

ЗАВИСИМОСТЬ ЧАСТОТЫ НАРАБОТКИ ЭЛЕКТРОНОВ ВЫСОКИХ ЭНЕРГИЙ В ГЕЛИИ ОТ МОДЕЛИ УГЛОВОГО РАССЕЯНИЯ ЭЛЕКТРОНОВ

© 2021 г. Е. И. Бочков^{a,*}, Л. П. Бабич^{a,**}, И. М. Куцык^{a,***}

^a Российский федеральный ядерный центр – Всероссийский научно-исследовательский институт
экспериментальной физики, Отдел фундаментальных исследований,
Саров, Нижегородская обл., Россия

*e-mail: e_i_bochkov@mail.ru

**e-mail: leonid.babich52@gmail.com

***e-mail: kimsar@list.ru

Поступила в редакцию 08.03.2021 г.

После доработки 27.04.2021 г.

Принята к публикации 11.05.2021 г.

Известно, что в плотных газах в достаточно сильных электрических полях электроны могут непрерывно ускоряться, получая от поля больше энергии, нежели теряется в столкновениях с атомами и молекулами среды (убегающие электроны). В данной работе исследуется влияние углового рассеяния электронов в элементарных актах ионизации и возбуждения атомов на процесс ускорения электронов в сильных полях. С этой целью на основе метода Монте-Карло разработана компьютерная программа и выполнено численное моделирование кинетики электронов в гелии. В постановке, соответствующей редакциям лабораторных экспериментов с электронными “роями”, программа протестирована путем сравнения вычисленных кинетических характеристик ансамбля электронов (коэффициент ионизации, скорость дрейфа) с данными измерений в разных типах экспериментов. Численное моделирование выполнялось для газа неподвижных атомов гелия с концентрацией N , равной числу Лошмидта $N_L = 2.69 \times 10^{19} \text{ см}^{-3}$, в полях с напряженностью E от 50 кВ см^{-1} до 300 кВ см^{-1} . Вычислена частота ν_{he} генерации электронов с энергиями в диапазоне от 0.25 до 10 кэВ , которая рекомендуется для использования в источнике электронов высоких энергий в задачах по численному моделированию газовых разрядов, развивающихся в сильных электрических полях с участием убегающих электронов. Показано, что различные модели анизотропного рассеяния электронов в неупругих взаимодействиях с атомами могут приводить к многократной разнице в значениях частоты ν_{he} .

Ключевые слова: Монте-Карло, электрон, гелий, упругие столкновения, ионизация, возбуждение, модели углового рассеяния, кинетические коэффициенты, частота генерации, высокие энергии

DOI: 10.31857/S0367292121090018

1. ВВЕДЕНИЕ

Генерация убегающих электронов (УЭ) высоких энергий и сопутствующего рентгеновского излучения лабораторными газовыми разрядами при атмосферном давлении, открытая в конце 1960-х годов (гелий, воздух), в дальнейшем детально исследовалась в разных средах (благородные газы, гексафторид серы SF_6 , смеси газов, включая воздух) вплоть до 1990-х годов (см. литературу, цитируемую в [1–3]). В последние десятилетия реанимировался интерес к лабораторным исследованиям генерации рентгеновского излучения искровыми и стримерными разрядами в открытой атмосфере [4–12]. Это отчасти вызвано

тем, что зарегистрировано излучение рентгеновского и гамма диапазонов разрядов искусственных и естественных молний [13, 14]. Также с борта космических спутников, регистрирующих вспышки гамма-излучения из космоса, неожиданно были зарегистрированы вспышки гамма-излучения, источники которых находятся в земной атмосфере (terrestrial gamma-ray flashes- TGF) [15]. В дальнейшем TGF наблюдались с борта космических спутников и самолетов, в высокогорных условиях и на уровне моря (см. литературу, цитируемую, например, в обзоре [16]) В настоящее время наиболее популярной является гипотеза, согласно которой источником TGF

является разряд молнии. Чтобы глубже понять как механизм развития молнии, так и процессы генерации высокоэнергетического излучения в грозовой атмосфере, выполняются лабораторные исследования по генерации рентгеновского излучения газовым разрядом в воздухе, из которых особенно интересны эксперименты с разрядами в открытой атмосфере в газоразрядных промежутках метрового диапазона, например, [5, 6, 8, 12].

В основе теоретических моделей [17–23] генерации рентгеновского излучения лабораторными разрядами или разрядами молний лежит идея о том, что излучение является тормозным излучением высокоэнергетических электронов. Предполагается, что электроны набирают большую энергию в процессе убегания: если при движении электрона в сильном поле электрическая сила, действующая на него, превосходит силу трения за счет потерь энергии на возбуждение и ионизацию атомов среды, то электрон непрерывно ускоряется (убегает от столкновений [17]). Основная трудность данного механизма состоит в том, что необходимые для убегания электронов сильные электрические поля не могут существовать длительное время, поскольку вследствие интенсивной ионизации среды внешнее поле ослабляется полем пространственных зарядов нарабатываемой плазмы. С целью преодоления данной трудности выдвинуты различные гипотезы. Так, в работах [18–20] нами был развит механизм УЭ в стримерной короне отрицательного лидера молнии, в основе которого лежит идея о распространении вторичной волны ионизации по предварительно ионизованному стримерному каналу при его контакте с горячим каналом лидера. В работах [21, 22] численным моделированием Монте-Карло (МК) исследовалась возможность того, что УЭ и рентгеновское излучение могут возникать в результате развития стримерного разряда внутри областей с априори задаваемой пониженной плотностью воздуха, оставленных, например, предшествующими стримерами. Показано, что электроны могут набирать энергию вплоть до $\epsilon = 30$ кэВ, но только в случае сильных возмущений, когда большая часть молекул воздуха сосредотачивается у границы области моделирования ("For strong perturbations where the majority of air molecules is located close to the upper boundary" [21]). Авторы [23] предполагают, что убегание электронов может происходить в пространстве между положительной и отрицательной стримерными коронами, а именно в области контакта положительных и отрицательных стримеров. К сожалению, данный механизм представляется маловероятным [21, 24]; только в случае сильного понижения плотности газа в численном эксперименте [21] наблюдалось столкновение стримеров, но электроны достигали энергии всего лишь 3 кэВ. В целом в настоящее время ни один из предложен-

ных механизмов не является достаточно обоснованным и необходимы дальнейшие исследования. Трудность заключается в том, что отсутствует численная модель, которая за разумное счетное время, позволяла бы моделировать транспорт и кинетику электронов во всем диапазоне энергий от нуля до сотен килоэлектронвольт (кэВ). Наиболее адекватной являлась бы модель, в которой транспорт электронов низких энергий (например, $\epsilon < 1$ кэВ) описывался бы в рамках обычного диффузионно-дрейфового приближения, а электронов более высоких энергий – методом МК. Но стохастические расчеты методом МК требуют больших вычислительных ресурсов, зачастую нереальных. Поэтому в задачах по численному моделированию разрядов с участием УЭ в самосогласованном электрическом поле описание кинетики УЭ ведется в детерминистическом приближении в терминах кинетического уравнения (КУ) в многогрупповом приближении [25, 26] или так же как и электронов низких энергий в терминах диффузионно-дрейфового уравнения [27, 28], в котором используются вычисляемые заранее методом МК кинетические и транспортные коэффициенты УЭ (см., например, [3, 29, 30] и цитируемую литературу), причем требуется задавать источник УЭ, содержащий частоту генерации электронов высоких энергий, вычислению которой посвящена данная работа.

Как известно, программы, в которых используется метод МК, включают соответствующий набор зависимостей от энергии электронов сечений взаимодействия электронов в упругих столкновениях с атомами и молекулами, в процессах их возбуждения и ионизации. Практически во всех существующих МК программах [31–34] (за исключением [33]), моделирующих генерацию УЭ в сильных полях, делается необоснованное допущение, что угловое рассеяние электронов в процессах ионизации и возбуждения атомов происходит так же как в упругих столкновениях. Как правильно указано в статье [31], усугубляет ситуацию то, что для упругого рассеяния в различных работах используются разные наборы сечений, что приводит к заметным отличиям в получаемых результатах.

В данной работе на основе метода МК разработана компьютерная программа, предназначенная для моделирования транспорта электронов в гелии в диапазоне энергий от 0 до 20 кэВ. По возможности максимально точно описан процесс углового рассеяния электронов во всех типах взаимодействий. Таким образом, оказывается возможным оценить влияние различных моделей углового рассеяния на процесс убегания электронов в сильных электрических полях. Для демонстрации возможностей программы выбран гелий, поскольку для него имеется наиболее полный набор дифференциальных сечений углового рассея-

ния. Важной особенностью программы является то, что в ней по возможности используются теоретически рассчитанные сечения, как интегральные, так и дифференциальные. Вычислены зависимости от напряженности электрического поля транспортных коэффициентов электронов, в том числе, частоты генерации электронов с энергиями, достаточно высокими, чтобы эти электроны могли бы составить источник убегающих электронов.

2. СЕЧЕНИЯ ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ ЭЛЕКТРОНОВ С АТОМАМИ ГЕЛИЯ

В разработанной программе МК учитываются 10 процессов с учетом в них углового рассеяния: упругие столкновения, ионизация и возбуждение 8 состояний атомов гелия (табл. 1).

2.1. Интегральные сечения

Для зависимости интегрального сечения упругого рассеяния $\sigma_s(\epsilon)$ от энергии электрона ϵ в области $\epsilon \leq 60$ эВ использованы данные, рассчитанные в работе [35], для области 60 эВ–20 кэВ зависимость рассчитана по программе ELSEPA [36]. Зависимость $\sigma_s(\epsilon)$, рассчитанная в [35], согласуется с рекомендованными значениями из книги [37], полученными усреднением экспериментальных данных в диапазоне энергий от 0 до 1 кэВ. Сечение, рассчитанное по программе ELSEPA, согласуется с экспериментальными данными, начиная с энергии электрона 60 эВ.

Полные сечения возбуждения электронных состояний вычислены по формуле [38]:

$$\sigma_{ex}(\epsilon, \epsilon_{ex}) = \pi a_0^2 \frac{Ry}{\epsilon} \Omega\left(\frac{\epsilon}{\epsilon_{ex}}\right), \quad (1)$$

полученной в нерелятивистском приближении и справедливой при энергиях электрона $\epsilon \leq 20$ кэВ.

Здесь $\pi a_0^2 = 0.8797 \times 10^{-20}$ м² (a_0 – радиус Бора), $Ry = 13.6057$ эВ – постоянная Ридберга (Ridberg), ϵ_{ex} – пороговая энергия возбуждения. Функция Ω отношения ϵ/ϵ_{ex} (collision strength [38]) аппроксимирована формулами для трех групп состояний 2¹P, 3¹P; 2¹S, 3¹S и 2³P, 2³S, 3³P, 3³S [38].

Нами выполнено сравнение сечения возбуждения, рассчитанного по формуле (1) с учетом всех 18 состояний, указанных в работе [38], с сечением из библиотеки Фелпса (Phelps) [39] и сечением, вычисленным по формулам работы [40]. В области $\epsilon \geq 200$ эВ сечения, рассчитанные по данным работ [38] и [40], практически совпадают, причем приблизительно 2/3 вклада в суммарное сечение вносит возбуждение состояния 2¹P. В области меньших энергий сечения по данным работ [38–40] существенно различаются (в максимумах

Таблица 1. Элементарные процессы с участием электронов в He

Тип столкновения	Реакция	Пороговая энергия, эВ
Упругое рассеяние	$e + He \rightarrow e + He$	0
Возбуждение электронных состояний	$e + He \rightarrow e + He^*(2^3S)$	19.82
	$e + He \rightarrow e + He^*(2^1S)$	20.62
	$e + He \rightarrow e + He^*(2^3P)$	20.96
	$e + He \rightarrow e + He^*(2^1P)$	21.22
	$e + He \rightarrow e + He^*(3^3S)$	22.72
	$e + He \rightarrow e + He^*(3^1S)$	22.92
	$e + He \rightarrow e + He^*(3^3P)$	23.01
	$e + He \rightarrow e + He^*(3^1P)$	23.09
Ионизация	$e + He \rightarrow e + e + He^+$	24.58

почти в два раза). Поскольку работа [38] наиболее актуальна, мы используем ее данные. Отметим также, что вклад неучтенных в нашей программе состояний из работы [38] в суммарное сечение возбуждения не превышает 10% в рассматриваемом диапазоне энергии 0–20 кэВ.

Дифференциальное сечение ионизации атома $d\sigma(\epsilon_i, \epsilon_s)/d\epsilon_s$ рассчитывалось по нерелятивистской (binary-encounter-dipole (BED)) модели Кима (Kim) и Рада (Rudd) [41]. Здесь ϵ_i и ϵ_s – энергии первичного и вторичного электрона. Мы сравнили полное сечение ионизации, получаемое интегрированием $d\sigma(\epsilon_i, \epsilon_s)/d\epsilon_s$ по ϵ_s , с данными измерений в работах [42–44]. Рассчитанное и измеренные сечения согласуются достаточно хорошо, хотя в области $\epsilon > 1$ кэВ экспериментальные значения из [43] несколько ниже рассчитанных, но они также ниже экспериментальных значений из [42, 44] в области меньших энергий.

2.2. Дифференциальные сечения углового рассеяния электронов

В области энергий $\epsilon \leq 60$ эВ использовано дифференциальное сечение из статьи [35]. При больших энергиях сечение рассчитано по программе ELSEPA [36]. На рис. 1 сравниваются значения использованных в нашей программе сечений с экспериментальными данными работ [45–47]. В целом наблюдается хорошее согласие вычисленных и измеренных значений сечений.

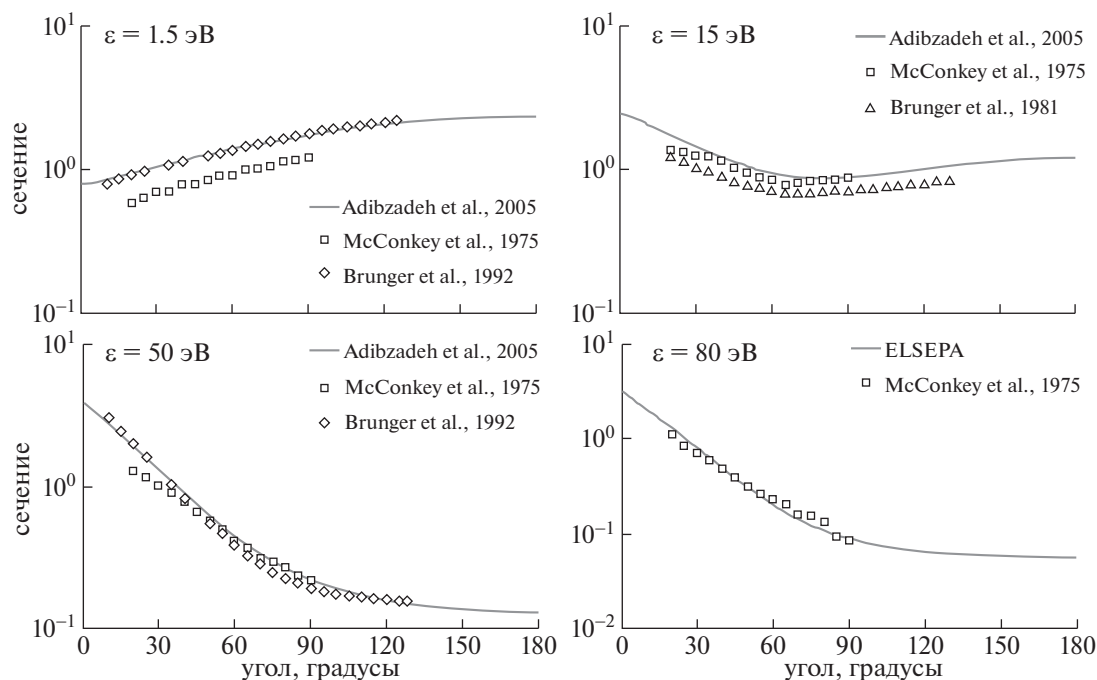


Рис. 1. Дифференциальное сечение упругого рассеяния электронов в единицах $\pi a_0^2/\text{ср}$.

Нами использованы данные работ [48–55] для дифференциальных сечений углового рассеяния электронов указанных энергий в процессах возбуждения следующих состояний гелия

2¹P: $\varepsilon = 23.5\text{--}35$ эВ [48]; $\varepsilon = 40$ и 50 эВ [49]; $\varepsilon = 80\text{--}120$ эВ; $\varepsilon = 200$ эВ [51]; $\varepsilon = 300\text{--}500$ эВ [52];

2¹S: $\varepsilon = 23.5\text{--}35$ эВ [48]; $\varepsilon = 40$ и 50 эВ [49]; $\varepsilon = 80\text{--}120$ эВ [50]; $\varepsilon = 200$ и 500 эВ [51];

2³P и 2³S: $\varepsilon = 23.5\text{--}27.5$ эВ [48]; $\varepsilon = 30\text{--}50$ эВ [49]; $\varepsilon = 80\text{--}120$ эВ [50]; $\varepsilon = 200$ и 500 эВ [51];

3¹P и 3³P: $\varepsilon = 24\text{--}29.6$ эВ [53]; $\varepsilon = 28.50$ и 31.17 эВ [55]; $\varepsilon = 40\text{--}500$ эВ [51];

3¹S и 3³S: $\varepsilon = 23.22\text{--}29.6$ эВ [54]; $\varepsilon = 28.50$ и 31.17 эВ [55]; $\varepsilon = 40\text{--}500$ эВ [51].

В доступной литературе отсутствуют данные по дифференциальным сечениям возбуждения гелия для энергий электрона $\varepsilon > 500$ эВ. В рамках первого Борновского приближения (ПБП), справедливого при больших энергиях, сечение возбуждения имеет следующий вид [56]:

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{4a_0^2 k_f}{(\varepsilon_{\text{ex}}/Ry)k_i} \frac{G(K^2)}{K^2}, \quad (2)$$

$$K^2 = k_i^2 + k_f^2 - 2k_i k_f \cos \theta,$$

где G – обобщенная сила осцилляторов (generalized oscillator strength (GOS)); k_i и k_f – начальный и конечный импульс электрона, выраженные в атомных единицах, т.е. $k = a_0 p/\hbar$, p – импульс электрона, \hbar – постоянная Планка (Planck), θ –

угол рассеяния. По формуле (2) нами вычислены дифференциальные сечения возбуждения состояний 2¹P, 2¹S, 3¹P, 3¹S в области $\varepsilon = 0.5\text{--}20$ кэВ. Обобщенная сила осцилляторов рассчитана на основании данных табл. 2 и 3 и формул (12) и (13) работы [57].

Примеры вычисленных дифференциальных сечений возбуждения состояния 2¹P иллюстрируются на рис. 2, где для сравнения приведены сечения, полученные в работе [52].

Сечения максимальны при $\theta = 0$ и очень быстро спадают с ростом θ ; это значит, что рассеяние происходит в основном в малые углы, а в этой области сечения очень хорошо согласуются между собой.

Нам не удалось найти в литературе какие-либо данные по обобщенной силе осцилляторов состояний 2³P, 2³S, 3³P, 3³S; поэтому для них мы полагаем, что рассеяние электрона происходит на фиксированный угол. Для среднего косинуса угла рассеяния мы используем следующие зависимости от энергии, выраженной в эВ: $\langle \cos \theta \rangle = 1 - 63.65 \cdot \varepsilon^{-1.15}$ для 2³P, $\langle \cos \theta \rangle = 1 - 68.80 \cdot \varepsilon^{-1.15}$ для 3³P, $\langle \cos \theta \rangle = 1 - 0.905 \cdot e^{-\varepsilon/311.5}$ для 2³S, $\langle \cos \theta \rangle = 1 - 1.030 \cdot e^{-\varepsilon/291.5}$ для 3³S. Зависимости получены путем аппроксимации в диапазоне энергий 200–500 эВ среднего косинуса угла рассеяния, рассчитанного на основе дифференциальных се-

Таблица 2. Частота ν_{he} генерации электронов с энергией ϵ_{max} (с^{-1})

$E, \text{кВ см}^{-1}$	50	75	100	150	200	250	300
$\epsilon_{\text{max}} = 0.25 \text{ кэВ}$	3.5e+08	1.0e+10	4.5e+10	1.7e+11	3.6e+11	5.8e+11	8.4e+11
$\epsilon_{\text{max}} = 0.5 \text{ кэВ}$	7.5e+07	7.0e+09	3.6e+10	1.5e+11	3.2e+11	5.3e+11	7.6e+11
$\epsilon_{\text{max}} = 0.75 \text{ кэВ}$	5.2e+07	6.4e+09	3.6e+10	1.5e+11	3.1e+11	5.0e+11	7.1e+11
$\epsilon_{\text{max}} = 1 \text{ кэВ}$	4.7e+07	6.3e+09	3.5e+10	1.5e+11	2.9e+11	4.9e+11	7.0e+11
$\epsilon_{\text{max}} = 2 \text{ кэВ}$	4.5e+07	6.3e+09	3.5e+10	1.4e+11	2.8e+11	4.6e+11	6.8e+11
$\epsilon_{\text{max}} = 4 \text{ кэВ}$	4.4e+07	6.2e+09	3.5e+10	1.4e+11	2.7e+11	4.4e+11	6.4e+11
$\epsilon_{\text{max}} = 6 \text{ кэВ}$	4.4e+07	6.2e+09	3.4e+10	1.4e+11	2.7e+11	4.3e+11	6.3e+11
$\epsilon_{\text{max}} = 8 \text{ кэВ}$	4.3e+07	6.2e+09	3.4e+10	1.4e+11	2.7e+11	4.3e+11	6.2e+11
$\epsilon_{\text{max}} = 10 \text{ кэВ}$	4.4e+07	6.3e+09	3.4e+10	1.3e+11	2.7e+11	4.2e+11	6.1e+11

Таблица 3. Среднее расстояние l_{he} (м), пройденное электронами до достижения энергии ϵ_{max}

$E, \text{кВ см}^{-1}$	50	75	100	150	200	250	300
$\epsilon_{\text{max}} = 0.25 \text{ кэВ}$	1.96e-3	1.49e-4	5.88e-5	2.59e-5	1.67e-5	1.25e-5	9.96e-6
$\epsilon_{\text{max}} = 0.5 \text{ кэВ}$	9.22e-3	3.00e-4	1.14e-4	5.06e-5	3.30e-5	2.47e-5	1.97e-5
$\epsilon_{\text{max}} = 0.75 \text{ кэВ}$	1.38e-2	3.86e-4	1.55e-4	7.27e-5	4.82e-5	3.63e-5	2.92e-5
$\epsilon_{\text{max}} = 1 \text{ кэВ}$	1.52e-2	4.46e-4	1.91e-4	9.31e-5	6.27e-5	4.75e-5	3.84e-5
$\epsilon_{\text{max}} = 2 \text{ кэВ}$	1.67e-2	6.40e-4	3.16e-4	1.70e-4	1.18e-4	9.09e-5	7.40e-5
$\epsilon_{\text{max}} = 4 \text{ кэВ}$	1.70e-2	9.53e-4	5.43e-4	3.14e-4	2.24e-4	1.75e-4	1.43e-4
$\epsilon_{\text{max}} = 6 \text{ кэВ}$	1.77e-2	1.26e-3	7.60e-4	4.55e-4	3.28e-4	2.57e-4	2.12e-4
$\epsilon_{\text{max}} = 8 \text{ кэВ}$	1.84e-2	1.55e-3	9.71e-4	5.93e-4	4.31e-4	3.39e-4	2.80e-4
$\epsilon_{\text{max}} = 10 \text{ кэВ}$	1.87e-2	1.83e-3	1.18e-3	7.31e-4	5.33e-4	4.21e-4	3.48e-4

чений из работ [48, 49, 51] для 2^3P и 2^3S , [51, 54, 55] для 3^3S и [51, 53, 55] для 3^3P . Как отмечалось выше, в области больших энергий основной вклад в полное сечение возбуждения вносит уровень 2^1P , поэтому использование этих зависимостей не должно вносить заметную ошибку в вычисления.

Для наиболее точного описания рассеяния электрона в процессе ионизации необходимо знать трижды дифференциальное сечение ионизации – по энергии вторичного электрона, по углу рассеяния первичного электрона и по углу вылета вторичного электрона (вторичным называется электрон с меньшей энергией). Литературные данные по этим сечениям крайне скудны. Имеется достаточно данных по дважды дифференциальным сечениям ионизации (ДДСИ), в основном по энергии и углу вылета вторичного электрона [58–61], и только в работе [61] также приведены данные по углу рассеяния первичного электрона. Экспериментальные данные по угловому распределению вторичных электронов существенно разнятся (см. рис. 3). В нашей модели для расчета угла вылета вторичных электронов используется предложенная в работе [62] аппроксимация сечения, которая наиболее полно удовлетворяет имеющимся экспериментальным данным.

Аппроксимация сечения работы [62] используется для энергий первичного электрона ϵ_i в диапазоне от 50 до 600 эВ. При $\epsilon_i < 50$ эВ угловое распределение вторичных электронов полагается изотропным, при $\epsilon_i > 600$ эВ, где справедливо ПБП, используется сечение, выведенное в его рамках. В работе [63] для атома водорода приведено ДДСИ рассеяния вторичных электронов, полученное в рамках ПБП (формула (6) [63]), которое масштабируется на другие атомы следующим образом [63]:

$$\frac{d^2\sigma(z, \epsilon_i, \epsilon_s, n)}{d\Omega_s d\epsilon_s} = n z^{-6} \frac{d^2\sigma_{\text{H}}}{d\Omega_s d\epsilon_s} \left(\frac{\epsilon_i}{z^2}, \frac{\epsilon_s}{z^2} \right), \quad (3)$$

где n – число электронов в атоме (2 для гелия), z – эффективный ядерный заряд атома (1.704 для гелия). Аналогично масштабируются на атом гелия ДДСИ первичных электронов, полученное для атома водорода в рамках ПБП (формула (9) [63]).

На рис. 4 сравниваются рассчитанное ДДСИ и измеренное в работе [61] для энергии первичного электрона $\epsilon_i = 100$ эВ. Наблюдается удовлетворительное согласие сечений между собой, несмотря на то, что при этой энергии ПБП еще не вполне удовлетворительно. При $\epsilon_i < 100$ эВ угловое рассеяние первичных электронов в нашей модели рас-

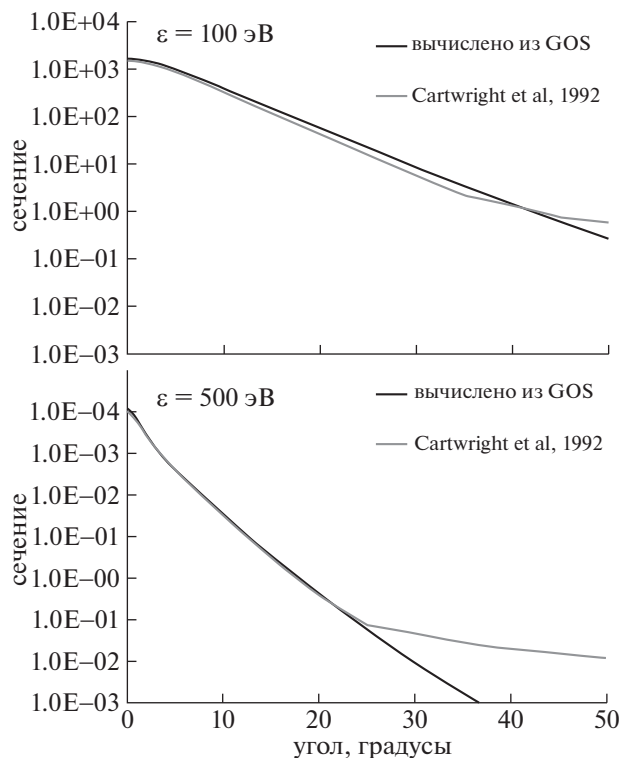


Рис. 2. Дифференциальное сечение рассеяния электронов при возбуждении состояния 2^1P гелия в единицах $10^{-24} \text{ м}^2/\text{ср}$.

считывается не масштабированием сечения для атома водорода работы [63], а из сечения упругого рассеяния электрона с энергией $\epsilon_i - \epsilon_s$. На рис. 4 видно, что последнее лучше описывает измеренное ДДСИ первичных электронов при больших значениях ϵ_s , при малых же значениях ϵ_s результатам измерений лучше соответствует сечение, полученное по ПБП.

На рис. 5 иллюстрируются дифференциальные сечения углового рассеяния электрона с энергией $\epsilon_s = 500$ эВ в процессах упругих столкновений, возбуждения состояния 2^1P и ионизации при энергии вторичных электронов $\epsilon_s = 1$ эВ. Видно, что сечение упругого рассеяния спадает с ростом угла гораздо медленнее, чем сечения углового рассеяния в процессах ионизации и возбуждения. Следовательно, в упругих взаимодействиях электрон рассеивается значительно сильнее, чем в неупругих процессах.

Для $\epsilon_i = 500$ эВ сечение ионизации в два раза превосходит сечение упругого рассеяния, а полное сечение возбуждения сравнимо с упругим. Таким образом, использование сечения углового рассеяния в упругих столкновениях для расчета углового рассеяния электронов в процессах возбуждения и ионизации должно значительно сни-

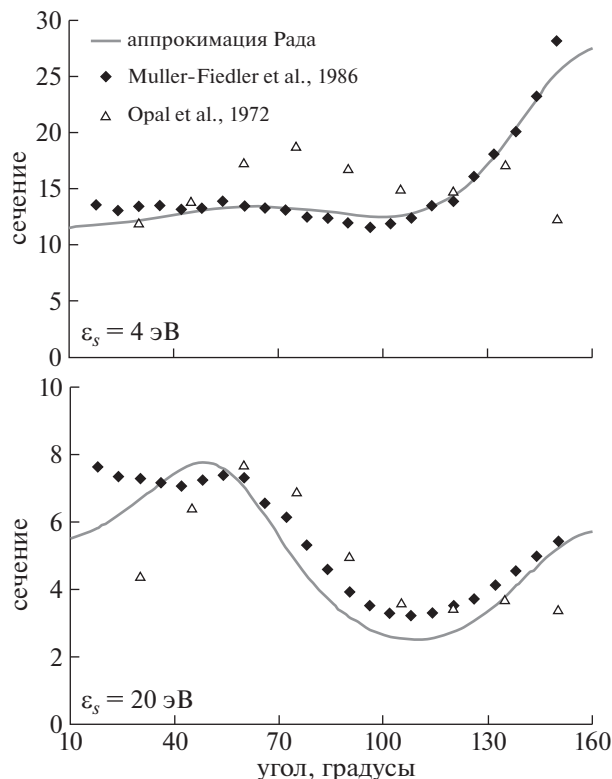


Рис. 3. ДДСИ для вторичных электронов в единицах $10^{-24} \text{ м}^2/(\text{эВ}\cdot\text{ср})$. Энергия первичного электрона $\epsilon_i = 100$ эВ.

жать вероятность ускорения электронов до высоких энергий, поскольку рассеяние неравномерно усиливается. В разд. 4.2 мы оценим данный эффект, выполнив расчеты по полной модели МК (full model) с точным учетом всех процессов углового рассеяния, и по упрощенной модели (simplified model), в которой для рассеяния в неупругих процессах используются сечение упругого рассеяния.

3. ПРОГРАММА МОНТЕ-КАРЛО ЧИСЛЕННОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ ТРАНСПОРТА ЭЛЕКТРОНОВ

3.1. Метод нулевых столкновений

Как известно, метод МК в задачах переноса сводится к построению большого числа траекторий частиц, представляющих некоторые ломаные линии. Движение электрона между столкновениями описывается известной системой уравнений

$$\frac{d\vec{r}}{dt} = \vec{v}, \quad \frac{d\vec{p}}{dt} = -e\vec{E}, \quad (4)$$

где \vec{r} , \vec{v} , \vec{p} — координата, скорость и импульс электрона, e — элементарный заряд.

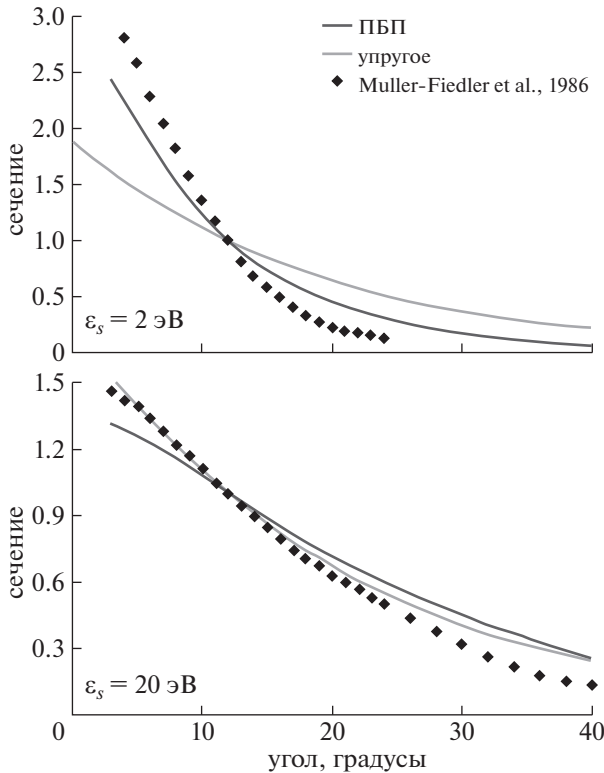


Рис. 4. ДДСИ для первичных электронов с энергией $\epsilon_i = 100$ эВ. Сечения нормированы на значение при угле 12° .

Вероятность P того, что за промежуток времени Δt электрон испытает столкновение, определяется формулой

$$P = 1 - e^{-v\Delta t}, \quad (5)$$

где v — частота столкновений, зависящая от энергии электрона

$$v(\epsilon) = \sum_j v_j(\epsilon) = \sum_j N_j \sigma_j v(\epsilon), \quad (6)$$

где N_j — концентрация атомов или молекул, на которых происходит реакция типа j , определяемая сечением σ_j ; суммирование ведется по всем возможным процессам. Поскольку v зависит от энергии электрона ϵ , то согласно формуле (6) вероятность столкновения также зависит от ϵ . Чтобы избежать этого и сократить время расчетов, Рейдом (*Reid*) была разработана модель нулевых столкновений [64]. Согласно данной модели сначала определяется максимальное значение частоты столкновений в формуле (5)

$$v_{\max} = \max[v(\epsilon)], \quad (7)$$

после чего находится шаг по времени

$$\Delta t = \delta/v_{\max}, \quad (8)$$

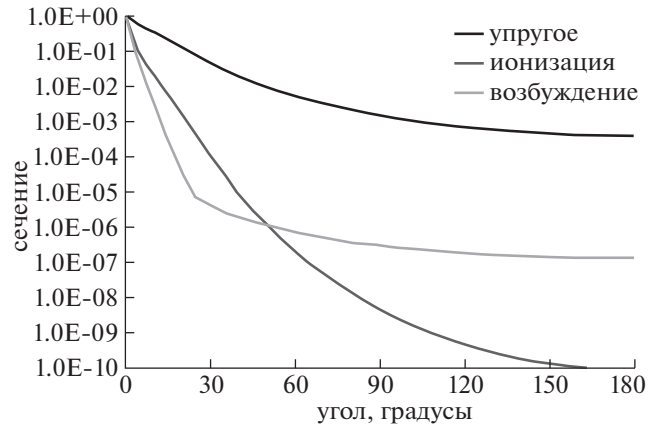


Рис. 5. Дифференциальное сечение рассеяния электрона с энергией 500 эВ в процессах упругого рассеяния, ионизации и возбуждения состояния 2^1P . Сечения нормированы на максимальные значения при нуле градусов.

где δ — произвольное число меньше 1 (в наших расчетах $\delta = 0.1$). Теперь вероятность столкновений не зависит от энергии электрона

$$P_{\text{coll}} = 1 - e^{-\delta} \approx 0.1. \quad (9)$$

После этого метод нулевых столкновений сводится к следующей трехшаговой процедуре:

1. Выбирается случайное число ξ_1 в диапазоне от 0 до 1. Если ξ_1 меньше P_{coll} , полагается, что произошло столкновение.

2. Если взаимодействие произошло, определяется, было ли столкновение нулевым или реальным. Для этого вводится частота нулевых столкновений v_{null} , определяемая уравнением

$$v_{\max} = v(\epsilon) + v_{\text{null}}(\epsilon). \quad (10)$$

Тогда вероятность реального столкновения определяется отношением

$$P_{\text{real}} = v(\epsilon)/v_{\max}. \quad (11)$$

Для каждого электрона, испытавшего столкновение на первом шаге, выбирается новое случайное число ξ_2 . Если ξ_2 меньше P_{real} , то столкновение считается реальным, если нет, то столкновение является нулевым и импульс электрона не меняется.

3. Если на шаге 2 произошло реальное столкновение, то далее определяется тип взаимодействия. Для этого рассчитываем вероятности возможных процессов

$$P_j = v_j(\epsilon)/v(\epsilon). \quad (12)$$

Далее выбирается случайное число ξ_3 и определяется, в какой из интервалов $[0, P_1]$, $[P_1, P_1 + P_2]$, $[P_1 + P_2, P_1 + P_2 + P_3]$ и т.д. оно попадает. Соответственно тип столкновения определяется номером интервала.

3.2. Вычисление угла рассеяния электрона

Зная дифференциальное сечение углового рассеяния электрона в каком-либо процессе $d\sigma/d\Omega$, угол рассеяния электрона θ можно найти, решая уравнение

$$\int_0^\theta 2\pi \frac{d\sigma}{d\Omega}(\theta') \sin \theta' d\theta' = \xi \int_0^\pi 2\pi \frac{d\sigma}{d\Omega}(\theta') \sin \theta' d\theta', \quad (13)$$

где ξ – случайная величина, распределенная равномерно на отрезке $[0, 1]$. Для ускорения вычислений в нашей программе предварительно рассчитывается таблица значений θ_{ij} . Для этого численно решается уравнение (13) для дискретного ряда значений $\xi_i = i/N_\xi, i = 1 - N_\xi$, где N_ξ – число разбиений отрезка $[0, 1]$ (в наших расчетах $N_\xi = 500$), и дискретного ряда значений энергии электрона: $\varepsilon_j = \varepsilon_{\min} \left(\frac{q^{j-1} - 1}{q - 1} \right)$, где $j = 1 - N_\varepsilon$, и q есть решение уравнения $\frac{q^{N_\varepsilon - 1} - 1}{q - 1} = \frac{\varepsilon_{\max}}{\varepsilon_{\min}}$. В наших расчетах $\varepsilon_{\min} = 0.01$ эВ, $\varepsilon_{\max} = 20$ кэВ, $N_\varepsilon = 1000$. В случае ионизации добавляется еще разбиение по энергии вторичного электрона ε_k , которое тождественно разбиению ε_j , и получаем трехмерную таблицу значений θ_{ijk} .

3.3. Вычисление энергии электрона после взаимодействия

В случае упругого столкновения энергия электрона ε_f после рассеяния на угол θ определяется из уравнения

$$\varepsilon_f = \varepsilon_i \left(1 - 2 \frac{m_e}{M} (1 - \cos \theta) \right), \quad (14)$$

где m_e и M – масса электрона и атома гелия, соответственно.

В случае возбуждения энергия электрона после столкновения равна

$$\varepsilon_f = \varepsilon_i - \varepsilon_{ex}. \quad (15)$$

В случае ионизации сначала определяется энергия вторичного электрона на основе дифференциального сечения по модели Кима и Рада [41], для чего решается уравнение

$$\int_0^{\varepsilon_s} \frac{d\sigma(\varepsilon_i, \varepsilon_s)}{d\varepsilon_s} d\varepsilon_s = \xi \int_0^{(\varepsilon_i - \varepsilon_{ion})/2} \frac{d\sigma(\varepsilon_i, \varepsilon_s)}{d\varepsilon_s} d\varepsilon_s, \quad (16)$$

а затем вычисляется энергия первичного электрона после акта ионизации:

$$\varepsilon_f = \varepsilon_i - \varepsilon_s - \varepsilon_{ion}. \quad (17)$$

Как и в случае углового рассеяния, уравнение (16) решается численно до начала МК расчетов и по-

лученные значения энергии вторичного электрона $\varepsilon_{s,ij}$ табулируются.

3.4. Вычисление импульса электрона после взаимодействия

Зная угол рассеяния θ и энергию ε_f электрона после столкновения можно определить импульс электрона после рассеяния \vec{p}_f (см. рис. 6) по формулам

$$p_{f,x} = p_f ((\cos \theta \sin \beta + \sin \theta \cos \varphi \cos \beta) \times \cos \alpha - \sin \theta \sin \varphi \sin \alpha),$$

$$p_{f,y} = p_f ((\cos \theta \sin \beta + \sin \theta \cos \varphi \cos \beta) \times \sin \alpha + \sin \theta \sin \varphi \cos \alpha), \quad (18)$$

$$p_{f,z} = p_f (\cos \theta \cos \beta - \sin \theta \cos \varphi \sin \beta),$$

где $\varphi = 2\pi\xi$ – азимутальный угол рассеяния,

$$\cos \beta = \frac{p_{i,z}}{\sqrt{p_{i,x}^2 + p_{i,y}^2 + p_{i,z}^2}},$$

$$\cos \alpha = \begin{cases} \frac{p_{i,x}}{\sqrt{p_{i,x}^2 + p_{i,y}^2}}, & \cos \beta \neq 1 \\ 1, & \cos \beta = 1. \end{cases}$$

4. РЕЗУЛЬТАТЫ ВЫЧИСЛЕНИЙ И ИХ АНАЛИЗ

4.1. Транспортные и кинетические коэффициенты электронов

С целью тестирования программы нами было выполнено численное моделирование развития электронной лавины в однородном электрическом поле, и на основе полученных результатов рассчитаны коэффициент ионизации, дрейфовая скорость и средняя энергия электронов. Как известно, реализованы различные виды лабораторных экспериментов по определению параметров лавины электронов: time-of-flight (TOF), steady-state Townsend (SST), pulsed Townsend (PT) [65]. Измеряемые в данных экспериментах значения дрейфовой скорости могут заметно отличаться как друг от друга, так и от вычисленных значений [66]. Так, в работе [65], где методом МК скорость дрейфа в аргоне рассчитана для условий SST и TOF экспериментов, значение скорости при $E/N = 566$ Тд в TOF-эксперименте на 54% превышает значение в SST-эксперименте.

Моделирование выполнялось нами в следующей постановке. В начальный момент времени $t = 0$ в точке $\vec{r} = (0, 0, 0)$ в поле с напряженностью $\vec{E}(\vec{r}) = -E \cdot \vec{e}_z$, направленной вдоль координаты \vec{z} , задавался изотропный моноэнергетический источник электронов с энергией $\varepsilon_0 = 1$ эВ, содер-

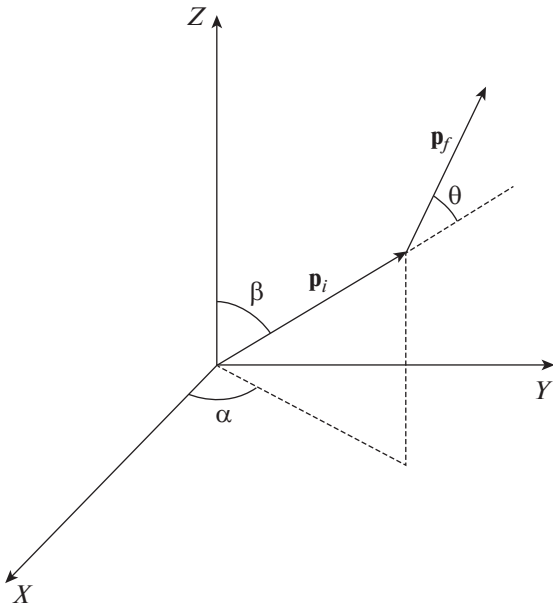


Рис. 6. Схема рассеяния электрона.

жащий $N_e(0) = 10^3$ частиц. Концентрация атомов гелия полагалась равной числу Лошмидта (*Loshmidt*) $N_L = 2.69 \times 10^{19} \text{ см}^{-3}$. Электроны поглощались в “аноде”, моделируемом плоскостью с координатой $z = d_{\text{gap}}$, где d_{gap} – “межэлектродное расстояние”. Данная постановка позволяет рассчитывать параметры лавины в рамках экспериментов TOF и SST. Определение дрейфовой скорости v_{TOF} в рамках эксперимента TOF дано в [67]. Формулы для определения первого коэффициента ионизации Таунсенда (*Townsend*) α_{ion} и дрейфовой скорости в рамках эксперимента SST v_{SST} даны в [65]. Отметим также, что значение d_{gap} нами подобрано так, чтобы за время счета плоскости “анода” достигали $\approx 10^7$ электронов. Значение d_{gap} выбиралось достаточно большим, чтобы за время моделирования характеристики лавины (коэффициент ионизации, дрейфовая скорость и средняя энергия электронов) достигли стационарных значений.

На рис. 7 зависимость коэффициента ионизации Таунсенда α_{ion} от приведенной напряженности поля E/N , рассчитанная по нашей МК программе, сравнивается с зависимостью, измеренной в известной работе Чейнина (*Chanin*) и Рока (*Rork*) [68]. Рассчитанные и измеренные значения α_{ion} хорошо согласуются в области E/N ниже 200 Тд. В области больших E/N измеренные значения заметно превышают рассчитанные, что, по-видимому, связано с отсутствием равновесия электронов с полем в эксперименте [68] для значений E/N , превышающих 288 Тд. Действительно, Чейнин и Рок пишут, что в области $E/P >$

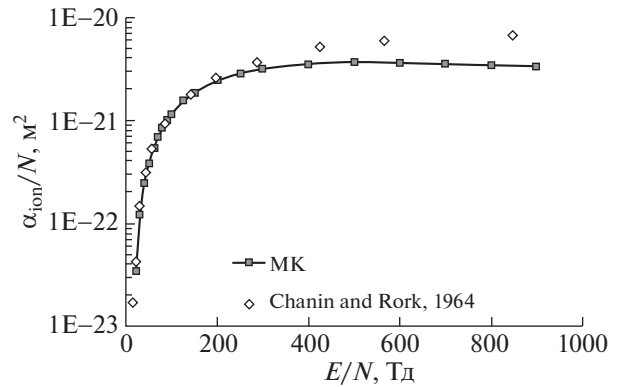


Рис. 7. Первый коэффициент ионизации Таунсенда в гелии.

$> 100 \text{ (см Торр)}^{-1}$ электроны не были в равновесии с полем [68] и считают полученные ими данные в области больших E/N сомнительными (“...the validity of the data is highly questionable” [68]).

На рис. 8 сравниваются рассчитанные нами значения дрейфовой скорости электронов v_{TOF} и v_{SST} с измеренными в работах [67] и [69, 70], соответственно. Рассчитанные значения v_{TOF} очень хорошо согласуются с данными измерений в работе [67] во всем диапазоне значений E/N от 1.4 до 226 Тд [67], причем согласие лучше, чем результаты расчетов дрейфовой скорости, выполненные методом МК самими авторами [67]. Рассчитанные нами значения v_{SST} в области $20 \leq E/N \leq 400$ Тд удовлетворительно согласуются с данными измерений, приведенных в статье Андерсона (*Anderson*) [69] и докладе Стерна (*Stern*) [70]. Но, начиная с $E/N \approx 500$ Тд, рассчитанные значения v_{SST} заметно превосходят данные Стерна, приведенные до $E/N = 820$ Тд [70]: отличие достигает $\approx 80\%$ при $E/N \approx 800$ Тд. Скорее всего, расхождение связано с тем, что в эксперименте Стерна [70], как и в эксперименте Чейнина и Рока [68], в области больших E/N равновесное состояние электронов с полем не достигалось. Стерн выполнял измерения в области положительного столба тлеющего разряда [70], используя методику, разработанную в статье [71]. Согласно нашим расчетам методом МК средняя энергия электронов в поле с $E/N = 800$ Тд равна 315 эВ, что сравнимо с величиной eU , соответствующей напряжению на электродах в тлеющем разряде $U \sim 100\text{--}1000$ В [72], причем, как известно, значительная часть напряжения в тлеющем разряде падает в катодных слоях, а не в положительном столбе [72]. Из результатов наших расчетов следует, что в поле с $E/N = 800$ Тд равновесное состояние достигается при значении $d_{\text{gap}} \approx 50$ мкм, чему соответствует напряжение ≈ 1000 В. К сожалению,

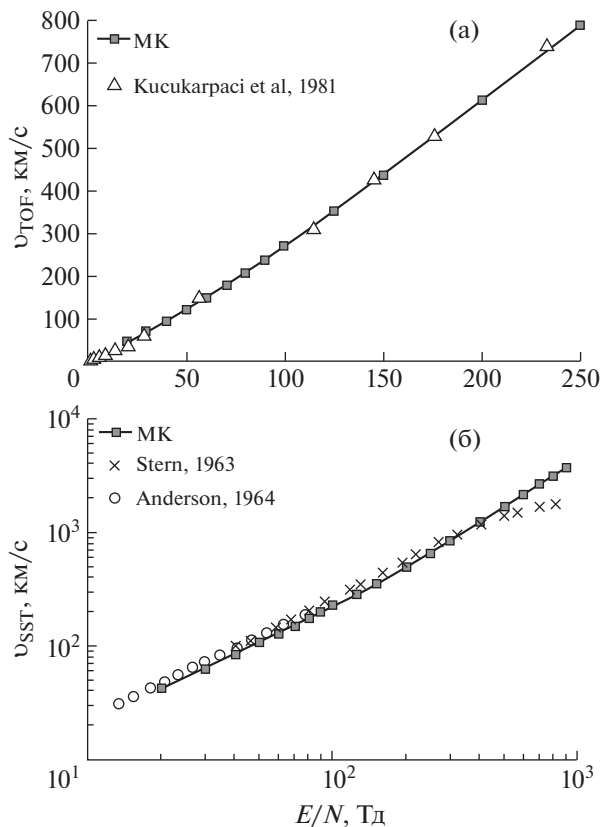


Рис. 8. Дрейфовая скорость электронов в гелии.

неизвестно напряжение в области положительного столба в эксперименте Стерна [70].

Заметим, что в работе [67] с использованием крайне ограниченной системы сечений расчеты дрейфовой скорости v методом МК выполнены для двух моделей рассеяния электронов в ионизирующих столкновениях: тот же закон рассеяния, что и в упругих столкновениях, и изотропное рассеяние. Авторы [67] пишут, что для достижения хорошего согласия с параметрами “роя” (“fit to the swarm parameters” [67]) во всем диапазоне E/N в их программе МК требуется масштабирование некоторых сечений. Расчеты выполнены до очень больших значений E/N , вплоть до 2260 Тд. Начиная с $E/N \approx 300\text{--}400$ Тд, приведенные на рис. 7 [67] кривые $v(E/N)$ расходятся, причем в случае изотропного рассеяния кривая проходит ниже, и именно она согласуется с данными Стерна [70].

4.2. Частота генерации электронов высоких энергий

В рамках классического детерминистического подхода в заданном электрическом поле электрон считается убегающим, если напряженность поля превосходит энергетические потери электрона на единице пути [1, 2, 73]. В гелии максимум энерге-

тических потерь электрона равен ≈ 51 кэВ см $^{-1}$ и достигается при энергии электрона ≈ 150 эВ [1, 2]. Таким образом, любой электрон, движущийся в поле с напряженностью, большей 50 кВ см $^{-1}$, считается убегающим в рамках детерминистического подхода. В реальности угловое рассеяние электрона на атомах или молекулах среды замедляет процесс ускорения. К сожалению, невозможно дать строгого определения УЭ в рамках стохастического подхода, т.е. когда траектория электрона моделируется с учетом рассеяния: можно говорить лишь о вероятности достижения электроном некоторой пороговой энергии ϵ_{th} за заданное время. В литературе свободно используется термин “убегающий электрон” без четкого определения, и чаще всего убегающим считается электрон с энергией, превышающей 1 кэВ.

Нами выполнены расчеты частоты ν_{he} генерации электронов высоких энергий, которыми считались электроны, достигающие заданное значение энергии ϵ_{max} . Вычисления проводились в той же постановке, что и в статье [33]. В однородном электрическом поле с напряженностью E при концентрации атомов гелия $N = N_L = 2.69 \times 10^{19}$ см $^{-3}$ задавался точечный источник, содержащий $N_0 = 10^4$ электронов с энергией 1 эВ. Вектор начальной скорости электронов направлен вдоль вектора электрической силы $-eE \cdot \vec{e}_z$. Предполагается, что изменение во времени числа электронов N_{he} высоких энергий ($\epsilon \geq \epsilon_{max}$) описывается системой уравнений [33]

$$\frac{dN_{he}(t')}{dt} = \nu_{he} N_{le}(t'), \quad t' = t - t_d; \quad (19)$$

$$N_{he}(t') + N_{le}(t') = N_0$$

с начальным условием

$$N_{he}(t' = 0) = 0. \quad (20)$$

Здесь t_d – момент, когда первый электрон достигает энергии ϵ_{max} . Решение системы уравнений (19)

$$N_{he}(t) = N_0 [1 - \exp(-\nu_{he}(t - t_d))]. \quad (21)$$

Используя полученную в расчетах методом МК зависимость $N_{he}(t)$, с помощью формулы (21) можно вычислить частоту генерации электронов высоких энергий ν_{he} . Поскольку момент времени t_d является стохастическим параметром, целесообразно его исключить. Частота ν_{he} рассчитывается по участку зависимости $N_{he}(t)$, на котором число электронов N_{he} меняется от $0.1N_0$ до $0.9N_0$

$$\nu_{he} = \ln(9)/(t_{0.9} - t_{0.1}), \quad (22)$$

где $t_{0.1}$ и $t_{0.9}$ моменты времени, когда величина N_{he} достигает значений $0.1N_0$ и $0.9N_0$ соответственно. Траектории электронов прослеживались до момента, когда их энергия достигала значения ϵ_{max} .

Значения v_{he} , вычисленные для нескольких значений ϵ_{max} в диапазоне от 0.25 до 10 кэВ и напряженности поля E от 50 до 300 кВ см⁻¹, приведены в табл. 2. Частота v_{he} сильно зависит от напряженности поля и является крайне слабой функцией ϵ_{max} : при изменении ϵ_{max} в 40 раз v_{he} изменяется максимум в 8 раз при $E = 50$ кВ см⁻¹ и практически не зависит от ϵ_{max} при больших E . На рис. 9 иллюстрируется изменение со временем доли электронов, достигших энергии 4 кэВ, в полях с напряженностью 75, 100 и 150 кВ см⁻¹. Видно, что формула (21), действительно, очень хорошо описывает результаты расчетов, выполненные методом МК. Столь хорошее согласие наблюдается во всем исследованном диапазоне значений ϵ_{max} и E .

Как отмечалось выше, одной из целей нашей работы является оценка влияния различных моделей углового рассеяния на процесс убегания электронов. Поэтому выполнен расчет частоты генерации электронов высоких энергий v_{he} по упрощенной модели, в которой угловое рассеяние электронов в процессах возбуждения и ионизации (для первичных электронов) описывается так же, как в упругих столкновениях. На рис. 10 сравниваются значения частоты v_{he} , рассчитанные по упрощенной и полной моделям МК. Видно, что значения v_{he} , рассчитанные по упрощенной модели, на порядок меньше значений, полученных по полной модели: электроны в упругих столкновениях рассеиваются гораздо сильнее, чем в неупругих процессах. Здесь же приведены результаты расчетов из статьи [33], в которой убегающими считались электроны, достигающие энергии $\epsilon_{max} = 4$ кэВ. Вычисленные нами по полной модели значения частоты v_{he} близки к полученным в работе [33]: различие не превышает полтора раз.

Функцию $v_{he}(\epsilon_{max}, E)$ рекомендуется использовать для расчета скорости генерации электронов высоких энергий в задачах по моделированию газового разряда в гелии с локальным источником электронов с энергий ϵ_{max}

$$S_{he} = v_{he}(\epsilon_{max}, E) \times n_e, \quad (23)$$

где E – напряженность локального поля и n_e – концентрация электронов низких энергий (low energies). Поскольку электрическое поле в газоразрядном промежутке обычно сильно неоднородно, встает вопрос о правомерности данного подхода. Очевидным критерием применимости является выполнение условия $l_{he} \ll \lambda_e$, где l_{he} – средняя длина, на которой электроны набирают энергию ϵ_{max} и λ_e – характерный масштаб изменения напряженности поля. Рассчитанные нами значения $l_{he}(\epsilon_{max})$ приведены в табл. 3.

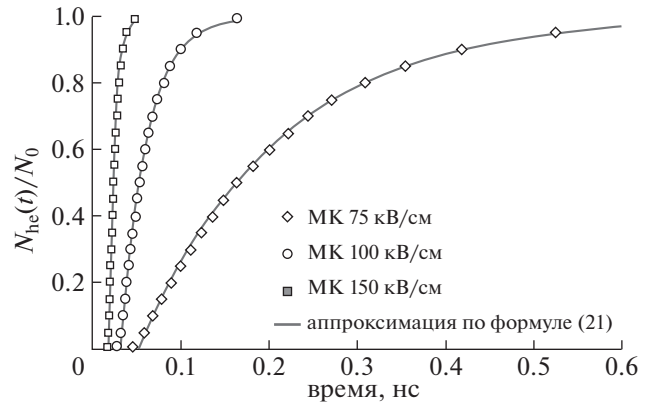


Рис. 9. Зависимость от времени доли электронов, достигших энергии $\epsilon_{max} = 4$ кэВ, для различных значений напряженности поля.

Хотя точно определить понятие “убегающий электрон” невозможно, используя рассчитанные зависимости $l_{he}(\epsilon_{max}, E)$ (табл. 3), можно оценить пороговую энергию убегания. В рамках детерминистического подхода в заданном поле электрон набирает энергию в соответствии с уравнением

$$\frac{d\epsilon}{dz} = eE - F_{loss}(\epsilon), \quad \epsilon(z = 0) = \epsilon_0, \quad (24)$$

в котором функция $F_{loss}(\epsilon)$, описывающая энергетические потери электрона на единице пути в результате столкновений с атомами, рассчитана нами на основании использованных в программе МК-сечений возбуждения и ионизации по формуле

$$F_{loss}(\epsilon) = N_L \times \left(\sum_i \epsilon_{ex,i} \times \sigma_{ex,i}(\epsilon) + (\epsilon_{ion} + \langle \epsilon_s \rangle) \times \sigma_{ion}(\epsilon) \right), \quad (25)$$

где суммирование ведется по всем состояниям, приведенным в табл. 1, $\epsilon_{ex,i}$ и ϵ_{ion} – пороговые энергии возбуждения и ионизации, $\langle \epsilon_s \rangle$ – средняя энергия вторичных электронов, рождаемых электроном с энергией ϵ . $F_{loss}(\epsilon)$ возрастает с ростом энергии ϵ , проходит через максимум ≈ 50 кэВ см⁻¹ при $\epsilon \approx 150$ эВ, что согласуется с данными [1, 2], и далее с ростом энергии быстро спадает до значения ≈ 5 кэВ см⁻¹ при $\epsilon \approx 8$ кэВ. Таким образом, в области $\epsilon > 8$ кэВ для всех значений напряженности поля в таблицах 2 и 3 выполняется условие $eE \gg F_{loss}$. Следовательно, в этой области потерями энергии можно пренебречь, так что энергия электрона линейно растет с расстоянием.

На рис. 11 приведены зависимости энергии электрона от пройденного расстояния для четырех значений напряженности поля $E = 50, 75, 100$ и 150 кВ см⁻¹, полученные из решения уравнения

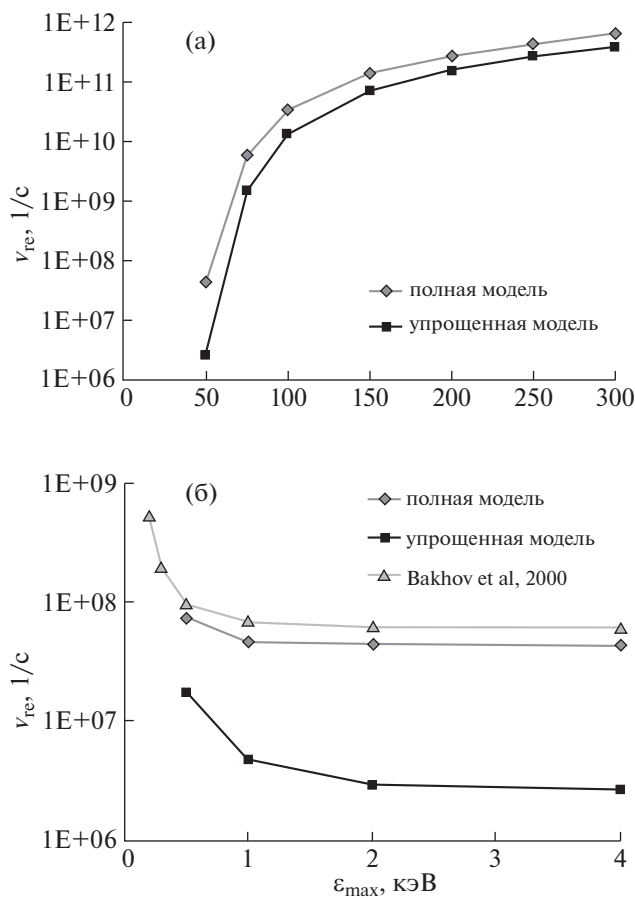


Рис. 10. Частота генерации электронов с энергией $\epsilon_{\text{max}} = 4 \text{ кэВ}$ в зависимости от напряженности поля (а). Частота генерации электронов в электрическом поле с напряженностью $E = 50 \text{ кВ см}^{-1}$ (б).

(24) и рассчитанные методом МК (табл. 3). Видно, что начиная со значения $\epsilon \approx 2 \text{ кэВ}$, энергия электрона линейно растет с расстоянием, причем угол наклона прямолинейного участка примерно равен eE . Таким образом, для гелия в электрических полях с напряженностью $E \geq 50 \text{ кВ см}^{-1}$ значение 2 кэВ можно считать энергетическим порогом убегания ϵ_{th} , достигнув которого электрон переходит в режим непрерывного ускорения, приобретая от электрического поля гораздо больше энергии, чем теряет в столкновениях с атомами.

Расчеты частоты $\nu_{\text{ге}}$ выполнены для концентрации атомов гелия, равной числу Лошмидта $N_L = 2.69 \times 10^{19} \text{ см}^{-3}$. Представляет интерес выяснить, справедлив ли для $\nu_{\text{ге}}$ закон подобия, а именно, зависит ли отношение $\nu_{\text{ге}}/N$ от E/N (подобно коэффициенту ионизации Таунсенда α_{ion}/N) или $\nu_{\text{ге}}/N$ зависит от E и N отдельно. Формулу (54) в обзоре [74] для времени экспоненци-

ального нарастания числа УЭ можно переписать для частоты $\nu_{\text{ге}}/N = \text{const} Z \sqrt{(eE/NF_{\text{min},1})^3}$, где $NF_{\text{min},1}$ — минимальное значение силы трения, испытываемой электронами с энергией вблизи 1 МэВ в результате взаимодействия с атомарными частицами. Отсюда видно, что закон подобия выполняется: $\nu_{\text{ге}}/N$ зависит от E/N .

Но формула (54) в [74] получена исходя из КУ для ФРЭ, зависящей от времени и скорости электронов. Если учесть зависимость от координаты, то закон подобия нарушается. Действительно, рассмотрим более общее КУ

$$\frac{\partial F(v_x, x, t)}{\partial t} + v_x \frac{\partial F(v_x, x, t)}{\partial x} + \frac{eE}{m_e} \frac{\partial F(v_x, x, t)}{\partial v_x} = N \times St\{F(v_x, x, t)\} \quad (26)$$

с интегралом столкновений $N \times St\{F(v_x, x, t)\}$. Факторизуя ФРЭ $F(v_x, x, t) = f(v_x, x) \times \exp(\nu_{\text{ге}} t)$ и деля результат на N , получаем КУ

$$\frac{\nu_{\text{ге}}}{N} f(v_x, x) + v_x \frac{\partial f(v_x, x)}{N \partial x} + \frac{eE}{Nm_e} \frac{\partial f(v_x, x)}{\partial v_x} = St\{f(v_x, x)\}, \quad (27)$$

содержащее требуемые для выполнения закона подобия отношения $\nu_{\text{ге}}/N$ и E/N . Видно, однако, что закон подобия выполняется только в случае ФРЭ, не зависящей от координаты, что соответствует нашим расчетам, т.е. $\nu_{\text{ге}}/N$ зависит от E/N .

5. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

На основе метода МК разработана программа численного моделирования транспорта электронов в электрическом поле в гелии. В рамках возможностей современных данных по сечениям максимально точно учтены процессы углового рассеяния электронов в упругих и неупругих взаимодействиях.

Программа тестирована путем сравнения вычисленных зависимостей дрейфовой скорости v и коэффициента ионизации Таунсенда α_{ion} от приведенной напряженности поля E/N с результатами экспериментов по измерению параметров электронной лавины с учетом того, что выполнялись эксперименты типа time-of-flight (TOF) и steady-state Townsend (SST). Учитывается также пространственная ограниченность газоразрядных промежутков. Результаты расчетов коэффициента ионизации α_{ion} сравниваются с данными измерений Ченина и Рока [68]. В области больших E/N измеренные значения α_{ion} существенно превышают рассчитанные, что связано с отсутствием в эксперименте равновесия электронного

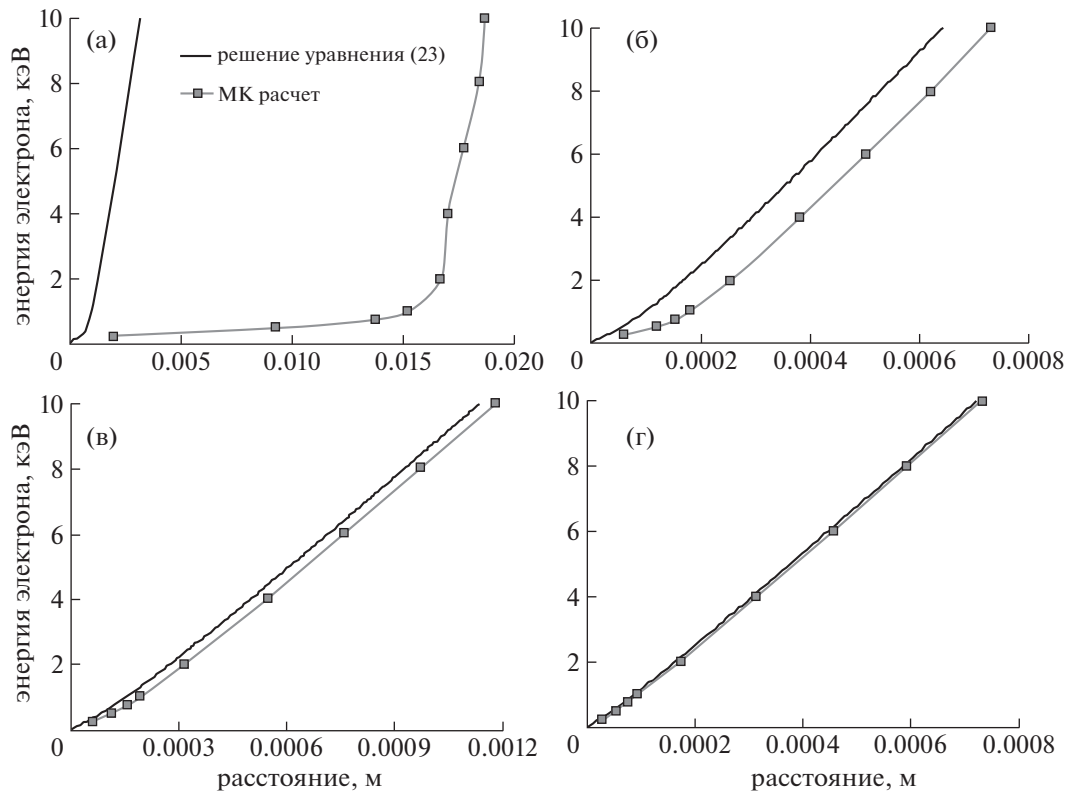


Рис. 11. Зависимость энергии электронов от пройденного расстояния. $E = 50 \text{ кВ см}^{-1}$ (а), $E = 75 \text{ кВ см}^{-1}$ (б), $E = 100 \text{ кВ см}^{-1}$ (в), $E = 150 \text{ кВ см}^{-1}$ (г). Маркеры соответствуют значениям ϵ_{\max} и $l_{\text{he}}(\epsilon_{\max})$ в табл. 3.

ансамбля с полем. Ченин и Рок пишут, что в области $E/P > 100 \text{ В (см Торр)}^{-1}$, т.е. $E/N > 300 \text{ Тд}$, равновесие не достигалось, причем, для случая $300 \text{ В (см Торр)}^{-1}$, когда неравновесность доминировала, снижение α_{ion}/P ($\sim 60\%$) превышало ошибку ($\sim 10\%$) измерений.

Значения дрейфовой скорости v_{TOF} , рассчитанные нами в рамках эксперимента TOF, согласуются с данными измерений в работе [67], выполненных до $E/N = 250 \text{ Тд}$. Значения дрейфовой скорости v_{SST} , рассчитанные в рамках эксперимента SST, согласующиеся с данными измерений в работах [69] и [70] при малых E/N , существенно превосходят данные [70] при больших E/N . Расхождение, скорее всего, связано с тем, что в эксперименте [70], как и в эксперименте Ченина и Рока [68], равновесное состояние электронов с полем не достигалось.

Стоит отметить, что пользоваться данными лабораторных экспериментов необходимо крайне осторожно, сравнивая их с кинетическими коэффициентами электронов, вычисляемыми по результатам численного моделирования электронных лавин методом МК, т.е., в сущности, численного эксперимента, имея в виду то обстоятельство, что лабораторные эксперименты выполняются в объемах газа, ограниченных разме-

рами межэлектродных промежутков, причем при больших значениях E/N , получаемых понижением давления газа до очень низких значений и (или) уменьшением межэлектродного расстояния d_{gap} , равновесие ансамбля электронов с электрическим полем не достигается, что обычно игнорируется.

Выполняя решение поставленной задачи, мы рассчитали зависимость частоты генерации электронов высоких энергий ν_{he} от напряженности электрического поля для гелия при атмосферном давлении, которая может быть масштабирована на другие давления (значения концентрации атомов N). Расчеты выполнялись, как по полной модели, в рамках современных возможностей точно учитывающей все процессы углового рассеяния, так и по упрощенной модели, в которой рассеяние электронов в процессах возбуждения и ионизации описывается так же, как в упругих столкновениях. Значения частоты ν_{he} , рассчитанные по упрощенной модели, на порядок меньше значений, рассчитанных по полной модели. Это связано с тем, что в процессах ионизации и возбуждения электрон рассеивается гораздо слабее, чем в упругом взаимодействии.

Отметим, что хотя в нашей модели мы стремились максимально точно описать процессы взаи-

модействия электронов с атомами, в современных знаниях сечений взаимодействия существуют значительные пробелы. Главным образом это касается дважды дифференциальных сечений ионизации углового рассеяния первичных электронов, для которых только в одном источнике имеются экспериментальные данные, а использованные нами теоретически рассчитанные сечения не вполне согласуются с этими данными. Особенно важной является область энергии электрона ниже 100 эВ, где экспериментальных данных нет, а расчеты в рамках первого Борновского приближения неудовлетворительны в связи с его неприменимостью для области низких энергий. Также были бы желательны более подробные данные по дифференциальным сечениям возбуждения гелия в области энергий меньших 500 эВ. Существующие экспериментальные данные в этой области приведены с большим шагом по энергии. Целью нашей работы было не столько получение абсолютно точных значений частоты генерации электронов высоких энергий v_{he} , сколько привлечение внимания к тому обстоятельству, что моделирование ускорения электронов требует максимально точного описания процессов углового рассеяния, в то время как используемые в некоторых МК-программах упрощения, чаще всего в описании рассеяния в неупругих элементарных взаимодействиях, могут приводить к значительным ошибкам.

В настоящее время ведутся расчеты частоты генерации электронов высоких энергий в воздухе, знание которой представляет интерес для развития физики атмосферного электричества высоких энергий, в том числе для интерпретации результатов лабораторных экспериментов, моделирующих разряды искусственной и природной молнии и их излучения в рентгеновском диапазоне.

БЛАГОДАРНОСТИ

Авторы глубоко благодарны рецензентам журнала «Физика плазмы». Чтобы привести материал в соответствие с их замечаниями, нами выполнены дополнительные вычисления, результаты которых сравниваются с экспериментальными данными, и улучшено изложение материала.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Бабич Л.П., Лойко Т.В., Цукерман В.А.* // УФН. 1990. Т. 160. С. 49. *Babich L. P., Loiko T.V., Tsukerman V.A.* // Sov. Phys. Usp. 1990. V. 33 7. P. 521.
2. *Babich L.P.* Highenergy phenomena in electric discharges in dense gases: theory, experiment and natural phenomena. Arlington, Virginia, USA: Futurepast Inc., 2003.

3. *Бабич Л.П.* // УФН. 2020. Т. 190 (12). С. 1261; *Babich L.P.* // Physics-Uspokhi. 2020. V. 63 (12). P. 1188.
4. *Dwyer J.R., Rassoul H.K., Saleh Z., Uman M.A., Jerauld J., Plumer J.A.* // Geophys. Res. Lett. 2005. 32, L20809.
5. *Dwyer J.R., Saleh Z., Rassoul H.K., Concha D., Rahman M., Cooray V., Jerauld J., Uman M.A., Rakov V.A.* // JGR. 2008. V. 113. P. D23207.
6. *Nguyen C.V., van Deursen A.P.J and Ebert U.* // J. Phys. D: Appl. Phys. 2008. V. 41. P. 234012.
7. *Rahman M., Cooray V., Ahmad N.A., Nyberg J., Rakov V.A., Sharma S.* // Geophys. Res. Lett. 2008. V. 35. P. L06805.
8. *Nguyen C.V., van Deursen A.P.J, van Heesch E.J.M., Winands G.J.J., Pemen A.J.M.* // J. Phys. D: Appl. Phys. 2010. V. 43. P. 025202.
9. *Shao T., Tarasenko V.F., Zhang C., Rybka D.V., Kostyrya I.D., Kozyrev A.V., Yan P., Kozhevnikov V.Yu.* // New J. of Phys. 2011. V. 13. P. 113035.
10. *Рыбка Д.В., Андроников И.В., Евтушенко Г.С., Козырев А.В., Кожевников В.Ю., Костыря И.Д., Тарасенко В.Ф., Тригуб М.В., Шутько Ю.В.* // Оптика атмосферы и океана. 2013. Т. 26 (1). С. 85–90.
11. *Kochkin P.O., Nguyen C.V., van Deursen A.P.J., Ebert U.* // J. Phys. D: Appl. Phys. 2012. V. 45. 425202.
12. *Ostgaard N., Carlson B.E., Nisi R.S., Gjesteland T., Grondahl O., Skeltved A., Lehtinen N.G., Mezentsev A., Marisaldi M., Kochkin P.* // JGR: Atmos. 2016. V. 121. P. 2939.
13. *Dwyer J.R., Rassoul H.K., Al-Dayeh M., Caraway L., Wright B., Chrest A., Uman M.A., Rakov V.A., Rambo K.J., Jordan D.M., Jerauld J., Smyth C.* // Geophys. Res. Lett. 2004. V. 31. P. L05119.
14. *Dwyer J.R., Rassoul H.K., Al-Dayeh M., Caraway L., Chrest A., Wright B., Kozak E., Jerauld J., Uman M.A., Rakov V.A., Jordan D.M., Rambo K.J.* // Geophys. Res. Lett. 2005. V. 32. P. L01803.
15. *Fishman G.J., Bhat P.N., Mallozzi R., Horack J.M., Koshut T., Kouveliotou C., Pendleton G.N., Meegan C.A., Wilson R.B., Paciesas W.S., Goodman S.J., Christian H.J.* // Science. 1994. 264. P. 1313.
16. *Бабич Л.П.* // УФН. 2019. Т. 189 (10). С. 1044. *Babich L.P.* // Physics-Uspokhi. 2019. V. 62 (10). P. 976.
17. *Celestin S., Pasko V.P.* // JGR. 2011. V. 116. P. A03315.
18. *Бабич Л.П., Бочков Е.И., Куцык И.М.* // Письма в ЖЭТФ. 2014. P. 99 (7). P. 452. *Babich L.P., Bochkov E.I., Kutsyk I.M.* // JETP Lett. 2014. V. 99 (7). P. 386.
19. *Babich L.P., Bochkov E.I., Kutsyk I.M., Neubert T., Chanrion O.* // JGR: Space Phys. 2015. V. 120. <https://doi.org/10.1002/2014JA020923>
20. *Babich L.P., Bochkov E.I., Kutsyk I.M., Neubert T., Chanrion O.* // JGR: Space Phys. 2017. V. 122. <https://doi.org/10.1002/2017JA023917>
21. *Kohn C., Chanrion O., Babich L.P., Neubert T.* // Plasma Sourc. Sci. and Techn. 2018. V. 27. P. 015017.
22. *Kohn C., Chanrion O., Neubert T.* // Geophys. Res. Lett. 2018. V. 45. P. 5194.
23. *Cooray V., Arevalo L., Rahman M., Dwyer J., Rassoul H.* // J. of Atmos. and Solar-Terr. Phys. 2009. V. 71. P. 1890.
24. *Babich L., Bochkov E.* // J. Phys. D: Appl. Phys. 2017. V. 50. P. 455202.
25. *Бабич Л.П., Кудрявцева М.Л.* // ЖЭТФ. 2007. Т. 131. № 5. С. 808–818; *Babich L.P., Kudryavtseva M.L.* //

- JETP. 2007. V. 104. № 5. P. 704–714.
<https://doi.org/10.1134/S1063776107050044>
26. *Бабич Л.П., Бочков Е.И.* // ЖЭТФ. 2011. Т. 139. № 2. С. 568–578; *Babich L.P., Bochkov E.I.* // JETP. 2011. V. 112. № 3. P. 494–503.
<https://doi.org/10.1134/S1063776111020014>
 27. *Бабич Л.П., Кудрявцев А.Ю., Кудрявцева М.Л., Куцык И.М.* // Геоматнезизм и аэрономия. 2008. Т. 48. № 3. С. 381–391; *Babich L.P., Kudryavtsev A.Yu., Kudryavtseva M.L., Kutsyk I.M.* // Geomagnetism and Aeronomy. 2008. V. 48. № 3. P. 367–377/
<https://doi.org/10.1134/S0016793208030110>
 28. *Babich L.P., Bochkov E.I., Kutsyk I.M., Dwyer J.R.* // JGR. 2012. V. 117. A09316.
<https://doi.org/10.1029/2012JA017799>
 29. *Куцык И.М., Бабич Л.П., Бочков Е.И., Донской Е.Н.* // Физика плазмы. 2012. Т. 38. № 11. С. 969–976; *Kutsyk I.M., Babich L.P., Donskoi E.N., Bochkov E.I.* // Plasma Physics Reports. 2012. V. 38. № 11. P. 891–898.
<https://doi.org/10.1134/S1063780X12110050>
 30. *Dwyer J.R., Smith D.M., Cummer S.A.* // Space Sci. Rev. 2012. V. 173. P. 133. DOI: 101007/s11214-012-9894-0.
 31. *Moss G.D., Pasko V.P., Liu N., Veronis G.* // JGR. 2006. V. 111. P. A02307.
 32. *Chanrion O., Neubert T.* // JGR. 2010. V. 115.
<https://doi.org/10.1029/2009JA014774>
 33. *Bakhov K.I., Babich L.P., Kutsyk I.M.* // IEEE Trans. on Plasma Sci. 2000. V. 284. P. 1254.
 34. *Chanrion O., Bonaventura Z., Bourdon A., Neubert T.* // Plasma Phys. Control. Fusion. 2016. V. 58. P. 044001.
 35. *Adibzadeh M., Theodosiou C.E.* // Atomic Data and Nuclear Data Tables. 2005. V. 91. P. 8.
 36. *Salvat F., Jablonski A., Powell C.J.* // Computer Phys. Communications. 2005. V. 165. P. 157.
 37. *Raju G.G., GASEOUS ELECTRONICS. Tables, Atoms, and Molecules.* NY: CRC Press, 2012.
 38. *Ralchenko Yu., Janev R.K., Kato T., Fursa D.V., Bray I., de Heer F.J.* // Atomic Data and Nuclear Data Tables. 2008. V. 94. P. 603.
 39. LXcat, <http://www.lxcat.laplace.univ-tlse.fr>.
 40. *Алхазов Г.Д.* // ЖТФ. 1970. V. 40 (1). P. 97.
 41. *Kim Y.-K., Rudd M.E.* // Phys. Rev. A. 1994. V. 505. P. 3954.
 42. *Rapp D., Englander-Golden P.* // J. Chem. Phys. 1965. V. 43. P. 1464.
 43. *Scharm B.L., de Heer F.J., van Der Wiel M.J., Kistemaker J.* // Physica. 1965. V. 31. P. 94.
 44. *Rejoub R., Lindsay B.G., Stebbings R.F.* // Phys. Rev. A. 2002. V. 65. P. 042713.
 45. *McConkey J.W., Preston J.A.* // J. Phys. B: Atom. Molec. Phys. 1975. V. 81. P. 63.
 46. *Newell W.R., Brewert D.F.C., Smith A.C.H.* // J. Phys. B: At. Mol. Phys. 1981. V. 14. P. 3209.
 47. *Brunger M.J., Buckman S.J., Allen L.J., McCarthy I.E., Ratnavelu K.* // J. Phys. B: At. Mol. Opt. Phys. 1992. V. 25. P. 1823.
 48. *Hoshino M., Kato H., Tanaka H., Bray I., Fursa D.V., Buckman S.J., Ingolfsson O. and Brunger M.J.* // J. Phys. B: At. Mol. Opt. Phys. 2009. V. 42. P. 145202.
 49. *Cubric D., Mercer D.J.L., Channing J.M., King G.C., Read F.H.* // J. Phys. B: At. Mol. Opt. Phys. 1999. V. 32. P. L45.
 50. *Ward R., Cubric D., Bowring N., King G.C., Read F.H., Fursa D.V., Bray I., Zatsarinny O., Bartschat K.* // J. Phys. B: At. Mol. Opt. Phys. 2011. V. 44. P. 045209.
 51. *Fursa D.V., Bray I.* // Phys. Rev. A. 1995. V. 522. P. 1279.
 52. *Cartwright D.C., Csanak G., Trajmar S., Register D.F.* // Phys. Rev. A. 1992. V. 453. P. 1602.
 53. *Fon W.C., Berrington K.A., Kingston A.E.* // J. Phys. B: At. Mol. Opt. Phys. 1991. V. 24. P. 2161.
 54. *Fon W.C., Lim K.P., Ratnavelu K., Sawey P.M.J.* // J. Phys. B: At. Mol. Opt. Phys. 1994. V. 27. P. 1561.
 55. *Fon W.C., Lim K.P., Berrington K.A., Lee T.G.* // J. Phys. B: At. Mol. Opt. Phys. 1995. V. 28. P. 1569.
 56. *Inokuti M.* // Rev. Mod. Phys. 1971. V. 433. P. 297.
 57. *Cann N.M., Thakkar A.J.* // J. of Electron Spectroscopy and Related Phenomena. 2002. V. 123. P. 143.
 58. *Oda N., Nishimura F., Tahira S.* // J. of Phys. Soc. of Japan. 1972. V. 332. P. 462.
 59. *Opal C.B., Beaty E.C., Peterson W.K.* // Atomic Data. 1972. V. 4. P. 209.
 60. *Shyn T.W., Sharp W.E.* // Phys. Rev. A. 1979. V. 192. P. 557.
 61. *Muller-Fiedler R., Jung K., Ehrhardt H.* // J. Phys. B: At. Mol. Phys. 1986. V. 19. P. 1211.
 62. *Rudd M.E.* // Phys. Rev. A. 1991. V. 443. P. 1644.
 63. *Tahira S., Oda N.* // J. of Phys. Soc. of Japan. 1973. V. 352. P. 582.
 64. *Reid I.D.* Australian J. of Phys. 1979. V. 323. P. 231.
 65. *Sakai Y., Tagashira H., Sakamoto S.* // J. Phys. D: Appl. Phys. 1977. V. 10. P. 1035.
 66. *Lucas J., Saelee H.T.* // J. Phys. D: Appl. Phys. 1975. V. 8. P. 90.
 67. *Kücükarpacı H.N., Saelee H.T., Lucas J.* // J. Phys. D: Appl. Phys. 1981. V. 14. P. 9.
 68. *Chanin M.L., Rork G.D.* // Phys. Rev. 1964. V. 133. P. 1005.
 69. *Anderson J.M.* // Phys. Fluids. 1964. V. 7. P. 1517.
 70. *Stern R.A.* // Proc. 6th Int. Conf. Phenomena in Ionized Gases (Paris: Serma). 1963. V. 1. P. 331.
 71. *Phelps A.V., Pack J.L., Frost L.S.* // Phys. Rev. 1960. V. 172. P. 470.
 72. *Райзер Ю.П.* Физика газового разряда. М.: Наука. 1992.
 73. *Гуревич А.В.* // ЖЭТФ. 1960. Т. 39. С. 1296.
 74. *Гуревич А.В., Зыбин К.П.* // УФН 200. Т. 171. С. 1177; *Gurevich A.V. and Zybin K.P.* Phys. Usp. 2001. V. 44. P. 1177.
 75. *Dutton J.* // J. Phys., Chem. Ref. Data. 1975. V. 4. № 3. P. 577.