

УДК 533.9

ПРОЦЕССЫ ЭНЕРГЕТИЧЕСКОГО ОБМЕНА В СЛОИСТЫХ СИСТЕМАХ
НЕИДЕНТИЧНЫХ ЗАРЯЖЕННЫХ ЧАСТИЦ© 2021 г. О. С. Ваулина^{а, б, *}, С. В. Кауфман^а^а Московский физико-технический институт (государственный университет),
Долгопрудный, Московская обл., Россия^б Объединенный институт высоких температур РАН, Москва, Россия

*e-mail: olga.vaulina@bk.ru

Поступила в редакцию 15.02.2021 г.

После доработки 22.03.2021 г.

Принята к публикации 06.04.2021 г.

Исследуются условия энергетического обмена в двух- и трехслойных ансамблях заряженных частиц различных размеров в поле тяжести. Выполнено численное моделирование процессов перераспределения стохастической кинетической энергии между фракциями частиц, имеющих разную температуру, а также перераспределения стохастической энергии по степеням свободы. Предложена полуэмпирическая аппроксимация, зависящая от температуры тепловых источников и характерных частот системы, которая хорошо описывает процессы энергетического обмена во всех рассмотренных случаях.

Ключевые слова: пылевая плазма, слоистые системы, неидентичные частицы, энергетический обмен

DOI: 10.31857/S0367292121080102

1. ВВЕДЕНИЕ

Большая часть теоретических и численных работ, посвященных исследованию свойств пылевой плазмы, имеют дело с идентичными пылевыми частицами, поскольку такие системы легче поддаются математическому описанию и наиболее просты для понимания [1–3]. Тем не менее в реальных условиях плазменно-пылевые структуры редко содержат одинаковые частицы. Исследования условий энергетического обмена в системах неидентичных частиц (различных размеров, зарядов и температур) вызывает значительный интерес в различных областях науки и техники [3–6].

Большинство лабораторных экспериментов с пылевой плазмой проводится в газовых разрядах различных типов [1–3, 7–12]. Стохастическая кинетическая энергия (кинетическая температура) пылевых частиц в таких условиях может быть значительно выше температуры окружающего их газа, а также изменяться в зависимости от их положения в объеме неоднородной плазмы [7–13]. Основными источниками высоких кинетических температур и неравномерного разогрева системы пылевых частиц в такой плазме являются флуктуации их зарядов, вызванные случайной природой ионных и электронных токов зарядки [14–16], или же пространственные изменения зарядов пыли [13, 17–19].

Образование квазидвумерных структур, состоящих из нескольких протяженных слоев пылевых частиц, часто наблюдается в условиях лабораторной плазмы ВЧ-разряда [9–12]. Критерии формирования таких слоев для одинаковых частиц, взаимодействующих с разнообразными попарными потенциалами, исследовались в различных численных и теоретических работах [20–24]. Для неидентичных частиц с разными массами в наземных экспериментах разделение их различных фракций по слоям происходит за счет баланса внешних электрических сил и силы тяжести.

В настоящей работе речь идет о механизме переноса тепла, который не связан с процессами массопереноса и возникает за счет передачи стохастических колебаний отдельных частиц вблизи их равновесного положения, благодаря взаимодействию между заряженными частицами системы. При этом не рассматривается влияние тепловой диффузии частиц и их случайные “скачки” между слоями системы [1, 25]. Особенности энергетического обмена в ансамблях неидентичных частиц анализируются для параметров близких к условиям экспериментов в газоразрядной плазме. Для последующих теоретических оценок и численных расчетов предполагается, что плотность материала частиц одинакова и отношение их масс $M_1/M_2 \propto (a_{d1}/a_{d2})^3$, где a_{di} – радиус частицы. Заряды частиц задаются в приближении ограничен-

ных орбит: $Q_i \propto a_{di}$ [1, 2], а их коэффициенты трения согласно свободномолекулярному приближению: $\nu_i \propto a_{di}^2/M_i$ [26].

2. ОСНОВНЫЕ СООТНОШЕНИЯ

Рассмотрим систему линеаризованных уравнений движения, описывающих отклонения N неидентичных частиц (с зарядами Q_i , массой M_i , коэффициентом трения ν_i и попарным взаимодействием) от их положения равновесия, χ_i , в выделенном направлении в поле внешних сил под действием случайной силы F_{bi} , которая является источником стохастической (тепловой) энергии частиц

$$M_i \frac{dV_i}{dt} = -M_i \nu_i V_i + \sum_{j=1}^N a_{ij} \chi_j + F_{bi}, \quad (1)$$

где $i = 1, 2, \dots, N$, χ_i и $V_i = d\chi_i/dt$ – смещение и скорость частицы на одну степень свободы, а коэффициенты a_{ij} зависят от физики решаемой задачи и рассматриваемой степени свободы.

Для поиска баланса энергии для системы (1) отметим, что корреляторы случайной силы F_{bi} подчиняются уравнениям $\langle F_{bi} \rangle = 0$, $\langle F_{bi} F_{bj} \rangle = 0$, $\langle F_{bi} V_j \rangle = 0$, $\langle F_{bi} \chi_j \rangle = 0$, $\langle F_{bi} \chi_i \rangle = 0$, где $j = 1, 2, \dots, N$ и $j \neq i$. Здесь и далее угловые скобки обозначают усреднение по времени при $t \rightarrow \infty$. При движении частиц по ограниченным траекториям $\langle \chi_i V_i \rangle = 0$, а $\langle V_i F_{bi} \rangle = n_i T_i^0$, где T_i^0 – температура тепловых источников для частицы i , т.е. энергия источников, которая при численном моделировании задачи соответствует их заданной (начальной) температуре [27–29]. Тогда уравнения баланса энергии для корреляторов скоростей и смещений частиц можно представить в виде [27–29]

$$-M_i \nu_i \langle \chi_k V_i \rangle + \sum_{j=1}^N a_{ij} \langle \chi_k \chi_j \rangle + M_i \langle V_k V_i \rangle = 0, \quad (2a)$$

$$M_i \left\langle V_k \frac{dV_i}{dt} \right\rangle = -M_i \nu_i \langle V_k V_i \rangle + \sum_{j=1}^N a_{ij} \langle V_k \chi_j \rangle + \langle V_k F_{bi} \rangle, \quad (26)$$

где $k = 1, 2, \dots, N$. Здесь $M_i \langle V_i^2 \rangle \equiv T_i = T_i^0 + dT_i$ – температура частиц для равновесного состояния системы, а δT_i – приращение температуры в процессе установления равновесия.

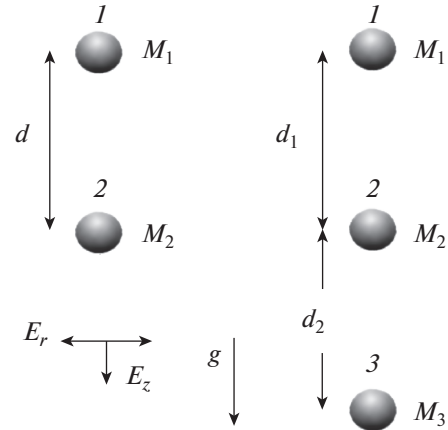


Рис. 1. Иллюстрация вертикальной конфигурации двух и трех заряженных частиц в электрическом поле ловушки $E = E(z, r)$ с цилиндрической симметрией.

Для ансамбля идентичных частиц ($Q_i = Q$, $M_i = M$, $\nu_i = \nu$) полная кинетическая энергия системы будет сохраняться [27–29]:

$$\sum_{i=1}^N (T_i^{(z)} + T_i^{(x)} + T_i^{(y)}) = \sum_{i=1}^N (T_i^{0(z)} + T_i^{0(x)} + T_i^{0(y)}), \quad (3)$$

где $T_i^{0(x)}$, $T_i^{0(y)}$, $T_i^{0(z)}$ и $T_i^{(x)}$, $T_i^{(y)}$, $T_i^{(z)}$ – заданная и установившаяся (равновесная) температуры частиц на каждую степень свободы. (Отметим, что причиной неравномерного распределения источников стохастической энергии по степеням свободы могут являться флуктуации зарядов частиц во внешнем электрическом поле при их смещениях вдоль или поперек силы тяжести [14–16].) В случае неидентичных частиц указанное соотношение строго не выполняется, однако имеет весьма незначительные отклонения при различии масс частиц менее чем в два раза [27].

Остановимся на анализе энергетического обмена для системы из двух и трех частиц, расположенных вертикально (параллельно силе тяжести), в линейном электрическом поле $E(r, z)$ цилиндрической ловушки с радиальной составляющей $E^r = \beta^r r$ и вертикальной составляющей $E^z = E_0^z + \beta^z z$, см. рис. 1. Здесь $r \equiv (x^2 + y^2)^{1/2}$ – радиальная координата, z – вертикальная координата в направлении силы тяжести, β^r и β^z – величины градиентов электрического поля, а значение E_0^z определяется балансом сил, действующих в системе. Для рассматриваемых задач значения коэффициентов a_{ij} зависят от величины градиентов ловушки, параметров частиц, их потенциала взаимодействия и направления передачи энергии (степени свободы смещения частицы); соответ-

ствующие выражения можно найти в работах [27–31].

Для двух частиц с разной массой, $M_1 \neq M_2$, и зарядами, $Q_1 \neq Q_2$, в условиях наземных экспериментов уравнения баланса сил дают [27, 32]

$$g(M_1Q_2 - M_2Q_1) + Q_1Q_2\beta^z d = (Q_1 + Q_2)F_{12}, \quad (4)$$

где F_{12} – сила взаимодействия между частицами, а d – расстояние между ними, см. рис. 1.

Для трех неидентичных частиц с зарядами Q_i и массой M_i ($i = 1, 2, 3$), соотношение между параметрами частиц и величиной градиента β^z электрического поля ловушки можно найти путем решения системы уравнений

$$gM_1 = F_{12} + F_{13} + Q_1(E_0 - \beta^z d_1), \quad (5a)$$

$$gM_2 + F_{12} = F_{23} + Q_2E_0, \quad (5b)$$

$$gM_3 + F_{23} + F_{13} = Q_3(E_0 + \beta^z d_2), \quad (5в)$$

где $E_0 \equiv E_0^z$ – величина внешнего электрического в месте равновесия второй (средней) частицы, F_{12} , F_{13} , F_{23} – силы взаимодействия между соответствующими частицами, а d_1 , d_2 – расстояние между ними, см. рис. 1.

Аналитические соотношения для δT_i могут быть получены путем совместного решения уравнений баланса энергии (2а), (2б) и баланса сил (4), или (5а)–(5в). Однако для неидентичных частиц формулы для δT_i имеют весьма громоздкий вид уже для случая двух частиц; смотри работу [27], где было представлено аналитическое соотношение для этого случая и выполнена проверка его соответствия результатам численного моделирования.

Для вертикальной конфигурации двух одинаковых частиц ($Q_{1(2)} = Q$, $M_{1(2)} = M$, $v_{1(2)} = v$) можно записать [27–29]

$$\delta T_2 \equiv dT_1 = -\frac{\Delta T_{21}}{2(1 + n^2 b_1)}, \quad (6)$$

где $\Delta T_{21} = T_2^0 - T_1^0$, а параметр $b_1 = f(a_{ij})$. При $v^2 b_1 \ll 2$ величина $|\delta T_{1(2)}| \rightarrow |\Delta T|/2$, т.е. энергия равномерно распределяется между частицами системы; а при $v \rightarrow \infty$ величина $|\delta T_{1(2)}| \rightarrow 0$.

Для конфигурации трех идентичных частиц решение системы уравнений можно представить в виде [28]

$$\delta T_2 \equiv -(dT_1 + dT_3) = -\frac{\Delta T_{21} + \Delta T_{23}}{4.5 + n^2 b_2}, \quad (7)$$

где $\Delta T_{23} = T_2^0 - T_3^0$, $(dT_1 - dT_3) \propto \Delta T_{13} = T_1^0 - T_3^0$, а $b_2 = f(a_{ij})$. Легко увидеть, что в этом случае равномерное распределение энергии между частицами невозможно даже при $v \rightarrow 0$.

Напомним, что коэффициенты $b_1 = f(a_{ij})$ и $b_2 = f(a_{ij})$ в соотношениях (6), (7) являются функциями от a_{ij} и зависят от направления передачи энергии (радиальное или вертикальное), поскольку значения a_{ij} различны для выбранной степени свободы. Поэтому даже для идентичных частиц с температурой тепловых источников одинаковой по степеням свободы ($\delta T_i^{0(x)} = dT_i^{0(y)} = dT_i^{0(z)}$) приращение температуры в процессе установления равновесия в общем случае различно в радиальном и вертикальном направлении ($\delta T_i^{0(x)} = dT_i^{0(y)} \neq dT_i^{0(z)}$). Таким образом, равновесная температура частиц $\delta T_i^{(x)} = dT_i^{(y)} \neq dT_i^{(z)}$. Исключение составляет случай, когда $v \rightarrow 0$.

Для количественного сравнения интенсивности передачи энергии в системах частиц с разными массами выберем случай с одинаковыми межчастичными расстояниями $d_1 \cong d_2 \cong d = \text{const}$, не зависящими от числа частиц (см. рис. 1). В этом случае величина β^z будет различна для разных параметров частиц, см. (4), (5а)–(5в). Тогда корректное сравнение будет возможно только для анализа перераспределения энергии в радиальном направлении при одинаковой величине градиента β^r электрического поля ловушки.

Иллюстрация зависимостей $\delta T_2/\Delta T$ от $\xi \equiv \omega_1/v_1 \approx \omega_2/v_2 \approx \omega_3/v_3$, где $\omega_i = (Q_i^2/d^3 M_i)^{1/2}$, которые описывают перераспределение энергии в радиальном направлении для двух и трех вертикально расположенных частиц разных размеров показана на рис. 2. Кривые представлены для частиц с кулоновским взаимодействием при $d_1 = d_2 = d \cong 0.1$ см и $\beta^r = 5.2Q_1/d^3$. Зависимости $\delta T_2(\xi)$ были получены путем численного решения системы (2а), (2б) с использованием уравнений баланса (4), (5а)–(5в) при поиске величины β^z для конфигурации частиц с межчастичными расстояниями $d_1 = d_2 = d$.

Легко увидеть, что количество перераспределяемой энергии заметно падает с ростом различия частиц по массе, а ее равномерное распределение между частицами системы становится невозможным даже в случае двух частиц при $\xi \rightarrow \infty$. Отметим, что для трех частиц перераспределение энергии достигает своего постоянного равновесного состояния несколько раньше (при $\xi > 10$), чем в случае двух частиц (при $\xi > 40$).

Выбор равных межчастичных расстояний ($d_1 = d_2 = d$) для иллюстрации перераспределения стохастической энергии, см. рис. 2, позволяет использовать одинаковый параметр ξ для анализа рассматриваемых процессов в системах из двух и трех частиц с заданными массами. Это также

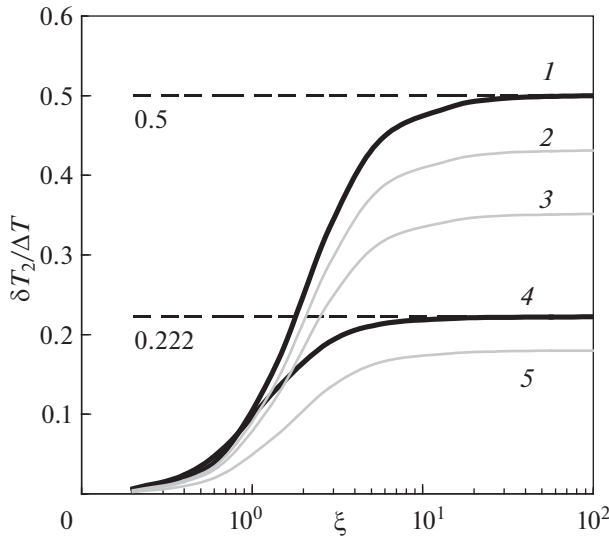


Рис. 2. Зависимости $\delta T_2/\Delta T = |(T_2 - T_2^0)|/\Delta T$ в радиальном направлении от ξ для частиц с кулоновским взаимодействием при $d \cong 0.1$ см. Для двух частиц, $\Delta T = |\Delta T_{21}|$, при 1 – $M_2 = M_1$; 2 – $M_2/M_1 = 1.3$; 3 – $M_3/M_1 = 1.6$. Для трех частиц, $\Delta T = |\Delta T_{21} + \Delta T_{23}|$, при 4 – $M_3 = M_2 = M_1$; 5 – $M_2/M_1 = 1.3$, $M_3/M_1 = 1.6$.

удобно для сравнения поведения отдельных частиц с процессами в протяженных слоистых структурах, которые наблюдаются в численных экспериментах (где расстояния, l_p , между частицами соседних слоев были практически одинаковы при неизменном значении β^z , см. раздел 3). Тем не менее функции $\delta T_2(\xi)$ для частиц с заданными массами, включая их асимптотику при $\xi \rightarrow \infty$, могут существенно измениться при выборе постоянного градиента β^z с дальнейшим расчетом межчастичных расстояний из условий баланса сил, которые в этом случае могут быть различны для цепочки из двух и трех частиц.

Численное моделирование, выполненное для случаев двух и трех отдельных частиц в работах [27–29], показало хорошее согласие с описанной здесь теорией. Результаты моделирования процессов перераспределения стохастической энергии в двух- и трехслойных структурах частиц приведены в следующем параграфе. Такие структуры нельзя исследовать при помощи системы уравнений (2а), (2б) из-за отсутствия корректных условий баланса сил для частиц в протяженных слоистых системах, что не позволяет определить коэффициенты a_{ij} , а также отсутствия в ней корреляторов скоростей и смещений частиц между разными степенями свободы. Сравнение процессов перераспределения энергии в двухслойных и трехслойных протяженных системах с такими процессами для двух и трех вертикально распо-

ложенных частиц позволяет выяснить их основные черты, сходство и различие, а также соответствие результатов моделирования рассматриваемой теории. В ходе такого сравнения были проверены: условие сохранения энергии (3); асимптотика функций приращения энергии, $\delta T_i(\xi)$, с ростом величины ξ ; пропорциональность δT_i разнице температур источников ΔT ; зависимость приобретаемой энергии δT_i от степени свободы. (Здесь и далее i – номер слоя, содержащий частицы массы M_i .)

3. РЕЗУЛЬТАТЫ ЧИСЛЕННОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ И ИХ ОБСУЖДЕНИЕ

Численное исследование процессов энергетического обмена выполнялось методом молекулярной динамики Ланжевена для частиц, взаимодействующих с кулоновским потенциалом в анизотропном электрическом поле лопушки с цилиндрической симметрией. Техника моделирования подробно описана в работах [1, 2].

Моделирование проводилось для двухслойных ($N = 2$) и трехслойных ($N = 3$) ансамблей с фракциями неидентичных частиц разных размеров и температур в поле тяжести. Число частиц в каждой из фракций ($N_1 = N_2 = N_3$) варьировалось от 60 до 210. Отношения масс ($M_2/M_1, M_3/M_1$) изменялись от 1.15 до 1.6, что соответствовало изменению отношения радиусов частиц от ~ 1.05 до ~ 1.17 . Заряды и коэффициенты трения задавались как $Q_i \propto a_{di}$ и $v_i \propto a_{di}^{-1}$ соответственно. Здесь и далее $i = 1, 2, 3$.

Величина $\xi = \omega_1/v_1$ изменялась от ~ 0.5 до ~ 100 , где $\omega_i = (Q_i^2/l_p^3 M_i)^{1/2}$, а $l_p \approx (d_p^2 + r_p^2/4)^{1/2}$ – среднее расстояние между частицами соседних слоев. Здесь d_p – расстояние между слоями частиц разных фракций, а r_p – среднее расстояние между заряженными частицами в радиальном направлении (в плоскости слоев). Отношение β^z/β^r варьировалось от ~ 6 до 12. При выбранных параметрах численного моделирования величина d_p составляла от ~ 0.05 см до 0.1 см, а r_p – изменялось от ~ 0.04 см до 0.08 см.

Температура тепловых источников T_i^0 варьировалась в пределах от ~ 0.05 до ~ 0.5 эВ. Во всех случаях параметр неидеальности $\Gamma = (Q_i)^2/(T_i^0 r_p)$ был более 100, а $\langle \chi_i^2 \rangle \ll \min[r_p^2, d_p^2]$, чтобы избежать заметного влияния процессов диффузии в плоскости слоя [1–3] и/или случайных “скачков” частиц между слоями системы [1, 25] на перераспределение тепловой энергии при помощи механизма, рассматриваемого в настоящей статье.

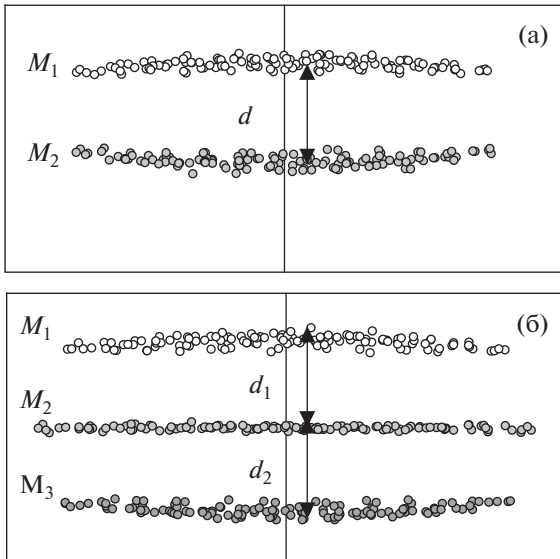


Рис. 3. Иллюстрация (вид сбоку) положений частиц в двухслойной (а) и трехслойной (б) структуре для $T_i^{0(z)} \equiv T^0(z) = 0.4$ эВ, $T_i^{0(x)} \equiv T_i^{0(y)} = T^0(z)/3$.

Во всех рассмотренных случаях

$$\sum_{i=1}^N (T_i^{(z)} + T_i^{(x)} + T_i^{(y)}) \equiv \sum_{i=1}^N (T_i^{0(z)} + T_i^{0(x)} + T_i^{0(y)})$$

с точностью до $\sim 2\%$, что примерно соответствовало ошибкам численного моделирования. Здесь $T_i^{0(x)}$, $T_i^{0(y)}$, $T_i^{0(z)}$ и $T_i^{(x)}$, $T_i^{(y)}$, $T_i^{(z)}$ – заданная и установившаяся (равновесная) температура частиц слоя i на каждую степень свободы. (Отметим, что результаты численного анализа процессов энергетического обмена практически не зависели от количества частиц при $N_i \geq 60$.)

Для иллюстрации результатов расчетов, представленных далее на рис. 3–7, был выбран случай $N_i = 125$, $\beta^z/\beta^r \cong 9$ и $M_2/M_1 = 1.3$, $M_3/M_1 = 1.6$ при одинаковом электрическом поле ловушки для двух- и трехслойных систем ($\beta^z \cong 0.16$ СГСЭ). Положения частиц разной массы в моделируемых системах показаны на рис. 3: $d_1 = d_2 \cong 0.085$ см, $d \cong 0.09$ см (в обоих случаях $l_p \cong 0.093 \pm 0.001$ см). Парные корреляционные функции $g(r)$ для частиц в каждом из слоев при тех же параметрах задачи приведены на рис. 4, здесь r – расстояние между частицами.

Представленные исследования включали две задачи: 1) изучение процессов перераспределения стохастической кинетической энергии между различными фракциями частиц с разной температурой; 2) анализ перераспределения стохастической энергии по степеням свободы.

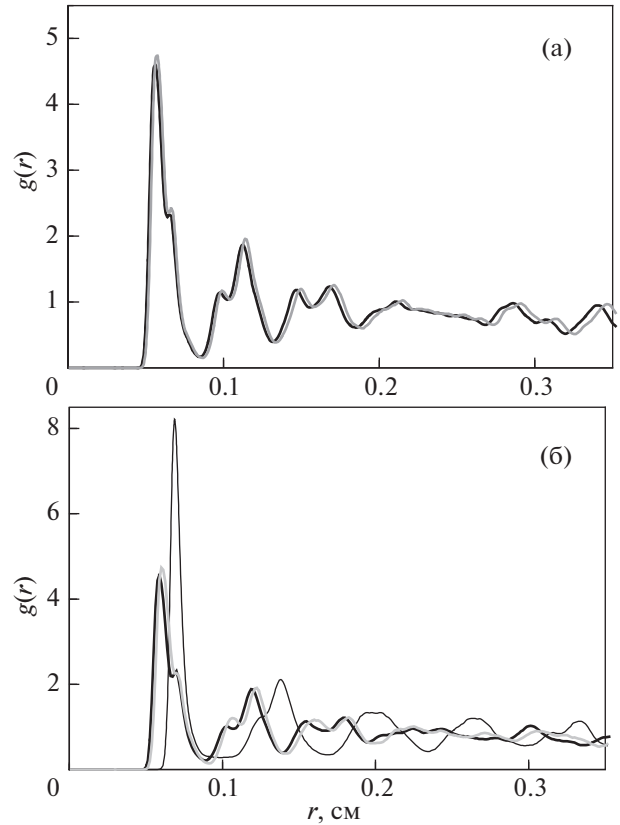


Рис. 4. Парные корреляционные функции $g(r)$ в двухслойной (а) и трехслойной (б) структуре для $T_i^{0(z)} \equiv T^0(z) = 0.4$ эВ, $T_i^{0(x)} \equiv T_i^{0(y)} = T^0(z)/3$. Серые и черные толстые линии – верхний и нижний слой; тонкая черная линия – средний слой в трехслойной структуре.

Для изучения процессов перераспределения стохастической кинетической энергии между различными фракциями частиц с разной температурой температура тепловых источников задавалась одинаковой по степеням свободы ($T_i^{0(x)} = T_i^{0(y)} = T_i^{0(z)} \equiv T_i^0$). Отношения температур тепловых источников, T_i^0/T_1^0 (или T_1^0/T_i^0), для частиц различных фракций изменялись от 1 до 4. В процессе моделирования начальная стохастическая кинетическая энергия (энергия источников) перераспределялась от более “горячих” частиц к менее “горячим”. Во всех случаях наблюдаемые распределения скоростей частиц были близки к максвелловским функциям, а их температура была практически однородна в пределах каждого слоя.

Аналогично задаче о двух и трех отдельных частицах во всех рассмотренных случаях ($60 \leq N_i \leq 210$, $0.5 \leq r_p/d_p \leq 1$) величина перераспределяемой энергии определялась величиной ξ и была пропорциональна ΔT ; здесь $\Delta T = (T_2^0 - T_1^0)$ для

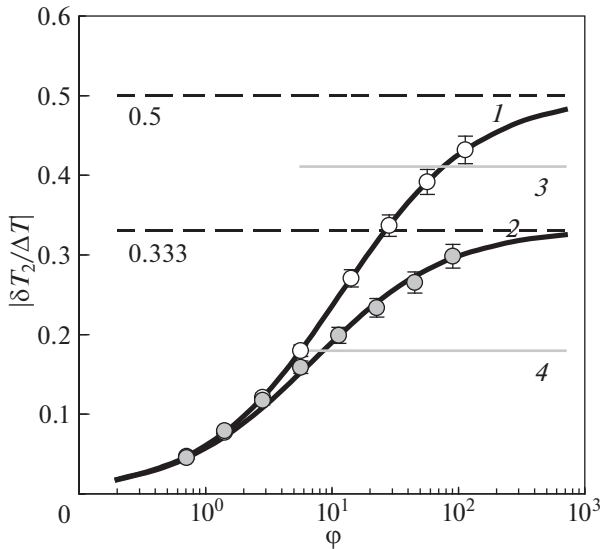


Рис. 5. Зависимости $|\delta T_2/\Delta T|$ от ξ для двухслойной (кривая 1) и трехслойной (кривая 2) систем неидентичных частиц. Символы – усредненные результаты численных расчетов; черные линии – аппроксимация (7): $c \cong 14.5$, $\alpha \cong 0.81$, $n = 2$ (кривая 1) и $n = 3$ (кривая 2). Отмечено максимальное отклонение расчетов ($\pm 5\%$) при различных значениях T_1^0, T_2^0, T_3^0 . Серыми линиями показана асимптотика $|\delta T_2/\Delta T|$ при $\xi \rightarrow \infty$ для отдельных частиц той же массы: 3 – для двух частиц; 4 – для трех частиц.

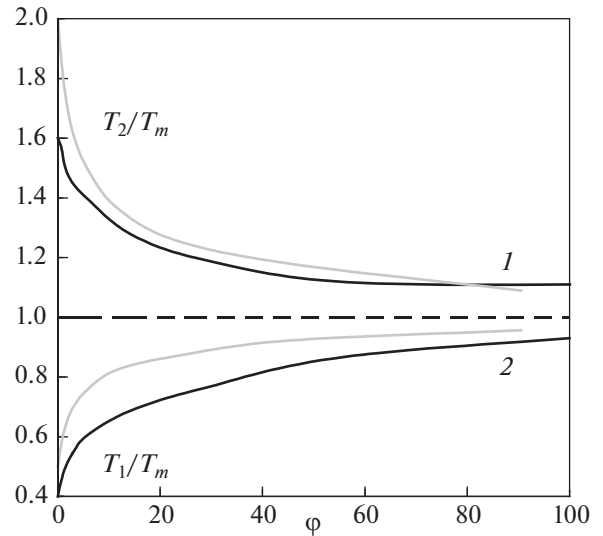


Рис. 6. Зависимости T_1/T_m (2) и T_2/T_m (1) от ξ в двухслойной (черные линии) и в трехслойной (серые линии) структуре частиц; $T_2^0/T_1^0 = 4$ и $T_1^0 = T_3^0$.

двухслойных структур, а $\Delta T = (\delta T_{21} + \delta T_{23}) \cong \cong 2T_2^0 - (T_1^0 + T_3^0)$ для трехслойных структур. При этом $\delta T_2 \cong -\delta T_1$ (для двухслойной системы), а $\delta T_2 \cong -(\delta T_1 + \delta T_3)$ (для трехслойной) с точностью до 3%.

Зависимости $|\delta T_2/\Delta T|$ от ξ для двухслойной ($|\delta T_2/\Delta T| \cong |\delta T_1/\Delta T|$) и трехслойной ($|\delta T_2/\Delta T| \cong \cong |(\delta T_1 + \delta T_3)/\Delta T|$) систем неидентичных частиц при одинаковом электрическом поле ловушки приведены на рис. 5. Символами показаны усредненные численные данные при различных величинах температуры источников: T_1^0, T_2^0, T_3^0 .

Аппроксимация полученных численных данных дает соотношение

$$\frac{\delta T}{\Delta T} = \frac{1}{n + c\xi^{-\alpha}}, \quad (8)$$

где c и α – некоторые коэффициенты, которые при заданных потенциале взаимодействия между частицами и отношениях их масс зависят только от градиентов внешнего электрического поля ловушки, а n – суммарное число источников и стоков тепловой энергии. Для задачи 1, рассмотренной в настоящем разделе ($T_i^{0(x)} = T_i^{0(y)} = T_i^{0(z)}$), величина $\delta T = |\delta T_2|$; $n = 2$ для двухслойной системы

частиц, а $n = 3$ для трехслойной системы. Отметим, что отношение $\Delta T/n = |\Delta T|/n$ равно количеству перераспределяемой кинетической энергии, которая необходима для установления равномерного распределения температур в анализируемой системе. Для примера, предлагаемого для иллюстрации результатов расчетов в данном разделе: $c \cong 14.5$ и $\alpha \cong 0.81$, см. рис. 5.

Предлагаемая аппроксимация (8) не имеет корректного аналитического обоснования и является полуэмпирической, однако позволяет достаточно точное описание условий энергетического баланса, полученных в результате численного моделирования. Так, с ростом ξ кинетическая энергия частиц выравнивается и распределяется практически равномерно при $\xi \rightarrow \infty$, когда величина $T_i \rightarrow T_m = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N T_i^0$ между частицами различных слоев системы, см. рис. 5 и 6. Здесь T_m – средняя температура источников для рассматриваемой системы. Подчеркнем также, что при одинаковом электрическом поле ловушки, интенсивность перераспределения энергии была одинакова для двухслойных и трехслойных систем, поскольку коэффициенты c и α в аппроксимации (8) имели равные значения для обоих рассмотренных случаев.

В отличие от случая отдельных частиц, фиксировалось примерно равномерное перераспределение энергий по степеням свободы для каждого из слоев исследуемых структур: $T_i^{(x)} \cong T_i^{(y)} \cong T_i^{(z)}$; а асимптотика $|\delta T_2/\Delta T|$ при $\xi \rightarrow \infty$ для отдельных частиц той же массы заметно отличалась от случая протяженных систем, см. раздел 2 и рис. 5.

Наблюдаемые различия в поведении отдельных частиц и слоистых систем могут быть связаны как с отличием характерных частот, отвечающих за взаимодействие частиц в протяженных системах, от величин ω_i [33], так и с перераспределением стохастической кинетической энергии по степеням свободы (т.е. с перераспределением между вертикальными и радиальными смещениями частиц). Такое перераспределение невозможно в случае отдельных частиц, или же в монослое, если отклонения этих частиц от их положения равновесия много меньше среднего межчастичного расстояния ($\Gamma > 100$, $\langle \chi_i^2 \rangle \ll \min[r_p^2; d_p^2]$). В противоположном случае, системе частиц нельзя описать при помощи линеаризованных уравнений движения (1).

Для анализа процессов перераспределения стохастической энергии по степеням свободы для различных фракций частиц температура тепловых источников задавалась как $T_i^{0(x)} = T_i^{0(y)} \equiv T^{0(r)}$, $T_i^{0(z)} \equiv T^{0(z)}$, где $T^{0(z)} > T^{0(r)}$. Отношения температур источников $T^{0(z)}/T^{0(r)}$ изменялись от 1.2 до 4.

Также, как и в предыдущем случае, начальная стохастическая кинетическая энергия (энергия источников) перераспределялась по степеням свободы от высоких температур к более низким температурам, наблюдаемые распределения скоростей частиц были близки к функциям Максвелла, а их температура по степеням свободы была практически однородна в пределах каждого слоя.

При всех рассмотренных параметрах моделирования значения $\delta T^{(z)} = T_i^{(z)} - T_i^{0(z)}$ и $\delta T^{(x)} = T_i^{(x)} - T_i^{0(x)} = \delta T^{(y)}$ практически не менялись в зависимости от слоя (от i). Величины $\delta T^{(z)}$ и $\delta T^{(x)} = \delta T^{(y)}$ были пропорциональны разнице температур $\Delta T = 2(T^{0(z)} - T^{0(x)}) \equiv 2(T^{0(z)} - T^{0(y)})$ и определялись параметром ξ . При этом $\delta T^{(z)} \approx -(\delta T^{(x)} + \delta T^{(y)})$ с точностью до 3%.

Усредненные результаты численных расчетов $|\delta T/\Delta T|$ в зависимости от ξ , где $|\delta T| = |\delta T^{(z)} - \delta T^{(x)} - \delta T^{(y)}|/2$, для двухслойной и трехслойной систем показаны на рис. 7. Там же представлены аппроксимации (8) при $n = 3$, $\alpha \cong 0.81$, и $c \cong 34$ (два слоя), $c \cong 44$ (три слоя). Напомним, что с ростом ξ соотношение (8) обеспечивает выравнивание температур по степеням свободы. Так, при $\xi \rightarrow \infty$, значения $T_i^{(x)} \cong T_i^{(y)} \cong T_i^{(z)}$ будут стремиться к величине $\frac{1}{3N} \sum_{i=1}^N (T_i^{0(z)} + T_i^{0(x)} + T_i^{0(y)})$, которая равняется средней температуре источников рассматриваемой системы.

Легко увидеть, что интенсивность перераспределения энергии по степеням свободы для трехслойных систем была несколько меньше, чем для

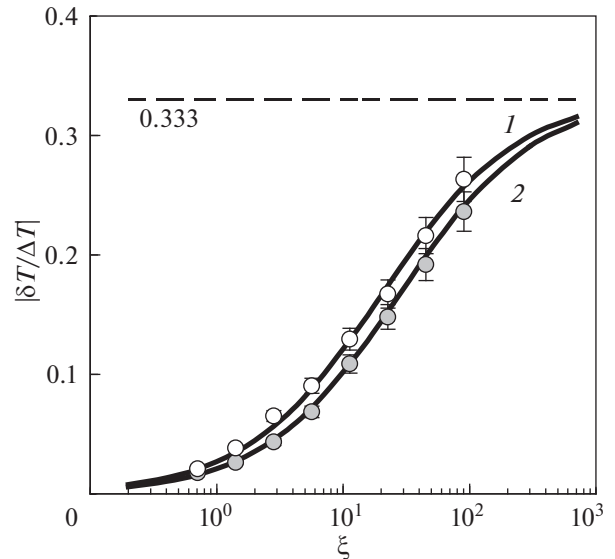


Рис. 7. Зависимости $|\delta T/\Delta T|$ от ξ для двухслойной (кривая 1, \circ) и трехслойной (кривая 2, \bullet) систем неидентичных частиц. Символы – усредненные результаты численных расчетов; линии – аппроксимация (7): $n = 3$, $\alpha \cong 0.81$, $c \cong 34$ (кривая 1) и $c \cong 44$ (кривая 2). Показано максимальное отклонение расчетов ($\pm 7\%$) при различных значениях $\Delta T = 2(T^{0(z)} - T^{0(x)}) \equiv 2(T^{0(z)} - T^{0(y)})$.

двухслойных структур (см. рис. 7), что вероятно связано с участием в процессе передачи энергии более массивных частиц. При этом отличия усредненных значений $|\delta T/\Delta T|$, полученных при численном моделировании двух- и трехслойных структур, составляли менее 20% для всех ξ при максимальном отклонении расчетов $\pm 7\%$ при различных значениях ΔT .

В заключение отметим, что в типичных условиях экспериментов в газоразрядной плазме при давлениях буферного газа (аргона) больше 10^{-2} Торр, параметр ξ находится в диапазоне от ~ 1 до 10 [1, 2, 10–12]. (При этом для $\xi < 10$ передается менее 50% энергии необходимой для полного выравнивания температур, а для $\xi < 100$ – не более 90%, см. рис. 5, 7). Это практически исключает полное выравнивание температур как по слоям частиц, так и по их степеням свободы за счет механизма передачи стохастической кинетической энергии, рассмотренного в статье.

Увеличить значение ξ можно как за счет снижения давления, так и за счет выбора более легкого буферного газа (например, водорода). Можно предположить, что процесс передачи энергии будет более эффективным для частиц равной массы ($M_i = \text{const}$). Однако расчеты для идентичных частиц в двухслойной системе, выполненные для исследования перераспределения стохастической кинетической энергии по степеням свободы [32], не подтверждают данного предположения.

Анализ экспериментов в лабораторной плазме ВЧ-разряда позволяет предположить, что наиболее эффективное перераспределение стохастической энергии между пылевыми частицами может возникать в случае снижения параметра неидеальности Γ системы за счет роста кинетической температуры частиц [12].

4. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Проведено численное исследование процессов энергетического обмена в диссипативных системах неидентичных взаимодействующих частиц с неоднородным распределением источников тепла и/или любых других источников стохастической кинетической энергии. Рассмотрена теоретическая модель для анализа энергетического баланса в таких системах. Моделирование выполняется для частиц с кулоновским взаимодействием.

Изучены условия энергетического обмена в двухслойных и трехслойных ансамблях с различными фракциями частиц. Представленные исследования включали две задачи: *изучение процессов перераспределения стохастической кинетической энергии между различными фракциями частиц с разной температурой; и анализ перераспределения стохастической энергии по степеням свободы.*

Полученные результаты не зависели от числа частиц в слое N_i (при $N_i \geq 60$). Величина перераспределяемой энергии была пропорциональна количеству стохастической кинетической энергии, которая необходима для установления равномерного распределения температур в рассматриваемой системе, и определялась отношением ее характерных частот, ξ . Предложена полуэмпирическая аппроксимация, зависящая от температуры тепловых источников и характерных частот системы, которая хорошо описывает процессы энергетического обмена во всех рассмотренных случаях.

Результаты настоящей работы применимы для систем с любым типом попарных (взаимных) взаимодействий и могут быть полезны для анализа энергетического обмена в неоднородных системах, которые представляют интерес в физике пылевой плазмы, включая лабораторные эксперименты с пылевыми частицами в плазме газовых разрядов.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Ваулина О.С., Петров О.Ф., Фортвов В.Е., Храпак А.Г., Храпак С.А. Пылевая плазма (эксперимент и теория). М.: Физматлит, 2009.
2. Complex and Dusty Plasmas / Eds. Fortov V.E., Morfill G.E., CRC Press, 2010.
3. Ivlev A., Morfill G., Lowen H., Royall C.P. Complex Plasmas and Colloidal Dispersions: Particle-Resolved

Studies of Classical Liquids and Solids. Singapore: World Scientific, 2012.

4. Photon Correlation and Light Beating Spectroscopy / Eds. H.Z. Cummins and E.R. Pike, New York: Plenum, 1974.
5. Овчинников А.А., Тимашев С.Ф., Белый А.А. Кинетика диффузионно-контролируемых химических процессов. М.: Химия, 1986.
6. Филиппов А.В., Дербенев И.Н. // ЖЭТФ 2016. Т. 150. С. 1262.
7. Fortov V.E., Nefedov E.A., Sinel'shchikov V.A., Usachev A.D., Zobnin A.V. // Phys. Lett. A. 2000. V. 267. P. 179.
8. Hebner G.A., Riley M.E., Greenberg K.E. // Phys. Rev. E. 2002. V. 66. P. 046407.
9. Thomas H., Morfill G., Demmel V. // Phys. Rev. Lett. 1994. V. 73. P. 652.
10. Pieper J.B., Goree J., Quinn R.A. // Phys. Rev. E. 1996. V. 54. P. 5636.
11. Melzer A., Homann A., Piel A. // Phys. Rev. E. 1996. V. 53. P. 2757.
12. Vaulina O.S., Vasilieva E.V., Petrov O.F., Fortov V.E. // Physica Scripta. 2011. V. 84. P. 025503.
13. Ваулина О.С. // ЖЭТФ 2016. Т. 149. С. 218.
14. Vaulina O.S., Khrapak S.A., Petrov O.F., Nefedov A.P. // Phys. Rev. E. 1999. V. 60. P. 5959.
15. Quinn R.A., Goree J. // Phys. Rev. E. 2000. V. 61. P. 3033.
16. Vaulina O.S., Khrapak S.A., Samarian A.A., Petrov O.F. // Phys. Scripta. 2000. V. 84. P. 229.
17. Ваулина О.С., Неведов А.П., Петров О.Ф., Фортвов В.Е. // ЖЭТФ. 2000. Т. 118. С. 1319.
18. Vaulina O.S. // European Phys. Lett. 2016. V. 115. P. 10007.
19. Ваулина О.С. // Физика плазмы. 2017. Т. 43. С. 293.
20. Totsuji H., Totsuji C., Tsuruta K. // Phys. Rev. E. 2001. V. 64. P. 066402.
21. Totsuji H., Kishimoto T., Inoue Y. // Physics Letters A. 1996. V. 221. P. 215.
22. Totsuji H., Kishimoto T., Totsuji C. // Phys. Rev. Lett. 1997. V. 78. P. 3113.
23. Ваулина О.С., Адамович К.Г., Дранжевский И.Е. // Физика плазмы 2008. Т. 31. С. 562.
24. Vaulina O.S., Adamovich X.G., Vladimirov S.V. // Physica Scripta. 2009. V. 79. P. 035501.
25. Лисина И.И., Ваулина О.С. // ЖЭТФ. 2016. Т. 153. С. 423.
26. Лифшиц Е.М., Питаевский Л.П. Физическая кинетика. М.: Наука, 1979.
27. Ваулина О.С., Кауфман С.В. // Физика плазмы. 2020. Т. 46. С. 11.
28. Vaulina O.S. // Phys. Plasmas. 2017. V. 24. P. 023705.
29. Ваулина О.С. // ЖЭТФ. 2017. Т. 151. С. 982.
30. Ваулина О.С. // Физика плазмы. 2020. Т. 46. С. 368.
31. Ваулина О.С., Лисина И.И., Лисин Е.А. // Физика плазмы. 2018. Т. 44. С. 229.
32. Ваулина О.С., Кауфман С.В., Лисина И.И. // ЖЭТФ. 2020. Т. 158. С. 1181.
33. Vaulina O.S., Koss X.G., Khrustalyov Yu.V., Petrov O.F., Fortov V.E. // Phys. Rev. E. 2010. V. 82. P. 056411.