

## ЧИСЛЕННОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ ДИНАМИКИ ЭЛЕКТРОННОЙ ЛАВИНЫ В ФОРМИРУЮЩЕМСЯ КАТОДНОМ СЛОЕ САМОСТОЯТЕЛЬНОГО ОБЪЕМНОГО РАЗРЯДА

© 2021 г. В. В. Лисенков<sup>a, b, \*</sup>, Ю. И. Мамонтов<sup>a</sup>

<sup>a</sup> Институт электрофизики УрО РАН, Екатеринбург, Россия

<sup>b</sup> Уральский федеральный университет им. Б.Н. Ельцина, Екатеринбург, Россия

\*e-mail: lisenkov@iep.uran.ru

Поступила в редакцию 11.07.2020 г.

После доработки 19.11.2020 г.

Принята к публикации 11.12.2020 г.

Проведено сравнение динамики электронной лавины, стартовавшей с плоской поверхности катода и с вершин микроострий разной высоты на поверхности катода. Динамика лавин моделировалась в изменяющемся электрическом поле формирующегося катодного слоя самостоятельного объемного разряда высокого давления с предварительной ионизацией газовой среды. Целью работы являлось исследование возможности развития неустойчивости при формировании катодного слоя. Показано, что старт с вершины микроострия дает лавине преимущество как в росте числа электронов, так и в пройденном расстоянии по сравнению с лавиной, стартовавшей с плоской поверхности. Это преимущество обусловлено областью усиления электрического поля, создаваемого микроострием, и увеличивается с ростом высоты последнего. Области повышенной концентрации плазмы, образованной лавинами, стартовавшими с микроострий, могут создать начальную неоднородность, необходимую для развития неустойчивости при формировании катодного слоя. Проведен анализ возможных механизмов развития неустойчивости в катодном слое.

*Ключевые слова:* электронная лавина, объемный разряд, катодный слой

DOI: 10.31857/S036729212105005X

### 1. ВВЕДЕНИЕ

Исследования самостоятельного объемного разряда высокого давления с предварительной ионизацией газовой среды начались в конце 60-х гг. XX в. [1, 2]. Интерес к изучению этого явления был обусловлен, прежде всего, развитием мощных импульсных газовых лазеров, хотя данный тип разряда применяется также в других областях. За короткое время были разработаны методы возбуждения объемных разрядов, исследованы их энергетические и временные характеристики, предложены механизмы контракции объемных разрядов, созданы конструкции лазеров с большим объемом возбуждаемой среды. Подробно состояние дел в исследовании самостоятельного объемного разряда описано в обзорах [2–4] и книге [5].

Несмотря на большой объем проведенных исследований на некоторые вопросы, касающиеся стадии его формирования до сих пор нет однозначных ответов.

Расчеты, проведенные в работе [6] для среды CO<sub>2</sub> лазера (экспериментальные условия [7, 8]), а

также в работе [9] для среды эксимерного лазера, показывают наличие катодонаправленной ионизационной волны, в результате которой формируется катодный слой. При этом отмечена важная роль фотоэмиссии электронов с катода под действием излучения из плазменного столба. Экспериментально эта волна наблюдалась в [10]. Как показано в [6], во время распространения волны ионизации, связанной с приближением плазменного столба к катоду, ВАХ катодного слоя оказывается отрицательной, что создает условие для развития неустойчивости на этой стадии. Расчеты были проведены на примере смеси CO<sub>2</sub> : N<sub>2</sub> : He = 1 : 1 : 3 с использованием критерия

$$\Omega = \int_{(t_{in})} v_{in}(t) dt = 1, \quad (1)$$

где  $v_{in}$  — инкремент нарастания флуктуаций, определяемый выражением

$$v_{in} = -\frac{\mu_i U_c}{d_c^2} \left( \frac{\partial U_c}{\partial j} \sigma \frac{2\pi}{\lambda} + 1 \right), \quad (2)$$

$U_c$  – напряжение на катодном слое,  $d_c$  – длина катодного слоя,  $\sigma$  – проводимость столба,  $\lambda$  – расстояние между максимумами флуктуаций,  $\mu_i$  – подвижность ионов. С его помощью удалось объяснить наличие нижней границы зажигания объемного разряда, и расчетные данные неплохо совпали с экспериментом, проведенным ранее [7, 8].

Для развития неустойчивости необходимо формирование первоначальной неоднородности концентрации заряженных частиц в плазме формирующегося катодного слоя. В указанной работе было высказано предположение, что первоначальная неоднородность может возникнуть благодаря наличию на поверхности катода микроострия или другой микронеоднородности с повышенной эмиссионной способностью. Однако расчеты, строго доказывающих подобную возможность, проведено не было. Целью настоящей работы является исследование возможности зарождения неустойчивости при формировании катодного слоя, которое вызвано более интенсивным размножением электронов в лавине в области усиленного поля микроострия.

## 2. ОПИСАНИЕ РАСЧЕТНОЙ МОДЕЛИ

Для проведения расчетов использовалась численная модель, которая базируется на одномерной (вдоль оси  $z$ ) системе уравнений для электронов, ионов, возбужденных атомов и уравнении Пуассона. Кинетические коэффициенты, зависящие от электрического поля, в том числе вероятность ухода электрона в режим убегания, были получены в результате моделирования движения электрона методом Монте-Карло. Подробное описание данной модели приведено в работах [6, 11, 12]. Ранее 1D расчеты формирования объемного разряда с предварительной ионизацией газовой среды, помимо [6], были проведены в [12] применительно к экспериментальным условиям [13] для  $N_2$  с давлением 4 атм. В настоящей работе исследование проводится на примере азота при давлении 1 атм., поскольку для данного газа имеется наиболее полный набор сечений, необходимых для моделирования методом Монте-Карло.

В качестве начальных условий взят предварительно однородно ионизованный разрядный промежуток длиной 0.5 см. На него подавался импульс напряжения амплитудой 50 кВ с линейным фронтом нарастания длительностью 50 нс. Дальнейшая форма импульса не имела значения для данных расчетов, поскольку все описанные в работе результаты относятся ко времени до завершения нарастания фронта.

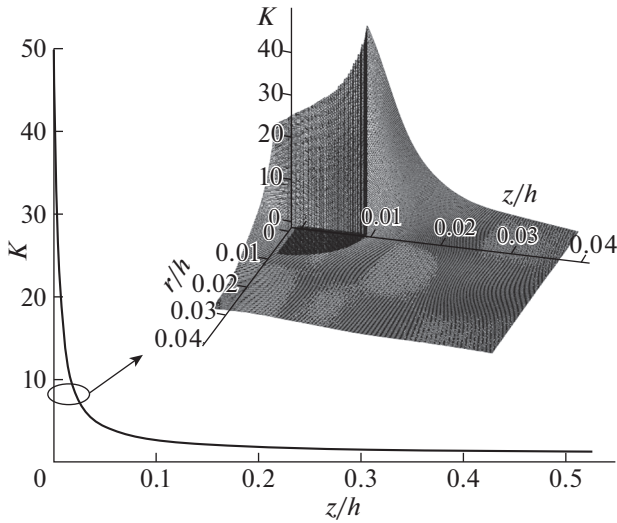
Для моделирования развития лавины нами был использован метод Монте-Карло. То есть для каждого электрона, возникшего в результате ионизации, учитывались набор энергии при его

движении между столкновениями и потери в результате неупругих столкновений. Характер столкновения (упругое, возбуждение колебательного или электронного уровня, ионизация) разыгрывался с помощью генератора случайных чисел. Более подробное описание использованного нами алгоритма приведено в [14, 15]. Расчеты лавины проводились в 3D геометрии.

В случае старта лавины с плоской поверхности катода ( $z = 0$ ), поле предполагалось однородным со значением  $E_c(t)$ , полученным из уравнения Пуассона в 1D модели для разрядного промежутка. Такое приближение справедливо, поскольку в масштабах электронной лавины (~100 мкм, см. результаты расчетов) поле по оси  $z$  меняется слабо. В случае старта с вершины микроострия распределение электрического поля вычислялось с помощью численного решения уравнения Лапласа в программном пакете ANSYS, установленном в УрФУ. В качестве микроострия использовался конус высотой  $h$  и диаметром основания  $0.5h$ . Во избежание сингулярностей вершина конуса была скруглена полусферой радиусом  $0.01h$ . Наличие такого микроострия на плоской поверхности катода вызывает искажения электрического поля. Поле вблизи вершины существенно усиливается по сравнению со средним значением поля в межэлектродном промежутке. В таких случаях обычно вводится понятие коэффициента усиления поля  $K = E/E_c$ , где  $E$  – локальное значение электрического поля, меняющееся в масштабе микроострия. Результат расчета пространственного распределения  $K$  в безразмерных координатах (нормированных на высоту микроострия) приведен на рис. 1.

## 3. РЕЗУЛЬТАТЫ РАСЧЕТОВ

Результаты расчетов 1D модели для разрядного промежутка приведены на рис. 2. На нем представлены пространственные распределения концентрации электронов (рис. 2а) и напряженности электрического поля (рис. 2б) в различные моменты времени. Они иллюстрируют качественную картину формирования катодного слоя самостоятельного объемного разряда. Видно, что на начальной стадии, когда концентрация электронов в промежутке сравнительно мала, плазменный столб отодвигается от катода на 0.36 см. При этом концентрация электронов быстро нарастает. Между плазменным столбом и катодом образуется зона, обедненная зарядами, в которой концентрация ионов больше, чем электронов. Ионы частично экранируют внешнее поле, ослабляя его в плазменном столбе и усиливая в прикатодной области. В результате, замедляется рост концентрации электронов в столбе и, как следствие, – рост плотности тока. Увеличение скорости ионизации в прикатодной области при-



**Рис. 1.** Распределение коэффициента усиления электрического поля ( $K$ ) в окрестностях идеально проводящего металлического микроострия высотой  $h$ . На основном графике приведено распределение  $K$  вдоль оси конуса (ось  $z$ ). За начало координат взята вершина конуса. На вставке приведено пространственное распределение  $K$  в области резкого спада вблизи скругленной вершины микроострия. Эта вершина показана в виде темной области с нулевым значением  $K$  в начале координат. Размеры по осям даны в относительных единицах  $r/h$  и  $z/h$ .

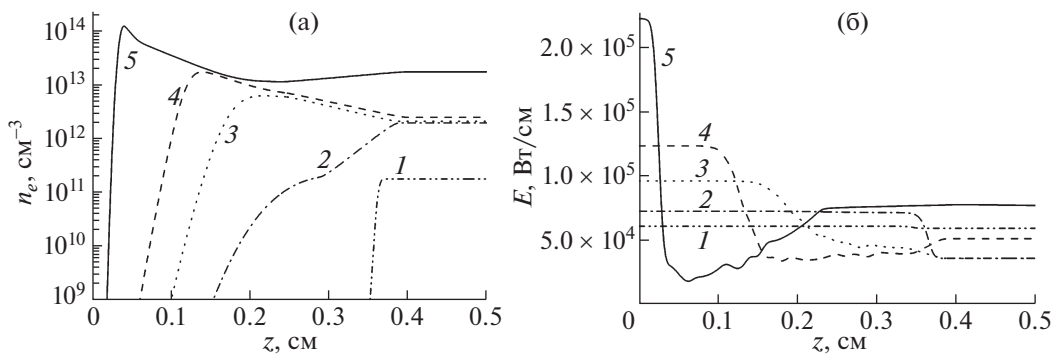
водит к тому, что ионизационная волна (плазменный столб) быстро (31–32 нс) приближается к катоду, образуя катодное падение напряжения.

Характеристики формирующегося катодного слоя представлены на рис. 3. На нем показаны изменения во времени катодного падения напряжения ( $U_c$ ) и плотности тока ( $j$ ) в разрядном промежутке (сплошные кривые), а также напряженности электрического поля ( $E_c$ ) около поверхности катода и протяженности катодного слоя ( $d_c$ ) (прерывистые кривые). Видно, что при приближении

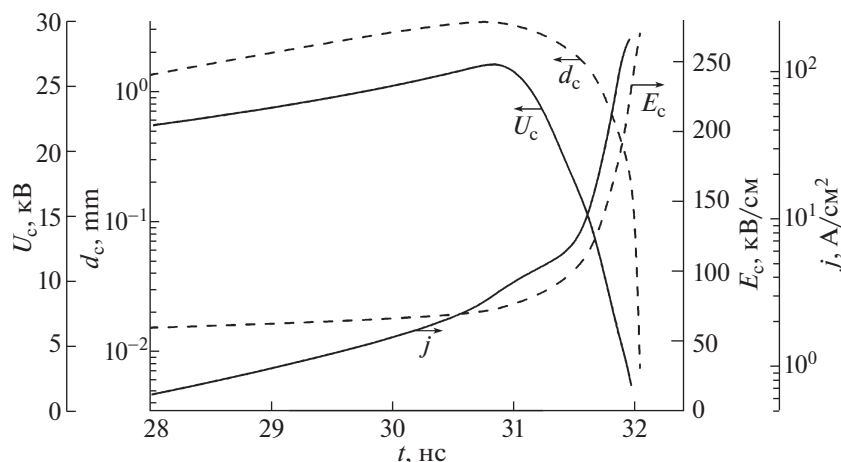
волны ионизации к катоду (уменьшении  $d_c$ ) происходит увеличение напряженности электрического поля в катодном слое и уменьшение катодного падения напряжения. При этом происходит рост проводимости плазменного столба и увеличение плотности тока в разрядном промежутке. В итоге динамическая ВАХ катодного становится отрицательной. Это создает предпосылки к развитию неустойчивостей в катодном слое.

Необходимым условием развития неустойчивости является возникновение начальных флуктуаций. Источником таких флуктуаций может стать наличие микроострий на поверхности катода. Зона усиленного электрического поля, создаваемая микроострием, может дать преимущество развитию электронной лавины по отношению к лавине, стартовавшей с плоской поверхности катода.

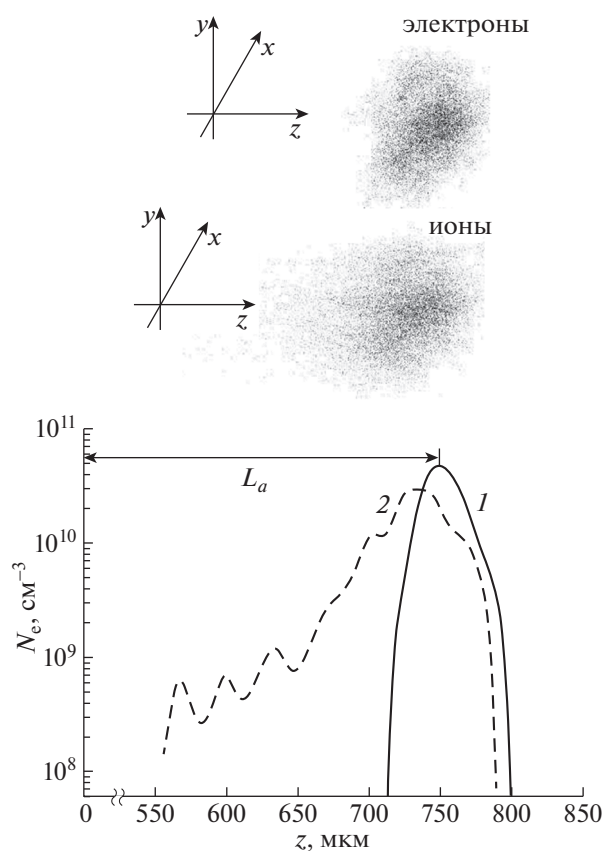
Было проведено сравнительное исследование динамики электронных лавин в электрическом поле формирующегося катодного слоя, динамика пространственного распределения которого рассчитывалась в 1D модели (рис. 2, 3). Сравнивались лавины, стартовавшие как с плоской поверхности катода, так и с вершин микроострий на поверхности катода высотой 10, 20 и 50 мкм навстречу плазменному столбу. На рис. 4 показаны распределения концентрации электронов (кривая 1) и ионов (кривая 2) в лавине в однородном поле (т.е. с плоской поверхностью катода). Число электронов в лавине  $10^4$ , время развития лавины  $t = 3.5$  нс. В верхней части рисунка приведены фазовые 3D портреты электронов и ионов. Их пространственный масштаб соответствует масштабу на графике внизу. Отсчет времени (нулевое значение) на этом и последующих рисунках начинается с 28 нс после начала нарастания импульса напряжения на промежутке, которое указано на рис. 2, 3. Этот момент приблизительно соответствует максимальному значению длины формирующегося катодного слоя, то есть началу рас-



**Рис. 2.** Распределения концентрации электронов (а) и напряженности электрического поля (б) в межэлектродном промежутке ( $z$  – расстояние от катода) в различные моменты времени: 1 – 30 нс, 2 – 31 нс, 3 – 31.5 нс, 4 – 31.7 нс, 5 – 31.95 нс.



**Рис. 3.** Зависимость интегральных параметров формирующегося катодного слоя от времени: катодное падение напряжения ( $U_c$ ), протяженность катодного слоя ( $d_c$ ), максимальная напряженность поля в слое ( $E_c$ ), плотность разрядного тока ( $j$ ).

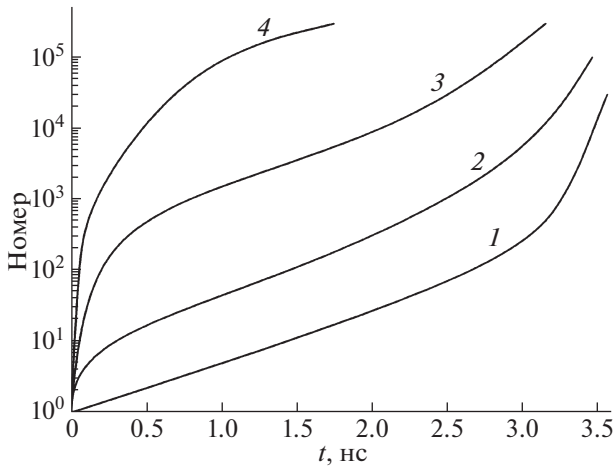


**Рис. 4.** Распределение концентрации электронов (кривая 1) и ионов (кривая 2) в лавине в однородном поле (т. е. с плоской поверхности катода) формирующегося катодного слоя. Число электронов в лавине  $10^4$ , время развития лавины  $t = 3.5$  нс. Вверху приведены фазовые портреты электронов и ионов, их пространственный масштаб соответствует масштабу на графике внизу.

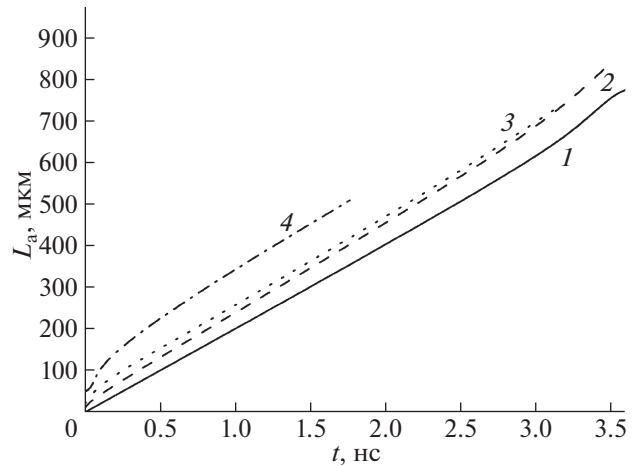
пространения катодонаправленной ионизационной волны. Для наглядности фазовые портреты электронов и ионов разнесены на рисунке. На самом деле они находятся в одной области значений  $x$  и  $y$  с небольшим расхождением по  $z$ . Кривые концентрации электронов (кривая 1) и ионов (кривая 2) на нижнем графике соответствуют центральной оси лавины. Через  $L_a$  обозначена длина лавины, то есть расстояние от поверхности катода до точки максимума концентрации.

Качественная картина распределения электронов и ионов в лавине соответствует классическим представлениям. Однако можно заметить отличия. Во-первых, имеется некоторая асимметрия кривой концентрации электронов относительно максимума, что объясняется смещением высокоэнергетичной части функции распределения электронов по энергиям вперед по оси  $z$ . Во-вторых, в начале ионного следа наблюдаются флуктуации концентрации, обусловленные случайным характером ионизации, что наиболее заметно на начальном этапе. Эти явления характерны для старта лавины как с плоской поверхности (чему соответствует рис. 4), так и с микроострия.

На рис. 5 представлена зависимость числа электронов в лавине от времени для плоской поверхности (кривая 1) и микроострий высотой  $h = 10$  мкм, 20 мкм и 50 мкм (кривые 2, 3 и 4 соответственно). Отличия наблюдаются на начальном этапе роста числа электронов в лавине. Ускоренный рост числа электронов обусловлен усилением поля вблизи микроострия, где происходит начальный этап роста. Видно, что чем больше микроострие и соответственно протяженнее область создаваемого им усиления электрического поля, тем больше электронов успевает появиться в лавине на начальном этапе. Далее лавина попадает



**Рис. 5.** Зависимость числа электронов в лавине в однородном поле формирующегося катодного слоя. 1 – лавина, стартовавшая с плоской поверхности; 2 – лавина, стартовавшая с вершины микроострия высотой  $h = 10$  мкм; 3 –  $h = 20$  мкм; 4 –  $h = 50$  мкм.



**Рис. 6.** Зависимости длины лавины ( $L_a$ , см. рис. 3) от времени: 1 – для лавины, стартовавшей с плоской поверхности; 2 – для лавины, стартовавшей с вершины микроострия высотой  $h = 10$  мкм; 3 –  $h = 20$  мкм; 4 –  $h = 50$  мкм.

в более однородное поле формирующегося катодного слоя, и динамика ее роста становится такой же, как у лавины, стартовавшей с плоской поверхности, что объясняет наличие участка, где ход кривых 1–3 приближается к параллельному. При этом преимущество в числе электронов сохраняется в лавине на протяжении всего времени роста. Особенно отчетливо это преимущество заметно для лавины, стартовавшей с микроострия высотой 50 мкм. Лавина, стартовавшая с вершины микроострия, достигнет плазменного столба раньше лавины, стартовавшей с плоской поверхности.

Некоторое преимущество лавина, стартовавшая с микроострия, получает и в скорости распространения, что видно из зависимости длины лавины  $L_a$  от времени, приведенной на рис. 6. Видно, что лавина, стартовавшая с микроострия, получает начальное преимущество, которое сохраняет при своем движении к плазменному столбу. Особенно данное преимущество заметно для случая микроострия высотой 50 мкм.

То, что лавина, стартовавшая с микроострия, достигнет плазменного столба раньше и наберет больше электронов по сравнению с лавиной, стартовавшей с плоской поверхности, скажется и на плотности плазмы лавин. Данный тезис подтверждается рис. 7, на котором приведены распределения концентраций электронов (кривая 1), и ионов (кривая 2) вдоль оси лавины, стартовавшей с вершины микроострия высотой  $h = 10$  мкм (рис. 7а),  $h = 20$  мкм (рис. 7б),  $h = 50$  мкм (рис. 7в) в момент времени 1.5 нс. Кривые 3 на этих рисунках показывают степень искажения электрического поля заряженными частицами в лавине на

ее центральной оси, то есть отношение  $\Delta E/E_c$ , где  $\Delta E = E - E_c$ ,  $E$  – текущее значение электрического поля,  $E_c$  – значение электрического поля в катодном слое вблизи катода, рассчитанное в однородной модели, приведенное на рис. 3. Графики на рис. 7 показывают, что в один и тот же момент времени лавина, стартовавшая с более высокого микроострия, является более протяженной и создает более ионизованную плазму, которая вносит более сильные искажения в электрическое поле. Такая ситуация имеет место и для остальных моментов времени, что было продемонстрировано на рис. 5 и 6. Это значит, что лавина, стартовавшая с вершины микроострия, при подходе к плазменному столбу создаст более ионизованную плазму, что приведет к более раннему формированию катодного слоя на этом участке.

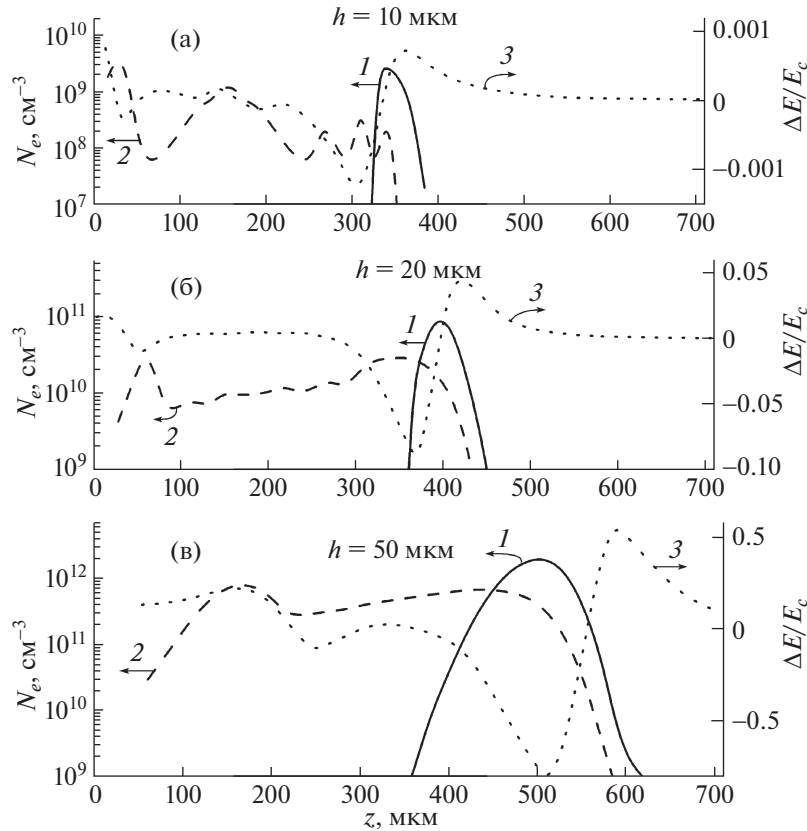
#### 4. ОБСУЖДЕНИЕ РЕЗУЛЬТАТОВ

Как было сказано выше, нами рассмотрен механизм формирования первоначальной неоднородности, дающей старт развитию неустойчивости газового разряда. Рассмотрим наиболее вероятные, с нашей точки зрения, механизмы развития неустойчивости.

Наиболее известной и исследованной в газовом разряде является перегревно-ионизационная неустойчивость, схема которой

$$n_e \uparrow \rightarrow T \uparrow \rightarrow N \downarrow \rightarrow (E/N) \uparrow \rightarrow n_e \uparrow,$$

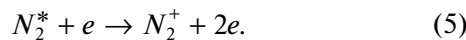
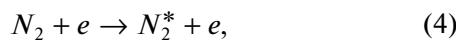
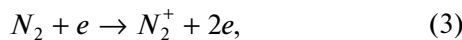
где  $n_e$  – концентрация электронов,  $N$  – концентрация нейтральных молекул. В наносекундном диапазоне она, как правило, не работает. Дело в том, что энергия, передаваемая электроном непо-



**Рис. 7.** Распределение концентраций электронов (кривая 1) и ионов (кривая 2), а также относительного изменения электрического поля  $\Delta E/E_c$  (кривая 3) вдоль оси лавины, стартовавшей с вершины микроострия высотой 10 мкм (а), 20 мкм (б), 50 мкм (в) в момент времени 1.5 нс.  $\Delta E = E - E_c$ ,  $E$  – текущее значение электрического поля,  $E_c$  – значение электрического поля в катодном слое вблизи катода, рассчитанное в одномерной модели, приведенное на рис. 3.

средственно в кинетическую энергию нейтральных молекул, мала. Основная энергия передается в электронно- и колебательно-возбужденные состояния. Характерные времена релаксации колебательно-возбужденных состояний лежат в микросекундном диапазоне. Электронно-возбужденные состояния релаксируют существенно быстрее, но, как правило, в колебательно-возбужденные состояния. Характерное время гидродинамического расширения области газа с характерным размером  $\sim 10^{-4}$  м (диаметр лавины) составляет величину  $\sim 10^{-7}$  с, что тоже “на грани” длительности объемного разряда.

Другая возможная неустойчивость обусловлена ступенчатой ионизацией, с реакциями



Для этих реакций, предполагая постоянство концентрации нейтральных невозбужденных молекул  $N_2$ , можно составить следующие балансные

уравнения для электронов и возбужденных молекул азота:

$$\frac{dn_e}{dt} = \nu_i n_e + k_{ei} n N_2^* n_e - k_r n_e^2, \quad (6)$$

$$\frac{dn N_2^*}{dt} = \nu^* n_e - \frac{1}{\tau^*} n N_2^*, \quad (7)$$

где  $n N_2^*$  – концентрация возбужденных молекул азота,  $\nu^*$  и  $\nu_i$  – частоты возбуждения и ионизации соответственно,  $k_{ei}$  и  $k_r$  – константы ступенчатой ионизации и рекомбинации соответственно,  $\tau^*$  – среднее время тушения возбужденных состояний.

Оценивая константы возбуждения и ионизации исходя из результатов нашего моделирования, пренебрегая рекомбинацией и тушением, получим, что вклад ступенчатой ионизации становится заметным при  $n_e$  в диапазоне  $10^{16}$ – $10^{17}$   $\text{см}^{-3}$ , то есть при очень высоких для объемного разряда значений. Тем не менее, вблизи катодного пятна такие значения вполне могут реализоваться.

Наиболее вероятная неустойчивость объемно-го разряда, которую может инициировать неоднородность развития лавин на стадии формирования катодного слоя, по нашему мнению, связана с распространением искрового канала от катода к аноду. Подобный механизм достаточно хорошо исследован и описан в [3–5, 16]. Он заключается в том, что вблизи поверхности катода возникает плазменное образование с концентрацией существенно выше, чем в остальном объеме. Причиной его возникновения считается взрыв микроострия на поверхности катода [3–5]. Перед фронтом более плотной плазмы возникает область усиленного поля, в которой ионизация протекает более интенсивно. Благодаря этому искровой канал распространяется до анода, переключает промежуток и шунтирует разряд. По нашему мнению, инициировать распространение канала может лавина, стартовавшая с микроострия. Концентрация заряженных частиц в ней превышает фоновую, реализующуюся в лавине, стартовавшей с плоской поверхности. Из рис. 7 в видно, что в случае острия  $h = 50$  мкм концентрация электронов достаточна для существенного искажения электрического поля. Усиление поля перед фронтом лавины достаточно для увеличения частоты ионизации в этой области примерно в 4 раза по сравнению со средними значениями. То есть создаются все условия для старта искрового канала. Главным условием для этого является то, что такое усиление должно возникнуть до достижения лавиной плазменного столба, движущегося навстречу. Наши расчеты показывают, что предельным случаем является  $h = 20$  мкм.

Для лавин, стартовавших с меньших микроострий, актуальным остается механизм, связанный с отрицательной динамической ВАХ формирующегося катодного слоя. Как показано на рис. 5, лавина, стартовавшая с микроострия, имеет преимущество в росте и, следовательно, раньше достигнет плазменного столба. Это приведет к более раннему формированию катодного слоя на этом участке. Подобное явление было рассмотрено в работе [17], в которой для газовой среды ХеС1 лазера было проведено 2D моделирование развития проводящего канала с катода в формирующемся катодном слое. Было показано, что повышение эмиссии небольшого участка катода (природа которого не конкретизируется) ускоряет приближение фронта волны ионизации к катоду на этом участке по сравнению с соседними областями. Однако дальнейшее развитие неоднородности, вызванной этим пробоем, в этой работе не рассматривается. Тот же эффект, что и повышение эмиссии локального участка катода, может дать дополнительная ионизация в области усиленного поля микроострия. Таким образом около микроострия создастся область с более высокой проводимостью, и току с соседних областей будет

энергетически выгоднее протекать через эту область и замкнуться на микроострие. Причем, чем выше микроострие, тем больший ток будет на него замыкаться. При этом возможно формирование токового шнура согласно модели [18]. В этой работе на примере газовой среды ХеС1 лазера с помощью 2D модели рассматривается эволюция неоднородности, первоначально возникшей из небольшого участка плазмы около поверхности катода, обладающего более высокой проводимостью. Рассматривается динамика стягивания тока на этот участок и исследуется возможность дальнейшего формирования высокопроводящего искрового канала. Упомянутая модель не является универсальной, поэтому ее применимость нужно проверять для каждого конкретного случая, в том числе и нашего. Для этого необходимо как минимум двумерное численное моделирование гидродинамики электронов и ионов, согласованное с решением уравнения Пуассона. Это является отдельной и достаточно сложной задачей, работа над ней планируется в будущем. Однако в любом случае концентрация тока на микроострии приведет к его взрыву на сильноточной стадии разряда и его возможной последующей контракции по механизму [3, 5], при условии достаточной длительности разряда.

## 5. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Проведенное численное исследование показывает заметные различия в динамике электронной лавины, стартовавшей с вершины микроострия, по сравнению с лавиной, стартовавшей с плоской поверхности катода. Это различие обусловлено более интенсивной ионизацией в области усиления электрического поля, создаваемого микроострием. Ожидаемым результатом оказался рост этих различий с увеличением высоты микроострия. Расчеты показывают, что лавины, стартовавшие с вершины микроострия, раньше достигают плазменного столба, имея при этом более высокую концентрацию заряженных частиц, по сравнению с лавинами, стартовавшими с плоской поверхности. Это создает начальную неоднородность, необходимую для развития неустойчивости. Однако для того чтобы определить, приведет ли развитие неустойчивости к контракции объемного разряда в целом, необходимо более детальное исследование с помощью как минимум 2D модели для каждого конкретного случая.

Работа выполнена в рамках госзаданий ИЭФ УрО РАН и при поддержке РФФИ, проект № 20-08-00172.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Бычков Ю.И., Месяц Г.А., Искольдский А.М. // ЖТФ. 1968. Т. 38. С. 1281.
2. Месяц Г.А., Бычков Ю.И., Кремнев В.В. // УФН. 1972. Т. 107. С. 201. [Mesyats G.A., Bychkov Yu.I., Kremnev V.V. // Sov. Phys. Usp. 1972. V. 15. P. 282]. <https://doi.org/10.1070/PU1972v015n03ABEH004969>
3. Бычков Ю.И., Королев Ю.Д., Месяц Г.А. // УФН. 1978. Т. 126. С. 451. [Bychkov Yu.I., Korolev Yu.D., Mesyats G.A. // Sov. Phys. Usp. 1978. V. 21. P. 944]. <https://doi.org/10.1070/PU1978v021n11ABEH005716>
4. Осипов В.В. // УФН. 2000. Т. 170. С. 225. [Osipov V.V. // Phys. Usp. 2000. V. 43. P. 221]. <https://doi.org/10.3367/UFNr.0170.200003a.0225>
5. Королев Ю.Д., Месяц Г.А. Физика импульсного пробоя газов. М.: Наука, 1991. [Korolev Yu.D and Mesyats G.A. Physics of Pulsed Breakdown in Gases. Yekaterinburg: UD RAS, 1998. 275 p.]
6. Осипов В.В., Лисенков В.В. // ЖТФ. 2000. Т. 70. Вып. 10. С. 27. [Osipov V.V., Lisenkov V.V. // Tech. Phys. 2000. V. 45. P. 1258]. <https://doi.org/10.1134/1.1318960>
7. Бычков Ю.И., Осипов В.В., Тельнов В.А., Хамидулин Г.М. // Изв. вузов. Физика. 1986. № 4. С. 89.
8. Мартынов И.П., Мехряков В.Н., Осипов В.В. // ЖТФ. 1992. Т. 62. Вып. 3. С. 58.
9. Belasri A., Boeuf J.P., Pitchford L.C. // J. Appl. Phys. 1993. V. 74. P. 1553.
10. Dreiskemper R., Schroder G., Botticher W. // IEEE Trans. Plasma Sci. 1995. V. 23. P. 180.
11. Лисенков В.В., Осипов В.В. // ЖТФ. 2007. Т. 77. Вып. 11. С. 49. [Lisenkov V.V., Osipov V.V. // Tech. Phys. 2007. V. 52. P. 1439]. <https://doi.org/10.1134/S106378420>
12. Иванов С.Н., Лисенков В.В. // ЖТФ. 2010. Т. 80. Вып. 1. С. 54. [Ivanov S.N., Lisenkov V.V. // Tech. Phys. 2010. V. 55. P. 53]. <https://doi.org/10.1134/S1063784210010093>
13. Ivanov S.N., Shpak V.G. // IEEE Trans. Plasma Sci. 2011. V. 39. P. 2596. <https://doi.org/10.1109/TPS.2011.2157173>
14. Лисенков В.В., Иванов С.Н., Мамонтов Ю.И., Тихонов И.Н. // ЖТФ. 2018. Т. 88. С. 1912. [Lisenkov V.V., Ivanov S.N., Mamontov Yu.I., Tikhonov I.N. // Tech. Phys. 2018. V. 63. P. 1872]. <https://doi.org/10.1134/S1063784218120095>
15. Lisenkov V.V., Mamontov Yu.I. // Journal of Physics: Conf. Series. 2018. V. 1141. 012051. <https://doi.org/10.1088/1742-6596/1141/1/012051>
16. Константинов М.Д., Осипов В.В., Суслов А.И. // ЖТФ. 1990. Т. 60. Вып. 10. С. 27.
17. Cernak M., Bessieres D., Paillo J. // J. Appl. Phys. 2011. V. 110. 053303. <https://doi.org/10.1063/1.3630015>
18. Бычков Ю.И., Ямпольская С.А., Ястремский А.Г. // Изв. вузов. Физика. 2012. Т. 55. № 5. С. 3. [Bychkov Yu.I., Yampolskaya S.A., & Yastremskii A.G. // Russian Physics Journal. 2012. V. 55. P. 477–487]. <https://doi.org/10.1007/s11182-012-9837-y>