= КОСМИЧЕСКАЯ ____ ПЛАЗМА ____

УДК 533.9

НЕЛИНЕЙНОЕ ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ ВОЛН С ПОЗИТРОННЫМ ПУЧКОМ В РЕЛЯТИВИСТСКОЙ ПЛАЗМЕ: АНАЛИЗ ГИПЕРЗВУКОВЫХ ПЫЛЕВЫХ ИОННО-ЗВУКОВЫХ ВОЛН

© 2020 г. В. Вого^{*a*}, А. N. Dev^{*b*}, В. К. Saikia^{*a*}, N. C. Adhikary^{*c*}, *

^a Centre of Plasma Physics (CPP-IPR), Guwahati-782402, Assam, India

^b Center for Applied Mathematics and Computing, Siksha 'O' Anusandhan (Deemed to be University),

Bhubneswar 751030, Odisha, India

^c Physical Sciences Division, Institute of Advanced Study in Science and Technology, Guwahati-781035, Assam, India

*e-mail: nirab_iasst@yahoo.co.in

Поступила в редакцию 12.07.2019 г. После доработки 20.11.2019 г. Принята к публикации 19.12.2019 г.

Исследовано распространение пылевых ионно-звуковых (ПИЗ) уединенных волн малой амплитуды в четырехкомпонентной релятивистской плазме, состоящей из нетепловых электронов, подвижных положительно заряженных ионов, позитронного пучка и отрицательно заряженных массивных частиц пыли. С использованием редуцированной теории возмущений численно получено нелинейное волновое уравнение Кортевега-де-Вриза (КдВ). Выяснена роль позитронного пучка в образовании уединенных волн в релятивистской плазме и проанализирована область существования ионно-акустических уединенных волн. Показано, что при некоторых параметрах плазмы в ней могут распространяться как уединенные волны сжатия, так и разрежения. При этом инжектирование позитронного пучка в плазму приводит к нарастанию фазовой скорости (числа Маха) вплоть до величины скорости потока, соответствующей гиперзвуковому режиму. Наблюдалось, что увеличение релятивистского фактора позитронного пучка γ_{br} , также как и отношения температуры позитронного пучка о к температуре электронов приводит к уменьшению амплитуды профилей потенциала уединенных волн сжатия. С другой стороны, увеличение заряда пылевых частиц Z_{d0} , относительной концентрации позитронного пучка μ_b , а также концентрации нетепловых электронов, приводит к увеличению амплитуд потенциалов ионно-звуковых уединенных волн. Результаты этой работы могут быть полезны при исследовании верхних слоев атмосферы Земли (авроральная область в ионосфере), а также космической плазмы.

Ключевые слова: уединенная волна, релятивистская плазма, позитронный пучок, уравнение Кортевега—де-Вриза, редуцированная теория возмущений, число Маха, волновой потенциал **DOI:** 10.31857/S0367292120060025

1. ВВЕДЕНИЕ

В работах по исследованию антивещества сообщалось о наличии электрон-позитронной (е-р) плазмы в различных астрофизических средах, таких как атмосфера Солнца, верхние слои атмосферы Земли (область ионосферы), магнитосфера пульсаров и черные дыры, а также она наблюдалась в экспериментах с взрывами, происхоляшими под действием излучения лазеров высокой мощности, и других экспериментах [1-5]. Позднее, при исследовании астрофизических сред в уникальных условиях, существование ионов в электрон-позитронной (е-р) плазме было подтверждено данными спутника ASCA (AdvancedSatelliteforCosmologyandAstrophysics) [6]. Что касается оценки масс, то позитрон обладает гораздо меньшей массой по сравнению с массой тяжелых ионов. В связи с этим, присутствие позитронов в электрон-ионной (e-i) плазме приводит к результатам, не описываемым в рамках пространственно-временных скейлингов (e-i) плазмы [1].

За последние несколько десятилетий были проведены многочисленные исследования процессов формирования ионно-звуковых уединенных волн, ударных волн, двойных слоев и суперблуждающих волн в различных видах плазмы: релятивистской, нерелятивистской и квантовой e-p-i [7–11]. Кроме того, в системах со сверхвысокой энергией для исследования структур с произвольной (большой) амплитудой в e-p-i плазме часто используют потенциал Сагдеева [12–14] и в рамках этого подхода находят область параметров, подходящую для формирования уединенных волн сжатия и разрежения. В работе [12] с использованием потенциала Сагдеева исследовалось ионно-звуковых уединенных формирование волн в нерелятивистской *е*-*p*-*i* плазме. Авторы установили, что волновые амплитуды ионно-звуковых уединенных волн уменьшаются из-за присутствия в системе значительного количества горячих позитронов. Однако если *е-р-і* плазма является релятивистской или слаборелятивистской, то, решая уравнение КдВ, можно получить решения в виде уединенных волн с малой амплитудой [9, 15–17]. В работе [9] с использованием уравнения КдВ изучались ионно-звуковые уединенные волны, формирующиеся в слаборелятивистской *е*-*p*-*i* плазме. Сообщалось об изменениях амплитуды и ширины уединенной волны, возникших из-за релятивистского эффекта. Кроме этого, в работе [18] с использованием кинетической теории исследовалось влияние позитронного и ионного пучков, распространяющихся в *е*-*і* и *е*-*р* плазмах. Была обнаружена дестабилизирующая тенденция к возрастанию электростатических возмущений в системе, которая возникает при увеличении плотности позитронов в плазме. Инжекция позитронного пучка в равновесную плазму является существенной частью исследования, поскольку благодаря инжекции пучка в системе появляется избыточная свободная энергия, которая делает плазму нестабильной.

Очевидное присутствие пыли в лабораторных и космических средах расширило область исследований ученых, занимающихся пылевой плазмой [19–21]. Исследования нелинейных пылевых ионно-звуковых (ПИЗ) волн продолжаются до сих пор. Например, присутствие частиц пыли в плазме рассматривается как некоторый массивный фон, или же процесс зарядки частиц пыли включается в теорию ограниченного орбитального движения (ООД) [22-25]. В работе [22] для различных видов пылевых частиц исследуются флуктуации заряда пылевых частиц, которые оказывают влияние на особенности нелинейного распространения ПИЗ волн в плазме. В работе [26] исследованы отчетливо проявляющиеся нелинейные особенности распространения уединенной ПИЗ волны малой амплитуды с учетом динамики флуктуаций заряда зерен пыли. В работе наблюдалось изменение фазовой скорости ПИЗ волны, возникающее из-за изменений заряда пылевого зерна. Таким образом, вплоть до настоящего времени проводятся многочисленные исследования четырехкомпонентной плазмы, состоящей из электронов, позитронов, ионов и частиц пыли – (*e*-*p*-*i*-*d*) плазмы [27-30]. Такой состав обычно имеет плазма в магнитосферах Земли и Юпитера, ионосферах Земли и Марса, плазма, образовавшаяся при взрыве сверхновых,

а также в лабораторных условиях при взрывах вешества под действием мощных лазерных пучков. К настоящему времени, уже опубликованы результаты исследований *e*-*p*-*i*-*d* плазмы в рамках нерелятивистского подхода. В работе [31] с использованием модифицированного уравнения КдВ разработана модель e^{-p-i-d} плазмы, в состав которой входят надтепловые электроны и позитроны. Было установлено, что в таких плазменных условиях в определенных областях расчетной области существуют как решения в виде уединенных волн, так и в виде двойных слоев, причем решения в виде уединенных волн существуют в более широких областях параметров, чем решения в виде двойных слоев. Кроме того, авторы утверждают, что в такой плазме наличие пылевой, позитронной, ионной и электронной компонент с различными температурами оказывает заметное влияние на амплитуды и ширины формирующихся нелинейных волновых структур. В работе [32] с использованием псевдопотенциала Сагдеева было показано, что в e^{-p-i-d} плазме могут распространяться ПИЗ уединенные волны сжатия и разрежения большой амплитуды, а также формироваться двойные слои с отрицательным потенциалом. Наблюдалось увеличение амплитуды волны, возникающее в результате возрастания концентрации позитронов в плазме. Недавно в работе [33] сообщалось об исследованиях е-і плазмы в присутствии отрицательно заряженных частиц пыли. Авторы задавали начальные скорости потоков ионов и электронов, и наблюдали образование в рассматриваемой плазме ПИЗ уединенных волн сжатия и разрежения.

В работе [34] исследовалось влияние ионного пучка большой энергии на распространение ионно-звуковых уединенных волн в лабораторной пылевой плазме, содержащей электроны, положительные ионы и отрицательно заряженные пылевые зерна. Было установлено, что существует критическая скорость пучка, при превышении которой амплитуда быстрой уединенной волны начинает уменьшаться, а амплитуда медленной волны разрежения нарастает. Кроме того, был проведен эксперимент, показавший, что рост плотности пылевых частиц вызывает заметные изменения фазовой скорости медленной волны. В работе [35] также сообщалось о существовании двух критических значений отношения скорости пучка к ионно-звуковой скорости, вне интервала между которыми формирование ионно-звуковой vединенной волны малой. но конечной амплитуды становилось невозможным. В этой работе плазма состояла из больцмановских электронов, положительных ионов и неподвижных частиц пыли. В работе [36] с использованием нерелятивистской модели исследовалось распространение ионно-звуковой уединенной волны в плазме, содержащей холодный позитронный пучок, элек-

троны с вихревым распределением и подвижные ионы. Большинство из упомянутых выше работ посвящено динамическому рассмотрению нерелятивистской плазмы. Однако, когда мы говорим о верхних слоях атмосферы Земли (области ионосферы), радиационных поясах Ван Аллена, солнечной короне и космической плазме и рассматинжектирование высокоэнергичного риваем пучка позитронов, электронов или ионов, то предпочтительным является использование релятивистской модели [37-39]. В недавней работе [40] рассматривалось распространение гиперзвуковых солитонов/уединенных волн в вырожденной магнитоплазме в присутствии ионного пучка. Было установлено, что при выбранных параметрах магнитного квантования и вырождения плазмы происходит генерация гиперзвуковой волны, а также распространение фоновых ионно-звуковых и медленных волн. В гиперзвуковом режиме как нелинейность, так и дисперсия распространяющихся волн оказались высокими.

Однако данные космических наблюдений и многочисленных исследований астрофизической плазмы дают основание полагать, что состояние термодинамического равновесия плазмы является неустойчивым из-за разницы плотностей ионов и электронов, а также их температур [41-44]. Кроме того, в условиях, когда на плазму оказывает влияние распространяющийся в ней пучок, трудно ожидать, что плазма будет находиться в термодинамическом равновесии, подчиняясь максвелловскому распределению. Таким образом, более реалистичной является модель плазмы с немаксвелловской функцией распределения. Такая плазма с немаксвелловской функцией распределения была обнаружена в различных областях магнитосфер различных планет, а также в солнечном ветре [45-47]. Каппа-распределение, неэкстенсивная *q*-функция распределения и функция распределения Кеирнса сильно отличаются от максвелловского распределения и прекрасно подходят для описания нетепловых состояний плазмы. В ряде работ уже проведено рассмотрение нетепловых и надтепловых электронов в таких плазменных средах [48–50]. Кроме того, при исследовании распространения ПИЗ уединенных волн малой амплитуды в условиях космической плазмы, часто используется редуцированная теория возмущений, в результате чего, с использованием модели слаборелятивистской плазмы, выводится нелинейное волновое уравнение КдВ [9, 51, 52].

В этой работе мы продолжили теоретическое исследование четырехкомпонентной релятивистской плазмы, состоящей из подвижных положительно заряженных ионов, позитронного пучка, фоновых отрицательно заряженных частиц пыли и нетепловых электронов. Было обнаружено, что позитронный пучок оказывает влияние на движе-

ФИЗИКА ПЛАЗМЫ том 46 № 6 2020

ние плазмы, приводя к ее неустойчивости. Развитие неустойчивостей оказывает большое влияние на распространение ПИЗ уединенных волн и при определенных плазменных условиях может привести к их затуханию и даже распаду. Насколько нам известно, до сих пор не исследовано распространение ионно-звуковых уединенных волн в таких плазменных условиях, когда учитываются релятивистские эффекты при описании положительных ионов и позитронного пучка и считается, что пылевая плазма характеризуется нетепловым распределением плотности электронов.

2. ОСНОВНЫЕ УРАВНЕНИЯ

Для изучения нелинейного распространения ПИЗ уединенных волн в релятивистской e-p-i пылевой плазме рассмотрим бесстолкновительную незамагниченную плазму, состоящую из подвижных положительных ионов, позитронного пучка, чрезвычайно массивных отрицательно заряженных зерен пыли и нетепловых электронов. Поскольку период волны сопоставим с периодом зарядки частиц пыли в пылевой плазме, флуктуации заряда зерен пыли являются важным фактором, влияющим на распространение ПИЗ волны в плазме. Основные математические уравнения, описывающие поведение системы (уравнение непрерывности и уравнения для импульса и давления), выглядят следующим образом:

$$\frac{\partial n_j}{\partial t} + \frac{\partial (n_j V_j)}{\partial x} = 0, \tag{1}$$

$$\left(\frac{\partial}{\partial t} + v_j \frac{\partial}{\partial x}\right) \gamma_j v_j = -\frac{q_j}{m_j} \frac{\partial \psi}{\partial x} - \frac{1}{m_j n_j} \frac{\partial p_j}{\partial x}, \qquad (2)$$

$$\left(\frac{\partial}{\partial t} + v_j \frac{\partial}{\partial x}\right) p_j + 3p_j \frac{\partial}{\partial x} (\gamma_j v_j) = 0, \qquad (3)$$

$$\frac{\partial^2 \Psi}{\partial x^2} = -4\pi e \left(n_i + n_b - z_d n_{d0} - n_e \right). \tag{4}$$

Плотность нетепловых электронов n_e может быть записана в виде

$$n_e = n_{e0} \left[1 - \alpha_e \psi + \alpha_e \psi^2 \right] e^{\psi}, \qquad (5)$$

где n_j , m_j , v_j , q_j , p_j (j = i, b) – плотность, масса, скорость, заряд и давление положительных ионов; z_d – число электронов, находящихся на пылевом зерне, Ψ – скалярный электростатический потенциал; $\gamma_b = (1 - v_b^2/c^2)^{-1/2}$ – релятивистский фактор; n_d – плотность пыли; и $\alpha_e =$ $= 4\beta_e/(1 + 3\beta_e)$ – параметр, характеризующий нетепловые электроны. Известно, что при $\alpha_e = 0$ (т.е. $\beta_e = 0$) приведенная выше функция распределения плотности нетепловых электронов переходит в распределение Больцмана. Однако образование нелинейных структур (уединенных волн и двойных слоев) возможно при $0 \le \alpha_e \le \infty$, когда параметр β_e находится в пределах ограниченной области $0 \le \beta_e \le 4/3$ [44].

Нормализованная система основных уравнений (1)–(5) выглядит следующим образом:

$$\frac{\partial N_j}{\partial T} + \frac{\partial (N_j V_j)}{\partial X} = 0, \tag{6}$$

$$\frac{\partial \overline{V_i}}{\partial T} + V_i \frac{\partial \overline{V_i}}{\partial X} + \frac{\sigma_i}{N_i} \frac{\partial P_i}{\partial X} = -\frac{\partial \varphi}{\partial X},\tag{7}$$

$$\left(\frac{\partial}{\partial T} + V_i \frac{\partial}{\partial X}\right) P_i + 3P_i \frac{\partial \overline{V_i}}{\partial X} = 0, \qquad (8)$$

$$\frac{\partial \overline{V_b}}{\partial T} + V_b \frac{\partial \overline{V_b}}{\partial X} + \frac{\sigma_b}{\beta_2 N_b} \frac{\partial P_b}{\partial X} = -\frac{1}{\beta_2} \frac{\partial \varphi}{\partial X}, \qquad (9)$$

$$\left(\frac{\partial}{\partial T} + V_b \frac{\partial}{\partial X}\right) P_b + 3P_b \frac{\partial \overline{V_b}}{\partial X} = 0, \qquad (10)$$

$$\frac{\partial^2 \varphi}{\partial X^2} = -N_i - \mu_b N_b + \mu_d Z_d + \mu_e + + \mu_e (1 - \alpha_e) \varphi + \frac{\mu_e}{2} \varphi^2, \qquad (11)$$

где $V_i + V_i^3/(2c_1^2)$ и $\overline{V_b} = V_b + V_b^3/(2c_1^2)$. Здесь N_i , V_i , P_{i} (*j* = *i*, *b*) обозначают плотность, скорость жидкости и давление соответственно. Величина N_i нормирована на равновесное значение n_{i0}, величина V_j на $c_s = (\kappa_b T_e/m_i)^{1/2}$ и величина P_j на $n_{i0}\kappa_b T_i$, где индекс *j* принимает значения j = i, bдля положительных ионов и позитронов; κ_b – постоянная Больцмана и $c_1 = c/c_s$, где c – скорость света. Волновой потенциал ϕ нормирован на $\kappa_b T_a \psi/e$, временная переменная T – на $\omega_{pi}^{-1} = (m_i/4\pi n_0 e^2)^{1/2}$, пространственная переменная X – на c_s / ω_{pi} и Z_d – на Z_{d0} . Здесь мы предположили, что Z_{d0} не является постоянной величиной, а меняется при изменении масштабов пространства и времени. Напомним, что $\beta_1 = m_e/m_i$ $(\beta_2 = m_b/m_i)$ – отношение масс электрона и иона (позитрона и иона); $\mu_e = n_{e0}/n_{i0}$, $\mu_b = n_{b0}/n_{i0}$ и $\mu_d = Z_{d0} n_{d0} / n_{i0}$ — это отношения концентраций электронов, позитронов и пылевых частиц к концентрации ионов n_{i0} . Здесь $\sigma_i = T_i/T_e$, $\sigma_b = T_b/T_e$ отношения температур, где T_i, T_e и T_b представляют собой температуры положительных ионов, электронов и позитронного пучка соответственно.

Общее условие нейтральности заряда в состоянии равновесия выглядит следующим образом: $1 + \mu_b - \mu_d = \mu_e$. С учетом флуктуаций пылевого заряда, уравнение для нормализованного пылевого заряда может быть записано в виде

$$\frac{\partial Z_d}{\partial T} = -\frac{\left(I_e + I_i + I_p\right)}{\omega_{pi} Z_{d0} e},\tag{12}$$

где I_e , I_i и I_p — нормированные токи нетепловых электронов, тонов и позитронов, определяемые следующими выражениями:

$$I_{e} = -4\pi r_{d}^{2} n_{e0} e \left(1 - \alpha_{e} \varphi + \alpha_{e} \varphi^{2}\right) \times \\ \times \left(\frac{\kappa_{b} T_{e}}{2\pi m_{e}}\right)^{1/2} \exp\left(\varphi - \theta Z_{d}\right),$$
(13)

$$I_i = 4\pi r_d^2 n_{i0} N_i e \left(\frac{\kappa_b T_i}{2\pi m_i}\right)^{1/2} \left(1 - \frac{e\phi_d}{\kappa_b T_i}\right), \qquad (14)$$

$$I_p = 4\pi r_d^2 n_{p0} N_p e \left(\frac{\kappa_b T_p}{2\pi m_b}\right)^{1/2} \left(1 - \frac{e\phi_d}{\kappa_b T_b}\right), \qquad (15)$$

где $\theta = Z_{d0}e^2/(r_d\kappa_b T_e)$ и $\phi_d = -Z_d e/r_d$. Здесь считается, что равновесный заряд пылевого зерна равен $Z_{d0} = 10^2$ и радиус пылевых частиц равен $r_d = 7$ мкм.

Уравнение (12) можно упростить и переписать в виде

$$\frac{\partial Z_d}{\partial T} = a \left(1 - \alpha_e \varphi + \alpha_e \varphi^2 \right) \exp\left(\varphi + \theta Z_d\right) - bN_i \left(1 - Z_d \sigma_i \theta \right) - cN_b \left(1 - Z_d \sigma_b \theta \right),$$
(16)

где $a = n_{e0} r_d^2 \lambda_D \sqrt{8\pi} / (Z_{d0} \sqrt{\beta_1}), \ b = n_{i0} r_d^2 \lambda_D \sqrt{8\pi} / Z_{d0}$ и $c = n_{b0} r_d^2 \lambda_D \sqrt{8\pi} / (Z_{d0} \sqrt{\beta_2})$ — постоянные члены, в которых $\lambda_D = \sqrt{\kappa_b T_e / 4\pi n_{i0} e^2}$.

3. ВЫВОД УРАВНЕНИЯ КДВ

Для изучения характеристик распространения ПИЗ уединенной волны малой амплитуды в настоящей модели была использована редуцированная теория возмущений, где использованы две независимые растянутые переменные: пространственная ξ и временная τ , которые могут быть записаны следующим образом:

$$\xi = \varepsilon^{1/2} \left(X - \lambda T \right), \quad \tau = \varepsilon^{3/2} T, \tag{17}$$

где ε — малая ненулевая постоянная, характеризующая слабость дисперсии, также характеризует и возмущение среды, λ — число Маха (фазовая скорость) волны, нормированное на ионно-звуковую скорость c_{c} . Зависимые переменные N_j , V_j , P_j (j = i, b), ψ и Z_d могут быть разложены в ряды по степеням ξ следующим образом:

$$N_{j} = 1 + \varepsilon N_{j}^{(1)} + \varepsilon^{2} N_{j}^{(2)} + \dots,$$
(18)

$$V_{i} = 1 + \varepsilon V_{i}^{(1)} + \varepsilon^{2} V_{i}^{(2)} + \dots,$$
(19)

$$P_{j} = 1 + \varepsilon P_{j}^{(1)} + \varepsilon^{2} P_{j}^{(2)} + \dots, \qquad (20)$$

$$\varphi = \varepsilon \varphi^1 + \varepsilon^2 \varphi^2 + \dots, \qquad (21)$$

$$Z_d = 1 + \varepsilon Z_d^{(1)} + \varepsilon^2 Z_d^{(2)} + \dots$$
 (22)

Подставляя уравнения (17)–(22) в систему нормализованных уравнений (6)–(11) и приравнивая коэффициенты при членах нижнего порядка по є, получаем

$$N_{i}^{(1)} = \frac{\varphi^{1}}{\gamma_{i} (\lambda - V_{i0})^{2} - 3\sigma_{i}\gamma_{i}},$$

$$N_{b}^{(1)} = \frac{\varphi^{1}}{\beta_{2}\gamma_{b} (\lambda - V_{b0})^{2} - 3\sigma_{b}\gamma_{b}},$$
(23)

$$V_{i}^{(1)} = \frac{(\lambda - V_{i0}) \varphi^{1}}{\gamma_{i} (\lambda - V_{i0})^{2} - 3\sigma_{i}\gamma_{i}},$$
(24)

$$V_{b}^{(1)} = \frac{(\lambda - V_{b0})^{2}}{\beta_{2}\gamma_{b} (\lambda - V_{b0})^{2} - 3\sigma_{b}\gamma_{b}},$$

$$P_{i}^{(1)} = \frac{3\gamma_{i}\phi^{1}}{\gamma_{i} (\lambda - V_{i0})^{2} - 3\sigma_{i}\gamma_{i}},$$

$$P_{b}^{(1)} = \frac{3\gamma_{b}\phi^{1}}{\beta_{2}\gamma_{b} (\lambda - V_{b0})^{2} - 3\sigma_{b}\gamma_{b}},$$
(25)

а из уравнения (16) получаем

$$\theta(a+b\sigma_i+c\sigma_b)Z_d^{(1)} = a(\alpha_e-1+\alpha_e\theta)\varphi^1 + b(1-\sigma_i\theta)N_i^{(1)} + c(1-\sigma_b\theta)N_b^{(1)}.$$
(26)

Используя уравнения (23) и (26), получаем выражение для фазовой скорости λ пылевой ионнозвуковой уединенной волны в виде

$$\lambda = \frac{a_4 \pm \sqrt{a_4^2 - 4a_3c}}{2a_3},$$
(27)

где

$$a_{4} = 2a_{i}^{\prime}\beta_{2}\gamma_{i}\gamma_{b}V_{i0}^{2}V_{b0} + 2a_{i}^{\prime}\beta_{2}\gamma_{i}\gamma_{b}V_{i0}V_{b0}^{2} - - 6a_{i}^{\prime}\sigma_{b}\gamma_{i}\gamma_{b}V_{i0} - 6a_{i}^{\prime}\sigma_{b}\gamma_{i}\gamma_{b}\beta_{2}V_{b0} - 2a_{2}^{\prime}\gamma_{b}\beta_{2}V_{b0} - 2a_{3}^{\prime}\gamma_{i}V_{i0}, a_{3} = a_{i}^{\prime}\beta_{2}\gamma_{i}\gamma_{b}V_{b0}^{2} + a_{i}^{\prime}\beta_{2}\gamma_{i}\gamma_{b}V_{i0}^{2} - 4a_{i}^{\prime}\beta_{2}\gamma_{i}\gamma_{b}V_{i0}V_{b0} - - 3a_{i}^{\prime}\sigma_{b}\gamma_{i}\gamma_{b} - 3a_{i}^{\prime}\sigma_{b}\gamma_{i}\gamma_{b}\beta_{2} - a_{2}^{\prime}\gamma_{b}\beta_{2} - a_{3}^{\prime}\gamma_{i},$$

ФИЗИКА ПЛАЗМЫ том 46 № 6 2020

$$c = \beta_2 a_1' \gamma_i \gamma_b V_{i0}^2 V_{b0}^2 - 3a_1' \sigma_b \gamma_i \gamma_b V_{i0}^2 - 3a_1' \sigma_i \gamma_i \gamma_b \beta_2 V_{b0}^2 + + 9a_1' \sigma_i \sigma_b \gamma_i \gamma_b - a_2' \gamma_b \beta_2 V_{b0}^2 + 3a_2' \sigma_b \gamma_b - - a_3' \gamma_i V_{i0}^2 + 3a_3' \sigma_i \gamma_i,$$

И

$$a'_{1} = \left[a(\alpha_{e} - 1 + \alpha_{e}\theta) + \theta(a + b\sigma_{i} + c\sigma_{b}) \times (1 - \mu_{d} + \mu_{b})(1 - \alpha_{e})\frac{1}{\mu_{d}} \right],$$
$$a'_{2} = \left[\frac{\theta(a + b\sigma_{i} + c\sigma_{b})}{\mu_{d}} - b(1 - \sigma_{i}\theta) \right],$$
$$a'_{3} = \left[\frac{\mu_{b}\theta(a + b\sigma_{i} + c\sigma_{b})}{\mu_{d}} - c(1 - \sigma_{b}\theta) \right].$$

Из уравнения (16) с использованием членов более высокого порядка по є получим выражения

$$\frac{\partial Z_d^{(2)}}{\partial \xi} = \frac{1}{(a\theta + b\sigma_i\theta + c\sigma_b\theta)} \times \\ \times \left[-(-a\alpha_e + a - a\alpha_e\theta) \frac{\partial \varphi^2}{\partial \xi} - (a\alpha_e - a\alpha_e + a\alpha_e\theta) \frac{\partial (\varphi^{(1)})^2}{\partial \xi} + \frac{\partial}{\partial \xi} \left(a\alpha_e\theta\varphi^1 - b\sigma_i\theta N_i^{(1)} - (28) - c\sigma_b\theta N_b^{(1)} \right) Z_d^{(1)} + (b - b\sigma_i\theta) \frac{\partial N_i^{(2)}}{\partial \xi} + \\ + (c - c\sigma_b\theta) \frac{\partial N_b^{(2)}}{\partial \xi} \right].$$

Приравнивая коэффициенты при членах следующего порядка по ε в уравнении Пуассона (11) и дифференцируя по ξ , получаем

$$\frac{\partial^{3} \varphi}{\partial \xi^{3}} = -\frac{\partial N_{i}^{(2)}}{\partial \xi} - \mu_{b} \frac{\partial N_{b}^{(2)}}{\partial \xi} + \frac{(1 + \mu_{b} - \mu_{d})}{2} \frac{\partial (\varphi^{1})^{2}}{\partial \xi} + \frac{1}{\mu_{d}} \frac{\partial Z_{d}^{(2)}}{\partial \xi} + (1 - \alpha_{e})(1 + \mu_{b} - \mu_{d}) \frac{\partial \varphi^{2}}{\partial \xi}.$$
(29)

Приравнивая коэффициенты при членах следующего порядка по є в уравнениях (6)–(11), (16), используя выражения $\partial N_i^{(2)}/\partial \xi$, $\partial N_b^{(2)}/\partial \xi$, $\partial Z_d^{(2)}/\partial \xi$ и исключая члены, соответствующие возмущениям второго порядка $N_j^{(2)}$, $V_j^{(2)}$, $P_j^{(2)}$ (j = i, b) и φ^2 , в итоге из уравнения (16) получаем уравнение КдВ, которое выглядит следующим образом:

$$\frac{\partial \varphi^{l}}{\partial \tau} + A \varphi^{l} \frac{\partial \varphi^{l}}{\partial \xi} + B \frac{\partial^{3} \varphi^{l}}{\partial \xi^{3}} = 0, \qquad (30)$$

где

$$A = \left\{ \mu_{d} X_{1} Y_{1} \left[\left[\mu_{d} R_{1} - b\left(1 - \sigma_{i} \theta\right) \right] \times 2\gamma_{i} \left(\lambda - V_{i0}\right) Y_{1}^{2} + \left[\mu_{b} \mu_{d} R_{1} - c\left(1 - \sigma_{b} \theta\right) \right] \times \right. \\ \left. \times 2\mu_{b} \beta_{2} \sigma_{b} \gamma_{b} \left(\lambda - V_{b0}\right) X_{1}^{2} \right] \right\}^{-1} \times \left[\mu_{d} \left[b\left(1 - \sigma_{i} \theta\right) - \mu_{d} R_{1} \right] Y_{1}^{3} P + \mu_{d} \left[c\left(1 - \sigma_{b} \theta\right) - \right. \\ \left. - \mu_{b} \mu_{d} R_{1} \right] X_{1}^{3} Q - X_{1} Y_{1} \left[2a \alpha_{e} \theta \mu_{d}^{2} X^{2} Y^{2} - 2a \alpha_{e} \theta X Y^{2} - 2a \alpha_{e} \theta \mu_{b} X^{2} Y + \right. \\ \left. + 2a \alpha_{e} \theta \left(1 - \mu_{d} + \mu_{b}\right) \left(1 - \alpha_{e}\right) X_{1}^{2} Y_{1}^{2} - 2b \sigma_{i} \theta Y^{2} - 2b \sigma_{i} \theta \mu_{b} X Y + 2b \sigma_{i} \theta \left(1 - \mu_{d} + \mu_{b}\right) \times \\ \left. \times \left(1 - \alpha_{e}\right) X Y_{1}^{2} - 2c \sigma_{b} \theta X Y - 2c \sigma_{b} \theta \mu_{b} X_{1}^{2} + 2c \sigma_{b} \theta \left(1 - \mu_{d} + \mu_{b}\right) \left(1 - \alpha_{e}\right) X_{1}^{2} Y \right] \right],$$

$$(31)$$

$$B = \frac{\mu_d X_1^2 Y_1^2 R_1}{\left\{ \left[\mu_d R_1 - b \left(1 - \sigma_i \theta \right) \right] 2\gamma_i \left(\lambda - V_{i0} \right) Y_1^2 + \left[\mu_b \mu_d R_1 - c \left(1 - \sigma_b \theta \right) \right] 2\mu_b \beta_2 \sigma_b \gamma_b \left(\lambda - V_{b0} \right) X_1^2 \right\}}$$
(32)

И

$$R_{1} = (-a\theta + b\sigma_{i}\theta + c\sigma_{b}\theta),$$

$$\gamma_{j} = 1 + \frac{3V_{j0}^{2}}{2c_{1}^{2}}, \quad \gamma_{j}^{i} = \frac{3V_{j0}}{2c_{1}^{2}},$$

$$\gamma_{jr} = \frac{V_{j0}}{c_{1}} \quad (j = i, b),$$

$$P = \begin{bmatrix} 2\gamma_{i} (\lambda - V_{i0})^{2} - 3\sigma_{i}\gamma_{i} - 2\gamma_{i}^{i} (\lambda - V_{i0})^{3} + 6\sigma_{i}\gamma_{i}^{i} (\lambda - V_{i0}) + 9\sigma_{i}\gamma_{i}^{2} - X_{1} \end{bmatrix},$$

$$Q = \begin{bmatrix} 2\mu_{b}\beta_{2}\gamma_{b} (\lambda - V_{b0})^{2} + 9\mu_{b}\sigma_{b}\gamma_{b}^{2} - 2\mu_{b}\beta_{2}\gamma_{b}^{i} (\lambda - V_{b0})^{3} + 6\mu_{b}\sigma_{b}\gamma_{b}^{i} (\lambda - V_{b0}) - \mu_{b}Y_{1} - 3\mu_{b}\sigma_{b}\gamma_{b} \end{bmatrix},$$

$$X_{1} = \begin{bmatrix} 3\sigma_{i}\gamma_{i} - (\lambda - V_{i0})^{2}\gamma_{i} \end{bmatrix},$$

$$Y_{1} = \begin{bmatrix} 3\sigma_{b}\gamma_{b} - (\lambda - V_{b0})^{2}\gamma_{b}\beta_{2} \end{bmatrix},$$

где $V_{j0} = v_j/c_s$, и j = i, b соответствует положительным ионам и позитронам пучка. Уравнение (30) представляет собой уравнение КдВ, описывающее распространение ПИЗ уединенных волн малой амплитуды в релятивистской e-p-i-dплазме. Уравнение (30) дает общее представление о том, что распространение уединенной волны зависит и от нелинейности среды (*A*), и от ее коэффициента дисперсии (*B*), который является функцией всех параметров плазмы, что видно из уравнений (31) и (32).

Теперь, используя граничные условия $\phi \rightarrow 0$,

 $\partial \phi / \partial \xi \to 0$ и $\partial^2 \phi / \partial \xi^2 \to 0$ при $\xi \to \pm \infty$, получаем стационарное решение уравнения КдВ в виде

$$\varphi = \varphi_m \operatorname{sech}^2 \left(\frac{\xi}{\Delta}\right), \tag{33}$$

где Ψ_m и Δ — амплитуда и ширина уединенной волны, которые определяются выражениями

$$\Psi_m = \frac{3U}{A} \quad \text{i} \quad \Delta = \sqrt{\frac{4B}{U}}.$$
 (34)

Здесь *U* – постоянная скорость уединенной волны. Для $\kappa_b T_e = 1.5$ эВ, $n_{d0} = 10^2$ см⁻³, $z_{d0} = 10^2$, и $r_d = 7$ мкм, получаем следующие значения θ и λ_D : $\theta = 0.0137$ и $\lambda_D = 6.4345$ см.

4. РЕЗУЛЬТАТЫ И ОБСУЖДЕНИЕ

Число Маха λ ионно-акустических уединенных волн в пылевой плазме зависит от различных параметров плазмы, а именно, отношений температур (σ_i , σ_b), релятивистских факторов (γ_{ir} , γ_{br}), отношений концентраций (μ_{b} , μ_{d}), параметра нетепловых электронов α_e, флуктуаций заряда зерен пыли Z_{d0} и радиуса пылевых зерен r_d . Поэтому при анализе распространения нелинейной волны (уединенной волны) в пылевой плазме выбирались следующие диапазоны изменения этих параметров: $\sigma_i = 0.1 - 0.4$, $\sigma_b = 1.5 - 6$, $\gamma_{ir} = 0.001 - 0.001 - 0.001$ 0.5, $\gamma_{br} = 0.1 - 0.8$, $\mu_b = 0.05 - 0.3$, $\mu_d = 0.1 - 0.5$, и $\alpha_{e} = 0.1 - 0.5$. Эти диапазоны изменения параметров соответствуют параметрам верхних слоев атмосферы Земли и параметрам космической плазмы. Из-за наличия большого количества положительных ионов водорода в большинстве видов космической плазмы и в верхних слоях атмосферы Земли, именно такая плазменная система будет предметом дальнейших исследований, представленных в этой статье. Процесс зарядки пылевого зерна будет рассмотрен в рамках теории ограниченного орбитального движения (ООД) [53]. Кроме того, предполагается, что в данной плазменной системе позитронный пучок, приходящий из космоса с начальной скоростью $V_{b0} (= 5C_s)$ и описываемый в терминах изменяющегося релятивистского фактора γ_{br} , оказывает влияние на распространение в ней ПИЗ уединенных волн. Также важно упомянуть, что при выбранных параметрах плазмы, в основном, благодаря учету скоростей позитронного пучка V_{b0} (в

ФИЗИКА ПЛАЗМЫ том 46 № 6 2020



Puc. 1. Число Маха λ для различных значений отношения позитронной и электронной температур $\sigma_b = 2, 3.3, 4$ (a), амплитуда волнового потенциала ϕ_m для $\sigma_b = 3.2, 3.3, 3.4$ (б)в зависимости от величины γ_{br} , а также зависимости потенциала уединенной волны ϕ для $\sigma_b = 3.3$ и значений релятивистского фактора $\gamma_{br} = 0.2, 0.22, 0.24$ (в) и для $\sigma_b = 3.3$ и $\gamma_{br} = 0.16, 0.17, 0.2$, демонстрирующие переход от волн сжатия к волнам разрежения (г), от пространственной координаты ξ . Остальные параметры плазмы имели следующие значения: $\mu_b = 0.15, \mu_d = 0.5, \sigma_i = 0.12, \alpha_e = 0.3, \theta = 0.0137, Z_{d0} = 100$ и U = 1.

терминах γ_{br}) и потока положительных ионов V_{i0} (в терминах γ_{ir}) в плазме, нормализованные числа Маха оказались соответствующими практически гиперзвуковому режиму.

На рис. 1 показаны результаты компьютерного моделирования нормализованной фазовой скорости (числа Маха) λ и амплитуды волнового потенциала φ_m в зависимости от величины γ_{br} , а также зависимости потенциала уединенной волны φ от пространственной координаты ξ , демонстрирующие переход от волн сжатия к волнам разрежения.

Изменение числа Маха λ при возрастании релятивистского фактора позитронного пучка γ_{br} для различных значений σ_b показано на рис. 1а. Видно, что для всех значений σ_b с ростом γ_{br} число Маха также возрастает. При $\sigma_b = 2$ с ростом γ_{br} число Маха меняется в пределах, соответствующих сначала дозвуковому режиму, а потом околозвуковому режиму (т.е., λ меняется от 0.3 до 1). При больших значениях σ_b (3.3 или 4) с ростом γ_{br} число Маха уже меняется в пределах, соответствующих сначала околозвуковому режиму, а потом сверхзвуковому режиму (т.е., λ меняется от 1 до 5). Исходя из этих результатов, можно утверждать, что вследствие релятивистского эффекта позитронного пучка, распространяющегося в нетепловой пылевой плазме с выбранными параметрами, возрастание таких параметров, как γ_{br} и σ_b приводит к значительным изменениям числа Маха, вплоть до значений, соответствующих сверхзвуковому режиму.

Теперь, чтобы исследовать распространение ПИЗ уединенных волн в плазме, рассмотрим область чисел Маха от 1 до 3, когда сверхзвуковой режим еще не достигается. На рис. 16 для различных значений σ_b показано изменение амплитуды потенциала φ_m при изменении релятивистского фактора в диапазоне $\gamma_{br} = 0.1-0.8$. Видно, что для всех значений ($\sigma_b = 3.2, 3.3, 3.4$) с ростом γ_{br} амплитуда φ_m сначала возрастает по величине (будучи отрицательной). Это продолжается до тех

пор, пока γ_{br} не достигнет определенной величины (0.22, 0.16 и 0.08). Таким образом, в этих условиях в плазме могут распространяться ПИЗ уединенные волны отрицательной полярности (волны разрежения). Затем вследствие наличия сингулярности в системе происходит возрастание величины ϕ_m до бесконечности. Это связано с тем, что при этом значении γ_{br} нелинейный коэффициент А обращается в ноль. Назовем это значение критической точкой γ_{bc} . При значениях γ_{br} , превышающих критическое значение, полярность амплитуды волны меняется, и происходит формирование ПИЗ уединенные волны положительной полярности (волны сжатия). Как показано на рис. 16, сначала амплитуда ϕ_m уединенной волны положительной полярности уменьшается, пока релятивистский фактор не возрастет до величины $\gamma_{br} = 0.4$. При дальнейшем возрастании γ_{br} амплитуда вновь начинает возрастать. Таким образом, при выбранных параметрах в этой системе образуются две критические точки γ_{bcl} и γ_{bc2}, в которых происходит смена полярности волны, что приводит к образованию ПИЗ уединенных волн как положительной, так и отрицательной полярности.

Основываясь на рис. 1б, рассмотрим формирование уединенных волн при различных значениях γ_{br} . На рис. 1в показаны потенциалы уединенной волны ф как функции пространственной переменной ξ , рассчитанные для $\sigma_b = 3.3$. Видно, что в области $\gamma_{bc1} < \gamma_{br} < \gamma_{bc2}$ существует идеально сбалансированная потенциальная структура, приводящая к формированию положительной ПИЗ уединенной волны (волны сжатия). Также видно, что в области $\gamma_{bcl} < \gamma_{br} < 0.4$ амплитуда потенциала уединенной волны сжатия ф уменьшается с ростом величины γ_{br} . С физической точки зрения это можно сформулировать так, что при фиксированных значениях отношений температур (σ_i, σ_b) и концентраций (μ_b, μ_d), увеличение γ_{br} приводит к увеличению нелинейности системы, и возникает вероятность поступления большего количества энергии в волну из соседних волн. Поэтому при увеличении γ_{br} можно наблюдать уменьшение амплитуды уединенной волны. Кроме того, с ростом γ_{br} происходит уширение уединенной волны сжатия. На рис. 1г показано, как с ростом ү_{br} происходит изменение структуры волнового потенциала: уединенная волна отрицательной полярности переходит в уединенную волну положительной полярности (расчеты выполнены для $\sigma_b = 3.3$).

На рис. 2 показаны результаты компьютерного моделирования зависимостей амплитуды волнового потенциала ϕ_m от величины отношения тем-

ператур $\sigma_b = T_b/T_e$ (для различных значений нормализованной фазовой скорости λ) и зависимостей потенциала уединенной волны φ от пространственной переменной ξ . Кроме того, представлены зависимости потенциала уединенной волны φ от пространственной координаты ξ , демонстрирующие переход от волн сжатия к волнам разрежения.

На рис. 2а показано изменение амплитуды ϕ_m в широком диапазоне значений σ_b для различных значений ү_{br} (0.2, 0.22 и 0.24). Видно, что при $\sigma_{b} < 3.1$ в плазменной системе формируются уединенные волны разрежения. При более высоких отношениях температур $\sigma_b > 3.1$ формируются уединенные волны сжатия, и их амплитуда ϕ_m уменьшается с ростом σ_b до величины $\sigma_b = 3.5$. При дальнейшем увеличении σ_{h} амплитуда начинает возрастать и становится бесконечно большой, что связано с наличием сингулярности в критической точке σ_{bc2} . После этого полярность амплитуды уединенной волны меняется, и в системе становится возможным распространение уединенной волны отрицательной полярности (волны разрежения). Как говорилось выше, сингулярность возникает тогда, когда нелинейный коэффициент А становится равным нулю, и при этом амплитуда ϕ_m становится бесконечно большой.

На рис. 2б показано как меняется потенциал уединенной волны ф как функция пространственной координаты ξ при нескольких значениях отношения температур σ_b . Видно, что во всех случаях волны характеризуются идеально сбалансированной потенциальной структурой, соответствующей уединенной волне сжатия. На рис. 2 также видно, что с ростом σ_b амплитуда потенциала ф уединенной волны сжатия уменьшается. Следовательно, можно утверждать, что при возрастании σ_b усиливается нелинейность уединенной волны сжатия и происходит ее уширение. На рис. 2в видна точка перехода σ_{bcl} , демонстрирующая, что в области $\sigma_b < \sigma_{bcl}$ ($\sigma_b < 3.1$) происходит формирование структур волнового потенциала, соответствующих уединенной волне отрицательной полярности (волне разрежения).

На рис. За показано изменение числа Маха λ при изменении γ_{br} в широком диапазоне от 0.1 до 0.8. Расчеты выполнены для трех значений параметра нетепловых электронов α_e . Приведенные зависимости отличаются от зависимостей, приведенных на рис. 1а. Видно, что при фиксированном значении γ_{br} число Маха уменьшается при увеличении параметра нетепловых электронов α_e в системе. С физической точки зрения это означа-



Рис. 2. Зависимости амплитуды волнового потенциала φ_m от σ_b для различных значений $\gamma_{br} = 0.2, 0.22, 0.24$ (a); зависимости потенциала уединенной волны φ от пространственной переменной ξ для различных значений $\sigma_b, \sigma_b = 3.25$, 3.3, 3.35 (б), а также зависимости потенциала уединенной волны φ от пространственной координаты ξ , демонстрирующие переход от волн сжатия к волнам разрежения для $\sigma_b = 2.7, 2.8$ и 3.1 (в). Эти зависимости были рассчитаны при таких же параметрах плазмы, как на рис. 1.

ет, что с увеличением температуры горячих электронов фазовая скорость волны уменьшается.

На рис. Зб для различных значений γ_{br} показаны амплитуды волнового потенциала ϕ_m как функции α_e . Видно, что с увеличением α_e , сначала (при $\alpha_e < 0.18$) амплитуда волнового потенциала ϕ_m меняется, соответствуя волне отрицательной полярности. Затем наличие сингулярности в системе приводит к формированию критической точки α_{ecl}, при переходе через которую в области $\alpha_e > \alpha_{ecl}$ полярность уединенной волны меняется, и она превращается в волну сжатия. Видно, что при увеличении γ_{br} увеличивается значение критического параметра, соответствующего точке сингулярности. На рис. 36 видно, что волны разрежения формируются в системе в области α_e > 0.38. Поэтому видно, что в рамках данной модели в системе могут распространяться волны разрежения (сжатия) в следующих областях параметра нетепловых электронов: $\alpha_e < 0.18$ и $\alpha_e > 0.18$

ФИЗИКА ПЛАЗМЫ том 46 № 6 2020

> 0.38 (волны разрежения) и $0.2 \le \alpha_e < 0.38$ (волны сжатия).

На рис. Зв видно, что в области 0.18 < < $\alpha_e < 0.38$ зависимости потенциала уединенной волны ф от независимой пространственной координаты ξ соответствуют уединенным волнам сжатия. Рисунок показывает, что в этом диапазоне параметра нетепловых электронов α_{ρ} система поддерживает распространение только волн сжатия. Амплитуда волны растет с увеличением α_e. Это связано с тем, что коэффициент нелинейности A уменьшается с ростом α_{e} ; ширина уединенной волны также уменьшается с ростом α_a. С физической точки зрения это соответствует тому, что с ростом α_e возрастает энергия электронов в плазме. Поэтому давление электронов в плазме увеличивается, и это приводит к росту возвращающей силы для ионно-звуковых волн. При этом амплитуда уединенных волн сжатия возрастает из-за увеличения возвращающей силы в плазменной системе. На рис. 3г показан переход волнового потенциала уединенной волны сжатия в соот-



Рис. 3. Зависимости числа Маха λ от величины релятивистского фактора γ_{br} для различных значений параметра нетепловых электронов $\alpha_e = 0.1, 0.2, 0.3$ (а); зависимости амплитуды волнового потенциала ϕ_m от величины параметра нетепловых электронов α_e для различных значений релятивистского фактора $\gamma_{br} = 0.2, 0.22, 0.24$ (б); зависимости потенциала уединенной волны ϕ от независимой пространственной координаты ξ , рассчитанные при нескольких значениях параметра нетепловых электронов $\alpha_e = 0.28, 0.29, 0.3$ (в); и зависимости потенциала уединенной волны ϕ от пространственной координаты ξ , демонстрирующие переход от волн сжатия к волнам разрежения, для $\alpha_e = 0.37, 0.39, 0.4$ (г). Остальные параметры плазмы такие же, как на рис. 1.

ветствующий потенциал волны разрежения, происходящий при изменении α_e . Как и ожидалось, при постоянных значениях $\sigma_b = 3.3$ и $\gamma_{br} = 0.2$ происходит формирование уединенной волны отрицательной полярности (волны разрежения) в области $\alpha_e > 0.38$, а в области $\alpha_e < 0.38$ – формирование уединенной волны положительной полярности (волны сжатия).

На рис. 4а показаны зависимости амплитуды φ_m от μ_b , рассчитанные при фиксированном значении $\sigma_b = 3.3$ для различных значений γ_{br} . Видно, что при $\mu_b \leq 0.204$ в плазменной системе формируются уединенные волны сжатия, что также видно на рис. 4б. Кроме того, на рис. 4б видно, что амплитуда уединенной волны сжатия растет при увеличении μ_b . Это означает, что при увеличении концентрации позитронного пучка в плазме энергия ионов возрастает. Тем самым движущая сила, создаваемая ионами, вносит большой вклад в возрастание амплитуды ионно-звуковой уединенной волны, увеличивая ее энергию. При

дальнейшем увеличении μ_b наличие сингулярности в критической точке приводит к увеличению амплитуды до бесконечности. Более того, при $\mu_b > 0.204$ полярность волновой амплитуды меняется при всех значениях релятивистского фактора, для которых проводились расчеты ($\gamma_{br} = 0.2$, 0.22 и 0.24), и в этом диапазоне значений отношения концентраций система поддерживает распространение только уединенных волн сжатия, что подтверждается рис. 4в.

На рис. 5а показаны амплитуды потенциала φ_m как функции величины Z_{d0} , рассчитанные для различных значений α_e . На рисунке видно, что существуют две критические точки на оси Z_{d0} . Из-за наличия сингулярности в системе, при прохождении критических точек происходит смена полярности уединенной волны, поэтому в этой плазменной системе возможно распространение как уединенных волн сжатия, так и уединенных волн разрежения. Из рисунка также следует, что при увеличении параметра нетепловых



Рис. 4. Показаны: амплитуды волнового потенциала ϕ_m как функции отношения концентраций позитронов и ионов $\mu_b = n_{b0}/n_{i0}$ для различных значений релятивистского фактора $\gamma_{br} = 0.2$, 0.22, 0.24 (а); волновые потенциалы ϕ уединенной волны сжатия как функции независимой пространственной координаты ξ при $\gamma_{br} = 0.2$ для различных значений $\mu_b = 0.14$, 0.15, 0.16 (б); и волновые потенциалы ϕ уединенной волны разрежения как функции независимой пространственной координаты ξ при $\gamma_{br} = 0.2$ для $\mu_b = 0.25$, 0.26, 0.27 (в). Остальные параметры плазмы такие же, как на рис. 1.

электронов формирование критической точки происходит при меньших значениях Z_{d0} .

На рис. 5б показано, как меняется волновой потенциал φ уединенной волны сжатия при увеличении заряда пылевого зерна Z_{d0} . Видно, что при фиксированной плотности пылевых частиц n_{d0} с ростом заряда пылевого зерна Z_{d0} амплитуда уединенной волны возрастает. Это означает, что при увеличении заряда пылевого зерна Z_{d0} в процессе зарядки происходит уменьшение плотности электронов в плазме, и это приводит к увеличению средней электронной температуры в плазменной системе [54]. На протяжении всего этого времени эффективная температура ионов также возрастает, тем самым увеличивая потенциал φ ПИЗ уединенной волны.

На рис. 5в показано, как при $\alpha_e = 0.28$ происходит изменение волнового потенциала φ , демонстрирующее переход от уединенной волны сжатия к уединенной волне разрежения. В соответствии с рис. 5а, при $Z_{d0} > 100$ в системе происходит формирование потенциала, соответствующего уединенной волне разрежения.

5. ВЫВОДЫ

При изучении распространения ПИЗ уединенных волн конечной амплитуды в релятивистской е-р-і пылевой плазме при наличии в ней позитронного пучка мы предположили, что положительные ионы и позитронный пучок являются подвижными, то есть имеющими начальные скорости течения. Кроме того, считается, что распределение электронов по энергии является нетепловым, и массивные неподвижные пылевые частицы присутствуют в фоновой плазме. В расчетах также учитывается зарядка пылевых частиц, происходящая из-за прилипания электронов к поверхности частиц. Было установлено, что при выбранных параметрах плазмы увеличение заряда пылевых частиц Z_{d0} в плазме амплитуда уединенной волны сжатия возрастает из-за увеличения средней температуры электронов в процессе



Рис. 5. Показаны: зависимости амплитуды волнового потенциала φ_m от величины Z_{d0} , рассчитанные для различных значений параметра нетепловых электронов $\alpha_e = 0.28, 0.29, 0.3$ (а); потенциалы φ уединенных волн сжатия как функции независимой пространственной переменной ξ , рассчитанные при $\gamma_{br} = 0.2, для Z_{d0} = 99.8, 99.9, 100$ (б); и зависимости потенциала уединенной волны φ от пространственной координаты ξ , демонстрирующие переход от волн сжатия к волна к волнам разрежения, для различных значений $Z_{d0} = 99.9, 101, 101.3$ (в). Остальные параметры плазмы такие же, как на рис. 1.

зарядки пылевых частиц. При инжекции позитронного пучка ($V_{b0} = 5C_s$) в релятивистскую плазму происходит заметное увеличение числа Маха, при котором скорость потока может достигать гиперзвуковой. В этом исследовании, подбирая подходящие параметры задачи, мы нашли достоверную область параметров, при которых возможно формирование ПИЗ уединенных волн, а также их распространение в плазме. Кроме того, исследовались изменения структуры потенциала ПИЗ уединенных волн, происходящие при увеличении заряда пылевых зерен Z_{d0}, релятивистских факторов (γ_{br} и γ_{ir}), отношения температур (σ_b) , параметра нетепловых электронов α_e и отношений концентраций (μ_b и μ_d). Обнаружено, что для этих выбранных параметров плазмы на соответствующих зависимостях существуют критические точки γ_b , σ_b , α_e , μ_b и Z_{d0} в которых существует сингулярность и коэффициент нелинейности А обращается в ноль, а волновая амплитуда φ_{*m*} устремляется в бесконечность. Для выбранных параметров плазмы наблюдалось наличие двух критических точек, в которых происходит изменение полярности волн. В такой плазме возможно распространение как уединенных волн сжатия, так и уединенных волн разрежения в пределах их областей существования. Однако, с ростом γ_{br} и σ_b , нелинейность системы возрастает, что приводит к уменьшению амплитуды потенциалов уединенных волн сжатия. Однако, при увеличении в плазме заряда пылевого зерна Z_{d0} , также как и параметра нетепловых электронов α_e , число Маха уменьшается, что играет важную роль в увеличении амплитуды потенциала уединенной волны. Параметры, использованные в расчетах в данном исследовании, соответствуют параметрам плазмы верхних слоев атмосферы Земли (область ионосферы). Результаты данной работы могут быть полезны с точки зрения лучшего понимания процессов, происходящих в авроральной области ионосферы и в астрофизической плазме, где применима e - p - i - d модель плазмы.

Б. Боро выражает благодарность Совету по научным и промышленным исследованиям (CSIR, NewDelhi, India) за финансовую поддержку в рамках Программы поддержки исследований молодых ученых (CSIR JuniorResearchFellowship) (проект № 09/1221(0001)/2018-EMR-1).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- 1. Alfven H. // Cosmic Plasma (Reidel, Dordrecht, 1981).
- Zel'dovich I.B., Novikov I.D. // Relativistic Astrophysics, Vol. 2: The Structure and Evolution of the Universe (University of Chicago Press, Chicago, 1971).
- Zuccon P., Bertucci B., Alpat B., Ambrosi G., Battiston R., Battostoni G., Burger W.J., Caraffini D., Cecchi C., Masso L.D., Dinu N., Esposito G., Ferrari A., Fiandrini E., Ionica M., Ionica R., Lamanna G., Minichelli M., Pauluzzi M., Sala P.R. // Astroparticle Phys. 2003. V. 20. P. 221.
- 4. Thoma M.H. // Eur. Phys. J. D. 2009. V. 55. P. 271.
- Greaves R.G., Tinkle M.D., Surko C.M. // Phys. Plasmas. 1994. V. 1. P. 1439.
- Kotani T., Kawai N., Matsuoka M., Brinkmann W. // Astron. Soc. Jpn. 1996. V. 48. P. 619.
- Roy K., Misra A.P., Chatterjee P. // Phys. Plasmas. 2008. V. 15. P. 032310.
- Shah A., Saeed R. // Phys. Lett. A. 2009. V. 373. P. 4164.
- Gill T.S., Singh A., Kaur H., Saini N.S., Bala P. // Physics Lett. A. 2007. V. 361. P. 364.
- Deka M.K., Dev A.N. // Plasma Phys. Rep. 2018. V. 44. P. 1.
- 11. Pakzad H.R., Tribeche M.J. // Fusion Energ. 2013. V. 32. P. 171.
- Popel S.I., Vladimirov S.V., Shukla P.K. // Phys. Plasma. 1995. V. 2. P. 716.
- Lu G., Liu Y., Wang Y., Stenflo L., Popel S.I., Yu M.Y. // J. Plasma Phys. 2010. V. 76. P. 267.
- Srinivas J., Popel S.I., Shukla P.K. // J. Plasma Phys. 1996. V. 55. P. 209.
- 15. Pakzad H.R. Astrophys. Space Sci. 2011. V. 332. P. 269.
- 16. *Rajib T.I., Sultana S., Mamun A.A. //* IEEE Trans. Plasma Sci. 2017. V. 45. P. 718.
- 17. Shah M.G., Hossen M.R., Mamun A.A. // J. Plasma Phys. 2015. V. 81. P. 905810517.
- Shan S.A., Saleem H. // Phys. Plasmas. 2009. V. 16. P. 022111.
- Barkan A., D'Angelo N., Merlino R.L. Planet Space Sci. 1996. V. 44. P. 239.
- Shukla P.K., Mamun A.A. // Introduction to dusty Plasma Physics (IOP, Bristol, 2002).
- Mendis D.A., Rosenberg M. // Annu. Rev. Astron. Astrophys. 1994. V. 32. P. 418.
- Mamun A., Shukla P.K. // IEEE Trans. Plasma Sci. 2002. V. 30. P. 720.
- Losseva T.V., Popel S.I., Golub A.P. // Plasma Phys. Rep. 2012. V. 38. P. 729.
- 24. Losseva T.V., Popel S.I., Golub A.P., Shukla P.K. // Phys. Plasmas. 2009. V. 16. P. 093704.

ФИЗИКА ПЛАЗМЫ том 46 № 6 2020

- Duha S.S., Anowar M.G.M., Mamun A.A. // Phys. Plasmas. 2010. V. 17. P. 103711.
- Ghosh S., Sarkar S., Khan M., Gupta M.R. // Phys. Plasmas. 2000. V. 7. P. 3594.
- Cho S.H., Lee H.J., Kim Y.S. // Phys. Rev. E. 2000. V. 61. P. 4357.
- 28. *Shukla P.K., Marklund M.* // Phys. Scr. 2004. V. T113. P. 36.
- Ghosh S., Bharuthram R. // Astrophys. Space Sci. 2008.
 V. 314. P. 121.
- Paul A., Das A., Bandyopadhyay A. // Plasma Phys. Rep. 2017. V. 43. P. 218.
- El-Tantawy S.A., El-Bedwehy N.A., Moslem W.M. // Phys. Plasmas. 2011. V. 18. P. 052113.
- Saini N.S., Chahal B.S., Bains A.S. // Astrophys. Space Sci. 2013. V. 347. P. 129.
- Kalita B.C., Das S. // IEEE Trans. Plasma Sci. 2018. V. 46. P. 790.
- Deka M.K., Adhikary N.C., Misra A.P., Bailung H., Nakamura Y. // Phys. Plasmas. 2012. V. 19. P. 103704.
- 35. Adhikary N.C., Misra A.P., Bailung H., Chutia J. // Phys. Plasmas. 2010. V. 17. P. 044502.
- Shan S.A., Rahman A.U., Mushtaq A. // Phys. Plasmas. 2017. V. 24. P. 032104.
- Shokri B., Khorashadizadeh S.M. // Phys. Plasmas. 2004. V. 11. P. 1689.
- Gsponer A. Report No. ISRI-82-04.56 (Independent Scientific Research Institute, Oxford, OX4 4YS, England, 2009).
- Sarma R., Misra A.P., Adhikary N.C. // Chin. Phys. B. 2018. V. 27. P. 105207.
- 40. Deka M.K., Dev A.N. // Annals Phys. 2018. V. 395. P. 45.
- 41. Cairns R.A., Mamum A.A., Bingham R., Bostrom R. Dendy, R.O., Nairn C.M.C., Shukla P.K. // Geophys. Res., Lett. 1995. V. 22. P. 2709.
- 42. *Kaur H., Gill T.S., Saini N.S.* // Chaos, Solitons and Fractals. 2009. V. 42. P. 1638.
- 43. Pakjad H.R. // Indian J. Phys. 2009. V. 83. P. 1605.
- 44. Hossen M.A., Rahman M.M., Hossen M.R., Mamun A.A. // Plasma Phys. Rep. 2017. V. 43. P. 464.
- 45. *Hall D.S., Chaloner C.P., Bryant D.A., Lepine D.R., Tritakis V.P.* // J. Geophys. Res. 1991. V. 96. P. 7869.
- 46. Grabbe C. // J. Geophys. Res. 1989. V. 94. P. 299.
- 47. Elwakil S.A., Zahran M.A., El-Shewy E.K. // Phys. Scr. 2007. V. 75. P. 803.
- Verheest F., Pillay S.R. // Phys. Plasmas. 2008. V. 15. P. 013703.
- Saberian E., Kalejahi A.E., Ghazi M.A. // Plasma Phys. Rep. 2017. V. 43. P. 83.
- 50. Choudhury B., Goswami R., Das G.C., Bora M.P. // Phys. Plasmas. 2013. V. 20. P. 042902.
- Malik H.K., Singh K. // IEEE Trans. Plasma Sci. 2005. V. 33. P. 1995.
- 52. Nejoh Y. J. // Plasma Phys. 1987. V. 37. P. 487.
- 53. Popel S.I., Golub A.P., Losseva T.V., Ivlev A.V., Khrapak S.A., Morfill G. // Phys. Rev. 2003. V. E67. P. 056402.
- 54. Adhikary N.C., Bailung H., Pal A.R., Chutia J., Nakamura Y. // Phys. Plasmas. 2007. V. 14. P. 103705.