ФИЗИКА ПЛАЗМЫ, 2020, том 46, № 8, с. 714–720

КОСМИЧЕСКАЯ ПЛАЗМА

УДК 550.388

СТРУКТУРА НЕЛИНЕЙНЫХ МЕЛКОМАСШТАБНЫХ ВОЛН В ПЛАЗМЕ *D*-СЛОЯ ИОНОСФЕРЫ

© 2020 г. А. И. Лаптухов[a], *, В. А Лаптухов[a], **

[a] *Институт земного магнетизма, ионосферы и распространения радиоволн им. Н.В. Пушкова РАН, Троицк, Москва, Россия*

**e-mail: a.laptukhov@mail.ru*

***e-mail: vladgh23z@gmail.com*

Поступила в редакцию 19.02.2020 г.
После доработки 12.03.2020 г.
Принята к публикации 26.03.2020 г.

На высотах *D*-слоя ионосферы найдены условия существования периодических в пространстве плоских нелинейных мелкомасштабных структур плазмы и электрического поля с характерным размером L порядка нескольких метров. Показано, что для их описания надо отказаться от приближения квазинейтральности плазмы, учесть наличие ионов обоих знаков и электронов, медленное движение этих структур относительно нейтрального газа со скоростью $U \ll V_{\pm}$, значительно меньшей скорости дрейфа ионов $V_{\pm}$,, а также учесть различие температуры электронов и ионов в сильном электрическом поле. Рассчитана структура нелинейных волн в плазме и ее изменения в зависимости от скорости волны U и других параметров плазмы и геомагнитного поля. Образование таких структур приводит к нарушению радиосвязи и может быть использовано как ионосферный предвестник землетрясений.

Ключевые слова: нелинейные волны, атмосферная плазма, мелкомасштабные периодические структуры

DOI: 10.31857/S0367292120080041

1. ВВЕДЕНИЕ

При усилении электрического тока в глобальной атмосферно-ионосферной цепи на высотах *D*-слоя распределение плотности плазмы по высоте может значительно отличаться от его невозмущенного распределения [1]. Это обусловлено процессами переноса ионов обоих знаков и электронов. В работе [2] показана возможность образования в плазме *D*-слоя периодических в пространстве стационарных структур в распределении вертикального электрического поля и плотности заряженных частиц с характерным периодом $L \sim 30$ м, величина которого значительно меньше размера неоднородности атмосферы $H \sim$ ~8000 м. Такие мелкомасштабные периодические структуры могут существенно влиять на распространение электромагнитных волн с длиной волны $\lambda \leq L$ [3]. Структура этих мелкомасштабных неоднородностей практически не зависит от таких параметров, как скорость ионообразования q и от коэффициентов электрон-ионной α_r и ион-ионной рекомбинации α_i, но существенно зависит от частоты ν_a прилипания электронов к молекулам O_2 и частоты ν_d отлипания электронов от отрицательных ионов O_2^-. Образование таких мелкомасштабных структур обусловлено тем, что частота прилипания электронов к молекулам при росте электронной температуры в области $T_e <$ < 1000 K возрастает, а в области $T_e > 1000$ K убывает. Кроме того, здесь важно учитывать, что температура электронов T_e в электрическом поле может быть значительно выше температуры T нейтрального газа атмосферы [4].

В работе [5] при учете постоянного геомагнитного поля показано существование на высотах *D*-слоя ионосферы тонких плоских стационарных областей с характерным размером $L \sim 1$ м, в которых плотность частиц всех сортов плазмы почти скачкообразно увеличивается с ростом высоты. При описании таких мелкомасштабных структур надо отказаться от часто используемого, но в данном случае неверного, приближения квазинейтральности плазмы. Величина скачка плотности плазмы сильно зависит от напряженности электрического поля E на нижней границе слоя.

Цель этой работы: найти условия существования периодических в пространстве мелкомасштабных структур с характерной длиной $L \sim 1$ м в плазме *D*-слоя ионосферы. Такие структуры сильно влияют на распространение радиоволн с

длиной волны $\lambda \le L$ [3] и уже только поэтому их исследование представляет интерес.

2. ИСХОДНЫЕ УРАВНЕНИЯ И ИСПОЛЬЗУЕМЫЕ ПРИБЛИЖЕНИЯ

Рассмотрим модель D-слоя атмосферной плазмы, состоящей из электронов с концентрацией N_e, положительно и отрицательно заряженных ионов одного вида с концентрациями N_+ и N_- соответственно. Нас будут интересовать структуры в плазме с характерным размером $L \sim 1$ м, поэтому все параметры нейтральной атмосферы, изменяющиеся по высоте с характерным размером $H \sim 8000$ м $\gg L$, будем для простоты считать постоянными. В этой работе также, как и в [5], рассмотрим случай только сильного электрического поля, когда при расчете концентраций заряженных частиц можно пренебречь процессами ионизации, рекомбинации, образования и разрушения отрицательных ионов. Тогда система уравнений для расчета N_e, N_+, N_- сильно упростится и в нестационарном случае будет иметь вид законов сохранения

$$\frac{\partial N_s}{\partial t} + \nabla \cdot (N_s \mathbf{V}_s) = 0, \quad s = e, +, -. \tag{1}$$

Здесь $\mathbf{V}_e$, $\mathbf{V}_+$, $\mathbf{V}_-$ – средние скорости электронов, положительно и отрицательно заряженных ионов соответственно. Заметим, что скорости частиц $\mathbf{V}_s$ зависят от электрического поля $\mathbf{E}$ и велики для сильных электрических полей. Поэтому выписанные в левой части (1) члены являются основными и оправдано пренебрежение в правой части (1) таких параметров [6] как скорость ионообразования q, коэффициенты электрон-ионной α_r и ион-ионной α_i рекомбинации, частота прилипания ν_a электронов к молекулам O_2 и частота отлипания ν_d их от отрицательных ионов O_2^-, которые не зависят от электрического поля. Вектора $\mathbf{V}_s$ с индексами $s = e, +, -$ рассчитываются из гидродинамического уравнения движения плазмы в электрическом поле $\mathbf{E}$ и однородном геомагнитном поле $\mathbf{B}_0$

$$\nu_s \mathbf{V}_s = \mathbf{A}_s + [\mathbf{V}_s \times \mathbf{B}_s],$$
$$\mathbf{A}_s = \frac{q_s \mathbf{E}}{M_s} - \frac{\nabla N_s k_B T_s}{M_s N_s}, \quad \mathbf{B}_s = \frac{q_s \mathbf{B}_0}{M_s c}, \tag{2}$$

где ν_s – частота столкновений частиц сорта s с нейтральным газом атмосферы, скорость которого $\mathbf{U}_n$ считаем равной нулю. Ускорение частиц $d\mathbf{V}_s/dt$ в рассматриваемых условиях пренебрежимо мало по сравнению с $\nu_s \mathbf{V}_s$ и поэтому соответствующее слагаемое в уравнении (2) опущено. Кроме того, столкновения заряженных частиц между собой в слабоионизованной атмосферной плазме можно не учитывать из-за пренебрежимо малой их концентрации по сравнению с концентрацией нейтральных частиц $N_n \gg N_s$. Частоты столкновений ионов ν_+ и ν_- с нейтральным газом считаем постоянными, а вот в частоте столкновений электронов следует учесть зависимость ν_e от величины электрического поля в виде [4–6]

$$\nu_e \cong \nu_{en} = C_e N_n T_e^{1/2}, \quad C_e = 5.4 \times 10^{-10}, \tag{3}$$

$$T_e = T + \frac{M}{3k_B}\left(\frac{eE}{m\nu_e}\right)^2. \tag{4}$$

Здесь и ниже концентрация нейтральных молекул N_n, электронов и ионов приведена в единицах см$^{-3}$, температура электронов T_e и температура нейтрального газа T – в градусах Кельвина, k_B – постоянная Больцмана, частота – в 1/с. Для простоты будем считать массы ионов $M_\pm$ равными массе нейтральных частиц $M = M_\pm$ и гораздо большими массы электронов $m = M_e$ (в атмосферной плазме $M/m \sim 60000$). Температуру электронов T_e можно легко выразить из формул (3), (4) в виде [5]

$$T_e = \frac{T}{2}\left(1 + \sqrt{1 + \frac{E^2}{E_P^2}}\right), \quad E_P^2 = \frac{3k_B}{4M}\left(\frac{mC_e NT}{e}\right)^2. \tag{5}$$

Таким образом, ниже ν_e будем рассчитывать по формулам (3) и (5). Температуры ионов T_+ и T_- считаем равными температуре нейтрального газа $T = \text{const}$. Поскольку в D-слое атмосферы плотность нейтрального газа ($N \sim 10^{14}$–10^{16} см$^{-3}$) на много порядков величины больше плотности ионов ($N_\pm < 10^4$ см$^{-3}$), то такое предположение хорошо выполняется.

Из уравнения (2) можно выразить $\mathbf{V}_s$ в виде [5]

$$\mathbf{V}_s = \frac{\nu_s \mathbf{A}_s + [\mathbf{A}_s \mathbf{B}_s] + \mathbf{B}_s(\mathbf{A}_s \mathbf{B}_s)/\nu_s}{\nu_s^2 + \mathbf{B}_s^2}. \tag{6}$$

Электрическое поле $\mathbf{E}$ в рассматриваемой задаче считаем потенциальным и определяем из уравнений

$$\nabla \cdot \mathbf{E} = 4\pi e N_*, \quad N_* = N_+ - N_- - N_e,$$
$$\nabla \times \mathbf{E} = 0. \tag{7}$$

Система уравнений (1)–(7) в общем случае сложна и поэтому для получения и анализа ее мелкомасштабных решений в этой работе мы ограничимся плоским случаем, когда параметры поля и плазмы зависят только от одной переменной $Z - Ut$, а все параметры нейтральной атмосферы постоянны. В этом случае волны называют стационарными и уравнение (1) имеет простое решение в виде $N_s(V_{sZ} - U) = \text{const}_s$. Кроме того, нас будет интересовать только случай сильного электрического поля, в котором температура электронов (5) T_e гораздо выше температуры

ионов и нейтрального газа T. Тогда, с учетом условия $T \ll T_e$, оправдано еще одно упрощение: в выражении (2) для $\mathbf{A}_+$ и $\mathbf{A}_-$ можно считать $T_+ = T = T_- = 0$, но в выражении для $\mathbf{A}_e$ считаем $T_e \neq 0$. В рамках этих приближений анализируемую систему уравнений (1)–(7) в системе координат, в которой координатная ось Z направлена вертикально вверх, однородное геомагнитное поле $\mathbf{B}_0 = (B_{0X}, 0, B_{0Z})$ и скорость нейтрального газа $\mathbf{U}_n = 0$, можно записать в виде

$$N_s(V_{sZ} - U) = N_{s0}(V_{sZ0} - U), \quad s = +, -, e,$$
$$\frac{dE}{dZ} = 4\pi e N_*,$$
$$N_* = N_{+0}\frac{V_{+Z0} - U}{V_{+Z} - U} - N_{-0}\frac{V_{-Z0} - U}{V_{-Z} - U} - N_e, \qquad (8)$$
$$E_X = \text{const}, \quad E_Y = \text{const}, \quad E = E_Z,$$
$$V_{eZ} = U + \frac{N_{e0}(V_{eZ0} - U)}{N_e},$$

$$\frac{dP_e}{dZ} = mN_e(-W_Z + V_{eY}B_{eX} - \nu_e V_{eZ}), \quad N_e = \frac{P_e}{k_B T_e},$$
$$V_{eY} = \frac{-\nu_e(W_Y + V_{eZ}B_{eX}) - W_X B_{eZ}}{\nu_e^2 + B_e^2}, \qquad (9)$$
$$\mathbf{B}_e = \frac{e\mathbf{B}_0}{mc}, \quad \mathbf{W} = \frac{e\mathbf{E}}{m}, \quad e > 0.$$

Здесь температура электронов T_e определяется по формуле (5), а входящие в (8) величины V_{+Z}, V_{-Z}, V_{+Z0}, V_{-Z0}, вычисляются по формулам (6) и (2), в которых надо считать $T_+ = 0 = T_-$. Все величины с индексом 0 – это постоянные, равные соответствующей величине на плоскости $Z = 0$.

Рассмотрим граничные условия для дифференциальных уравнений (8), (9). На плоскости $Z = 0$ задаем величины E_0, N_{+0}, N_{e0}, $N_{-0} = N_{+0} - N_{e0}$, V_{eZ0}, постоянные E_X, E_Y, параметры нейтральной атмосферы и пробное значение величины U. Тогда имеем $dE/dZ = 0$, т. е. электрическое поле на плоскости $Z = 0$ максимально (или минимально). Вычисляем величину давления электронов $P_{e0} = k_B N_{e0} T_{e0}$ и затем ищем решение системы дифференциальных уравнений (8), (9) до плоскости $Z = L$, в которой снова $dE/dZ = 0$. При этом, если на граничной плоскости Z = 0 поле было максимальным ($d^2E/dZ^2 < 0$), то и при $Z = L$ поле $E(Z = L) = E_L$ тоже должно быть максимальным, а не минимальным. Далее изменяем параметр V_{eZ0} (или U) таким образом, чтобы добиться выполнения равенства $E_L = E_0$ с высокой степенью точности (6 значащих цифр). При этом давление электронов и их плотность в точке $Z = L$ тоже будут совпадать с их значениями на исходной плоскости $Z = 0$ с той же степенью точности $P_e(Z = L) = P_e(Z = 0)$. Это подтверждается численным счетом и обусловлено тем, что на поле $E(Z)$ наложено не одно, а два условия: $E_{Z=L} = E_0$ и $dE/dZ|_{Z=L} = dE/dZ|_{Z=0} = 0$. Таким образом мы получим периодическое в пространстве решение, в котором для любых Z имеем $E(Z + L) = E(Z)$, $P_e(Z + L) = P_e(Z)$ и, значит, все параметры плазмы и поля периодические с периодом L функции по координате Z.

Заметим, что существование таких периодических в пространстве решений возможно далеко не для произвольных значений параметра U, а лишь в довольно узком диапазоне (см. ниже).

3. АНАЛИЗ ЧИСЛЕННЫХ РЕШЕНИЙ СИСТЕМЫ УРАВНЕНИЙ (8), (9)

Будем решать систему дифференциальных уравнений (8), (9) численно методом Рунге–Кутты четвертого порядка [7]. При этом массу ионов примем равной средней массе молекул воздуха $M_\pm = 29$ а. е. м. Входящую в формулу (5) температуру нейтрального газа во всех вариантах расчета примем $T = 250$ K. На исходной плоскости $Z = 0$ всегда будем считать величину электрического поля E_0 максимальной и поэтому $N_{-0} = N_{+0} - N_{e0}$. При построении графиков удобно использовать следующие безразмерные величины: $F = E/E_0$, $N = N_e/N_{e0}$, $P = P_e/P_{e0}$, $\theta = T_e/T$. Ниже, для простоты, будем считать, что $E_X = 0$, $E_Y = 0$, хотя возможны решения, когда эти поля отличны от нуля.

На рис. 1 приведены результаты численного счета рассматриваемой системы уравнений для частного случая, когда $N_{p0} = 1000$ см$^{-3}$, $N_{e0} = 50$ см$^{-3}$, $N_n = 5\times10^{14}$ см$^{-3}$, $B_X = 0.3$ Гс, $B_z = 0.4$ Гс, $E_0 = -0.1$ В/м, $U = 0.025$ м/с. Для заданных величин параметров искомое периодическое решение возможно при $V_{eZ0} = 1398.347$ м/с. При этом оказалось, что период пространственных колебаний равен $L = 4.098$ м. На рис. 1 приведены три таких одинаковых периода.

Здесь и всюду ниже вместо плотности электронов $N = N_e/N_{e0}$ приведена обратная величина $1/N = N_{e0}/N_e$, что позволило нам на одном компактном графике изобразить все три основные функции: электрическое поле F, давление электронов P и их плотность N. Приведем для справки, что в этом случае величина $\theta_{\max} = 9.4$, скорость ионов в начальной точке $V_{-Z0} = 17.84$ м/с, максимальное значение плотности $N_{\max} = 4.58$ и достигается вблизи области минимальной величины поля $F_{\min} \cong 0.15$ в точке $Z \cong 1.35$ м.

Если увеличить N_{e0} и U в 2 раза, а остальные величины оставить прежними, то получим $N_{e0} =$

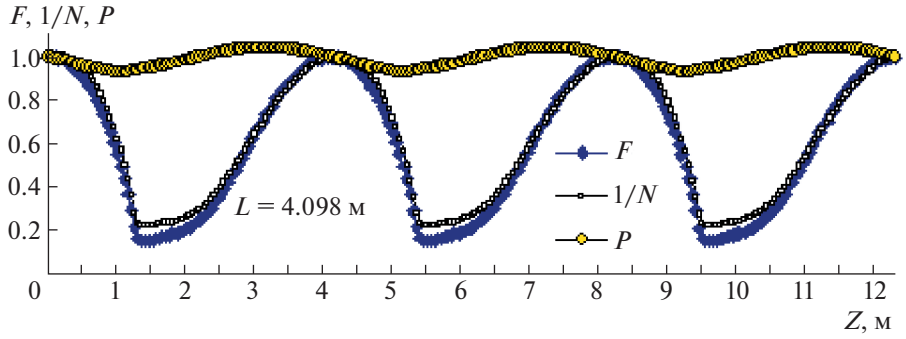

Рис. 1. Зависимость электрического поля $F = E/E_0$, давления электронов $P = P_e/P_{e0}$ и обратной величины плотности электронов $1/N = N_{e0}/N_e$ от координаты Z. Параметры расчета: $E_{Z0} = -0.1$ В/м, $U = 0.025$ м/с, $N_{e0} = 50$ см$^{-3}$, $N_{+0} = 1000$ см$^{-3}$, $N_n = 5\times10^{14}$ см$^{-3}$; $B_X = 0.3$ Гс, $V_{eZ0} = 1398.347$ м/с, $V_{-Z0} = 17.84$ м/с, $L = 4.098$ м, $N_{\max} = 4.58$, $\theta_{\max} = 9.4$.

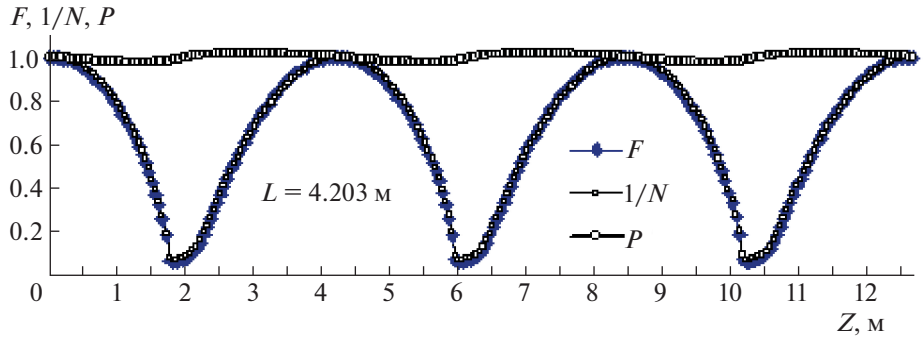

Рис. 2. Зависимость электрического поля $F = E/E_0$, давления электронов $P = P_e/P_{e0}$ и обратной величины плотности электронов $1/N = N_{e0}/N_e$ от координаты Z. Параметры расчета: $E_{Z0} = -0.1$ В/м, $U = 0.05$ м/с, $N_{e0} = 100$ см$^{-3}$, $N_{+0} = 1000$ см$^{-3}$, $N_n = 1\times10^{14}$ см$^{-3}$; $B_X = 0.3$ Гс, $B_Z = 0.4$ Гс, $V_{eZ0} = 3018.047$ м/с, $V_{-Z0} = 89$ м/с, $L = 4.203$ м, $N_{\max} = 15.6$, $\theta_{\max} = 45$.

$= 100$ см$^{-3}$, $U = 0.05$ м/с, $V_{eZ0} = 1391.152$ м/с, $N_{\max} = 4.34$, $\theta_0 = 9.4$, $L = 2.773$ м. Видим, что одновременное увеличение N_{e0} и U так, чтобы $N_{e0}/U = \text{const}$ приводит, в основном, к уменьшению периода L без существенного изменения остальных физических величин. Поэтому ниже в большинстве случаев будем считать, что в начальной точке $N_{e0} = 100$ см$^{-3}$.

При замене плотности нейтральных частиц атмосферы $N_n = 5\times10^{14} \to N_n = 1\times10^{15}$ см$^{-3}$ и сохранении остальных параметров, приведенных на рис. 1, получим: $V_{eZ0} = 1391.152 \to 951.8406$ м/с, $N_{\max} = 4.34 \to 2.65$, $L = 4.098 \to 4.33$ м.

На рис. 2 приведено решение системы уравнений (8), (9) для следующих параметров $E_0 = -0.1$ В/м, $U = 0.05$ м/с, $N_{p0} = 1000$ см$^{-3}$, $N_{e0} = 100$ см$^{-3}$, $N_n = 1\times10^{14}$ см$^{-3}$, $B_x = 0.3$ Гс, $B_z = 0.4$ Гс. Для этих параметров периодическое решение существует при $V_{eZ0} = 1398.347$ м/с. При этом оказалось, что длина нелинейной волны $L = 4.203$ м мало отличается от приведенной на рис. 1. Форма кривых в общих чертах тоже схожа. Давление электронов (верхние кривые на всех рисунках) изменяются незначительно, но эти изменения важны для существования искомых периодических решений.

Представляет интерес выяснить как будут изменяться решения при изменении скорости нелинейной волны U. С этой целью, оставляя все параметры, кроме скорости U, такими же, как на рис. 2, найдем решения системы уравнений (8), (9) для двух величин скорости $U = 0.06$ и $U = 0.04$ м/с, которые приведены на рис. 3 и 4 соответственно.

Видим, что различия между кривыми на рис. 3 и 4 очень сильные. Прежде всего, следует отметить, что изломоподобное поведение кривых F и $1/N$ на рис. 4 вблизи координат $Z = 1.0$ и $Z = 3.8$ м – это не ошибки численного счета, а реальные, не-

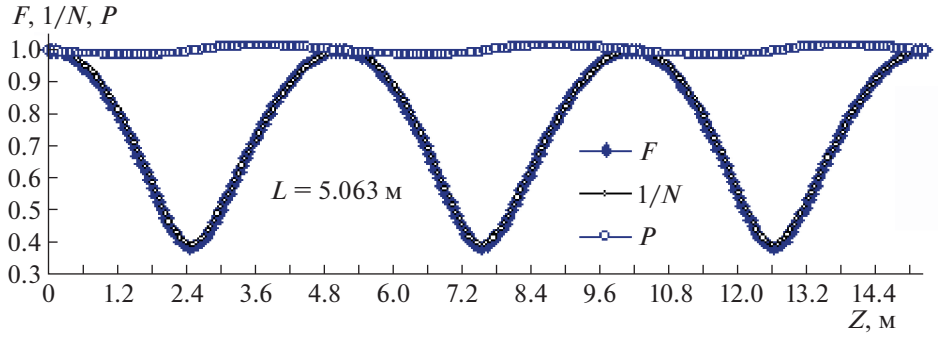

Рис. 3. Зависимость электрического поля $F = E/E_0$, давления электронов $P = P_e/P_{e0}$ и обратной величины плотности электронов $1/N = N_{e0}/N_e$ от координаты Z. Параметры расчета: $E_{Z0} = -0.1$ В/м, $U = 0.06$ м/с, $N_{e0} = 100$ см$^{-3}$, $N_{+0} = 1000$ см$^{-3}$, $N_n = 1\times10^{14}$ см$^{-3}$; $B_X = 0.3$ Гс, $B_Z = 0.4$ Гс, $V_{eZ0} = 2805.83$ м/с, $V_{-Z0} = 89$ м/с, $L = 5.063$ м, $N_{\max} = 2.56$, $\theta_{\max} = 45$.

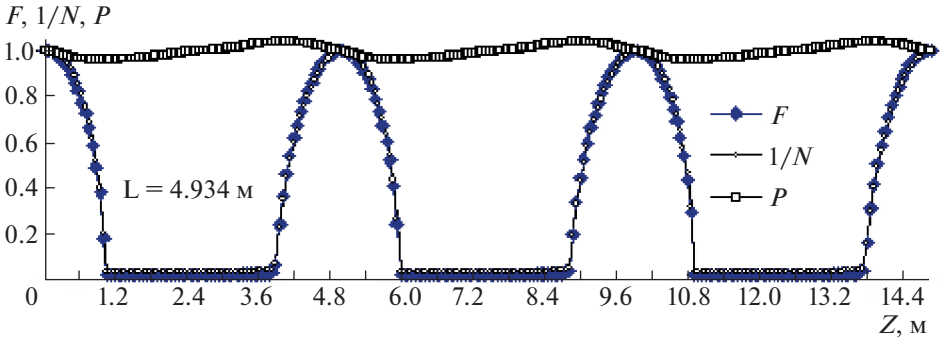

Рис. 4. Зависимость электрического поля $F = E/E_0$, давления электронов $P = P_e/P_{e0}$ и обратной величины плотности электронов $1/N = N_{e0}/N_e$ от координаты Z. Параметры расчета: $E_{Z0} = -0.1$ В/м, $U = 0.04$ м/с, $N_{e0} = 100$ см$^{-3}$, $N_{+0} = 1000$ см$^{-3}$, $N_n = 1\times10^{14}$ см$^{-3}$; $B_X = 0.3$ Гс, $B_Z = 0.4$ Гс, $V_{eZ0} = 3907.957$ м/с, $V_{-Z0} = 89$ м/с, $L = 4.934$ м, $N_{\max} = 29.7$, $\theta_{\max} = 45$.

прерывные изменения этих величин с большими градиентами. Это следует хотя бы из того, что приведенные на рис. 4 три периода колебаний одинаковые с высокой степенью точности. Далее, изменение используемого при численном счете шага $\Delta Z = h$ с $h = 0.01$ на 0.02 и 0.005 см не изменяет результат на конце отрезка с точностью до семи значащих цифр, что и должно быть при численных методах решения дифференциальных уравнений. Кроме того, вблизи координат $Z = 1.0$ и $Z = 3.8$ м была выполнена подробная распечатка полученного решения, из которой следует непрерывность и плавность изменения величин F и $1/N$. Так что резкие изменения электрического поля и плотности электронов (и ионов) на рис. 1, 2, 4 соответствуют реальности.

На рис. 1–4 давление электронов (верхняя кривая) изменяется слабо, но тем не менее эти изменения важны для существования периодических в пространстве структур, так как если не учитывать в исходных дифференциальных уравнениях (8), (9) член с градиентом давления электронов, то легко убедиться в отсутствии периодических решений в оставшейся системе уравнений, содержащей лишь одно дифференциальное уравнение.

Заметим, что магнитное поле не является необходимым для существования решений в виде нелинейных волн. Так в случае $\mathbf{B} = 0$ или $B_X = B_Y = 0$ периодические структуры тоже существуют. Например, при $E_{Z0} = -0.1$ В/м, $U = 0.06$ м/с, $N_{e0} = 100$ см$^{-3}$, $N_{+0} = 1000$ см$^{-3}$, $N_n = 1\times10^{15}$ см$^{-3}$ имеем $V_{eZ0} = 906.415$ м/с, $N_{\max} = 1.63$, $L = 2.914$ м. Здесь при замене $U = 0.06 \to 0.12$ м/с, $N_{e0} = 100 \to 200$ см$^{-3}$ получаем $V_{eZ0} = 906.415 \to 900.703$ м/с, $N_{\max} = 1.63 \to 1.47$, $L = 2.914 \to 1.978$ м. Кривые этих решений в общих чертах похожи на представленные на рис. 1–3 и поэтому мы их не приводим.

Таблица 1. Результаты решений системы уравнений (8), (9): $N_{e0} = 10^2$ см$^{-3}$, $N_{+0} = 10^3$ см$^{-3}$, $N_n = 10^{14}$ см$^{-3}$, $B_Y = 0$, $B_Z = 0.4$, $E_X = E_Y = 0$

B_X	E_0	U	V_{eZ0}	L	$N_{\max}$
0.3	–0.03	0.042	2085.862	8.874	8.57
		0.043	1926.159	4.773	8.19
		0.044	1805.759	3.604	7.75
		0.045	1714.918	3.100	7.33
		0.05	1488.429	2.741	4.22
		0.051	1463.555	2.812	3.30
	–0.05	0.045	2239.367	3.185	11.99
		0.047	2120.992	3.103	10.36
		0.05	2018.12	3.201	7.27
	–0.08	0.038	4396.635	10.356	26.72
		0.04	3609.892	5.132	23.86
		0.05	2652.662	3.828	12.33
		0.06	2383.505	4.997	1.78
	–0.10	0.04	3907.957	4.934	29.71
		0.05	3018.047	4.203	15.6
		0.06	2805.83	5.063	2.56
0	–0.03	0.043	1410.0985	5.993	8.18
		0.045	1260.2704	3.427	7.31
		0.05	1102.515	2.975	4.21
		0.052	1064.747	3.228	2.42
	–0.05	0.041	2140.90	7.185	14.57
		0.045	1711.1945	3.485	11.97
		0.05	1551.2037	3.529	7.20

Если для условий, рассмотренных на рис. 2–4, заменить $B_X = 0.3$ Гс на $B_X = 0$, то получим решения: для $U = 0.04$ м/с имеем $V_{eZ0} = 5013.65$ м/с, $N_{\max} = 29.75$, $L = 4.747$ м; для $U = 0.05$ м/с – $V_{eZ0} = 3859.76$ м/с, $N_{\max} = 16.0$, $L = 4.033$ м; для $U = 0.06$ м/с – $V_{eZ0} = 3573.9$ м/с, $N_{\max} = 2.56$, $L = 4.794$ м. При этом графики полученных решений похожи на рис. 4, 2, 3 соответственно.

Для плазмы с низкой концентрацией отрицательных ионов, когда $N_{e0} = 900$ см$^{-3}$, $N_{+0} = 1000$ см$^{-3}$, $N_n = 1\times10^{14}$ см$^{-3}$ при $B_X = B_Y = 0$, $E_{Z0} = -0.1$ В/м, решения в виде нелинейной волны существует для $U = 0.80$–0.85 м/с. При этом для $U = 0.80$ м/с имеем $V_{eZ0} = 4497.4$ м/с, $L = 1.366$ м, $N_{\max} = 27.5$, а при незначительном увеличении скорости до $U = 0.85$ м/с находим $V_{eZ0} = 3399$ м/с, $L = 1.784$ м и сильное уменьшение $N_{\max} = 1.7$.

Результаты других рассмотренных решений сведены в таблице 1, в которой плотность всех частиц выражена в см$^{-3}$, индукция геомагнитного поля – в Гс = 10^{-4} Тл, напряженность электрического поля E_0 – в В/м, скорости U и V_{eZ0} – в м/с, длина волны L – в м. Отметим, что искомые периодические в пространстве решения существуют не для любых значений скорости U, а только при выполнении неравенств $0 < U_1 < U < U_2$.

Из таблицы видно, что при фиксированном значении электрического поля есть такая величина скорости волны U_m, при которой ее длина $L = L_m$ минимальна. При росте скорости в области $U > U_1$ величины $N_{\max}$ и определяемый из условия существования решения параметр V_{eZ0} монотонно уменьшаются, а в пределе $U \to U_2$ имеем $N_{\max} \to 1$, т. е. решение вырождается в постоянные значения $E = E_0$. При уменьшении скорости в области $U < U_m$ длина волны L и величина $N_{\max}$ увеличиваются, причем тем быстрее, чем ближе скорость волны к предельно допустимой минимальной $U_1 > 0$. Для $U = 0$ в рассматриваемом случае $\mathbf{U}_n = 0$, $E_X = E_Y = 0$ решений не существует. Для условий $N_e \gg N_- > 0$, как отмечено выше, периодические в пространстве решения есть, но при формальном пределе $N_- = 0$, когда $N_{e0} = N_{+0}$, решения отсутствуют, по крайней мере, в области $U^2 \ll V_+^2$, что численно проверено для $0 \le U \le 20$ м/с.

Отметим, что рассмотренные в работе волны обязаны своим существованием электрическому полю и току, текущему в атмосфере Земли. При этом поле должно быть достаточно сильным, а именно: $E^2 \gg E_p^2$ (см (5)). Тогда температура электронов T_e будет гораздо выше температуры ионов $T_\pm$. Если считать холодными не только ионы, но и электроны ($T_e = T_\pm = 0$), то периодических в пространстве решений исследуемая система уравнений (8), (9) не имеет ни при каких значениях всех параметров задачи, в том числе при любых U и B. Это объясняется тем, что в этом случае система уравнений сводится к одному нелинейному уравнению первого порядка вида $dE/dZ = F(E)$, которое даже для произвольной однозначно определенной функции $F(E)$ не может иметь периодических решений. Заметим, что решения типа переходного слоя, в котором $E_1 \le E(Z) \le E_2$, $F(E_1) = 0$, $F(E_2) = 0$, возможны. Значит, рассмотренные в работе нелинейные стационарные волны существуют только в “горячей” плазме, т. е. при учете отличной от нуля температуры всех или хотя бы одного сорта заряженных частиц. Заметим также, что эти медленные стационарные волны никак не связаны ни с хорошо известными в плазме ионно-звуковыми [4], ни, тем более, с ленгмюровскими [4] волнами, скорости распространения которых несопоставимо выше U.

4. ВЫВОДЫ

1. В предельном случае $T_e \gg T_+ = T_- \to 0$ в рамках модели плазмы с горячими электронами и холодными ионами, которая реализуется в достаточно сильном электрическом поле $E^2 \gg E_p^2$, на высотах D слоя атмосферы рассчитаны периодические в пространстве мелкомасштабные структуры электрического поля и плазмы. При расчете таких структур – нелинейных стационарных волн с длиной L порядка нескольких метров – надо отказаться от часто используемого приближенного условия квазинейтральности плазмы. Скорость распространения этих волн U на два-три порядка величины меньше скорости дрейфа ионов в электрическом поле и для типичных условий D слоя составляет всего несколько сантиметров в секунду.

2. Для разных величин электрических полей с учетом постоянного геомагнитного поля рассчитана структура этих мелкомасштабных волн и получена зависимость периода волны L от ее скорости U. Искомые, периодические в пространстве решения существуют в узком интервале изменения скорости волны $U_1 < U < U_2$, причем для некоторого значения U_m внутри этого интервала длина волны минимальна, равна L_m и зависит от максимальной величины электрического поля и других параметров плазмы. Структура волны сильно зависит от параметра U, при уменьшении которого до минимально допустимого $U_1 > 0$ в решении содержится узкая область с большими градиентами плотности электронов, ионов и электрического поля (см. рис. 4). В этом случае при $U \cong U_1$, несмотря на выполнение условия $T_e \gg T_\pm$, корректный расчет структуры нелинейной волны, строго говоря, надо выполнить с учетом градиентов давления ионов, что требует особого рассмотрения и выходит за рамки этой работы.

3. Разработан удобный метод численного расчета дифференциальных уравнений для описания нелинейных плоских стационарных волн с граничными условиями на плоскостях $Z = 0$ и $Z = L$, причем сама постоянная L неизвестна и подлежит определению. Этот метод применим и для описания нелинейных мелкомасштабных волн в горячей плазме, в том числе и бесстолкновительной.

4. Геомагнитное поле влияет на структуру волны, но оно не является необходимым условием существования решений системы уравнений (8), (9) в виде нелинейных плоских волн, так как подобные решения существуют и при отсутствии этого поля.

5. Образование периодических в пространстве структур со значительными изменениями электронной концентрации на высотах D слоя ионосферы приводит к нарушению радиосвязи [3] и может быть использовано как ионосферный предвестник землетрясений [2, 5], перед которыми наблюдается локальное увеличение проводимости приземной атмосферы и рост электрического тока и поля на всех высотах.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Лаптухов А.И., Сорокин В.М., Ященко А.К.* // Геомагнетизм и аэрономия. 2009. Т. 49. С. 805.
2. *Лаптухов А.И., Сорокин В.М.* // Физика плазмы. 2014. Т. 40. С. 771.
3. *Лаптухов А.И., Чернов Г.П.* // Физика плазмы. 2012. Т. 38. С. 613.
4. *Гинзбург В.Л., Рухадзе А.А.* Волны в магнитоактивной плазме. М.: Наука, 1975.
5. *Лаптухов А.И., Лаптухов В.А.* // Физика плазмы. 2019. Т. 45. С. 353. https://doi.org/10.1134/50367292135030056
6. *Martynenko S.I., Fuks I.M., Shubova R.S.* // J. Atmos. Electricity. 1996. V. 16. P. 259.
7. *Корн Г., Корн Т.* Справочник по математике. М.: Наука, 1978.