

УДК 533.9

## L–H-ПЕРЕХОД ПРИ ПОЛОИДАЛЬНО-НЕОДНОРОДНОМ НАГРЕВЕ ИОНОВ В ТУРБУЛЕНТНОЙ ПЛАЗМЕ ТОКАМАКА

© 2021 г. Р. В. Шурыгин\*

Национальный исследовательский центр “Курчатовский институт”, Москва, Россия

\*e-mail: regulxx@rambler.ru

Поступила в редакцию 05.01.2021 г.

После доработки 17.03.2021 г.

Принята к публикации 06.04.2021 г.

На основе численного решения нелинейных уравнений редуцированной двухжидкостной гидродинамики Брагинского исследована турбулентная динамика плазмы токамака в случае полоидально-неоднородного нагрева ионов. Показано, что при превышении порога в интенсивности нагрева происходит динамическая бифуркация решения рассматриваемой МГД-системы, в результате которой существенно возрастает величина скорости среднего  $E \times B$ -дрейфа. Взаимодействие этого течения с турбулентными флуктуациями приводит к подавлению последних и уменьшению радиального переноса, что означает переход плазмы в режим улучшенного удержания, именуемый L–H-переходом. Из результатов расчета следует, что различие в месте локализации источника тепла (например, в верхней или нижней полуплоскости камеры токамака) сохраняет явление L–H-перехода, однако приводит к различию в эффективности подавления турбулентного потока тепла из электронной компоненты плазмы. Численное моделирование показало, что в условиях полоидально-неоднородного нагрева основную роль в генерации полоидальной скорости вращения играют не турбулентная сила напряжений Рейнольдса  $F_{RE}$ , а геодезическая сила  $F_{SW}$  и неоклассическая сила возникающая за счет продольной вязкости  $F_{NEO} \sim (T_{i0})^{5/2}$ , величина которой существенно растет в процессе нагрева ионов.

*Ключевые слова:* редуцированные МГД-уравнения, турбулентность в токамаке, L–H-переход

DOI: 10.31857/S0367292121080096

### 1. ВВЕДЕНИЕ

Среди многочисленных исследований в области термоядерного синтеза наиболее актуальной задачей является поиск ключевых параметров плазмы токамака, изменение которых позволяет перейти в режим улучшенного удержания, реализуя так называемый L–H-переход. Несмотря на то, L–H-переход впервые наблюдался [1] более 30-ти лет назад, окончательного теоретического объяснения он пока не получил. Знание операционной области параметров плазмы для эффективного доступа в зону H-моды играет важную роль при проектировании токамака ITER. Учитывая сложную нелинейную природу указанного явления, изучение физических процессов его сопровождающих проводят с помощью анализа результатов численного моделирования турбулентной динамики плазмы на основе анализа решений двухжидкостных редуцированных МГД-уравнений Брагинского. Как правило, рассматривается узкая пристеночная область токамака, разделенная на две зоны: основную плазму (с замкнутыми силовыми линиями) и зону SOL-плазмы.

Так, например, результаты численного моделирования проведенные в указанных зонах с учетом нагрева ионов показали [2–4], что эволюция турбулентности проходит в двух режимах. В первом режиме доминирует крупномасштабная турбулентная конвекция и величина скорости  $E \times B$ -потока сравнительно небольшой величины. Во втором режиме, при превышении порога в величине ионного нагрева, интенсивность турбулентности увеличивается, одновременно возрастает скорость перехода турбулентной энергии флуктуаций в кинетическую энергию среднего течения (ZF)  $E \times B$ -потока. Как результат, наступает динамическая бифуркация, которая приводит к падению уровня флуктуаций и уменьшению турбулентных радиальных потоков частиц и тепла. Указано, что ключевую роль в этом процессе играет турбулентная сила напряжений Рейнольдса и геодезическая работа сил давления ионов  $p_i \cdot \text{div} \mathbf{V}_E$ . Кроме того отмечено, для получения в расчетах L–H-перехода необходимо использовать модель обобщенного вихря, включающего помимо электрического дрейфа также скорость

диамагнитного дрейфа ионов [3]. Определенные черты рассмотренного механизма появления L–H-перехода наблюдались при исследовании решений нелинейных одномерных уравнений хищник–жертва [4, 5]. Показано, что ZF играют роль “хищника”, растущего за счет поглощения кинетической энергии (“жертва”) флуктуаций и, в конечном счете, инициирующих L–H-переход.

В работе [6] изучалась динамика L–H-перехода и образования транспортного барьера за счет нагрева ионов в рамках двухполевой  $\{\phi, p_i\}$  3D модели уравнений Брагинского. Показано, что в процессе генерации скорости полоидального вращения за счет турбулентной силы Рейнольдса и силы неоклассического трения образуется положительная обратная связь между скоростью ExB-дрейфа и градиентом ионного давления, которая при превышении порога нагрева приводит к появлению низкочастотных квазипериодических колебаний флуктуаций (LCO limit-cycle oscillations, I-фаза) с последующим переходом в режим улучшенного удержания.

В работах [7, 8] исследовалась динамика плазмы в токамаке при наличии полоидально-неоднородных источников в уравнениях для плотности, импульса и энергии ионной компоненты. Показано, что при соответствующей полоидальной асимметрии этих источников происходит эффективное увеличение геодезической силы, связанной с неоднородностью тороидального магнитного поля (сила Стрингера–Винзора  $F_{SW}$  [9]), под действием которой растет полоидальная скорость ионов. В работе [10] рассмотренный случай полоидально-неоднородной зависимости коэффициента диффузии  $D = D_0 \cdot [1 + \delta \cdot \cos(\theta)]$  в уравнении для плотности обнаружил появление бифуркации в величине полоидальной скорости, что можно трактовать как переход из L-ежима в H.

В данной работе изучается механизм появления L–H-перехода при наличии полоидально-неоднородного нагрева ионов в тороидальном пристеночном слое токамака. Оказалось, что в условиях такого нагрева основную роль в генерации полоидальной скорости вращения играют не турбулентная сила напряжений Рейнольдса  $F_{RE}$ , а геодезическая сила  $F_{SW}$  и неоклассическая сила  $F_{NEO} \sim (T_{i0})^{5/2}$  возникающая за счет продольной вязкости, величина которой существенно растет в процессе нагрева ионов. Показано, что при достижении определенного порога в величине нагрева ионов, за счет роста средних скоростей диамагнитного вращения ионов  $cp_i/enB$  и шировой скорости дрейфа  $cE/B$  происходит подавление турбулентных флуктуаций и, как следствие, наблюдается L–H-переход.

## 2. ОСНОВНЫЕ УРАВНЕНИЯ

В работе используется 3-х полевая  $\{\phi, p_e, p_i\}$  система редуцированных двухжидкостных нелинейных МГД-уравнений Брагинского, описывающих поведение плазмы в условиях сильной столкновительности в тороидальном пристеночном слое токамака. Основные уравнения приведены в работах [11–14]. Расчеты показали, что в исследуемой низкотемпературной области токамака введенных переменных достаточно для адекватного описания взаимодействия дрейфовой турбулентности с зональными потоками и изучения L–H-перехода при нагреве ионов.

Указанную систему удобно привести к безразмерному виду, используя следующее преобразование переменных:  $\frac{n}{n_*}, \frac{p}{p_*}, \frac{\phi}{\phi_*}, \frac{t}{t_*}, \frac{r}{L_*}$ , где  $n_* = n_{i3} \frac{L_*}{d}$ ,  $p_* = n_* T_* \frac{L_*}{d}$ ,  $\phi_* = \frac{B_0 L_*^2}{c t_*}$ ,  $t_* = \gamma_B^{-1} = C_S^{-1} \sqrt{\frac{R_0 d}{2}}$  обратный инкремент  $\gamma_B$  идеальной баллонной моды.

$$L_* = 2\pi \cdot q \sqrt{\frac{0.51 \rho_S R_0 v_{ei0}}{\omega_{ce}}} \left(\frac{2R_0}{d}\right)^{1/4},$$

$$L_{\parallel} = 2\pi \cdot q R_0, \quad C_S = \sqrt{\frac{T_*}{m_i}}, \quad \rho_S = \frac{C_S}{\omega_{ci}},$$

$$\omega_{ce,i} = \frac{eB_0}{m_{e,i} c}, \quad n_{i3} = 10^{13} \text{ cm}^{-3}.$$

Для коэффициентов поперечного переноса по соображениям численной устойчивости были выбраны величины  $[v_{\perp}, \chi_{e,i\perp}] \cong 0.01\text{--}0.04 D_{\text{ВОИМ}}$ .

После процедуры нормализации МГД-уравнения преобразуются к виду

$$\frac{Dw}{Dt} + Z_{BW} = \frac{1}{v} \nabla_{\parallel}^2 H - \frac{1}{n_0} \cdot [C(p_e + p_i) + \Pi_{\parallel}] + v_{\perp} \Delta_{\perp} w + \Lambda_w, \quad (1a)$$

$$\frac{Dp_e}{Dt} + Z_{Bpe} = \sigma p_e \nabla_{\parallel}^2 H + \hat{\chi}_{\parallel e} \nabla_{\parallel}^2 p_e + \chi_{\perp e} \Delta_{\perp} p_e + \Psi_{pe} - W_{ie} + \Lambda_{pe} \quad (1b)$$

$$\frac{Dp_i}{Dt} + Z_{Bpi} = \sigma p_i \nabla_{\parallel}^2 H + \hat{\chi}_{\parallel i} \nabla_{\parallel}^2 p_i + \chi_{\perp i} \Delta_{\perp} p_i + \Psi_{pi} + W_{ie} + \Lambda_{pi} + S_{pi} \quad (1c)$$

$$\Psi_{pe} = \frac{5}{3} g \cdot [p_e C(\phi) - \xi C(p_e T_e)]$$

$$\Psi_{pi} = \frac{5}{3} g \cdot \{[p_i C(\phi) + \xi C(p_i T_i) - \xi T_i C(p_e + p_i)]\}, \quad (1d)$$

$$w = \nabla_{\perp}^2 \phi + \tau \cdot \nabla_{\perp}^2 p_i, \quad (1f)$$

$$H = \tau \cdot p_e - \phi, \quad \tau = \frac{\alpha}{n_0}$$

Величина плотности  $n_0(r)$  считается заданной функцией. Значения величин  $Z_{WB}$ ,  $Z_{eB}$ ,  $Z_{iB}$  указаны ниже. В работе использована тороидальная система координат  $(r, \theta, \zeta)$ , в котором равновесное магнитное поле имеет вид  $\mathbf{B} = \frac{B_0 R_0}{R} \mathbf{e}_{\zeta} + \frac{\varepsilon B_0}{q(r)} \mathbf{e}_{\theta}$ ,

$R = R_0 + r \cdot \cos \theta$ , где  $r$  – малый и  $R$  – большой радиусы токамака,  $q$  – коэффициент запаса устойчивости. Функции  $\Psi_j$  в уравнениях (1a)–(1f) включают эффекты, связанные с кривизной магнитного поля токамака, где оператор кривизны  $C(f)$  определяется как  $C(f) = -\frac{R_0 B_0}{2} \operatorname{rot} \frac{b}{B} \cdot \nabla f = \sin \theta \frac{\partial f}{\partial r} + \cos \theta \frac{\partial f}{r \partial \theta}$ .

В системе (1a)–(1f) использованы следующие обозначения  $\frac{D}{Dt} = \frac{\partial}{\partial t} + \{\phi\}$ ,  $\{A, B\} = \frac{\partial A}{\partial r} \frac{1}{r} \frac{\partial B}{\partial \theta} - \frac{\partial B}{\partial r} \frac{1}{r} \frac{\partial A}{\partial \theta}$ ,  $\nabla_{\parallel} = \frac{\partial}{\partial \theta}$ ,  $\alpha = \frac{\rho_S \cdot C_S \cdot t_*}{d \cdot L_*}$ ,  $\xi = \alpha \frac{d}{L_*}$ ,  $\sigma = \frac{g \cdot \alpha}{v}$ .

Нормализованные коэффициенты продольной диссипации для электронов и ионов имеют вид

$$v_0 = \frac{C_S^2 t_*^2}{L_{\parallel}^2}, \quad \hat{\chi}_{\parallel e} = k_e \frac{m_i v_0 T_{e0}^{5/2}}{m_e v_{0e} n_0},$$

$$\hat{\chi}_{\parallel i} = k_i \frac{v_0 T_{i0}^{5/2}}{v_{0i} n_0}, \quad k_e = \frac{2}{3} 3.16, \quad k_i = \frac{2}{3} 3.9,$$

$$v = \left( \frac{n_0 L_*}{T_{e0}^{3/2} d} \right), \quad v_{e0} = \frac{10^{-5} Z_{eff} \Lambda n_{13}}{3.5 T_*^{3/2}},$$

$$v_{i0} = \frac{10^{-7} \left( \frac{2m_H}{m_i} \right) Z^3 \Lambda n_{13}}{3.0 T_*^{3/2}}, \quad W_{ei} = \frac{2m_e v_{e0}}{m_i \omega_*} v(p_e - p_i).$$

Безразмерное выражение для продольной вязкости  $\Pi_{\parallel}$  [10] принимает вид:

$$\Pi_{\parallel} = v_{\parallel} \cdot C[T_{i0}^{5/2} C(Y)],$$

$$Y = \phi + \tau \cdot p_i - k_{NEO} \cdot \xi \cdot T_{i0},$$

$$k_{NEO} \approx \frac{1.17 - 0.35 v_{i*}^{1/2} - 2.1 v_{i*}^2 \varepsilon^3}{1.0 + 0.7 v_{i*}^{1/2} + v_{i*}^2 \varepsilon^3},$$

$$v_{i*} = \frac{q R v_{ii}}{\varepsilon^{3/2} V_{ii}}, \quad V_{ii} = \sqrt{\frac{2T_{i0}}{M_i}}, \quad v_{\parallel} = 0.16 \frac{d}{L_*} \frac{d\omega_*}{R v_{i0}}.$$

Расчеты проводились в прямоугольной пристеночной области  $r_0 < r < a$ ,  $-\pi < \theta < +\pi$ ,

$d = a - r_0$  – ширина расчетного слоя. Значения нормировочных величин для плотности, электронной температуры и магнитного поля принимались равными  $n_{13} = 10^{13} \text{ см}^{-3}$ ,  $T_* = 100 \text{ эВ}$ ,  $B_0 = 2 \text{ Тл}$ .

Были выбраны размеры пристеночной области  $r_0 < r < a$ ,  $r_0 = 24 \text{ см}$ ,  $a = 30 \text{ см}$  при учете SOL-слоя. Незамкнутые силовые линии магнитного поля (SOL-слой) занимали область  $r_{SOL} < r < a$ ,  $r_{SOL} = 29 \text{ см}$ . Таким образом, ширина расчетной области равнялась  $d = a - r_0 = 6 \text{ см}$ , а ширина SOL-слоя  $d_{SOL} = a - r_{SOL} = 1 \text{ см}$ . Диссипация в SOL-слое связана с продольным движением ионов и электронов вдоль незамкнутых силовых линий магнитного поля (sheath current), которые соединяют поверхности пластин дивертора. Указанный ток описывают источники членов  $\Lambda_j$  в области SOL-слоя и имеют вид [14, 15]:

$$\Lambda_W = \eta \sqrt{T_{e0}} \cdot (1 - e^{\psi}), \quad \psi = \Lambda_e - \frac{\phi_0}{\xi T_{e0}},$$

$$\Lambda_n = -\gamma \cdot n \cdot \sqrt{T_{e0}} \cdot e^{\psi},$$

$$\Lambda_{pe} = -\frac{5}{3} \gamma \cdot p_e \cdot \sqrt{T_{e0}} \cdot e^{\psi}, \quad \Lambda_{pi} = -\frac{5}{3} \gamma \cdot p_i \cdot \sqrt{T_{e0}}, \quad (1)$$

$$\Lambda_e = \ln \sqrt{\frac{m_i}{2 \cdot \pi \cdot m_e}}, \quad \eta = \gamma \frac{\omega_{ci}}{\omega_*}, \quad V_* = \frac{L_*}{t_*}.$$

Так как вне области SOL  $\Lambda_j$  отсутствуют, в работе эти члены умножались на ступенчатую функцию вида:

$$h(r) = 0 \quad r_0 < r < r_{SOL}, \quad h(r) = 1 \quad r_{SOL} < r < a$$

Для численного расчета турбулентной динамики преобразуем систему (1a–1f), используя подход, развитый в работе [16], основанный на введении “медленных” и “быстрых” полевых переменных. В этом случае в тороидальной системе координат  $\{r, \theta, \zeta\}$  полевые переменные могут быть представлены в виде суммы “медленной” аксиальносимметричной (не зависящей от угла  $\zeta$ ) переменной  $f_A(r, \theta, t)$  и “быстрой” баллонной переменной  $f_B(r, \theta, \zeta, t)$  имеющей зависимость от тороидального угла  $\zeta$ . Рассмотрение существенно упрощается, если изучать только одну тороидальную баллонную моду вблизи резонанса  $m = nq$ . Тогда для полевых переменных описывающих плазменные поля справедливо представление

$$f(r, \theta, \zeta, t) = f_{AX}(r, \theta, t) + f_B(r, \theta, \zeta, t),$$

$$f_B(r, \theta, \zeta, t) = f_S(r, \theta, t) \sin(\lambda) + f_C(r, \theta, t) \cos(\lambda), \quad (2)$$

$$\lambda = m\theta - n\zeta = nq\theta - n\zeta.$$

После замены переменных  $r \rightarrow r'$ ,  $\theta \rightarrow \theta'$ ,  $\zeta \rightarrow \lambda$  и усреднения по углу  $\lambda$  полная система МГД-уравнений разбивается на две взаимодействующие

подсистемы уравнений для аксиальносимметричных переменных  $f_{AX}$  и баллонных  $f_{S,C}$ . При использовании представления плазменных полей в виде разложения (2) появляется возможность экономии временного ресурса при численных расчетах, за счет перехода от решения пространственной трехмерной  $\{r, \theta, \zeta\}$  задачи к двумерной  $\{r, \theta\}$ . При этом сохраняя физически важную трехмерную природу турбулентных флуктуаций. Кроме того, появляется возможность рассмотрения наиболее неустойчивых баллонных мод с  $m \gg 1$ .

Используемое разложение (2) полевых переменных на аксиально-симметричные и баллонные моды, позволяет разбить исходную систему МГД-уравнений (1a)–(1f) на две взаимодействующие между собой подсистемы мод. Система эволюционных уравнений для баллонных мод  $f_{S,C}(r, \theta, t)$ , полученная из исходной системы (1a)–(1f) усреднением по углу  $\lambda$  в приближении  $m \gg 1$  приведена в Приложении. В работе численное моделирование проводилось на основе совместного решения системы (1a)–(1f) для аксиально-симметричных мод и системы (П.1)–(П.3) для баллонных мод. Описание численной схемы, используемой для решения вышеприведенных уравнений подробно рассмотрена в [13].

### 3. ПОЛОИДАЛЬНОЕ ВРАЩЕНИЕ И ЭЛЕКТРИЧЕСКОЕ ПОЛЕ

Для удобства рассмотрения, выделим среднюю по полоидальному углу величину в каждой из рассматриваемых полевых переменных

$$f(r, \theta, t) = f_0(r, t) + \tilde{f}(r, \theta, t),$$

$$f_0 = \langle f \rangle = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} f d\theta.$$

Усредняя уравнение (1a) по угловым переменным получим эволюционное уравнение для средней величины вихря  $w_0(r, t) = \langle w(r, \theta, t) \rangle$ , где по определению  $w(r, \theta, t) = \text{div}[\mathbf{V}_\perp \times \mathbf{b}]$ ,  $\mathbf{V}_\perp = c[\mathbf{E} \times \mathbf{b}]/B + c[\nabla p_i \times \mathbf{b}]/en_0B$ :

$$\frac{\partial w_0}{\partial t} = -\frac{d}{rdr} r\Pi_{RE} - \frac{1}{n_0} \cdot \frac{d}{dr} [\langle (p_e + p_i) \sin \theta \rangle] +$$

$$+ \frac{1}{n_0} \cdot \frac{d}{rdr} r\Pi_\parallel + v_\perp \frac{d^2 w_0}{dr^2} + \langle \Lambda_w \rangle, \quad (3)$$

где  $\Pi_{RE} = \Pi_{AX} + \Pi_B$  – сумма турбулентных потоков импульса, связанных с аксиально-симметричными модами  $\Pi_{AX} = \langle \tilde{V}_{Er} \cdot \tilde{w} \rangle$  и баллонными –  $\Pi_B = \langle m/2r \cdot (\phi_C w_S - \phi_S w_C) \rangle$ .

Величина  $w_0(r, t)$  связана с усредненными скоростями электрического дрейфа  $V_E(r, t)$  и диамагнитного дрейфа ионов  $V_{Di}(r, t)$  соотношениями:

$$w_0 = \frac{\partial}{r\partial r} rV_0, \quad V_0 = V_E + V_{Di}, \quad (4)$$

$$V_E = \partial\phi_0/\partial r, \quad V_{Di} = \tau \cdot \partial p_{i0}/\partial r,$$

где  $V_0(r, t)$  – скорость полоидального вращения ионов. Далее с учетом малой ширины слоя  $d \ll a$  считаем  $\frac{1}{r} \frac{d}{dr} r(\dots) \approx \frac{d}{dr}(\dots)$ .

Интегрирование (3) по радиусу  $r$  приводит к уравнению для полоидальной скорости  $V_0(r, t)$

$$\frac{\partial V_0}{\partial t} = F_{RE} + F_{SW} + F_{NEO} + F_{SOL} + v_\perp \frac{d^2 V_0}{dr^2} \quad (5)$$

Здесь  $F_{RE} = -(\Pi_{AX} + \Pi_B)$  – турбулентная сила напряжений Рейнольдса,  $F_{SW} = -\langle (p_e + p_i) \cdot \sin \theta \rangle/n_0$  – геодезическая сила (сила Стрингера–Винзора SW),  $F_{NEO} = -v_\parallel \cdot (V_0 - V_{NEO})/n_0$  – неоклассическая сила за счет продольной вязкости,  $F_{SOL} = \int_{r_0}^r \langle \Lambda_w \rangle dr$  – сила за счет продольного тока в диверторе,  $v_\perp$  – поперечная вязкость ионов.

Интегрируя равенство  $\partial\phi_0/\partial r = V_0 - V_{Di}$  по радиусу находим величину (безразмерного) электростатического потенциала

$$\phi_0(r, t) = \int_{r_0}^r [V_0 - V_{Di}] dr + K, \quad (6)$$

$$K = -\int_{r_0}^a [V_0 - V_{Di}] dr + \phi_0(r = a)$$

Граничное условие выбираем в виде  $\phi_0(r = a) = \xi \cdot T_{e0} \cdot \Lambda_e$ .

Важно отметить, что электрическое поле в токамаке возникает вследствие электроиндукции  $E \sim VB/c$  при движении плазмы в магнитном поле и разделения зарядов за счет силы Лоренца и градиента давления, а не за счет появления объемного заряда из-за неамбиполярных потерь заряженных частиц ( $\langle j_r \rangle = 0$ ). Хотя последний эффект может при определенных условиях возникать вблизи стенок камеры токамака. Из расчетов следует, что в обычном омическом режиме силы  $F_{RE} > 0$  и  $F_{SW} < 0$  направлены в разные стороны, компенсируя друг друга. Однако полной компенсации не происходит, и суммарная сила, как правило, положительна, что приводит к полоидальному вращению ионов  $V_0 > 0$  в сторону диамагнитного дрейфа электронов.

#### 4. ЧИСЛЕННЫЕ РАСЧЕТЫ ДИНАМИКИ L–H-ПЕРЕХОДА

Численные расчеты проводились в пристеночной области  $r_0 = 24 \text{ см} < r < a = 30 \text{ см}$  при следующих параметрах токамака T-10:  $R = 150 \text{ см}$ ,  $d = 6 \text{ см}$ ,  $B = 2.1 \text{ Т}$ ,  $q = 4.5$ ,  $n_1 = n_0(r_0) = 0.3$ ,  $n_2 = n_0(a) = 0.2$  (плотность в единицах  $10^{13} \text{ см}^{-3}$ ),  $T_{be}(r_0) = 60 \text{ эВ}$ ,  $T_{bi}(r_0) = 30 \text{ эВ}$ ,  $T_{we}(a) = T_{wi}(a) = 10 \text{ эВ}$ . Рабочий газ-дейтерий  $m_i = 2$ ,  $Z_{eff} = 1.6$ . Профиль плотности выбран в виде:  $n_0(r) = n_1 + (n_2 - n_1)(1 - x^2)^2$ ,  $0 < x = (r - r_0)/d < 1$ . Величина номера полоидальной гармоники баллонной моды  $m = 30$  выбиралась из условия максимальности величины турбулентного теплового потока электронов. В турбулентном режиме рассматриваемые полевые переменные осциллируют во времени, поэтому при построении графиков использовалась формула усреднения:

$$A(r, \theta) \Rightarrow \frac{1}{T} \int_0^T A(r, \theta, t) dt.$$

В работе источник нагрева ионов  $S_{pi}(r, \theta)$  был выбран в виде следующей зависящей от координат  $x, \theta, t$  функции:  $S_{pi}(r, \theta, t) = s_0 f(t)(1 - x^2)^2 g(\theta)$ ,  $x = (r - r_0)/d$ . Считалось, что нагрев включается в момент времени  $t = t_0$ . Для функции  $f(t)$  использовались формулы в виде:  $f(t) = 0$  при  $0 < t < t_0$ , и  $f(t) = 1 - \exp[-(t - t_0)/\Delta t]$  при  $t > t_0$ . Полоидально-неоднородная зависимость источника нагрева учитывалась с помощью функции  $g(\theta) = \exp[-y^2]$ , где  $y = (\theta - \theta_0)/\Delta$ . В расчетах  $\Delta = \pi/3$ .

Из эволюционного уравнения (1с) для  $p_i(r, \theta, t)$  нетрудно получить уравнение для синус компоненты  $\langle p_i \sin \theta \rangle(r, t)$ , являющейся геодезической акустической (ГА) модой давления ионов. Очевидно, что при достаточно высоких уровнях  $S_{pi}$  знак величины  $\langle p_i \sin \theta \rangle(r, t)$ , определяется знаком величины  $\langle S_{pi} \sin \theta \rangle$  — синус компоненты источника нагрева

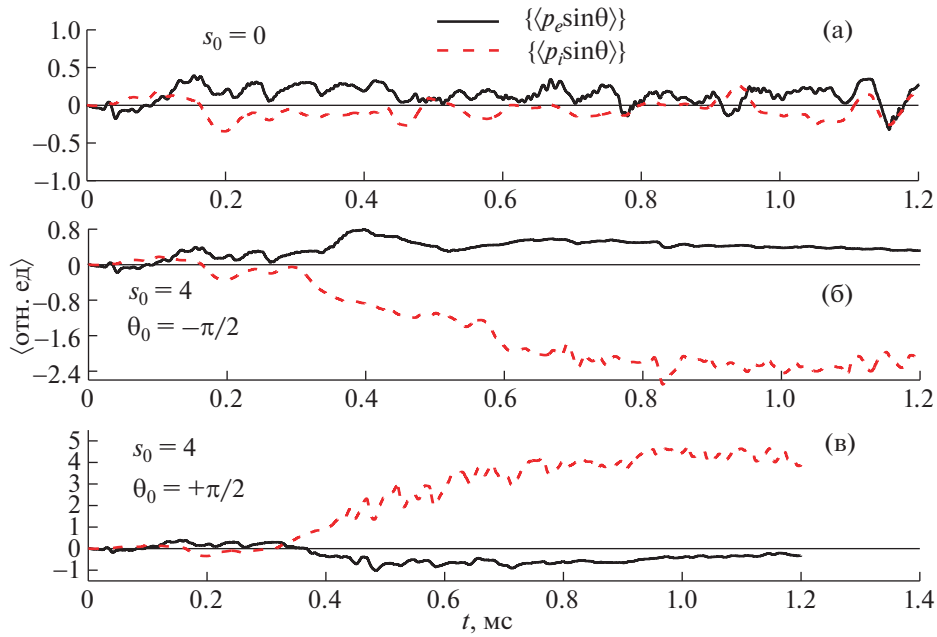
$$\frac{\partial \langle p_i \sin \theta \rangle}{\partial t} = - \left\langle \left\{ \Phi, p_i \right\} + \frac{dQ_{Bpi}}{dr} \right\rangle \sin \theta + \dots \langle S_{pi} \sin \theta \rangle + \dots \quad (7)$$

Ясно, что в результате нагрева указанной моды будет происходить одновременное воздействие на величину силы  $F_{SW} \sim \langle p_i \sin \theta \rangle$ , а значит и на величину полоидальной скорости  $V_0$ . Нетрудно убедиться, что при расположении источника тепла в верхней полуплоскости камеры токамака (в области  $\theta_0 \approx +\pi/2$ ) для данной гауссообразной функции  $g(\theta)$  величина  $\langle S_{pi} \sin \theta \rangle$  принимает положительное значение. И наоборот, при располо-

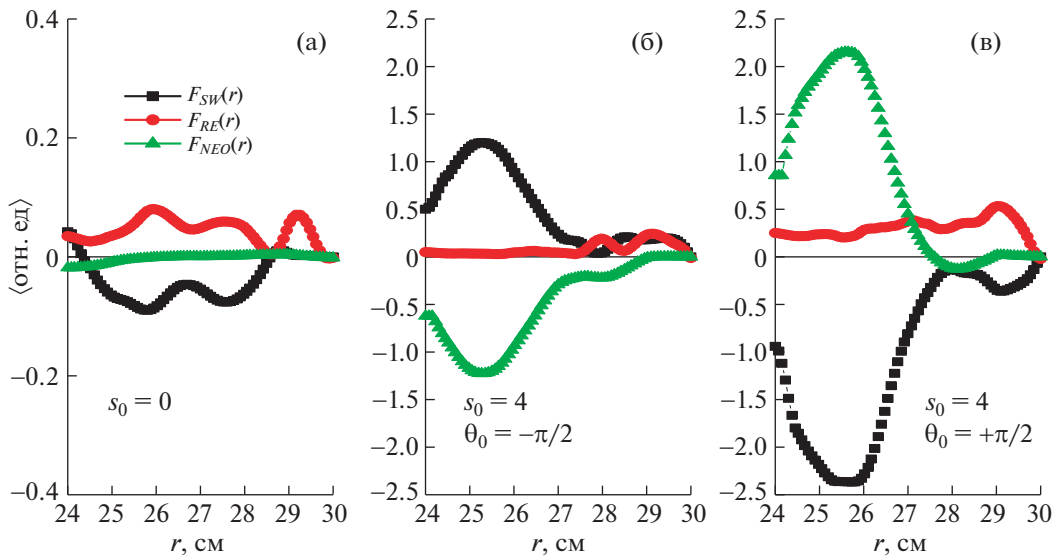
жении этого источника в нижней полуплоскости (в области  $\theta_0 \approx -\pi/2$ ) величина  $\langle S_{pi} \sin \theta \rangle$  отрицательна. Соответственно в первом случае, как следует из уравнения (7), при достаточно высоком уровне нагрева величина ГА моды ионов величина  $\langle p_i \sin \theta \rangle$  становится положительной ( $F_{SW} < 0$ ), во втором — отрицательной ( $F_{SW} > 0$ ). Рисунок 1 показывает поведение величин  $\langle \{ p_{e,i} \cdot \sin \theta \} \rangle$ , где

$\{A\} = \frac{1}{\Delta_r} \int_{r_0}^a A(r) r dr$ ,  $\Delta_r = (a^2 - r_0^2)/2$ , в течение времени импульса нагрева для трех различных случаев: отсутствия нагрева ( $s_0 = 0$ ) и нагрев ( $s_0 = 4.0$ ) для  $\theta_0 = -\pi/2$  и  $\theta_0 = +\pi/2$ . Видно, что при  $\theta_0 = +\pi/2$  усредненная по слою величина ГА моды давления ионов  $\langle \{ p_i \cdot \sin \theta \} \rangle$  при выбранном уровне нагрева  $s_0 = 4.0$  принимает положительное значение, а при  $\theta_0 = -\pi/2$  отрицательное, соответственно определяя знак силы  $F_{SW}$ .

На рис. 2 изображены радиальная зависимость основных сил  $F_{RE}$ ,  $F_{SW}$  и  $F_{NEO}$ , баланс которых, определяет величину полоидальной скорости  $V_0$  для указанных выше трех различных случаев. Видно, что в случае отсутствия нагрева  $s_0 = 0$  достижение квазистационарного состояния турбулентных колебаний  $V_0$  осуществляется за счет баланса сил  $F_{RE} > 0$  и  $F_{SW} < 0$ , сила  $F_{NEO}$  — мала и в балансе практически не участвует. При нагреве ( $s_0 = 4.0$ ) в двух других случаях  $\theta_0 = -\pi/2$  и  $\theta_0 = +\pi/2$  геодезические силы  $F_{SW}$  существенно возрастают и согласно вышесказанному относительно знака  $\langle S_{pi} \sin \theta \rangle$ , имеют противоположные знаки. Сильная зависимость неоклассической силы от температуры ионов  $F_{NEO} \sim (T_{i0})^{5/2}$  приводит в этих двух случаях (нагрева ионов) к ее существенному росту. В первом случае  $\theta_0 = -\pi/2$ ,  $V_0 > 0$ ,  $F_{SW} > 0$  при этом сила  $F_{NEO} < 0$ . Во втором случае  $\theta_0 = +\pi/2$   $V_0 < 0$   $F_{SW} < 0$  и сила  $F_{NEO} > 0$ . В обоих случаях сила  $F_{NEO}$  исполняет функцию торможения полоидального вращения. Таким образом, в каждом из рассмотренных случаев различного расположения источника нагрева  $S(r, \theta, t)$  геодезические силы и силы продольной вязкости различным образом участвуют в балансе, компенсируя друг друга из-за противоположных знаков. При этом в этих случаях сила напряжений Рейнольдса знака не меняет  $F_{RE} > 0$  и также участвует в балансе, оставаясь, однако, значительно меньше двух других по величине. Можно сделать вывод о том, что основную роль в генерации полоидальной скорости вращения (в рассматриваемых случаях полоидально-неоднородного нагрева) играет не турбулентная сила напряжений Рейнольдса  $F_{RE}$  как в случае полоидально-однородного нагрева [2–4], а силы  $F_{SW}$  и  $F_{NEO}$ .



**Рис. 1.** Временная зависимость средних величин ГА мод давления электронов  $\{\langle p_e \sin \theta \rangle\}$  и ионов  $\{\langle p_i \sin \theta \rangle\}$  для случаев а)  $s_0 = 0$ , б)  $s_0 = 4$ ,  $\theta_0 = -\pi/2$ , в)  $s_0 = 4$ ,  $\theta_0 = +\pi/2$ .



**Рис. 2.** Радиальные профили сил  $F_{SW}$ ,  $F_{RE}$ ,  $F_{NEO}$  для случаев а)  $s_0 = 0$ , б)  $s_0 = 4$ ,  $\theta_0 = -\pi/2$ , в)  $s_0 = 4$ ,  $\theta_0 = +\pi/2$ .

Рисунок 3 демонстрирует радиальную зависимость скоростей  $V_0(r)$ ,  $V_{Di}(r)$ ,  $V_E(r)$  на ширине расчетного слоя. Из расчетов следует, что величина  $V_E(r)$  средней шировой скорости E×B-дрейфа в случае нагрева ионов существенно возрастает по сравнению со случаем отсутствия нагрева. Следствием этого при нагреве происходит подавление турбулентных флуктуаций и наблюдается переход плазмы в режим улучшенного удержания, имену-

емым L–H-переходом. Расчеты показывают, что при превышении определенного порога в величине нагрева резко уменьшаются амплитуды тепловых колебаний баллонных мод  $p_{es}$  и  $p_{ec}$ . Эффект L–H-перехода представлен на рис. 4, на котором изображено временное поведение тепловых потоков электронов для случаев ( $s_0 = 4.0$ )  $\theta_0 = -\pi/2$  и  $\theta_0 = +\pi/2$ . Видно, что после включения импульса ( $t_0 = 250$  мкс) в течение некоторого времени ко-

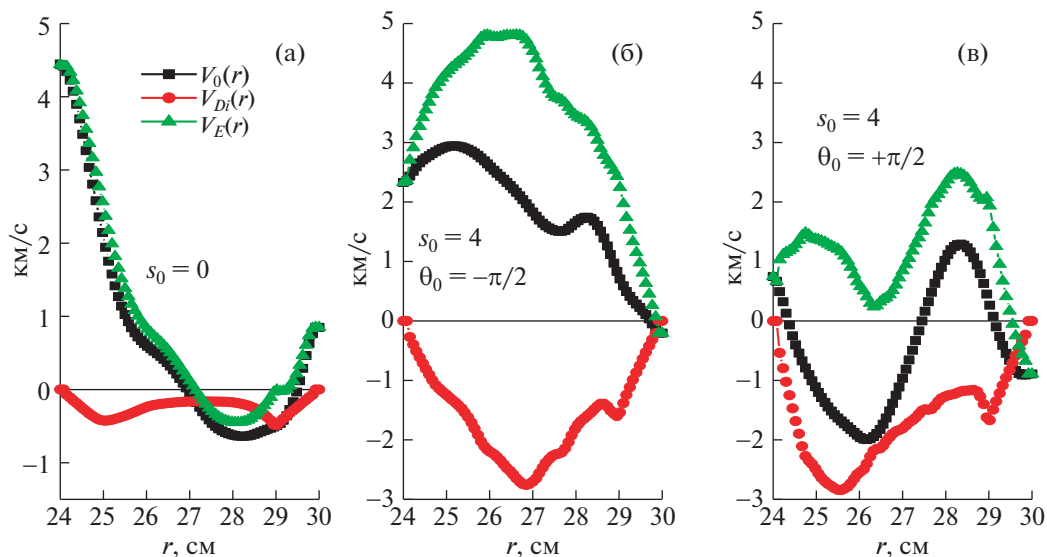


Рис. 3. Радиальные профили скоростей  $V_0$ ,  $V_{Di}$ ,  $V_E$  для случаев а)  $s_0 = 0$ , б)  $s_0 = 4$ ,  $\theta_0 = -\pi/2$ , в)  $s_0 = 4$ ,  $\theta_0 = +\pi/2$ .

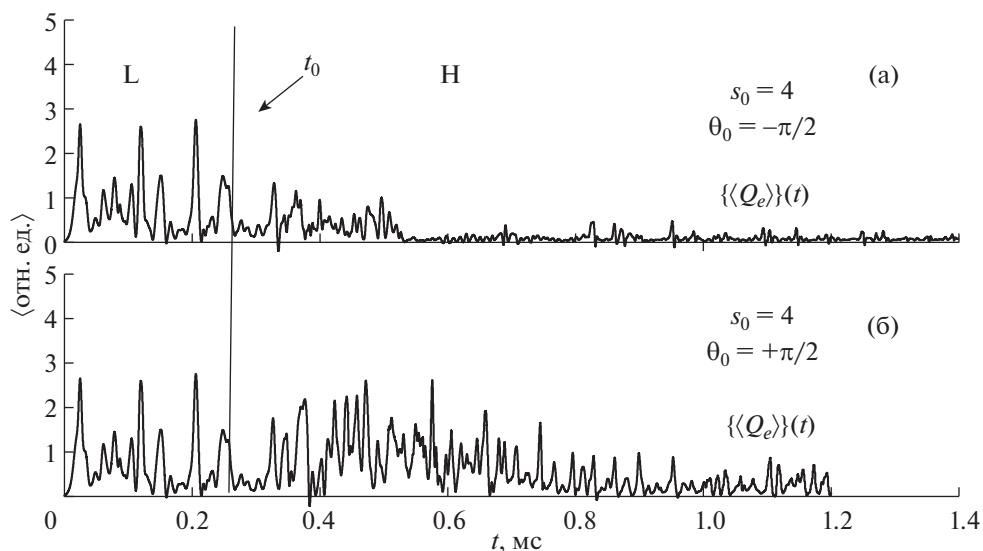


Рис. 4. Временная зависимость средних величин теплового потока электронов для случаев а)  $s_0 = 4$ ,  $\theta_0 = -\pi/2$ , б)  $s_0 = 4$ ,  $\theta_0 = +\pi/2$ .

лебания продолжают с прежней амплитудой, демонстрируя так называемую I-фазу. Указанные колебания отчетливо наблюдаются в экспериментах, предшествуя L–H-переходу. Из рис. 4 видно, что только через время  $t \sim 300$  мксек для  $\theta_0 = -\pi/2$  и  $t \sim 450$  мксек для  $\theta_0 = +\pi/2$  колебательный режим I-фазы исчезает и происходит переход в режим улучшенного удержания с характерным резким уменьшением теплового потока электронов  $\{\langle Q_e \rangle\}$ . Очевидно, что при одной и той же величине теплового импульса L–H-переход в слу-

чае  $\theta_0 = -\pi/2$  реализуется эффективней. Это связано с тем, что в случае  $\theta_0 = -\pi/2$  полоидальная скорость на промежутке слоя положительна  $V_0 > 0$ , по сравнению с  $\theta_0 = +\pi/2$ , когда  $V_0 < 0$  на большем промежутке слоя (см. рис. 3). Как результат, в соответствии с равенством  $V_E = V_0 - V_{Di}$ ,  $V_{Di} = \tau \cdot dp_{i0}/dr < 0$ , средняя скорость  $V_E \sim E \times B$ -дрейфа в первом случае больше, чем во втором, что приводит к более эффективному подавлению турбулентных флуктуаций. Отметим, что важную роль в получении L–H-перехода иг-

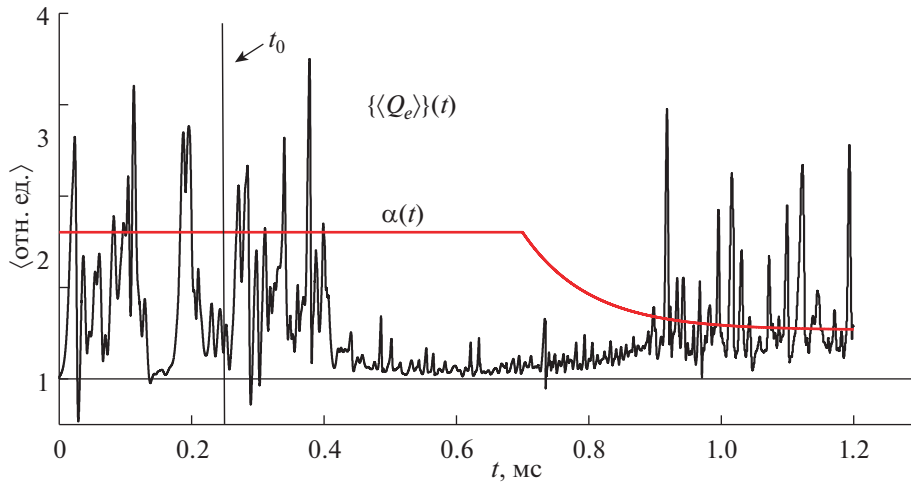


Рис. 5. Временная зависимость средней величины теплового потока электронов для случая уменьшения параметра  $\alpha \rightarrow \alpha/3$  ( $s_0 = 4$ ,  $\theta_0 = -\pi/2$ ).

рает использование модели обобщенного вихря, включающего помимо электрического дрейфа также скорость диамагнитного дрейфа ионов  $w = \nabla_{\perp}^2 \phi + \tau \cdot \nabla_{\perp}^2 p_i$ ,  $\tau = \alpha/n_0$  [3]. При  $\alpha = 0$  L–H-переход не наблюдался. На рис. 5 изображена временная зависимость величины электронного потока в случае изменения величины параметра  $\alpha$  в момент времени  $t = 800$  мксек. Видно, что уменьшение величины  $\alpha$  в 3 раза приводит к обратному переходу из H-режима в L-режим. В заключение заметим, что рассмотрение явления L–H-перехода в рамках более адекватной 4-х полевой модели  $\{\phi, n, p_e, p_i\}$  с учетом турбулентных флуктуаций плотности практически не меняет рассмотренных выше результатов.

## 5. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В работе с помощью численного моделирования решений редуцированных двухжидкостных уравнений Брагинского изучено воздействие полоидально-неоднородного нагрева ионов на турбулентную динамику пристеночной плазмы токамака. Показано, что при достижении определенного порога в величине нагрева ионов происходит динамическая бифуркация в решениях рассматриваемой нелинейной МГД-системы, что приводит к росту величины скорости течения – среднего E $\times$ B-дрейфа. При этом реализуется сценарий “хищник-жертва”, в котором указанное течение играет роль “хищника”, поглощающего “жертву” – энергию турбулентных флуктуаций. В результате происходит подавление турбулентных флуктуаций и, как следствие, наблюдается L–H-переход. Из расчетов следует, что в условиях несимметричного нагрева основную роль в генерации полоидальной скорости вращения игра-

ют не турбулентная сила напряжений Рейнольдса  $F_{RE}$ , а геодезическая сила  $F_{SW}$  и неоклассическая сила, возникающая за счет продольной вязкости  $F_{NEO} \sim (T_{i0})^{5/2}$ , величина которой существенно растет в процессе нагрева ионов. Следует отметить, что сила  $F_{SW} \sim (p_{em} + p_{im})n = 0$ ,  $m = 1$  по сути является ГА-модой суммарного давления. Таким образом можно утверждать, что указанная мода играет ключевую роль в рассматриваемом явлении L–H-перехода. Проведенные расчеты для различной локализации источника тепла (в верхней или нижней полуплоскости камеры токамака), показали, что найденное различие приводит к различию в эффективности подавления турбулентного потока тепла электронов и временной длины предшествующих L–H-переходу квазипериодических колебаний (I-фаза).

## ПРИЛОЖЕНИЕ

Как было сказано выше, разбиение (2) полевых переменных на аксиально-симметричные и баллонные моды приводит к тому, что исходная система МГД-уравнений (1a–1e) разбивается на две взаимодействующие между собой подсистемы мод. Ниже приведена система эволюционных уравнений для баллонных мод  $f_{S,C}(r, \theta, t) = \{\phi_{S,C}, p_{eS,C}, p_{iS,C}\}$ , полученных из исходной системы (1a)–(1e) в приближении  $m \gg 1$ :

$$\begin{aligned} \frac{\partial w_{S,C}}{\partial t} \mp \frac{m}{r} \phi_0' \cdot w_{C,S} \pm \frac{m}{r} w_0' \phi_{C,S} &= \\ = \frac{1}{v} \frac{\partial^2 h_{S,C}}{\partial \theta^2} + \frac{1}{n_0} R_{S,C} - \Pi_{\parallel S,C} + \mu_{\perp} \Delta w_{S,C}, \end{aligned} \quad (\text{П.1})$$



$$\begin{aligned}
R_{S,C} &= \pm p_{C,S} \frac{m}{r} \cos(\theta) - C(p_{S,C}); \\
p_{S,C} &= p_{eS,C} + p_{iS,C} \\
\frac{\partial p_{eS,C}}{\partial t} \mp \frac{m}{r} \phi_0' \cdot p_{eC,S} \pm \frac{m}{r} (p_{e0}') \phi_{C,S} &= \\
&= \frac{5}{3} \sigma \cdot p_{e0} \frac{\partial^2 h_{S,C}}{\partial \theta^2} + \frac{5}{3} g \cdot \Psi_{eS,C} + \\
&+ \hat{\chi}_{\parallel e} \frac{\partial^2 p_{eS,C}}{\partial \theta^2} + \chi_{\perp} \Delta p_{eS,C},
\end{aligned} \tag{П.2}$$

$$\begin{aligned}
\Psi_{eS,C} &= \left\{ M_{S,C} - \xi \cdot A_{S,C} \mp \frac{m \cos(\theta)}{r} \times \right. \\
&\times \left. [-\xi \cdot T_{e0} p_{eC,S} + p_{e0} \cdot \phi_{C,S}] \right\},
\end{aligned}$$

$$A_{S,C} = p_{eS,C} \frac{dT_{e0}}{dr} \sin \theta + T_{e0} C(p_{eS,C}),$$

$$M_{S,C} = p_{e0} C(\phi_{S,C}) + p_{eS,C} C(\phi),$$

$$\begin{aligned}
\frac{\partial p_{iS,C}}{\partial t} \mp \frac{m}{r} \phi_0' \cdot p_{iC,S} \pm \frac{m}{r} (p_{i0}') \phi_{C,S} &= \\
&= \frac{5}{3} \sigma \cdot p_{i0} \frac{\partial^2 h_{S,C}}{\partial \theta^2} + \frac{5}{3} g \cdot \Psi_{iS,C} + \\
&+ \hat{\chi}_{\parallel i} \frac{\partial^2 p_{iS,C}}{\partial \theta^2} + \chi_{\perp} \Delta p_{iS,C},
\end{aligned} \tag{П.3}$$

$$\begin{aligned}
\Psi_{iS,C} &= \left\{ N_{S,C} - \xi \cdot B_{S,C} \mp \frac{m \cos(\theta)}{r} \times \right. \\
&\times \left. [-\xi \cdot T_{i0} p_{eC,S} + p_{i0} \cdot \phi_{C,S}] \right\}
\end{aligned}$$

$$B_{S,C} = p_{iS,C} \frac{dT_{i0}}{dr} \sin \theta + T_{i0} C(p_{iS,C}),$$

$$N_{S,C} = p_{i0} C(\phi_{S,C}) + p_{iS,C} C(\phi),$$

$$w_{S,C} = \frac{\partial^2 Y_{S,C}}{\partial r^2} - \frac{m^2}{r^2} Y_{S,C},$$

$$h_{S,C} = \tau \cdot p_{eS,C} - \phi_{S,C},$$

$$Y_{S,C} = \tau \cdot p_{iS,C} + \phi_{S,C},$$

$$\begin{aligned}
\Pi_{\parallel S,C} &= v_{\parallel} \cdot T_{i0}^{5/2} / n_0 \cdot \left\{ \left( w_{S,C} + \frac{5T_{i0}}{2T_{i0}} \frac{\partial Y_{S,C}}{\partial r} \right) \times \right. \\
&\times \left. \sin^2 \theta \mp \frac{m}{r} \sin 2\theta \cdot \frac{\partial Y_{C,S}}{\partial r} + \frac{m^2}{r^2} (1 - 2 \cos^2 \theta) \cdot Y_{S,C} \right\}
\end{aligned}$$

Использовались граничные условия:  $\frac{\partial \phi_{S,C}(r=r_0)}{\partial r} =$

$$= 0, \phi_{S,C}(r=a) = 0.$$

Турбулентные потоки импульса, частиц и тепла, связанные с баллонными и аксиально-симметричными модами имеют следующий вид:

$$\Pi_B = -\frac{m}{r} \left\langle \tilde{w} \frac{\partial \tilde{\phi}}{\partial \lambda} \right\rangle_{\lambda} = \frac{m}{2r} (\phi_C w_S - \phi_S w_C),$$

$$\Pi_{AX} = -\frac{1}{r} \left\langle \tilde{w}_{AX} \frac{\partial \tilde{\phi}_{AX}}{\partial \theta} \right\rangle$$

$$Q_{e,iB} = -\frac{m}{r} \left\langle \tilde{p}_{e,i} \frac{\partial \tilde{\phi}}{\partial \lambda} \right\rangle_{\lambda} = \frac{m}{2r} (\phi_C p_{e,iS} - \phi_S p_{e,iC}),$$

$$Q_{e,iAX} = -\frac{1}{r} \left\langle \tilde{p}_{eAX} \frac{\partial \tilde{\phi}_{AX}}{\partial \theta} \right\rangle.$$

Отметим, что основной вклад в переносы вносят потоки, связанные с баллонными модами

$$\Pi_B \gg \Pi_{AX}, \quad Q_{e,iB} \gg Q_{e,iAX}.$$

### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Wagner F.* // Plasma Phys. Contr. Fusion. 2007. V. 48. (12B) P. B1–B33.
2. *Li B., Sun C.K., Wang X.Y., Zhou A., Wang X.G., Ernst D.R.* // Phys. Plasmas. 2015. V. 22. 112304.
3. *Nielsen A.H., Xu G.S., Madsen J., Naulin V., Rasmussen J., Wan B.N.* // Physics Lett. A. 2015. V. 379. P. 3097.
4. *Tynan G.R., Cziegler I., Diamond P.H., Malkov M., Hhbbard A., Hughes J.W., Terry J.L., Irby J.H.* // Plasma Phys. Control. Fusion. 2016. V. 58. 044003.
5. *Miki K., Diamond P.H., Hahn S.H., Xiao W.W., Gurcan O.D., Tynan G.R.* // Phys. Plasmas. 2013. V. 20. 082304.
6. *Chone L., Beyer P., Sarazin Y., Fuhr G. Bourdelle, Benkadda S.* // Nucl. Fusion. 2015. V. 55. 073010.
7. *McCarthy D.R., Druake J.F., Guzdar P.N., Hassam A.B.* // Phys. Fluids. 1993. B 5(4). P. 1188.
8. *Hassam A.B., Antonsen T.M.* // Phys. Plasmas. 1994. V. 1. № 2. P. 337.
9. *Stringer T.E.* // Phys. Rev. Lett. 1969. V. 22. P. 1770.
10. *Hassam A.B., Antonsen T.M., Drake J.F., Liu C.S.* // Phys. Rev. Lett. 1991. V. 66. P. 309.
11. *Simakov A.N., Catto P.J.* // Phys. Plasmas. 2003. V. 10. P. 4744.
12. *Zeiler A., Drake J.F., Rogers B.* // Phys. Plasmas. 1997. V. 39. P. 2134.
13. *Шурыгин Р.В., Маврин А.А.* // Физика плазмы. 2010. Т. 45. С. 579.
14. *Шурыгин Р.В., Мельников А.В.* // Физика плазмы. 2010. Т. 45. № 3. С. 240.
15. *Garsia O.E., Bian N.H., Fundamenski W.* // Phys. Plasmas. 2006. V. 13. 082309.
16. *Guzdar P.N., Hassam A.B.* // Phys. Plasmas. 1996. V. 3. P. 3701.