммер 7, отделяющий поток тяжелых компонент смеси (уран и плутоний – тяжелая фракция 8) от легких (осколки деления и примеси – легкая фракция 9). Такую схему разделения принято называть прямоточной в отличие от противоточной, обычно используемой в механических центрифугах [18].

Для создания вращающегося магнитного поля можно использовать питаемую с соответствующим сдвигом фаз шестистержневую индукторную систему (рис. 2), создающую в цилиндрическом объеме рабочей камеры магнитное поле “дипольной” конфигурации  $\mathbf{B}_0$ , направленное перпендикулярно оси и вращающееся с некоторой угловой скоростью  $\omega$  [15, 16].

На рис. 2 показана фазировка токов в стержнях, которые обеспечивают возбуждение поперечного магнитного поля определенной направленности. При подаче переменного трехфазного напряжения на обмотки индуктора возбуждается вращение вектора  $\mathbf{B}_0$ . Характер изменяющегося во времени магнитного поля аналогичен реализуемому в случае асинхронного двигателя. Ниже мы подробнее остановимся на распределении поверхностных токов, обеспечивающих дипольную конфигурацию магнитного поля.

Вращающаяся компонента магнитного поля ускоряет плазму в азимутальном направлении. Ускорению плазмы препятствуют силы инерции. Радиальному разлету плазмы противодействует электромагнитная сила, обусловленная взаимодействием осевого магнитного поля с азимутальным током.

Разобьем задачу расчета разделительных характеристик вращающейся плазменной струи на два этапа. Сначала определим гидродинамические характеристики вращающейся однокомпонентной по ионам плазмы, а именно, азимутальные и радиальные компоненты скорости. Затем, используя известное поле центробежных сил, рассчитаем радиальное распределение концентрации в бинарной смеси ОЯТ, выберем радиус скиммера, и оценим концентрацию топливных

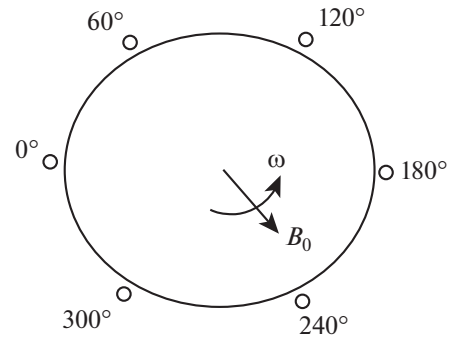


Рис. 2. Фазировка токов в токонесящих стержнях.

составляющих смеси в отбираемой части потока и степень извлечения топливной компоненты ОЯТ.

### 3. АНАЛИЗ СТАЦИОНАРНОГО ВРАЩЕНИЯ И РАСШИРЕНИЯ ПЛАЗМЕННОГО СТОЛБА В ВЧ-ПОЛЕ

Задача расчета гидродинамических параметров оторванной от стенок вращающейся плазменной струи в достаточно общей постановке состоит в решении системы нелинейных дифференциальных уравнений в частных производных с учетом нестационарного процесса ускорения среды в условиях одновременного действия электромагнитных сил, связанных как с внешним осевым удерживающим магнитным полем, так и с ВЧ ускоряющим полем. Сделаем ряд упрощающих предположений. Заменим реальное дискретное распределение осевых токов в стержневой системе (рис. 2) непрерывным бегущим токовым слоем. Предположим, что линейная плотность поверхностного тока в слое изменяется по гармоническому закону

$$\tilde{J}_z = J_{z0} \exp[i(\omega t - \varphi)], \quad (1)$$

где  $J_{z0}$  – амплитудное значение линейной плотности поверхностного тока,  $\omega$  – круговая частота,  $\varphi$  – азимутальная координата. Такое распределение возбуждает вращающееся с постоянной угловой скоростью  $\omega$  поперечное к оси однородное магнитное поле дипольной конфигурации, раскручивающее плазменный столб за счет электромагнитных сил. На рис. 3 показаны эпюры мгновенного распределения линейной плотности осевого тока в непрерывном токовом слое, которое создает строго однородное в пространстве поперечное магнитное поле. Знаки плюс и минус указывают направление токов в косинусоидальном распределении в данный момент времени. Вращение токового слоя приводит к вращению поперечного поля. Из уравнений Максвелла следует, что вакуумное (в отсутствие плазмы) поперечное

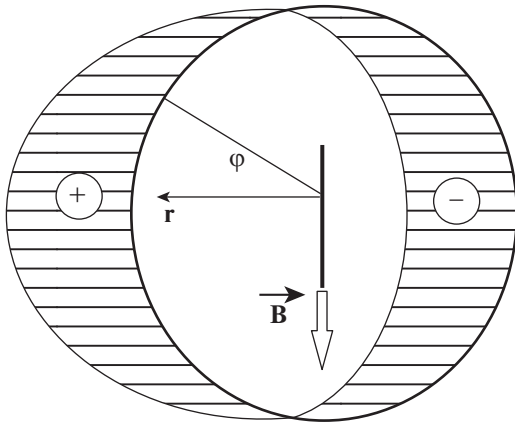


Рис. 3. Мгновенное распределение линейной плотности осевого тока в токовом слое.

магнитное поле внутри цилиндра в случае непрерывного бегущего по внешней поверхности цилиндра токового слоя вида (1) однородно внутри цилиндра (не зависит от  $r, z$  и  $\varphi$ ) и вращается с угловой скоростью  $\omega$  [19]. Это можно, в частности, показать на основе решения уравнения для векторного потенциала  $\mathbf{A}$  в проекции на ось  $z$  ( $\Delta A_z = 0$ ) с соответствующим источником (1). Такое поле создается в зазоре обычного магнита с двумя полюсами, вращающегося вокруг оси системы. Термин “магнитное поле дипольной конфигурации” и означает, что имеется два плоских протяженных полюса. Реально вращающееся поле создается дискретной системой стержней. При этом можно считать, что поле практически однородно в центральной части объема. Наличие плазмы в общем случае изменяет эти представления. Токи в плазме искажают поперечное магнитное поле, и оно уже зависит от радиальной координаты ([15]). Соответствующее уравнение для  $A_z$  имеет вид  $\Delta A_z = -\mu_0 j_z$ . Однако в рассматриваемом нами случае малых магнитных чисел Рейнольдса  $Re_m$  искажением поля за счет токов в плазме можно пренебречь.

Пусть на плазму, помимо поперечных переменных магнитных полей  $\tilde{B}_r$  и  $\tilde{B}_\varphi$ , наложено постоянное осевое магнитное поле  $B_z$ , создаваемое катушками б, рис. 1. Поток плазмы после прохождения зоны предварительного расширения 2 (рис. 1) направляется в основную рабочую область (зона разделения), в которой действуют продольное однородное магнитное поле  $B_z$  и перпендикулярное к нему ВЧ-вращающееся магнитное поле ( $\tilde{B}_r, \tilde{B}_\varphi$ ) дипольной конфигурации.

Пусть направления внешнего магнитного поля  $\mathbf{B}$  и угловой скорости вращения поперечного поля  $\omega$  совпадают ( $\omega \uparrow \uparrow \mathbf{B}$ ). Отметим, что только

при параллельности  $\omega$  и  $\mathbf{B}$  взаимодействие азимутального холловского тока с осевым статическим магнитным полем приводит к удержанию плазмы. При антипараллельности  $\omega$  и  $\mathbf{B}$  радиальная электромагнитная сила направлена от центра и стремится выбросить плазму на стенки устройства. Величины переменных электромагнитных полей, связанных с действием вращающегося магнитного поля и слабо искажающихся за счет токов в плазме (эффект скинирования), суть [19]

$$\begin{aligned} \tilde{B}_r &= B_0 \cos(\omega t - \varphi), & \tilde{B}_\varphi &= B_0 \sin(\omega t - \varphi), \\ \tilde{E}_z &= B_0 \omega r \cos(\omega t - \varphi). \end{aligned} \quad (2)$$

Будем предполагать вращение устойчивым, и пренебрегать какими-либо явлениями, связанными с взаимодействием плазмы с торцевой тормозящей конструкцией скиммера [20, 21]. Как следует из [22], в открытых системах возможна утечка электрических зарядов вдоль магнитного поля. В данном рассмотрении мы будем пренебрегать в стационарном состоянии такой утечкой электрических зарядов вдоль магнитного поля на “оторванные” от земли элементы скиммера. Выполним сначала оценку компонент скоростей вращения и радиального расширения ионной и электронной компонент полностью ионизованной плазмы в рамках многокомпонентного гидродинамического приближения. В рассматриваемом случае уравнения сохранения импульса для ионов и электронов должны в общем случае учитывать, кроме сил Лоренца, также члены, обусловленные взаимным трением между компонентами, и нелинейные инерционные члены, связанные с расширением плазменного столба

$$\begin{aligned} m_i n_i \frac{d\mathbf{V}_i}{dt} &= -\text{grad}(p_i) + \\ &+ n_i e (\mathbf{E} + \mathbf{V}_i \times \mathbf{B}) - n^2 \alpha (\mathbf{V}_i - \mathbf{V}_e), \\ m_e n_e \frac{d\mathbf{V}_e}{dt} &= -\text{grad}(p_e) - \\ &- n_e e (\mathbf{E} + \mathbf{V}_e \times \mathbf{B}) + n^2 \alpha (\mathbf{V}_i - \mathbf{V}_e), \end{aligned} \quad (3)$$

$$\quad (4)$$

где  $n = n_e \cong n_i$  – плотность частиц;  $\alpha$  – коэффициент, характеризующий силы диффузионного трения между ионами и электронами;  $d/dt$  означает полную производную. Обозначим  $u_k, v_k$  и  $w_k$  радиальную, азимутальную и осевую компоненты гидродинамических скоростей ионов ( $k = i$ ) и электронов ( $k = e$ ).

Нестационарность распределения плотности среды, вызванная радиальным расширением проводящего газа, существенно усложняет расчет. Однако, если использовать достаточно сильное внешнее осевое магнитное поле, можно предположить, что радиальная скорость плазмы невелика, и в первом приближении не учитывать связан-

ного с ней изменения во времени плотности среды, а также сил инерции в радиальном направлении, обусловленных конвективным ускорением. Аналогично [16] пренебрежем быстро осциллирующими пульсационными добавками к скоростям компонент. Основанием для такого приближения является тот факт, что действующая на компоненты плазмы электромагнитная азимутальная объемная сила в режиме преобладания столкновения электронов и ионов ( $v_{ei} \gg \omega$ ,  $v_k/r$ , где  $v_{ei}$  — частота электрон-ионных соударений) пропорциональна  $\cos^2(\omega t - \varphi)$  и, следовательно, не меняет знака. Поэтому ВЧ-поле может эффективно ускорять плазму в азимутальном направлении, и на больших временах  $t \gg 1/\omega$  влиянием пульсаций силы на движение среды можно пренебречь. Поскольку в достаточно сильном продольном магнитном поле  $B_z \gg B_0$  радиальное расширение столба затруднено, в радиальной проекции уравнения (3) пренебрегаем составляющими инерционных ускорений ионов, квадратичных по  $u_i$ , сохранив только центробежный член. Рассмотрим стационарный режим для радиального и азимутального движений, учтем малость инерции электронов и индуцированные магнитные поля. Кроме того, в силу свободного характера расширения плазменного столба и отсутствия его взаимодействия со стенками устройства на этом этапе расчета гидродинамических параметров пренебрежем градиентами давления заряженных частиц. Ниже мы оценим справедливость данного приближения. С учетом условия  $u_e = u_i$  (внешняя электрическая цепь разомкнута, вследствие чего радиальный электрический ток отсутствует) на основании (4) в проекции на радиальное направление имеем

$$0 = neE_r + nev_e B_z. \quad (5)$$

Квазистационарное радиальное электрическое поле  $E_r$ , связанное с вращением проводящей среды в осевом магнитном поле, обусловлено разделением зарядов. Причиной вращения плазмы является вращающееся магнитное поле, а возникающее радиальное электрическое поле  $E_r$  есть только следствие вращения плазмы. Отметим, что электрическое поле  $E_r$  не должно приводить к дополнительному тепловыделению. Это связано с тем, что внешняя электрическая цепь разомкнута и радиальный электрический ток отсутствует. По этой причине в среднем ионы не получают энергии от радиального поля. При микроскопическом рассмотрении движения ионов становится ясно, что если отдельный ион и наберет какую-либо долю энергии при “падении” в радиальном электрическом поле, то другой ион, движущийся навстречу полю, ее потеряет. При этом в среднем в силу отсутствия тока поглощения энергии

ионами не происходит. При движении по полю она поглощается, а при обратном движении — отдается полю. Рассматриваемая система, если сравнивать ее с вихревым МГД-генератором, работает в режиме “холостого хода”.

Используя выражение для  $E_r$  из (5) и учитывая, что  $\tilde{E}_z = \omega r \tilde{B}_r$ , а также производя усреднение электромагнитных сил, действующих на ионы и электроны, по периоду колебаний ВЧ-поля, получим

$$-m_i \frac{v_i^2}{r} = e B_z (v_i - v_e), \quad (6)$$

$$m_i u_i \frac{\partial v_i}{\partial r} + m_i \frac{v_i u_i}{r} = -e u_i B_z + e \langle \tilde{w}_i \tilde{B}_r \rangle - n \alpha (v_i - v_e), \quad (7)$$

$$m_i \frac{\partial \tilde{w}_i}{\partial t} + m_i \frac{v_i}{r} \frac{\partial w_i}{\partial \varphi} = e \tilde{B}_r (\omega r - v_i) - n \alpha (\tilde{w}_i - \tilde{w}_e), \quad (8)$$

$$0 = e u_i B_z - e \langle \tilde{w}_e \tilde{B}_r \rangle - n \alpha (v_e - v_i), \quad (9)$$

$$\begin{aligned} -m_e \frac{\partial \tilde{w}_e}{\partial t} - m_i \frac{v_e}{r} \frac{\partial \tilde{w}_e}{\partial \varphi} = \\ = e \tilde{B}_r (\omega r - v_e) + n \alpha (\tilde{w}_e - \tilde{w}_i). \end{aligned} \quad (10)$$

Поскольку электрическое поле  $\tilde{E}_z = \omega r \tilde{B}_r$  линейно зависит от радиальной координаты, величины  $\tilde{w}_i$  и  $\tilde{w}_e$ , а также электромагнитные раскручивающие плазму силы в (7) и (9) пропорциональны  $r$ , то можно искать решение системы уравнений (6)–(10) в виде

$$\begin{aligned} v_i = r \Omega_i, \quad v_e = r \Omega_e, \\ u_i = r U_i, \quad \tilde{w}_i = r \tilde{W}_i, \quad \tilde{w}_e = r \tilde{W}_e, \\ \tilde{W}_e = A_1 \sin(\omega t - \varphi) + C_1 \cos(\omega t - \varphi), \\ \tilde{W}_i = A_2 \sin(\omega t - \varphi) + C_2 \cos(\omega t - \varphi). \end{aligned} \quad (11)$$

Найдем решение при  $\Omega_i, \Omega_e \ll \omega$  и  $M = \frac{n \alpha}{m_e \omega} = \frac{v_{ei} \gg 1}{\omega}$ , где  $A_1 = -\frac{e B_0}{m_e M^2}$ ,  $C_1 = -\frac{e B_0}{m_e M}$ ,  $A_2 = -\frac{e B_0}{m_i M^2}$ ,  $C_2 = -\frac{e B_0}{m_i M}$ . Отметим, что в этом приближении, в частности, можно пренебречь вторыми членами в левых частях уравнений (8) и (10). Используя (6), (7), (9), (11), вводя массовую плотность ионной компоненты  $\rho_i$  и проводимость плазмы вдоль магнитного поля  $\sigma_0$ , параметр  $S = \frac{e^2 B_0^2}{2 m_i n \alpha \omega} = \frac{\sigma_0 B_0^2}{2 \rho_i \omega}$ , а также безразмерные величины  $y = \frac{\Omega_i}{\omega}$ ,  $x = \frac{U_i}{\omega}$ , получим

$$2xy = S, \quad (12)$$

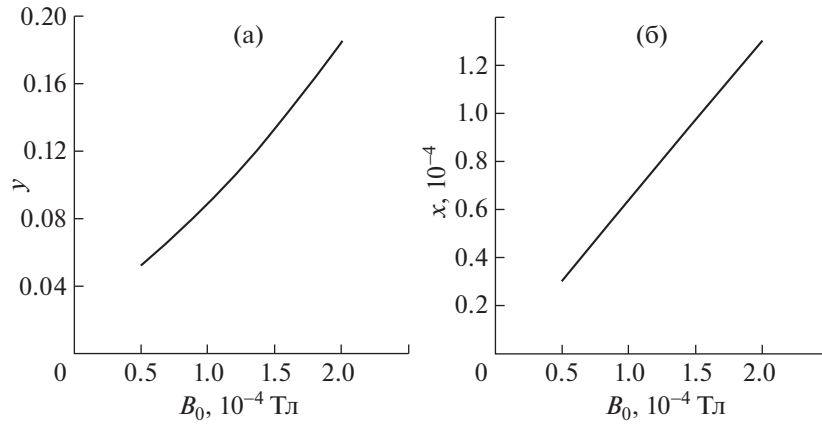


Рис. 4. Зависимости безразмерных азимутальных (а) и радиальных (б) скоростей.

$$S = -\frac{S}{2} \left( \frac{\omega_c}{\omega} \right)^2 + d^{1/2} \frac{y^2}{\chi S}, \quad (13)$$

где  $d = B_0^2 / 2B_z^2$ ,  $\omega_c = \frac{eB_z}{m_i}$ ,  $\chi = \sigma_0 \beta B_0 / \sqrt{2}$ .

На рис. 4 показаны зависимости безразмерных окружной ( $y$ ) и радиальной ( $x$ ) скоростей плазмы для параметров  $\omega = 10^6$  1/с,  $B_z = 0.1$  Тл,  $n = 10^{18}$  1/м<sup>3</sup>,  $\rho_i = 4 \times 10^{-7}$  кг/м<sup>3</sup>,  $\sigma_0 = 10^3$  1/Ом · м (проводимость полностью ионизованной плазмы при температуре электронов  $T_e \sim 1$  эВ) и различных значений амплитуды вращающегося магнитного поля  $B_0$ .

Из полученных результатов следует, что при сравнительно небольших величинах  $B_0 \approx 10^{-4}$  Тл угловая скорость вращения плазменного столба достигает довольно больших величин  $\Omega_i \approx 10^5$  1/с. Это связано с тем обстоятельством, что в оторванной от стенок струе не действуют вязкие тормозящие силы.

Далее не будем пренебрегать угловыми скоростями ионов и электронов по сравнению с угловой скоростью вращения поля в однокомпонентном гидродинамическом приближении, учитывая, тем не менее, холловские токи. Систему МГД-уравнений движения полностью ионизованной плазмы совместно с обобщенным законом Ома запишем в виде

$$(\nabla \nabla) \mathbf{V} = -\frac{1}{\rho} \nabla p + \nu \nabla^2 \mathbf{V} + \frac{1}{\rho} \mathbf{j} \times \mathbf{B}, \quad (14)$$

$$\frac{1}{v_{ei}} \frac{\partial \mathbf{j}}{\partial t} + \mathbf{j} = \sigma_0 [\mathbf{E} + \mathbf{V} \times \mathbf{B} - \beta \mathbf{j} \times \mathbf{B}], \quad (15)$$

где  $\mathbf{V}$  – среднемассовая скорость плазмы,  $p$  – давление,  $\mathbf{j}$  – плотность электрического тока,  $\beta = 1/ne$  постоянная Холла,  $\rho$  – массовая плот-

ность среды. Заметим, что уравнение (15) совпадает с приведенным в [23] обобщенным законом Ома (соотношение (7.18), стр. 30) в пренебрежении градиентом электронного давления. Справедливость этого пренебрежения будет оценена ниже. Следует отметить, что рассматриваемая задача отличается как от случая ускорения плазмы в стационарных скрещенных электрических и магнитных полях, так и ситуации, когда в плазме протекают только переменные электрические токи (волны в плазме). В нашем случае азимутальное движение плазмы происходит за счет взаимодействия переменных осевого электрического тока и радиального магнитного поля, создаваемых внешними переменными токами в стержнях. Сложность заключается в том, что по причине возбуждения стационарного вращения возникает стационарный азимутальный холловский ток. Поэтому в левой части уравнения (15) появляется второй член  $\mathbf{j}$  в отличие от аналогичного уравнения в работе Франк-Каменецкого [23] (стр. 112, уравнение (1.12)), которое использовалось при изучении волновых явлений. В случае чисто стационарных токов и полей система МГД-уравнений [24], наоборот, не содержит в законе Ома производной  $v_{ei}^{-1} \partial \mathbf{j} / \partial t$  (стр. 281, уравнение (8.26)), но сохраняется член с  $\mathbf{j}$ . Отметим, что учет нестационарного члена необходим только в случае  $v_{ei} \approx \omega$ .

Уравнение (14) при сделанных выше предположениях запишется – в проекциях на оси  $r$  и  $\phi$  – в виде

$$-\rho \frac{V_\phi^2}{r} = j_\phi B_z - j_z B_\phi, \quad (16)$$

$$\rho V_r \frac{\partial V_\phi}{\partial r} + \rho \frac{V_r V_\phi}{r} = j_z B_r. \quad (17)$$

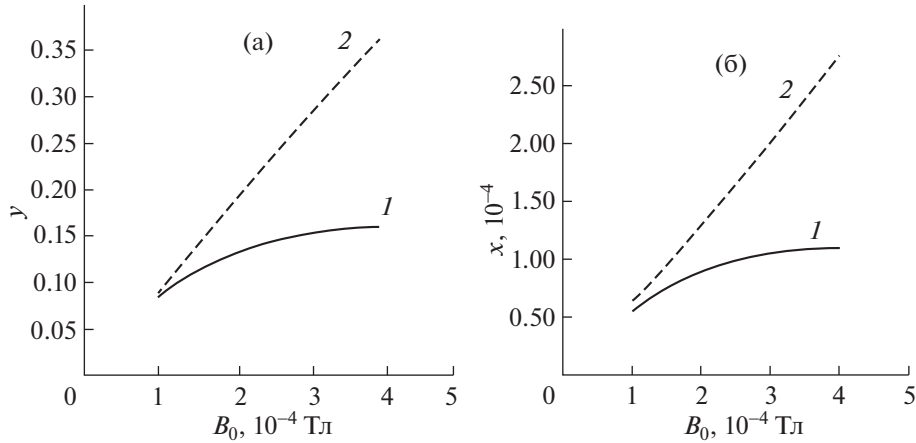


Рис. 5. Зависимости  $y$  и  $x$  от величины  $B_0$  в “холловском” МГД-приближении (кривые 1) и многокомпонентном магнитогидродинамическом приближении при  $\omega \gg \Omega_i, \Omega_e$  (кривые 2).

Ускорение проводящей среды вращающимся магнитным полем связано с возбуждением в плазме объемной электромагнитной силы  $F_\phi = j_z B_r$ , обусловленной взаимодействием осевых токов с радиальной компонентой магнитного поля. Используя (15), получим

$$\begin{aligned} \tilde{j}_z = & \frac{\sigma_0 \omega r B_0}{D} G \cos(\omega t - \varphi) + \\ & + \frac{\sigma_0 \omega^2 r B_0}{v_{ei} D} G \sin(\omega t - \varphi), \end{aligned} \quad (18)$$

$$j_\phi = \sigma_0 \left( u B_z - \frac{\sigma_0 \beta r B_0^2 G}{2D} \right), \quad (19)$$

где  $D = 1 + \omega^2/v_{ei}^2 + \sigma_0^2 \beta^2 B_0^2/2$ ,  $G = 1 - \nu/\omega r - \sigma_0 \beta B_z/\omega r$ . Из (16), (17), а также (18), (19) найдем

$$2xy = \frac{S}{(1 + \omega^2/v_{ei}^2 + \chi^2)} (1 - y - \chi x/d^{1/2}), \quad (20)$$

$$y^2 = \frac{S}{(1 + \omega^2/v_{ei}^2 + \chi^2)d} (x + \chi(1 - y)d^{1/2}), \quad (21)$$

где  $y = \nu/\omega r$ ,  $x = u/\omega r$ ,  $S^* = \sigma_0 B_0^2/2\rho\omega \approx S$ .

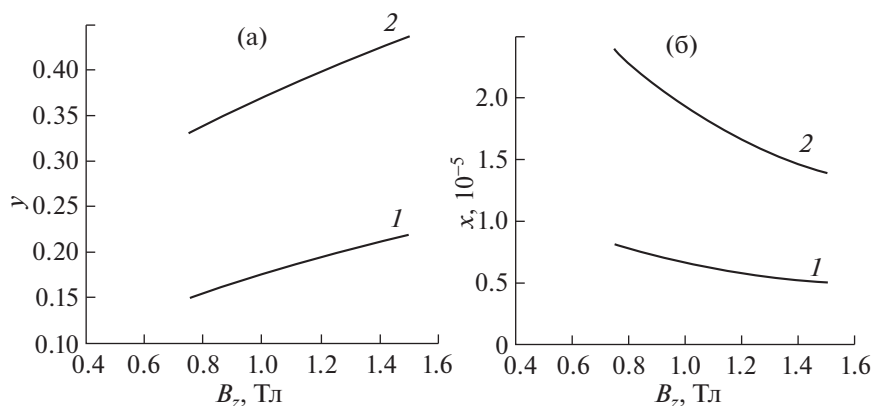
На рис. 5 сплошными линиями 1 представлены зависимости  $y$  и  $x$  от величины  $B_0$  для  $\omega = 10^6$  1/с,  $B_z = 0.1$  Тл,  $n = 10^{18}$  1/м<sup>3</sup>,  $\rho = 4 \times 10^{-7}$  кг/м<sup>3</sup>,  $\sigma_0 = 10^3$  1/Ом · м, рассчитанные согласно решению уравнений (20) и (21). Пунктирные кривые 2 соответствуют полученному выше приближенному решению при  $\omega \gg \Omega_i, \Omega_e$ . Как видно из результатов расчета, эти решения совпадают при малых амплитудах  $B_0$ .

Таким образом, применительно к рассматриваемой задаче в режиме  $\Omega_i, \Omega_e \ll \omega$  магнитогид-

родинамическое приближение с учетом эффекта Холла в достаточно плотной плазме ( $v_{ei} \gg \omega$ ) соответствует многокомпонентному гидродинамическому приближению, если под гидродинамической среднemasсовой скоростью плазмы понимать скорость ионов. Однако многокомпонентное приближение позволяет дополнительно определить и скорости электронной компоненты плазмы.

#### 4. РАСЧЕТ ГИДРОДИНАМИЧЕСКИХ ПАРАМЕТРОВ ПЛАЗМЫ ПРИМЕНИТЕЛЬНО К РАЗДЕЛЕНИЮ ОЯТ

В качестве модельной смеси рассмотрим бинарную смесь с атомными весами  $M_1 = 120$  а.е.м. и  $M_2 = 240$  а.е.м. Преобладающим компонентом будем считать атомы с массовым числом, близким к 240, в результате чего средняя молярная масса смеси составляет  $\langle \mu \rangle \sim 240$  кг/кмоль. Положим числовую плотность плазмы  $n = 10^{18}$  м<sup>-3</sup>, проводимость плазмы вдоль магнитного поля  $\sigma_0 = 10^3$  1/Ом · м, угловую скорость вращения поперечного магнитного поля  $\omega = 10^6$  с<sup>-1</sup>,  $\rho = 4 \times 10^{-7}$  кг/м<sup>3</sup>, радиус столба  $R_0 = 5 \times 10^{-2}$  м. Как уже отмечалось, в рассматриваемом случае вращающегося плазменного столба основная удерживающая от быстрого расширения среды электромагнитная сила связана с холловским током  $j_{\phi h}$ , который при  $\omega \uparrow \uparrow \mathbf{B}$  направлен против вращения поля, и соответствующая электромагнитная сила стремится удержать плазму. При рассматриваемых параметрах прямоочной плазменной центрифуги величины электромагнитной ( $j_\phi B_z$ ) и центробежной ( $\rho V_\phi^2/r$ ) объемных сил,



**Рис. 6.** Зависимости  $y$  и  $x$  от величины  $B_z$  для значений амплитуды высокочастотного поля  $B_0 = 5 \times 10^{-5}$  Тл (кривые 1) и  $B_0 = 2 \times 10^{-4}$  Тл (кривые 2).

действующих на плазму, существенно превышают силы, связанные с градиентами давления компонент [25] в режиме свободного расширения плазменного столба. Так, например, для используемых в расчете характеристик плазмы и параметров устройства электромагнитная и центробежная силы  $j_\phi B_z \approx m_i n \Omega_i^2 \approx 300$  Н/м<sup>3</sup>. В то же время градиент давления плазмы  $dp_e/dr \approx dp_i/dr \approx dp/dr \approx p/R_0 \approx 3$  Н/м<sup>3</sup>. Поэтому расширение плазмы происходит в условиях приближительного равенства центробежной и электромагнитной сил. Ниже мы определим, на какое расстояние за время пролета смещается граница плазменного столба.

В случае продольных удерживающих магнитных полей  $B_z$  порядка 0.1 Тл ларморовский радиус ионов составляет порядка 1 см (атомная масса  $\approx 240$  а.е.м., температура ионов  $T_i \approx 10^4$  К) при диаметре плазменного столба около 10 см. При увеличении продольного магнитного поля можно ожидать уменьшения влияния конечности ларморовского радиуса ионов и лучшего удержания плазмы. Последующие расчеты гидродинамических и разделительных характеристик центрифуги выполним для магнитной индукции продольного поля в диапазоне величин  $B_z = 0.7\text{--}1.5$  Тл. В этом случае ларморовский радиус ионов составляет около 0.1 см.

Результаты решения уравнений (20), (21) представлены на рис. 6. С ростом магнитных полей: как постоянного  $B_z$ , так и высокочастотного  $B_0$ , — скорость вращения плазменного столба увеличивается, а скорость его радиального расширения уменьшается. Снижение скорости радиального расширения с возрастанием величины  $B_0$  связано с преобладающим влиянием, при рассматриваемых параметрах плазмы, азимутального холлов-

ского тока и его взаимодействием с продольным удерживающим плазму магнитным полем  $B_z$ .

Оценим справедливость пренебрежения эффектами скинирования высокочастотного поля. Толщина скин-слоя оценивается, как  $\delta \sim \sqrt{2(1 + \chi^2)}/\sigma_0 \mu_0 \omega$ . Полагая  $\sigma_0 = 10^3$  1/Ом · м,  $\omega = 10^6$  1/с,  $B_0 = 4 \times 10^{-4}$  Тл, ( $\chi = 2$ ), получим  $\delta \sim 0.1$  м, что превышает величину  $R_0$ . Время установления окружной скорости плазмы  $\tau_\phi$  может быть оценено из баланса инерционных членов и электромагнитных сил:  $\tau_\phi \sim \rho(1 + \chi^2)y/\sigma_0 B_0^2$ . Полагая для режима с  $\rho = 4 \times 10^{-7}$  кг/м<sup>3</sup>,  $B_z = 0.75$  Тл,  $\chi = 2.7$ ,  $y = 0.5$ , получим  $\tau_\phi \sim 3 \times 10^{-3}$  с.

Оценим время диффузионного процесса  $t_d$ . Для цилиндрической геометрии имеем  $\tau_d \approx R_0^2/5D_{ii}$ , где  $D_{ii}$  — коэффициент радиальной взаимной диффузии изотопных ионов. Используем для средней частоты столкновений между ионами соотношение  $\nu_{ii} = \lambda e^4 n / 12 \sqrt{m_i} (k \langle T_i \rangle)^{3/2} \pi^{3/2} \epsilon_0^2$  [26], где  $T_i$  — температура ионов,  $\lambda$  — кулоновский логарифм,  $\epsilon_0$  — электрическая постоянная. Отметим, что средняя длина свободного пробега основных ионов ( $M \approx 240$  а.е.м.)  $\lambda_i$  составляет порядка  $\lambda_i \approx v_{Ti}/\nu_{ii} \approx 2$  см ( $v_{Ti}$  — средняя тепловая скорость ионов,  $v_{Ti} \approx 600$  м/с,  $\nu_{ii} \approx 3 \times 10^4$  1/с при  $\langle T_i \rangle = 10^4$  К), что значительно меньше как поперечных, так и продольных размеров плазменного столба. Отметим, что малость длины свободного пробега ионов при кулоновских соударениях в нашей установке связана с относительно низкой температурой плазмы.



Коэффициент радиальной диффузии оценим как  $D_{ii} \sim kT_i/m_i v_{ii}$ . Полагая  $\langle T_i \rangle = 10^4$  К,  $\lambda = 10$ ,  $n = 10^{18}$  1/м<sup>3</sup>, имеем  $\tau_d \sim 10^{-4}$  с. Скорость продольного плазменного потока положим равной скорости ионного звука  $V_z = \sqrt{kT_e/m_i}$ . При длине зоны разделения  $L = 1$  м найдем время пролета  $\tau_f = L/V_z \sim 2 \times 10^{-3}$  с, что превышает оценки для  $\tau_d = 10^{-4}$  с и  $\tau_\phi \approx 10^{-3}$  с. При этом на пролете зоны разделения происходит порядка 50 соударений ионов между собой. Отметим, что электронная температура влияет на производительность устройства, поскольку определяет скорость продольного потока плазмы в соответствии с корневой зависимостью. От нее также зависит параметр Холла  $\chi$ . Радиальную скорость расширения плазменного столба можно оценить из рис. 5.

Так, при  $n = 10^{18}$  1/м<sup>3</sup>,  $B_z = 1$  Тл и  $B_0 = 2 \times 10^{-4}$  Тл она составляет около 1 м/с. Следовательно, величина расширения плазменного столба за время пролета плазмой зоны разделения не превышает  $\Delta r = 2$  мм. Поэтому уходом частиц плазмы на боковые стенки и поверхность стержней индуктора будем пренебрегать.

## 5. ОЦЕНКА РАЗДЕЛИТЕЛЬНЫХ ХАРАКТЕРИСТИК ПРЯМОТОЧНОЙ ПЛАЗМЕННОЙ ЦЕНТРИФУГИ

Для выяснения возможности отделения тяжелых ионов со средним массовым числом 240 а.е.м от легких ионов с массовым числом 120 а.е.м. на индукционной центрифуге проведем оценку степени чистоты топливных элементов в потоке отбора в рассматриваемой установке (рис. 1). Как показано экспериментально в ряде работ [27, 28], во вращающейся оторванной от стенок плазменной струе в режиме эффективности ион-ионных соударений справедливо бoльцмановское распределение тяжелых и легких ионов по радиусу столба. Пространственное разделение компонент смеси происходит в условиях противодействия массовых центробежных сил и не зависящих от массы электромагнитных сил. В этом случае для радиального равновесного коэффициента разделения можно воспользоваться выражением, справедливым в случае обычной механической центрифуги [18]

$$\alpha = \frac{[C/(1-C)]_{r=R_0}}{[C/(1-C)]_{r=0}} = \exp \left( \int_0^{R_0} \Delta m \langle V_\phi \rangle^2 / rkT dr \right), \quad (22)$$

где  $C = n_1/(n_1 + n_2)$  – мольно-долевая концентрация ионов тяжелого компонента смеси,  $\Delta m = m_1 - m_2$  – разность массы ионов разделяемых компонентов,  $k$  – постоянная Больцмана,  $T$  –

температура ионов. Для теоретического обоснования соотношения (22) рассмотрим более подробно разделительное действие центробежных сил в полностью ионизованной плазме при наличии осевого удерживающего магнитного поля. Для определения равновесного разделительного эффекта предположим, что ионы обоих сортов вращаются с одинаковой азимутальной скоростью  $v$  и им можно приписать одинаковую температуру  $T$ , определяемую свойствами источника плазмы. Отметим, что если полный градиент давления равен нулю, то градиенты парциального давления 1-го (тяжелого) и 2-го (легкого) компонентов не равны нулю и определяются из уравнений

$$\frac{dp_1}{dr} = m_1 n_1 \frac{v^2}{r} + n_1 e v B_z + n_1 e E_r, \quad (23)$$

$$\frac{dp_2}{dr} = m_2 n_2 \frac{v^2}{r} + n_2 e v B_z + n_2 e E_r, \quad (24)$$

причем в силу  $m_1 > m_2$  выполняются неравенства  $dp_1/dr > 0$ ,  $dp_2/dr < 0$ . Эти уравнения отличаются от аналогичных соотношений равновесия для бинарной смеси в обычной механической центрифуге наличием дополнительных к центробежному членов в правой части, связанных с действием электромагнитных сил. Заметим, что центробежные члены в правой части зависят от массы, а электромагнитные от нее не зависят. Учитывая  $p_i = n_i kT$ , разделяя переменные и интегрируя, имеем

$$\ln n_1 = \frac{1}{kT} \left( \int_0^{R_0} m_1 \frac{v^2}{r} dr + \int_0^{R_0} e(vB_z + E_r) dr \right), \quad (25)$$

$$\ln n_2 = \frac{1}{kT} \left( \int_0^{R_0} m_2 \frac{v^2}{r} dr + \int_0^{R_0} e(vB_z + E_r) dr \right), \quad (26)$$

член  $vB_z + E_r$  в подинтегральном выражении меньше нуля, что связано с удерживающим действием электромагнитной силы. Вычитая из уравнения (25) уравнение (26), получим выражение (22). При сравнении с экспериментом по разделению ионных компонентов в полностью ионизованной оторванной от стенок плазменной струе, вращающейся в осевом магнитном поле, в [29] используется аналогичное (22) соотношение.

Интегрируя (22), с учетом  $\langle v_i \rangle = r\Omega_i$ , и решая полученное уравнение относительно концентрации топливной компоненты  $C$ , получаем

$$C = \frac{a \exp(br^2)}{1 + a \exp(br^2)}, \quad (27)$$

где  $a = \frac{C_0}{1 - C_0}$ ,  $b = \frac{\Delta m \Omega_i^2}{2kT_i}$ ,  $C_0$  – концентрация на оси.

Радиус скиммера  $r_s$  выбираем так, чтобы при  $r = r_s$  концентрация тяжелого компонента  $C_s$  равнялась исходной. Тогда из (27) получаем  $r_s^2 = 1/b \ln [C_s/a(1 - C_s)]$ . В потоке отбора ( $r \geq r_s$ ) средняя концентрация топливной компоненты равна

$$C^+ = \frac{1}{(R_0^2 - r_s^2)b} \ln \frac{1 + a \exp(bR_0^2)}{1 + a \exp(br_s^2)}. \quad (28)$$

Для определения численного значения параметра  $a$ , входящего в (27) и (28), запишем уравнение, выражающее сохранение полного количества тяжелых ионов, приходящихся на единицу длины плазменной струи до и после возбуждения вращения:

$$C_s \pi R^2 = \int_0^R 2\pi r C dr. \quad (29)$$

Подставляя сюда  $C$  из (27), интегрируя и решая полученное уравнение относительно  $a$ , приходим к

$$a = \frac{\exp(-c_s b R^2) - 1}{1 - \exp[(1 - c_s) b R^2]}. \quad (30)$$

Полагая  $n = 10^{18} \text{ 1/м}^3$ ,  $B_0 = 5 \times 10^{-5} \text{ Тл}$ ,  $B_z = 0.75 \text{ Тл}$ ,  $T_i = 10^4 \text{ К}$ ,  $C_s = 0.96$ ,  $\Delta m = 2 \times 10^{-25} \text{ кг}$  и используя оцененные выше значения скорости вращения плазмы и условие сохранения полного количества тяжелых ионов на единицу длины струи, найдем численное значение концентрации обогащенной топливной компоненты  $C^+ = 0.999$ , что соответствует уменьшению в отборе легкой радиоактивной компоненты в 40 раз. При этом концентрация легкого компонента в отборе составляет 0.001. Степень извлечения топливного компонента, рассчитываемая по формуле  $\Gamma = C^+(R_0^2 - r_s^2)/C_s R_0^2$ , равна 0.93. С возрастанием радиуса скиммера концентрация обогащенной топливной компоненты будет расти, а степень извлечения – уменьшаться.

Выше при оценках разделительного эффекта предполагалось, что минорный компонент имеет массу  $M_2 = 120 \text{ а.е.м.}$  и  $\Delta m \approx 2 \times 10^{-25} \text{ кг}$ . Если рассмотреть менее благоприятный с точки зрения коэффициента разделения вариант  $M_2 = 160 \text{ а.е.м.}$  ( $\Delta m = 1.3 \times 10^{-25} \text{ кг}$ ), получим  $\Gamma = 0.877$  и  $C^+ = 0.998$ , а концентрация легкого компонента в отборе будет порядка 0.002.

## 6. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

С использованием созданной расчетной модели проведены оценки характеристик разделения полностью ионизированного потока ОЯТ во вращающейся плазменной струе. Показано, что при вырезании из вращающегося плазменного цилиндра диаметром 10 см центральной части с помощью кольцевого скиммера диаметром около 2 см, при разнице масс разделяемых компонентов  $\Delta m = 2 \times 10^{-25} \text{ кг}$ , концентрация обогащенной топливной компоненты в потоке отбора возрастает от исходной 0.96 до 0.999. При этом степень извлечения топливных компонент составляет 0.93. Полученные результаты указывают на целесообразность дальнейшего исследования возможности переработки ОЯТ на индукционных одноступенчатых прямооточных плазменных центрифугах.

Авторы признательны В.Д. Пустовитову и А.В. Тимофееву за полезные замечания. Е.П. Потанин благодарен за частичную финансовую поддержку Программы повышения конкурентоспособности НИЯУ МИФИ (контракт № 02.а03.21.0005 от 27.08.2013).

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Смирнов В.П., Жильцов В.А., Морозов А.И., Семашко Н.Н., Скворода А.А., Тимофеев А.В. // IX Всероссийская (международная) научн. конф. “Физико-химические процессы при селекции атомов и молекул”, Звенигород, 2004. Сб. доклад. С. 7.
2. Жильцов В.А., Кулыгин В.М., Семашко Н.Н., Скворода А.А., Смирнов В.П., Тимофеев А.В., Кудрявцев Е.Г., Рачков В.И., Орлов В.В. // Атомная энергия. 2006. Т. 101. Вып. 4. С. 302.
3. Rax J.-M., Gueroult R. // *J. Plasma Phys.* 2016. V. 82. 595820504.
4. Тимофеев А.В. // УФН. 2014. Т. 184. № 10. 1102.
5. Самохин А.А., Смирнов В.П., Гавриков А.В., Ворона Н.А. // ЖТФ. 2016. Т. 86. Вып. 2. С. 127.
6. Амиров Р.Х., Ворона Н.А., Гавриков А.В., Жабин С.Н., Лизякин Г.Д., Полищук В.П., Самойлов И.С., Смирнов В.П., Усманов Р.А., Ярцев И.М. // Тр. МФТИ. 2014. Т. 6. № 1. С. 136.
7. Усманов Р.А., Лизякин Г.Д., Полищук В.П., Ярцев И.М. // Физическое образование в вузах. 2016. Т. 22. № 1. С. 142.
8. Vorona N.A., Gavrikov A.V., Kuzmichev S.D., Lizaikin G.D., Melnikov A.D., Murzaev Y.A., Smirnov V.P., Timirkhanov R.A., Usmanov R.A. // *IEEE Trans. Plasma Sci.* 2019. V. 47. № 2. P. 1223.
9. Litvak A., Agnew S., Anderegg F., Cluggish B., Freeman R., Gilleland J., Isler R., Lee W., Miller R., Ohkawa T., Putvinski S., Sevier L., Umstadter K., Winslow D. // 30th EPS Conf. on Control. Fusion and Plasma Phys., St.-Petersburg, Russia, 2003. ECA. V. 27A. O-1.6A.
10. James B.W., Simpson S.W. // *Plasma Phys.* 1976. V. 18. P. 289.

11. *Белорусов А.В., Карчевский А.И., Муромкин Ю.А., Потанин Е.П.* // Письма ЖТФ. 1976. Т. 2. С. 664.
12. *Fetterman A.J., Fisch N.J.* // Phys. Plasmas. 2011. 094503.
13. *Демирханов Р.А., Дорошенко А.Н., Жариков В.Н., Кадыш И.Я., Киров А.Г., Миненко В.П.* // Тезисы докл. III-й Всесоюзной конф. по плазменным ускорителям, Минск, 1976. С. 198.
14. *Аверин В.Г., Белорусов А.В., Карчевский А.И., Марцынкьян В.Л., Попов И.А., Потанин Е.П.* // ЖТФ. 1978. Т. 48. С. 66.
15. *Borisevich V.D., Potanin E.P.* // Physica Scripta. 2017. V. 92. 075601.
16. *Жариков В.Н., Миненко В.П.* // Физика плазмы. 1988. Т. 14. С. 1122.
17. *Горшунов Н.М., Потанин Е.П.* // Ат. энергия. 2018. Т. 124. С. 164.
18. *Борисевич В.Д., Борман В.Д., Сулаберидзе Г.А., Тихомиров А.В., Токманцев В.И.* Физические основы разделения изотопов в газовой центрифуге. М.: Изд. дом МЭИ, 2011.
19. *Карчевский А.И., Потанин Е.П.* // Магнитная гидродинамика. 1991. № 3. С. 103.
20. *Khalzov I.V., Smolyakov A.I., Ilgisonis V.I.* // J. Fluid Mech. 2010. V. 644. P. 257.
21. *Borisevich V.D., Potanin E.P., Whichello J.* // J. Fluid Mech. 2017. V. 829. P. 228.
22. *Тимофеев А.В., Куянов А.Ю.* // Физика плазмы, 2011. Т. 36. С. 991.
23. *Франк-Каменецкий Д.А.* Лекции по физике плазмы. М.: Атомиздат, 1968.
24. *Саттон Дж., Шерман А.* Основы технической магнитной газодинамики. М.: Мир, 1968.
25. *Арцимович Л.А.* Управляемые термоядерные реакции. М.: ГИФМЛ, 1963.
26. *Брагинский С.И.* Вопросы теории плазмы. Вып. 1 / Под. ред. М.А. Леонтовича. М.: Госатомиздат, 1963. С. 183.
27. *Krishnan M., Geva M., Hirshfield J.L.* // Phys. Rev. Lett. 1981. V. 46. № 1. P. 36.
28. *Geva M., Krishnan M., Hirshfield J.L.* // J. Applied Phys. 1984. V. 56. P.1398.
29. *Krishnan M., Prasad R.* // J. Applied Phys. 1985. V. 57. P. 4973.