

КОЛЕБАНИЯ И ВОЛНЫ
В ПЛАЗМЕ

УДК 533.951

О КРУПНОМАСШТАБНЫХ ВИНТОВЫХ ВОЗМУЩЕНИЯХ
В ПЛАЗМЕННОМ ШНУРЕ, ВЫЗВАННЫХ МЕЛКОМАСШТАБНОЙ
НЕУСТОЙЧИВОСТЬЮ

© 2021 г. В. В. Арсенин*

Национальный исследовательский центр “Курчатовский институт”, Москва, Россия

*e-mail: Arsenin_VV@nrcki.ru

Поступила в редакцию 25.12.2020 г.

После доработки 20.02.2021 г.

Принята к публикации 22.02.2021 г.

Рассматриваются колебания длинного тонкого шнура плазмы конечной проводимости в сильном аксиальном магнитном поле. Анализируется возможность того, что мелкомасштабная неустойчивость электростатического типа, локализованная около некоторой магнитной поверхности, сопровождается крупномасштабным движением всего объема плазмы, близким к идеальной МГД, в которой существенно возмущение магнитного поля. Находится амплитуда такого возмущения в случае, когда неустойчивость связана с неоднородностью ионной температуры.

Ключевые слова: плазма конечной проводимости, мелкомасштабная электростатическая неустойчивость, аксиальная компонента тока возмущения, крупномасштабное возмущение в идеальной МГД

DOI: 10.31857/S0367292121070040

1. ВВЕДЕНИЕ

Работа касается эффектов конечной проводимости в колебаниях длинного тонкого плазменного шнура с

$$\beta = \frac{8\pi p}{B^2} \ll 1, \quad (1)$$

где p – давление плазмы, в сильном аксиальном магнитном поле. Используется цилиндрическая модель с

$$B_z \gg B_\theta, \quad (2)$$

$B_z^2 + B_\theta^2 = B^2$. Рассматриваем возмущения $\propto g(r) \exp(im\vartheta + ik_z z - i\omega t)$, где r – радиальная координата, m – азимутальное число, $|m| \sim 1$,

$$|k_z|a \ll 1, \quad (3)$$

a – радиус столба. Возмущения всех величин будем помечать тильдой.

Из уравнений Максвелла вытекает уравнение для электрического поля $\tilde{\mathbf{E}}$

$$\nabla \times (\nabla \times \tilde{\mathbf{E}}) = \frac{\omega^2}{c^2} \hat{\epsilon} \cdot \tilde{\mathbf{E}}, \quad (4)$$

где $\hat{\epsilon}$ – тензор диэлектрической проницаемости (у которого наибольшей является продольная компонента $\eta = 4\pi i\sigma_{\parallel}/\omega$, связанная с проводимо-

стью $\sigma_{\parallel}(r, m, k_z, \omega)$ вдоль невозмущенного поля \mathbf{B}). Из (4) следует, что при

$$\left| \frac{\omega^2 a^2}{c^2} \eta \right| \gg 1 \quad (5)$$

в крупномасштабном, с изменением поперек \mathbf{B} на длинах $\sim a$, возмущении проекция \tilde{E}_{\parallel} поля $\tilde{\mathbf{E}}$ на направление \mathbf{B} много меньше по модулю, чем $|k_{\parallel} a \tilde{\mathbf{E}} \times \mathbf{B}/B|$, k_{\parallel} – компонента волнового вектора вдоль \mathbf{B} , см. [1]. При этом колебания близки к идеальной МГД ($\sigma_{\parallel} = \infty$), в которой $\tilde{E}_{\parallel} = 0$. При соблюдении условий (1)–(3), (5) вектор-потенциал в общей формуле

$$\tilde{\mathbf{E}} = -\nabla\tilde{\phi} + \frac{i\omega}{c} \tilde{\mathbf{A}} \quad (6)$$

для электрического поля с точностью до членов $O(k_z^2 a^2)$ есть

$$\tilde{\mathbf{A}} \approx \tilde{A}_z \mathbf{e}_z \quad (7)$$

(а у возмущения магнитного поля, $\tilde{\mathbf{B}}$, главными компонентами являются \tilde{B}_r , \tilde{B}_θ , т.е. имеет место изгибание магнитных силовых линий без сгуще-

ния/разрежения), и малость \tilde{E}_{\parallel} означает, что электрический потенциал

$$\tilde{\phi} \approx \frac{\omega}{k_{\parallel} c} \tilde{A}_z. \quad (8)$$

Если профили невозмущенных величин плавные и в плазме нет поверхности, на которой $k_{\parallel} = 0$ (в случае тора – поверхности $q = m/n$, где q – запас устойчивости, m и n – винтовые числа), то крупномасштабное возмущение почти идеальное (иногда для краткости будем опускать слово “почти”) во всем объеме плазмы; характерная частота или инкремент такой моды порядка альфвеновской частоты $\omega_A = |k_{\parallel}| v_A$, где v_A – альфвеновская скорость, рассчитанная по характерной средней по сечению столба плотности. Если в плазме имеется поверхность $r = r_{res}$, где $k_{\parallel} = 0$, то близкое к идеальному движение может осуществляться вне слоя малой толщины δ , зависящей от η , около этой поверхности. По одну сторону от этого слоя реализуется решение идеальной МГД, удовлетворяющее граничным условиям на оси, по другую сторону – решение, удовлетворяющее условиям на стенке. В слое δ в колебаниях участвует мелкомасштабная по r составляющая возмущения, не описываемая идеальной МГД. Ее присутствие обеспечивает “сшивку” идеальных решений. К возмущениям такого типа относится тиринг-мода [2] с инкрементом $\ll \omega_A$, она может сопровождаться появлением магнитных островов около поверхности $r = r_{res}$ ¹.

Мы интересуемся ситуацией, когда величина и профиль невозмущенного тока таковы, что крупномасштабные идеальная и тиринг-неустойчивости отсутствуют. Вместе с тем допускаем, что в цилиндрическом слое толщины $D \ll a$ вблизи некоторой поверхности $r = r_0 \neq r_{res}$ развивается, из-за неоднородности параметров плазмы и влияния дрейфовых эффектов, мелкомасштабная неустойчивость. Причем радиальный масштаб l таков, что

$$\zeta = \left| \frac{\omega^2 l^2}{c^2} \eta \right| \ll 1. \quad (9)$$

¹ Возможно присутствие мелкомасштабной составляющей малой, порядка $(\delta_1/a)^2$, относительной амплитуды в шкурке толщиной $\delta_1 \ll a$ у стенки, $\delta_1 \propto |\eta|^{-1/2}$ [3]. Мелкомасштабная составляющая может быть также сосредоточена в тонком слое $\lambda \propto |\eta|^{-1/2}$ около скачка на радиальных профилях параметров плазмы [4]. (В [4] в формуле для λ допущена ошибка: величина $(1 - \omega^2/\omega_A^2)$ поставлена в степени 1/2 вместо правильной $-1/2$. Поскольку, однако, далее в [4] рассматривается случай $|\omega^2/\omega_A^2| \ll 1$, эта ошибка не сказывается на правильности результатов.)

Столь коротковолновые возмущения заведомо не идеальны и близки к потенциальным (электростатическим), $\tilde{\mathbf{E}} \approx -\nabla\tilde{\phi}$. В потенциальном приближении неустойчивость локализована в слое D .

Предмет настоящей заметки, не претендующей на трактовку наблюдений в том или ином эксперименте, а скорее носящей методический характер, – вопрос о том, как мелкомасштабная неустойчивость потенциального вида, локализованная в узкой области D , может проявиться в крупномасштабных движениях остального объема, которые всюду, кроме окрестности поверхности $k_{\parallel} = 0$ (если такая поверхность есть), при выполнении (5) идеальны, и в них существенно возмущение магнитного поля.

В длинноволновых по z возмущениях (6)–(8) вектор-потенциал (7) создается аксиальными токами. Колебания этого типа могут быть возбуждены как вынужденные током \tilde{J}_z во внешних проводниках. Если в локализованной в тонком слое D мелкомасштабной моде присутствуют аксиальные токи плотностью $\tilde{j}_z^{(0)}$, то при

$$\tilde{J}_z^{(0)} \equiv \int_D \tilde{j}_z^{(0)} dr \neq 0 \quad (10)$$

они будут составлять, по отношению к крупномасштабным возмущениям вне слоя D , некоторый “поверхностный” ток, который играет роль вынуждающего стороннего, аналогичную роли тока \tilde{J}_z во внешних проводниках.

Иницирующая мелкомасштабная неустойчивость может быть различного происхождения. В этой работе рассматривается конкретно неустойчивость из-за градиента ионной температуры [5, 6], причем в той области параметров, где она “аперриодическая”

$$\text{Im } \omega = \gamma \gg |\text{Re } \omega|. \quad (11)$$

Такой характер временной зависимости позволяет, во-первых, при нахождении вынужденного крупномасштабного возмущения использовать в случае, когда k_{\parallel} обращается в нуль при $r = r_{res}$ внутри плазмы, связь величины $\Delta' = \tilde{A}_z^{-1} \partial \tilde{A}_z / \partial r \Big|_{r_{res}^{\pm 0}}$ с γ , установленную для классической тиринг-моды. Во вторых, при малой фазовой скорости действительно в течение времени $\sim 1/\gamma$ могут существовать токи $\tilde{j}_z^{(0)}$, удовлетворяющие условию (10); мы остановимся на этом в конце раздела 3.

Принято приближение бесстолкновительной плазмы.

2. АКСИАЛЬНЫЕ ТОКИ В ОБЛАСТИ НЕУСТОЙЧИВОСТИ

Радиальное расположение поверхностей, упомянутых во Введении, показано на рис. 1, для определенности принято $r_0 > r_{res}$. Полагаем, что поверхности $r = r_{res}$ и $r = r_0$ не близки: расстояние между ними много больше толщины резистивного слоя δ и величины D . При этом, чтобы не усложнять оценку δ , будем просто считать, что r_{res} и $(r_0 - r_{res})$ порядка a .

Поскольку $D \ll r_0$, можно при описании локализованной неустойчивости воспользоваться плоской моделью, в которой возмущение потенциала в слое D , обозначаемое $\tilde{\varphi}^{(0)}$, в квазиклассическом приближении пропорционально $\exp(ik_x x + ik_y y + ik_z z - i\omega t)$, $x = r - r_0$, $y = r_0 \vartheta$, $k_y = m/r_0$. Если длины радиальной неоднородности невозмущенной плотности n_α и температуры T_α много больше ионного ларморовского радиуса, так что дрейфовые скорости малы по сравнению с тепловыми, то невозмущенную функцию распределения частиц сорта α с массой m_α и зарядом q_α ($\alpha = e, i$) можно записать как [7]

$$f_\alpha = \frac{n_\alpha}{\pi^{3/2} v_{T\alpha}^3} e^{-v^2/v_{T\alpha}^2} \times \left\{ 1 + \left[\frac{d \ln n_\alpha}{dx} + \left(\frac{v^2}{v_{T\alpha}^2} - \frac{3}{2} \right) \frac{d \ln T_\alpha}{dx} \right] \left(x + \frac{v_y}{\omega_{c\alpha}} \right) \right\}, \quad (12)$$

$v_{T\alpha} = (2T_\alpha/m_\alpha)^{1/2}$ — тепловая скорость, $\omega_{c\alpha} = q_\alpha B/m_\alpha c$ — циклотронная частота. Будем полагать, что ионы однозарядные: $q_i = -q_e$, $n_e = n_i = n$. В электростатической моде искажение функции распределения

$$\begin{aligned} \tilde{f}_\alpha &= -(q_\alpha/m_\alpha) \int_{-\infty}^t (\partial f_\alpha / \partial \mathbf{v}') \cdot \tilde{\mathbf{E}} dt' = \\ &= (q_\alpha/m_\alpha) \int_{-\infty}^t (\partial f_\alpha / \partial \mathbf{v}') \cdot \nabla \tilde{\varphi}^{(0)} dt', \end{aligned} \quad (13)$$

где интегрирование ведется вдоль траектории, сопровождается возмущением плотности

$$\tilde{n}_\alpha = n \frac{q_\alpha \tilde{\varphi}^{(0)}}{T_\alpha} \left\langle e^{-v^2/v_{T\alpha}^2} \left(1 - \frac{\omega - \Omega_\alpha}{\omega - k_\parallel v_\parallel} J_0^2 \right) \right\rangle, \quad (14)$$

где $v^2 = v_\parallel^2 + v_\perp^2$, $\Omega_\alpha = \frac{ck_y T_\alpha}{q_\alpha B} \left[\frac{d \ln n}{dx} + \left(\frac{v^2}{v_{T\alpha}^2} - \frac{3}{2} \right) \times \frac{d \ln T_\alpha}{dx} \right]$, $J_0(k_\perp v_\perp / \omega_{c\alpha})$ — функция Бесселя нуле-

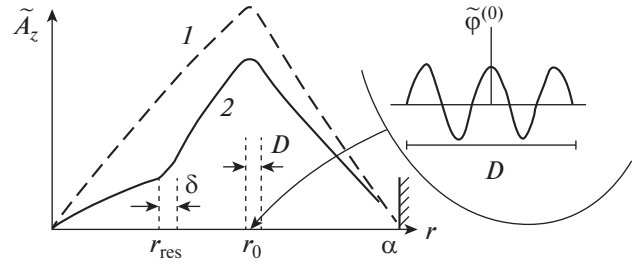


Рис. 1. Радиальный ход вектор-потенциала в крупномасштабной составляющей возмущения: 1 — в отсутствие поверхности $k_\parallel = 0$ внутри плазмы; 2 — в случае $k_\parallel(r_{res}) = 0$. Изображено также возмущение потенциала в слое мелкомасштабной “электростатической” неустойчивости.

вого порядка, $k_\perp^2 = k_x^2 + k_y^2$, угловые скобки означают $\langle (\dots) \rangle = \pi^{-1/2} v_{T\alpha}^{-3} \int_0^\infty \int_0^\infty (\dots) d^2 v_\perp d v_\parallel$, считается $|k_\parallel v_{Te}| \ll \omega_{ci}$, величина $k_\parallel \neq 0$ относится к $r = r_0$; скорость частицы вдоль магнитной силовой линии, v_\parallel , близка к v_z . В дальнейшем для сокращения записи полагаем, что в слое D величина $dT_e/dx = 0$, а также пренебрегаем конечностью электронного ларморовского радиуса. Предполагаем

$$v_{Ti} \ll \left| \frac{\omega}{k_\parallel} \right| \ll v_{Te}, \quad (15)$$

$|\Omega_e/k_\parallel| \ll v_{Te}$. Игнорируя малый вклад черенковских резонансов, разлагая $(1 - k_\parallel v_\parallel / \omega)^{-1}$ для ионов в ряд по $k_\parallel v_\parallel / \omega$ и удерживая низшие члены разложения, имеем такие выражения для возмущений плотности заряда $\tilde{\rho}_\alpha = q_\alpha \tilde{n}_\alpha$:

$$\tilde{\rho}_e = en \frac{e \tilde{\varphi}^{(0)}}{T_e}, \quad (16)$$

$$\begin{aligned} \tilde{\rho}_i &= en \frac{e \tilde{\varphi}^{(0)}}{T_i} \left\langle e^{-v^2/v_{Ti}^2} \left[(1 - J_0^2) + \frac{\Omega_i}{\omega} J_0^2 - \right. \right. \\ &\quad \left. \left. - \frac{k_\parallel^2 v_\parallel^2}{\omega^2} J_0^2 + \frac{\Omega_i k_\parallel^2 v_\parallel^2}{\omega \omega^2} J_0^2 \right] \right\rangle, \end{aligned} \quad (17)$$

e — заряд электрона. При $k_\perp l_D \ll 1$, где l_D — дебаевская длина, имеет место квазинейтральность

$$\tilde{\rho}_e + \tilde{\rho}_i = 0. \quad (18)$$

Связанные с \tilde{f}_α (13) возмущения плотности аксиального тока $q_\alpha \int \tilde{f}_\alpha v_z dv$ в том же предположении (15) составляют

$$\tilde{j}_{ze} = en \frac{e\tilde{\Phi}^{(0)}}{T_e} \frac{\omega}{k_{\parallel}} \left(1 - \frac{\Omega_e}{\omega} \right), \quad (19)$$

$$\tilde{j}_{zi} = en \frac{e\tilde{\Phi}^{(0)}}{T_i} \frac{\omega}{k_{\parallel}} \left\langle e^{-v^2/v_{Ti}^2} \left(-\frac{k_{\parallel}^2 v_{Ti}^2}{\omega^2} J_0^2 + \frac{\Omega_i}{\omega} \frac{k_{\parallel}^2 v_{Ti}^2}{\omega^2} J_0^2 \right) \right\rangle. \quad (20)$$

Интересующую нас сумму $\tilde{j}_z^{(0)} = \tilde{j}_{ze} + \tilde{j}_{zi}$ можно, учитывая (18), записать в виде

$$\tilde{j}_z^{(0)} = -en \frac{e\tilde{\Phi}^{(0)}}{T_i} \frac{\omega}{k_{\parallel}} \left\langle e^{-v^2/v_{Ti}^2} \left(1 + \frac{\Omega_i}{\omega} \right) (1 - J_0^2) \right\rangle. \quad (21)$$

В приближении нулевого ларморовского радиуса ионов, $J_0^2 \rightarrow 1$, ток (21) обращается в нуль (см. об этом также [5]). Полагаем этот радиус малым, $s = k_{\perp}^2 v_{Ti}^2 / \omega_{ci}^2 \ll 1$, но конечным.

Фигурирующую в (21) величину ω находим из дисперсионного уравнения (18). При $s \ll 1$, когда в (15) слагаемое $\left\langle e^{-v^2/v_{Ti}^2} \Omega_i J_0^2 / \omega \right\rangle \approx \left\langle e^{-v^2/v_{Ti}^2} \Omega_i / \omega \right\rangle$ сводится (поскольку $\left\langle e^{-v^2/v_{Ti}^2} (v^2/v_{Ti}^2 - 3/2) \right\rangle = 0$) к $-(T_i/T_e)\Omega_e/\omega$, в случае большого градиента ионной температуры

$$\tau = \frac{d \ln T_i}{d \ln n_i} \gg 1 \quad (22)$$

имеется отвечающее неустойчивости решение

$$\omega \approx ik_{\parallel} v_{Ti} \tau^{1/2}, \quad (23)$$

причем для него требуется, чтобы $|k_{\parallel}| \ll |\Omega_e|/v_{Ti} \tau^{1/2}$. В этом решении выполняется соотношение (11).

3. КРУПНОМАСШТАБНОЕ ВОЗМУЩЕНИЕ

Мелкомасштабная неустойчивость области D не является, строго говоря, вполне электростатической. При отличном от нуля параметре ζ (9) электрическое поле (6) не сводится к $-\nabla\tilde{\Phi}^{(0)}$, как было бы в пределе $\zeta \rightarrow 0$, а содержит еще и слагаемое $(i\omega/c)\tilde{\mathbf{A}}$, так что в возмущении присутствует магнитное поле $\tilde{\mathbf{B}} = \nabla \times \tilde{\mathbf{A}}$. В слое D малость этого слагаемого по сравнению с $|\nabla\tilde{\Phi}^{(0)}|$ позволяет в формуле для \tilde{f}_α (13), в выражениях для \tilde{n}_α и $\tilde{j}_{z\alpha}$ и дисперсионном уравнении для ω ограничиться, как мы делали, только полем $\tilde{\mathbf{E}} = -\nabla\tilde{\Phi}^{(0)}$ (что и оправдывает принимаемую в литературе характеристику моды как потенциальную). С другой стороны, в объеме вне D член $(i\omega/c)\tilde{\mathbf{A}}$, хотя остается

много меньше $|\nabla\tilde{\Phi}^{(0)}|$, может быть при $\tilde{J}_z^{(0)} \neq 0$ сравнимым по величине с $|\nabla\tilde{\Phi}|$ в этом объеме, и $\tilde{\mathbf{A}}$ вместе с $\tilde{\Phi}$ могут образовать (кроме окрестности поверхности $k_{\parallel} = 0$) почти идеальное крупномасштабное возмущение (8). Ниже находится амплитуда такого возмущения. Конечно, его присутствие означает, что при $\zeta \neq 0$ неустойчивость не является по-настоящему локализованной.

Для крупномасштабного по радиальной координате возмущения вынуждающий ток, сосредоточенный в слое толщиной $D \ll a$, может рассматриваться как поверхностный $\tilde{J}^{(0)}\delta(r-r_0)$ с той же винтовостью, что и в мелкомасштабной моде. Выделим два случая.

1. В плазме отсутствует поверхность $k_{\parallel} = 0$. В этом случае при $|\omega/\omega_A| \ll 1$ идеальное МГД-возмущение вне слоя D подчиняется уравнению второго порядка (см., например, [8])

$$k_{\parallel} \left[\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial \tilde{A}_z}{\partial r} \right) - \frac{m^2}{r^2} \tilde{A}_z \right] - \frac{4\pi}{c} \frac{m}{r B_z} \frac{dj_z}{dz} \tilde{A}_z = 0, \quad (24)$$

где j_z — плотность невозмущенного тока. Пусть \tilde{A}_1 , $r < r_0$ — частное решение (24), обращающееся в нуль на оси, $\tilde{A}_1|_{r=0} = 0$. Пусть \tilde{A}_2 , $r > r_0$ — частное решение, удовлетворяющее граничному условию $\tilde{A}_2 = 0$ на идеально проводящей стенке. При $r = r_0$ должно соблюдаться равенство

$$\tilde{A}_2|_{r_0+0} = \tilde{A}_1|_{r_0-0}, \quad (25)$$

с тем чтобы была непрерывна нормальная компонента поля $\tilde{\mathbf{B}}$, и имел место скачок его азимутальной компоненты $\tilde{B}_\theta = \partial\tilde{A}_z/\partial r$

$$\frac{\partial\tilde{A}_2}{\partial r}\Big|_{r_0+0} - \frac{\partial\tilde{A}_1}{\partial r}\Big|_{r_0-0} = \frac{4\pi\tilde{J}_z^{(0)}}{c}. \quad (26)$$

Ввиду малости D , границы областей, в которых справедливо уравнение (24), указаны как $r_0 - 0$ и $r_0 + 0$. Из (25), (26) получаем искомую амплитуду

$$\tilde{A}_z|_{r=r_0} = \frac{4\pi\tilde{J}_z^{(0)}}{c} \left[\tilde{A}_1^{-1} \frac{\partial\tilde{A}_1}{\partial r}\Big|_{r_0-0} - \tilde{A}_2^{-1} \frac{\partial\tilde{A}_2}{\partial r}\Big|_{r_0+0} \right]^{-1}. \quad (27)$$

Входящие сюда величины $\tilde{A}_1^{-1} \partial\tilde{A}_1/\partial r|_{r_0-0}$, $\tilde{A}_2^{-1} \partial\tilde{A}_2/\partial r|_{r_0+0}$ определяются видом профиля j_z ; их отыскание для уравнения 2-го порядка не составляет проблемы, конкретные профили здесь не рассматриваются.

2. В плазме есть поверхность $r = r_{res}$, на которой $k_{\parallel} = 0$. Предполагается, что такая поверхность единственная. При конечной, хотя и высокой, η общее решение уравнения колебаний (при принятых предположениях (1)–(3)) оно 4-го по-

рядка по r [8]) включает, помимо крупномасштабных решений, два мелкомасштабных. Мы ищем частное решение, в котором мелкомасштабная составляющая есть только в узком слое шириной δ около поверхности $r = r_{res}$, и вне этого слоя возмущение крупномасштабное, причем при $r < r_{res}$ совпадает с решением \tilde{A}_{11} уравнения (24) идеальной МГД, удовлетворяющим условию $\tilde{A}_{11}|_{r=0} = 0$, а при $r > r_{res}$ – с решением \tilde{A}_{12} (о граничных условиях для него – ниже) того же уравнения. Такой переход через окрестность резонансной поверхности реализуется, если [2]

$$\tilde{A}_{11}|_{r_{res}-0} = \tilde{A}_{12}|_{r_{res}+0}, \quad (28)$$

$$\frac{1}{\tilde{A}_{12}} \frac{d\tilde{A}_{12}}{dr} \Big|_{r_{res}+0} - \frac{1}{\tilde{A}_{11}} \frac{d\tilde{A}_{11}}{dr} \Big|_{r_{res}-0} = \bar{\Delta}, \quad (29)$$

где $\bar{\Delta}$ – функция ω , вид которой определяется тем, какой физический механизм ограничивает продольную проводимость плазмы. В задаче о тиринг-моду уравнения (28), (29) служат для отыскания ω по найденным из (24) зависимостям \tilde{A}_{11} и \tilde{A}_{12} от r (для \tilde{A}_{12} ставится условие обращения в нуль на идеально проводящей стенке). В случае, когда σ_{\parallel} ограничивается столкновениями, функция $\bar{\Delta}(\omega)$ найдена в [2], а при ограничении бесстолкновительным эффектом инерции электронов – в [9]; корень с $\gamma > 0$ существует, если $\Delta' \equiv \frac{1}{\tilde{A}_{12}} \frac{\partial \tilde{A}_{12}}{\partial r} \Big|_{r_{res}+0} - \frac{1}{\tilde{A}_{11}} \frac{\partial \tilde{A}_{11}}{\partial r} \Big|_{r_{res}-0} > 0$.

В нашей задаче из уравнений (28), (29) при известном решении \tilde{A}_{11} и при заданном (найденном из (18)) инкременте неустойчивости, развивающейся в слое D , отыскивается

$$\frac{1}{\tilde{A}_{12}} \frac{\partial \tilde{A}_{12}}{\partial r} \Big|_{r_{res}+0} = \frac{1}{\tilde{A}_{11}} \frac{\partial \tilde{A}_{11}}{\partial r} \Big|_{r_{res}-0} + \bar{\Delta}(\gamma). \quad (30)$$

Решая в области $r_{res} < r < r_0$ уравнение (24) для \tilde{A}_{12} с граничными условиями (28), (30) при $r = r_{res}$, найдем величину $\tilde{A}_{12}^{-1} \partial \tilde{A}_{12} / \partial r|_{r_{res}+0}$, которая заменит $\tilde{A}_{11}^{-1} \partial \tilde{A}_{11} / \partial r|_{r_{res}-0}$ в формуле (27), определяющей отношение $\tilde{A}_{12}|_{r=r_0} / \tilde{J}_z^{(0)}$.

Радиальная зависимость крупномасштабного возмущения в случаях 1 и 2 показана на рисунке.

При достаточно малых $s = k_{\perp}^2 v_{Ti}^2 / \omega_{ci}^2$ для корня дисперсионного уравнения (18) не только соблюдается условие (11), но мала и групповая скорость, так что

$$\left| k_x \frac{\partial \operatorname{Re} \omega}{\partial k_x} \right| \ll \gamma. \quad (31)$$

Пусть для возмущения потенциала с такими s , сосредоточенного в слое D (который может быть тоньше, чем вся область по r , где есть неоднородность (22) ионной температуры) выполняется требование (31). Это возмущение нарастает, в течение времени $\sim 1/\gamma$ не деформируясь. И все это время будет существовать ток $\tilde{J}_z^{(0)}$, поддерживающий крупномасштабное МГД-возмущение вне D .

Здесь не разбирается вопрос о том, в результате каких событий, происходящих в шнуре (изменений профилей), к некоторому моменту t_0 возникнет состояние (12), после чего и произойдет “вспышка” возмущения за время $\sim 1/\gamma$.

В полученные выражения для амплитуды крупномасштабной составляющей возмущения входят только логарифмические производные, берущиеся из решений уравнения второго порядка идеальной МГД (24) для \tilde{A}_z , и функция $\bar{\Delta}(\gamma)$. Детализация $\bar{\Delta}(\gamma)$ в зависимости от параметров плазмы выходит за рамки этой заметки.

4. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Итак, прослежена возможность появления в шнуре крупномасштабных винтовых возмущений, близких к идеальной МГД, источником которых служит “электростатическая” мелкомасштабная неустойчивость дрейфового типа, локализованная в слое сильной радиальной неоднородности параметров плазмы. Зацепление мелкомасштабных колебаний, сосредоточенных в области неустойчивости, с длинноволновым по z крупномасштабным возмущением всего объема происходит через присутствие токов \tilde{j}_z в мелкомасштабной моде.

Автор благодарен М.И. Михайлову за полезное обсуждение.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Шафранов В.Д. // Вопросы теории плазмы. Вып. 3 / Под ред. М.А. Леонтовича. М.: Госатомиздат, 1963. С. 3. [V.D. Shafranov, in *Reviews of Plasma Physics*, Ed. by M.A. Leontovich (Consultants Bureau, New York, 1967). Vol. 3. P. 1]
2. Furth H.P., Killeen J., Rosenbluth M.N. // *Phys. Fluids*. 1963. V. 6. P. 459.
3. Арсенин В.В. // *Физика плазмы*. 2018. Т. 44. С. 849. [V.V. Arsenin, *Plasma Phys. Rep.* **44**, 967 (2018)]
4. Арсенин В.В. // *Физика плазмы*. 2019. Т. 45. С. 1157. [V.V. Arsenin, *Plasma Phys. Rep.* **45**, 1177 (2019)]

5. *Кадоццев Б.Б., Погуце О.П.* // Вопросы теории плазмы. Вып. 7 / Под ред. М.А. Леонтовича. М.: Атомиздат, 1967. С. 209. [В.В. Kadomtsev and O.P. Pogutse, in *Reviews of Plasma Physics*, Ed. by M.A. Leontovich (Consultants Bureau, New York, 1970), Vol. 5. P. 249]
6. *Миямото К.* Основы физики плазмы и управляемого синтеза. М.: Физматлит, 2007. [К. Miyamoto, *Fundamentals of Plasma Physics and Controlled Fusion*, University of Tokyo, 2001]
7. *Кролл Н.* // Физика высокотемпературной плазмы / Под ред. М.С. Рабиновича. М.: Мир, 1972. С. 112. [N. Krall, in *Advances in Plasma Physics*, Ed. by A. Simon and W.B. Thompson (Interscience Publishers, John Wiley and Sons, New York - London - Sydney - Toronto, 1968, 1969). Vol. 1. P. 153]
8. *Rutherford P.H., Furth H.P., Rosenbluth M.N.* // Plasma Physics and Controlled Nuclear Fusion Research (Proc. IV IAEA Conf., Madison, 1971. CN 28/F-16). Vienna: IAEA, 1971. V. II. P. 553.
9. *Погуце О.П., Юрченко Э.И.* // Физика плазмы. 1977. Т. 3. С. 504. [O.P. Pogutse and E.I. Yurchenko, *Sov. J. Plasma Phys.* 3, 283 (1977)]