

ТУРБУЛЕНТНОСТЬ ПЛАЗМЫ

УДК 533.9.01

ТУРБУЛЕНТНАЯ РЕЛАКСАЦИЯ И АНОМАЛЬНЫЙ ПЕРЕНОС ПЛАЗМЫ¹

© 2021 г. В. П. Пастухов*

НИИ “Курчатовский институт”, Москва, Россия

*e-mail: Pastukhov_VP@nrcki.ru

Поступила в редакцию 19.03.2021 г.

После доработки 11.05.2021 г.

Принята к публикации 11.05.2021 г.

Обсуждается не вполне традиционный подход к теоретическому анализу и моделированию турбулентно-транспортных процессов в замагниченной плазме, основанному на предположении о самоогласованном поддержании турбулентной плазмы в состоянии, достаточно близком к гранично-устойчивому турбулентно-релаксированному состоянию. Идея такого подхода была первоначально высказана в 1964 г. в работе А.А. Галеева и Л.И. Рудакова, однако позднее она сместилась на второй план. В данной работе, на примере теоретических моделей и кодов, созданных для описания турбулентно-транспортных процессов в замагниченной плазме таких систем как магнито-электростатические ловушки, системы типа “Левитирующий диполь” и токамак, сделана попытка показать эффективность и результативность обсуждаемого подхода.

Ключевые слова: удержание плазмы, устойчивость, турбулентность, самоорганизация плазмы, турбулентная релаксация, аномальные процессы переноса

DOI: 10.31857/S0367292121090080

1. ВВЕДЕНИЕ

Процессы переноса частиц и энергии поперек магнитного поля остаются одной из важнейших проблем в исследованиях замагниченной лабораторной и космической плазмы. В творческом наследии А.А. Галеева исследования процессов переноса в замагниченной плазме также занимают одно из центральных мест. Так, в мировой плазменной науке живет и развивается довольно обширное направление, называемое неоклассической теорией процессов переноса в плазме и получившее свое начало в классической работе А.А. Галеева и Р.З. Сагдеева 1968 г. [1].

В то же время, уже в самом начале активных исследований по физике плазмы во многих экспериментах наблюдались транспортные процессы, значительно превосходящие уровень классической и неоклассической диффузии и теплопроводности, и потому получившие название аномальных транспортных процессов. Как правило, аномальный перенос плазмы поперек магнитного поля в различных системах ассоциируют с развитием той или иной дрейфовой неустойчивости. И в этом направлении одной из пионер-

ских работ стала статья А.А. Галеева, В.Н. Ораевского и Р.З. Сагдеева ““Универсальная” неустойчивость неоднородной плазмы в магнитном поле” 1963 г. [2]. Данная работа, как и большинство работ того периода, была основана на анализе флуктуаций плазмы в линейном приближении. Бурное развитие первичного анализа дрейфовых неустойчивостей в рамках линейной теории нашло свое отражение в известной монографии А.Б. Михайловского “Теория плазменных неустойчивостей”, т. II. “Неустойчивости неоднородной плазмы” [3].

Несмотря на всеобщую увлеченность линейной теорией, А.А. Галеев сразу же перешел к более глубокому анализу, и уже в 1964 г. появилась работа А.А. Галеева и Л.И. Рудакова “Нелинейная теория дрейфовой неустойчивости неоднородной плазмы в магнитном поле” [4]. На этой работе следует остановиться подробнее, поскольку именно в ней впервые были высказаны идеи, лежащие в основе концепции, излагаемой в данной работе. На рис. 1 приведены сканы 2-х фрагментов страницы 445 английского перевода этой статьи, опубликованного в журнале Soviet Physics JETP, Vol. 18. Уравнение (1.4) во фрагменте, представленном на рис. 1а, описывает квазилинейную бесстолкновительную релаксацию функции распределения электронов под воздействием турбулентных флуктуаций дрейфовой неустойчивости. Там же указано, что эта релаксация должна вести

¹ Данная статья была подготовлена по результатам работы Международной конференции “Исследования космической плазмы: перспективы ближайших десятилетий”, посвященной 80-летию академика Альберта Абубакировича Галеева.

к формированию некоторого “плато” на функции распределения электронов. К этому времени в работе [5] уже было показано, что в процессе квазилинейной релаксации при пучковой неустойчивости также должно формироваться плато на зависимости функции распределения электронов от скорости v_z в скоростном пространстве. Однако в отличие от результатов работы [5], в случае дрейфовой неустойчивости плато на функции распределения должно формироваться в комбинированном координатно-скоростном пространстве (x, v_z) . При интегрировании по скоростям функции распределения с таким плато, должны получаться специфические профили плотности и температуры с конечными градиентами. Такие специальные профили плотности и температуры можно назвать самосогласованными или турбулентно-релаксированными.

Во фрагменте, представленном на рис. 1б, содержится второе очень важное утверждение, смысл которого состоит в том, что слабостолкновительная плазма должна самосогласованно поддерживаться вблизи турбулентно-релаксированного (TR) состояния. Отклонение от этого состояния определяется конкуренцией между процессами быстрой турбулентной релаксации и относительно более медленными столкновительными процессами, стремящимися разрушить это состояние. Малое отклонение от TR-состояния приводит к относительно умеренным потерям плазмы поперек магнитного поля.

К сожалению, важные утверждения работы [4], отмеченные выше, были позже несколько отодвинуты в тень. Основные усилия были приложены к расчетам аномальных коэффициентов типа D_k в уравнении (1.4) на рис. 1а, задающих скорость турбулентной релаксации, а не интенсивность процессов переноса вблизи квазистационарных TR-состояний. На этой основе были получены многочисленные выражения для “коэффициентов аномальной диффузии” плазмы уже в координатном пространстве. Так, например, остается очень популярной хорошо известная оценка коэффициента аномальной диффузии $D \approx \gamma/k^2$, где γ – инкремент неустойчивости флуктуаций с характерной величиной волновых векторов масштаба k . Однако такая величина коэффициента диффузии D , как правило, приводит к сильно завышенной оценке аномальных транспортных потоков по сравнению с результатами реальных экспериментов. В то же время во многих природных явлениях и лабораторных экспериментах реализуется тенденция к самоорганизации плазмы, при которой процессы быстрой турбулентной релаксации обеспечивают поддержание плазмы вблизи TR-состояния, а результирующие транспортные потоки определяются более медленными конкурирующими процессами,

$$\begin{aligned} & \frac{\partial f_0}{\partial t} = \sum_{\mathbf{k}} \left(\frac{1}{v_z} \frac{\partial}{\partial v_z} - \frac{k_y}{\omega_k \omega_{He}} \frac{\partial}{\partial x} \right) D_{\mathbf{k}} \left(\frac{1}{v_z} \frac{\partial}{\partial v_z} - \frac{k_y}{\omega_k \omega_{He}} \frac{\partial}{\partial x} \right) f_0, \\ & D_{\mathbf{k}}(x, t) = \pi \frac{e^2}{m^2} \Phi_{\mathbf{k}}^2 \omega_{\mathbf{k}}^2 \delta(\omega_{\mathbf{k}} - k_z v_z). \end{aligned} \tag{1.4}$$

The expression in (1.4) is a diffusion-like equation in (x, v_z) space. An approximate solution can be found on the basis of the following considerations. The coefficient $D_{\mathbf{k}}$ depends on the wave vector \mathbf{k} and reaches a peak for some value $\mathbf{k} = \bar{\mathbf{k}}$; $k_z \sim \omega/v_A$, $k_{yri} \sim \sqrt{m_i \beta}/m_e$.

To estimate the rate of equalization of the “plateau” in (x, v_z) space given by Eq. (1.4) (cf. Vedenov, Velikhov, Sagdeev^[2]) we replace $D_{\mathbf{k}}$ by $D_{\bar{\mathbf{k}}}$. It is also convenient, in the simplified equation (1.4), to transform from the variables x, v_z to the new variables

$$\eta = v_z^2/2u, \quad \xi = v_z^2/2u + \omega_{\bar{\mathbf{k}}} \omega_{He} x / \bar{k}_y u,$$

where u is the velocity of the resonance electrons

$$\tag{6}$$

Thus, the instability at the boundary of a plasma contained by a magnetic field inhibits itself rapidly and the change in the initial density in the time required for the plasma to reach the stable state is small.

We have shown that in a low-density plasma (i.e., when collisions can be neglected) the instability of the boundary does not lead to an appreciable loss of plasma across the magnetic field. However, if the plasma lifetime is large compared with an electron mean free time τ_e , the process by which a plateau is established in (x, v_z) space must compete with the relaxation of the electron distribution function to an unstable local Maxwellian velocity distribution f_M .

Рис. 1. Фрагмент (а) и фрагмент (б) статьи в журнале Soviet Physics JETP, vol. 18.

стремящимися это состояние разрушить. Можно с уверенностью сказать, что результаты работы [4] дают хорошую основу для анализа транспортных процессов в магнитных системах, с самосогласованным поддержанием плазмы вблизи TR-состояния.

В данной работе представлен ряд примеров описания транспортных процессов в замагниченной плазме, демонстрирующих развитие принципов, впервые высказанных в работе [4]. В разделе 2 обсуждается процесс аномального поперечного переноса электронов в магнитной ловушке типа тороидальный касп с электростатическим запираением продольных потерь плазмы. В разделе 3 обсуждается турбулентно-конвективный перенос плотности и тепловой энергии плазмы в магнитной системе типа “левитирующий

диполь”. В разделе 4 обсуждается адиабатически-редуцированная модель турбулентной конвекции и результирующих процессов переноса в плазме токамаков. Раздел 5 кратко суммирует основные результаты.

2. АНОМАЛЬНЫЙ ПОПЕРЕЧНЫЙ ПЕРЕНОС ЭЛЕКТРОНОВ В МАГНИТО-ЭЛЕКТРОСТАТИЧЕСКИХ ЛОВУШКАХ

В качестве первого примера систем, для которых анализ турбулентных транспортных процессов в предположении самосогласованного поддержания плазмы вблизи турбулентно-релаксированного состояния оказался достаточно успешным, рассмотрим так называемые магнито-электростатические ловушки (МЭЛ). МЭЛ относятся к открытым магнитным ловушкам со встречными магнитными полями, в которых имеются нули магнитного поля B в центральной области удержания плазмы. Благодаря этому в центральной области МЭЛ формируется абсолютный минимум магнитного поля, обеспечивающий МГД устойчивое удержание плазмы с большим отношением давления плазмы к давлению магнитного поля $\beta = 8\pi p/B^2 \sim 1$. Второй отличительной особенностью МЭЛ является относительно малый магнитный поток, проходящий через плазму, в результате чего силовые линии магнитного поля выходят из основной области удержания плазмы лишь через относительно узкие “магнитные щели”, в которых, с помощью внешних электродов, создается система электростатического запираения продольных потерь плазмы. Простейшей магнитной конфигурацией для МЭЛ является “антипробкотрон” (spindle cusp в английской литературе). Экспериментальные исследования на таких системах (Юпитер-1А, Юпитер-1М) длительное время проводились под руководством О.А. Лаврентьева в Харьковском физико-техническом институте [6, 7]. Но для целей данной работы более существенно остановиться на теоретических исследованиях, связанных с экспериментами на установке Атолл, выполненных в начале 1980-х годов в ИАЭ им. И.В. Курчатова.

Установка Атолл представляет собой простейшую тороидальную МЭЛ. На рис. 2, изначально опубликованном в работе [8], схематически изображено вертикальное осевое сечение установки Атолл. В работе [8] также дано подробное описание параметров установки, методов создания и поддержания плазмы, а также полученные параметры плазмы. Здесь лишь кратко отметим, что для создания магнитного поля, как видно на рис. 2, использовались четыре пары соосных кольцевых катушек с антипараллельными токами. Зазоры между катушками в каждой паре обра-

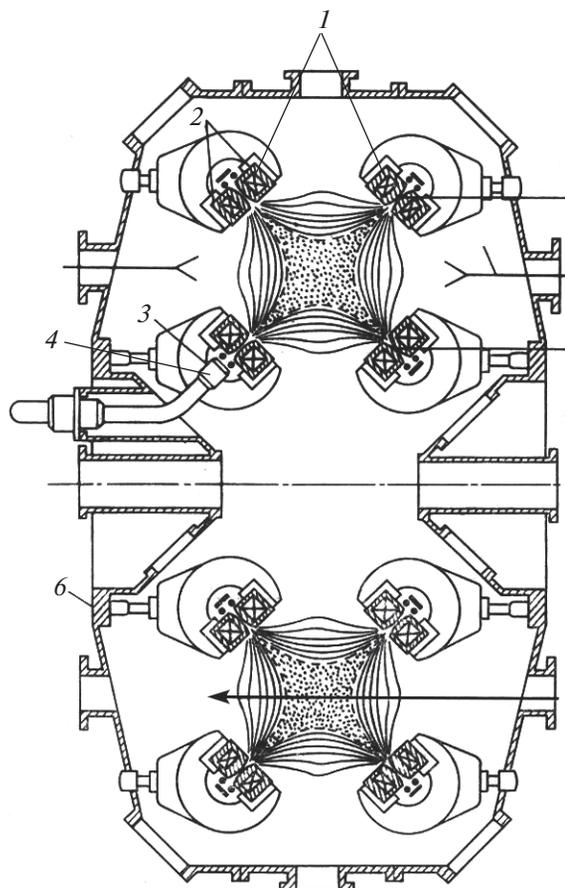


Рис. 2. Схема вертикального осевого сечения установки Атолл.

зуют “магнитные щели”, шириной 2 мм, через которые выходят силовые линии магнитного поля, покидающие основной объем удержания плазмы. За щелями расположены кольцевые пластины (отражатели), на которые подается отрицательное напряжение для отражения электронов, выходящие вдоль магнитного поля через щели. С учетом аксиальной симметрии, удержание отдельных электронов обеспечивается законами сохранения энергии E и обобщенного импульса (тороидального момента) P_ϕ :

$$E = \frac{m_e v^2}{2} - e\phi(r, z) = \text{const}, \quad (1)$$

$$P_\phi = rm_e v_\phi - \frac{e}{2\pi c} \psi(r, z) = \text{const}, \quad (2)$$

где ϕ – электрический потенциал, ψ – магнитный поток, а e и m_e – заряд и масса электронов. Соотношение $\psi_c \equiv -2\pi c P_\phi / e = \text{const}$ задает поверхность ведущих центров электронов и ограничивает область их движения поперек магнитного поля. Аналогичные законы сохранения могут быть

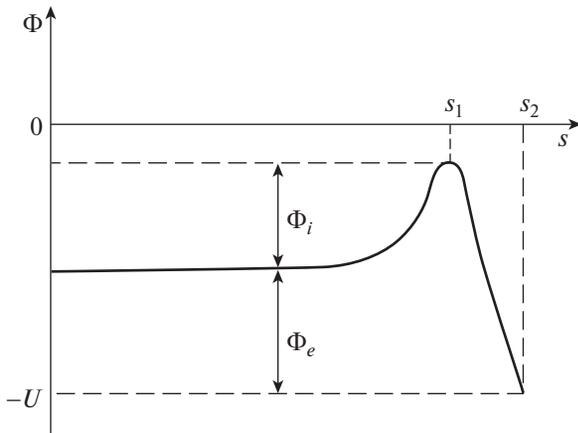


Рис. 3. Распределение потенциала вдоль силовой линии: $s = 0$ — центр плазмы, $s = s_1$ — центр щели, $s = s_2$ — отражатель.

записаны и для ионов, однако, как следует из дальнейших рассуждений, ионы оказываются почти незамагниченными и удерживаются электростатическим полем. Закон сохранения обобщенного импульса ионов играет вспомогательную роль и, согласно результатам работы [9], вместе с условием квазинейтральности плазмы задает распределение электрического потенциала поперек магнитного поля. На рис. 3 качественно показано распределение потенциала ϕ вдоль линии магнитного поля от центра плазмы с $B = 0$ до отражателя. Видно, что плазма в центральной области принимает отрицательный потенциал относительно заземленных корпусов катушек и стенки камеры. Максимум в продольном распределении потенциала формируется в центре щелей и служит потенциальным барьером ϕ_i для ионов, а отражатели обеспечивают потенциальный барьер ϕ_e для электронов в пределах слоя магнитных поверхностей $\psi_c = \text{const}$, выходящих через магнитные щели. Более далекие магнитные поверхности $|\psi_c| > \psi_b$, как видно на рис. 2, упираются в заземленные корпуса катушек, которые полностью отражают ионы, но не препятствуют выходу на них электронов. Поэтому электроны очень хорошо удерживаются на магнитных поверхностях $|\psi_c| < \psi_b$, выходящих через щели, а их продольное удержание на поверхностях $|\psi_c| > \psi_b$ резко ухудшается. Поэтому периферийную область плазмы, где велики продольные потери электронов, по аналогии с токамаками, можно назвать “слоем обдирки” (SOL). В отличие от электронов, ионы могут уходить только вдоль силовых линий вблизи центров щелей $|\psi| \ll \psi_b$, где высота потенциального барьера для них минимальна. Таким образом, поперечные транспортные потоки электронов и ионов в МЭЛ принципиально неам-

биполярны. Электроны должны, преимущественно, уходить поперек поля в SOL, а ионы в обратном направлении к центру плазмы. Как отмечалось в работах [9, 10], такая неамбиполярность потоков приводит к появлению поперечного тока и создает естественный механизм нагрева электронов в МЭЛ. С другой стороны, такая неамбиполярность потоков становится возможной лишь тогда, когда ширина замагниченного слоя, окружающего плазму, составляет величину масштаба ионного гирорадиуса, и ионы в МЭЛ оказываются почти незамагниченными. В результате, в МЭЛ следует говорить лишь о поперечном переносе электронов, который и является главным процессом, определяющим качество удержания плазмы в таких системах.

Утверждение о “классическом” механизме поперечного переноса электронов в МЭЛ было одним из основополагающих утверждений в работах харьковской группы [6, 7]. Однако, на основании более аккуратного теоретического анализа “классического” механизма, выполненного в работе [11], можно было заключить, что поперечные потоки электронов в указанных экспериментах заметно превышали величину потоков, соответствующих “классическому” механизму. Поэтому исследование реального механизма поперечного переноса электронов стало одной из главных задач в работах на установке Атолл. В соответствии с предварительными оценками, конструкция установки и параметры плазмы предоставляли широкие возможности для детального выяснения механизма электронного транспорта. Так, согласно [9, 11], при типичной довольно низкой центральной плотности плазмы в Атолл $n_0 \approx 3 \times 10^{11} \text{ см}^{-3}$, температуре электронов $T_e \approx 100 \text{ эВ}$ и магнитном поле в щели $B_{max} = 7 \text{ кГс}$ “классическое” время удержания электронов должно было бы составлять $\tau_{\perp}^{cl} \approx 2N^2\tau_{ei} \approx 150 \text{ мс}$, где N — число электронных гирорадиусов, укладываемыхся на полуширине магнитной щели, а τ_{ei} — время электрон-ионных столкновений в центре плазмы. С другой стороны, можно было ожидать, что большой относительный градиент плотности (а, возможно, и температуры электронов), оцениваемый как величина масштаба обратного ионного гирорадиуса, способен привести к развитию ряда быстрых дрейфовых неустойчивостей. Действительно, результаты работ [12–15] указывали на возможность развития ряда неустойчивостей, с характерными $k_{\perp} \rho_e \sim 1$ и инкрементами и частотами масштаба нижегибридной частоты $\gamma \sim \omega \sim \sqrt{\omega_{ce}\omega_{ci}}$. Соответствующая оценка коэффициента аномальной диффузии давала величину масштаба Бомовского коэффициента $D \approx \gamma/k^2 \sim \sqrt{m_e/m_i}(cT_e/eB)$, что должно было приводить к

очень короткому времени удержания электронов в установке Атолл масштаба $\tau_{\perp}^{an} < 1$ мкс.

Однако неустойчивости с такими большими инкрементами, по аналогии с работой [4], должны приводить к быстрой турбулентной релаксации, обеспечивающей поддержание плазмы вблизи гранично-устойчивого TR-состояния. Сравнительный анализ возможных неустойчивостей, проведенный в работе [16], позволил выявить наиболее опасную неустойчивость, обладающую гранично-устойчивым TR-состоянием с наиболее пологим профилем плотности плазмы в окружающем замагниченном слое МЭЛ. Такой неустойчивостью оказалась так называемая длинноволновая ионно-звуковая неустойчивость (ДВИЗН) с $k_{\parallel}/k_{\perp} \sim \sqrt{m_e/m_i}$, первоначально обсуждавшаяся в работе [12].

Следуя работе [16], TR-состояние плазмы, соответствующее граничной устойчивости ДВИЗН, удобно обсудить на примере модели МЭЛ с предельно высоким β . В этом пределе толщина слоя Δx между незамагниченной плазмой и магнитным полем много меньше всех других размеров плазмы, в связи с чем можно ограничиться рассмотрением плоского переходного слоя, в котором плазма однородна как вдоль координаты y , выполняющей роль тороидального угла ϕ , так и вдоль координаты z , направленной вдоль магнитного поля. Закон сохранения поверхности ведущего центра электрона (2) в форме $\psi_c = \text{const}$ при переходе от тороидального угла ϕ к y нужно заменить на $A_c = \psi_c/2\pi r = \text{const}$, где A – y -компонента векторного потенциала магнитного поля. Для упрощения задачи, как и в работе [16], полагаем $T_i \ll T_e$ и пренебрегаем затуханием Ландау на ионах. Тогда, как и в работе [4], из уравнения для квазилинейной релаксации следует, что в TR-состоянии функция распределения электронов должна быть функцией двух инвариантов движения. Первый инвариант соответствует магнитному моменту электрона $\mu = m_e v_{\perp}^2/B$, что вполне естественно, поскольку в ДВИЗН $\omega \ll \omega_{ce}$. Второй инвариант более существенен, поскольку задает “плато” в комбинированном пространстве переменных (v, x) и имеет вид

$$\hat{E} = \frac{m_e v^2}{2} - e\phi(x) + \frac{e}{c} \int \left(\frac{\omega}{k_y} \right) dA. \quad (3)$$

Инвариант \hat{E} имеет вид эффективной энергии электрона, в которой кроме электрического потенциала присутствует дополнительная потенциальная энергия, связанная с тем, что резонансный электрон, отдавая энергию наиболее неустойчивой волне с минимальным значением фазовой скорости ω/k_y , смещается во внешнюю часть

слоя, а получая обратно энергию от такой волны, он смещается внутрь плазмы. Среди звуковых волн в неоднородной плазме с $\omega^2 = k^2 c_s^2$, где c_s – скорость ионного звука, при $|k_{\parallel}| \ll k_{\perp}$ минимальное значение фазовой скорости $(\omega/k_y)_{\min} \approx c_s$ имеют волны с локальным значением $|k_x(x)| \ll |k_y|$.

Поскольку функция распределения электронов должна поддерживаться вблизи TR-состояния на временах, существенно превышающих электронное время столкновений, то эта функция распределения должна быть близка к максвелл-большцмановской функции эффективной энергии \hat{E} , а появление некоторой анизотропии в форме зависимости от $\mu = m_e v_{\perp}^2/2B$ может появиться только в SOL, где в продольном направлении электроны удерживаются как в адиабатической зеркальной ловушке. Другими словами, функция распределения электронов вблизи TR-состояния должна примерно соответствовать следующему выражению:

$$\hat{f}_e = n_0 \left(\frac{m_e}{2\pi T_e} \right)^{3/2} \times \exp \left\{ -\frac{m_e v^2}{2T_e} + \frac{e(\phi(x) - \phi_0)}{2T_e} - e \frac{c_s A}{c T_e} \right\}, \quad (4)$$

где T_e и c_s не зависят от поперечной координаты x вследствие быстрого турбулентного перемешивания тепловой энергии электронов по всей ширине слоя. При этом плотность плазмы $n(x)$ экспоненциально снижается на периферии плазмы, сохраняя протяженный хвост в SOL, из которого должны идти продольные потери электронов вдоль магнитного поля вследствие кулоновского рассеяния электронов в конус потерь как в адиабатических зеркальных ловушках. Именно эти продольные потери электронов в SOL и определяют поперечное удержание электронов, а роль турбулентности сводится к поддержанию функции распределения электронов вида (4). Методы расчета таких потерь хорошо известны [18, 19], что позволило получить выражения для поперечного времени удержания электронов как в случае систем с высоким давлением плазмы и большим объемом вытесненного магнитного поля V_0 (см. [16]):

$$\tau_{\perp}^{an} \approx 0.5 \frac{\omega_{pi} V_0}{c S_b} \tau_{ee} \exp \left\{ 2N \sqrt{2m_e/m_i} \right\}, \quad (5)$$

так и плазмы низкого давления в установке Атолл (см. [9, 17]):

$$\tau_{\perp}^{an} \approx \tau_{ee} \left(0.4 + 0.3 \exp \left\{ 2N \sqrt{2m_e/m_i} \right\} \right), \quad (6)$$

где S_b – площадь границы основного объема плазмы и SOL. Для приведенных выше парамет-

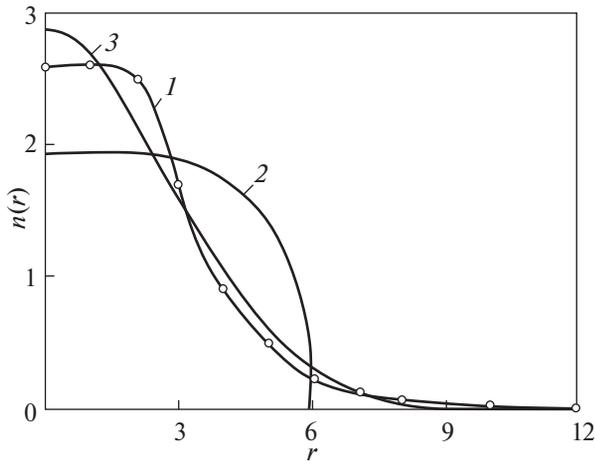


Рис. 4. Профили плотности плазмы в установке Атолл: 1 – экспериментальный, 2 – “классический”, 3 – “аномальный”.

ров типичного разряда в Атолл выражение (6) дает величину $\tau_{\perp}^{an} \approx 170$ мкс, что много меньше оценки “классического” времени удержания электронов $\tau_{\perp}^{cl} \approx 150$ мс, однако значительно больше аномального времени удержания электронов, оцененного по традиционному аномальному коэффициенту диффузии $D \approx \gamma/k^2$. Но самое замечательное свойство простого аналитического выражения (6) для τ_{\perp}^{an} состоит в том, что оно хорошо согласуется со временем жизни плазмы $\tau_{\perp}^{exp} = 150\text{--}200$ мкс, полученным в экспериментах на установке Атолл [9, 17].

На рис. 4 приведены три профиля плотности плазмы $n(r)$ вдоль вертикально направленной координаты r , выходящей из точки $B = 0$ в верхнем секторе плазмы на рис. 2. Все профили нормированы на одинаковое значение $\int ndr$. Видно, что экспериментально измеренный профиль 1 довольно хорошо согласуется с профилем 3, полученным интегрированием функции распределения (4) по скоростям и представляющим TR-состояние для ДВИЗН. Оба профиля имеют протяженный хвост в SOL за граничной магнитной поверхностью $r = 6$ см. В отличие от профилей 1 и 3, профиль 2, полученный в модели “классического” поперечного переноса электронов, заходит в область SOL лишь на глубину масштаба одного электронного гирорадиуса (т.е. обращается в нуль практически на границе с SOL) и сильно отличается от них по форме. После развития и уточнения представленной выше простой теоретической модели, в работе [17] было дано естественное объяснение тем небольшим различиям профилей 1 и 3, в частности, некоторому удлинению хвоста плотности плазмы в SOL, которые

видны на рис. 4. В работе [17] также приведены подробные результаты измерений частотных и пространственных характеристик наблюдаемых колебаний, которые также подтвердили предложенную теоретическую модель аномального переноса электронов в МЭЛ.

Дополнительным важным доказательством механизма аномального переноса электронов в МЭЛ стал эксперимент с введением в один из четырех секторов ловушки Атолл специального лимитера, срезающего далекий хвост распределения плазмы в SOL (см. рис. 4). Согласно работе [17], при размещении края лимитера в области SOL в 7 см от центра, поперечный поток электронов в этом секторе увеличивался примерно в 4 раза без заметного изменения профиля плотности плазмы в основной области плазмы, что в полной мере соответствовало теории, основанной на поддержании TR-состояния. В современной терминологии токамаков этот эффект можно было бы назвать “H–L-переходом”.

Таким образом, принципы, впервые высказанные в работе [4], получили успешное развитие и подтверждение в теоретической модели поперечных процессов переноса электронов в МЭЛ.

3. ТУРБУЛЕНТНАЯ КОНВЕКЦИЯ И АНОМАЛЬНЫЕ ПРОЦЕССЫ ПЕРЕНОСА ПЛАЗМЫ В СИСТЕМАХ ТИПА ЛЕВИТИРУЮЩИЙ ДИПОЛЬ

В качестве еще одного нетривиального и содержательного примера систем магнитного удержания плазмы, для которых анализ турбулентных транспортных процессов в предположении самосогласованного поддержания плазмы вблизи турбулентно-релаксированного состояния оказался достаточно эффективным, рассмотрим системы типа “левитирующий диполь” (LD). Такое название получили аксиально-симметричные магнитные ловушки с токонесящим кольцом, расположенным внутри плазмы. В ряде работ [20–24] ловушки этого типа предлагались в качестве альтернативных систем для удержания высокотемпературной плазмы, в частности, для создания малорадиоактивного термоядерного реактора, использующего безнейтронную реакцию $D\text{--}^3\text{He}$, так и для лабораторного моделирования транспортных процессов, наблюдаемых в магнитосфере Земли [25–30]. Внешнее магнитное поле обеспечивает стационарное равновесие (левитацию) внутреннего кольца и стабилизацию его положения в пространстве. Простейшая LD-система схематически изображенная на рис. 5. Видно, что она имеет ту же топологию магнитных поверхностей, что и сферический токамак. В частности, равновесие плазмы в ней, как и в токамаке, описывается уравнением Грэда–Шафранова, но с функцией полоидального тока и тороидальным

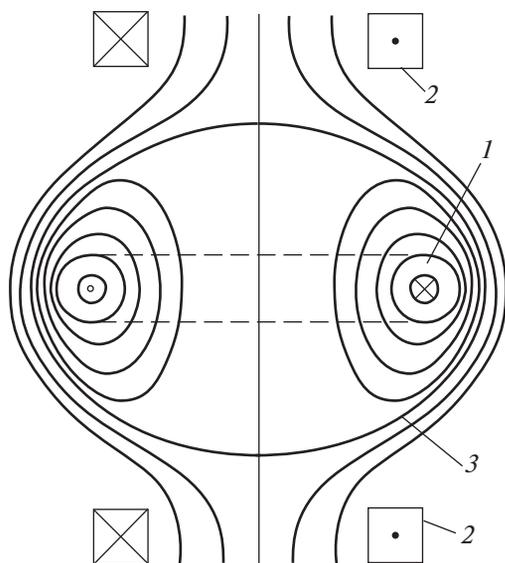


Рис. 5. Система “Левитирующий диполь” (схематическое изображение): 1 – внутреннее левитирующее кольцо; 2 – катушки внешнего магнитного поля; 3 – магнитная сепаратриса.

магнитным полем равными нулю. Нужная конфигурация полоидального магнитного поля создается суперпозицией поля кольца и внешних катушек с учетом диамагнитных токов плазмы, пропорциональных $dp/d\psi$.

Как отмечалось в работах [20–24], рассматриваемая магнитная система относится к довольно широкому классу сильно непараксиальных магнитных систем, удержание плазмы в которых основано на альтернативном подходе к проблеме МГД-устойчивости. Магнитное поле в таких системах убывает в направлении внешней сепаратрисной магнитной поверхности, в результате чего МГД-устойчивы только те профили давления, которые спадают к периферии достаточно медленно и соответствуют гранично-устойчивому (MS) состоянию по отношению к желобковой МГД-моду. Существование MS-профилей давления обсуждалось еще в конце 1950-х годов [31–33]. В работе [34] было рассчитано равновесие плазмы с MS-профилем давления плазмы в так называемой “конфигурации с обращенным полем” (FRC), топологически аналогичной LD-системе, показанной на рис. 5. В работах [35–37] было показано, что в таких системах имеется явно выраженная тенденция к самоорганизации в форме поддержания TR-состояния, гранично-устойчивого по отношению к желобковой МГД-моду. В рамках простейшей изотропной МГД-модели TR-профиль давления удовлетворяет условию: $S \equiv pU^\gamma = \text{const}$, где $p(\psi)$ – давление плазмы, $U(\psi) = \oint dl/B$ – удельный объем си-

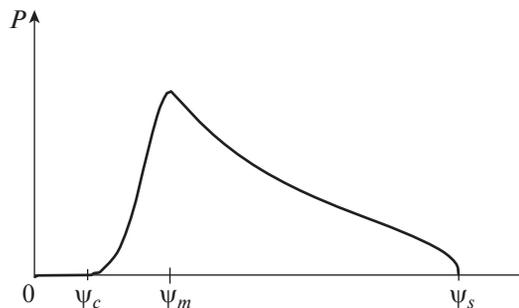


Рис. 6. Типичный профиль давления $p(\psi)$ в системе “Левитирующий диполь”.

ловой трубки (т.е. объем силовой трубки с единичным магнитным потоком), ψ – полоидальный магнитный поток, отсчитываемый от магнитной оси, расположенной внутри токнесущего кольца, и выполняющий роль обобщенной (потоковой) радиальной координаты, γ – показатель адиабаты, а S представляет собой однозначную функцию энтропии плазмы, заключенной в силовой трубке объема U . В соответствии с линейной теорией устойчивости ожидается, что в такой системе должен установиться профиль давления $p(\psi)$, схематически изображенный на рис. 6. В отличие от токамака, профиль давления в LD-системе должен быть немонотонным и спадать как в сторону внешней сепаратрисы, так и в сторону внутреннего кольца. При этом плазма устойчива относительно всех МГД-мод во внутренней области $\psi_c < \psi < \psi_m$, где $S'(\psi) > 0$, и гранично-устойчива по желобковым модам ($S = \text{const}$) во внешней области $\psi_m < \psi < \psi_s$. Профиль $S = \text{const}$ во внешней области оказывается устойчивым также и по отношению ко всем несжимаемым альфвеновским возмущениям, если величина $\beta \equiv 8\pi p/B^2$ не превышает некоторого критического значения $\beta_{cr} \sim 1$.

В работах [35–37] для моделирования низкочастотной нелинейной конвекции плазмы во внешней области LD-системы использовалась дополнительно упрощенная модель магнитной конфигурации в виде цилиндрического квазиравновесного столба плазмы с жестким токнесущим стержнем радиуса r_c на его оси. Самосоглашенная эволюция плазмы во внешней области LD-системы развивается по следующему сценарию. Нагрев плазмы и фоновая локальная теплопроводность (как правило, “классическая” столкновительная) искажают начальный профиль давления, делая его слабонеустойчивым по желобковым модам ($S'(\psi) < 0$). Неустойчивость возбуждает и поддерживает нелинейную МГД-конвекцию, которая, в свою очередь, стремится

восстановить MS-профиль давления, приводя к существенно нелокальному повышенному переносу частиц и энергии. Виду отсутствия тороидального магнитного поля и, соответственно, магнитного шира, физически содержательные и достаточно нетривиальные результаты, относящиеся к нелинейной динамике плазмы в такой системе, могут быть получены уже в рамках простейшей одножидкостной МГД-модели с изотропным давлением плазмы. Для правильного описания и моделирования долговременной эволюции плазмы и преодоления трудностей, связанных со значительным различием идеальных и диссипативных временных масштабов, в работах [35–37] был использован метод адиабатического разделения быстрых и медленных движений [38, 39] (ASM-метод). С помощью ASM-метода в предположении $\beta < \beta_{cr}$ из рассмотрения были исключены быстрые устойчивые магнитозвуковые, несжимаемые альфвеновские и продольные акустические моды колебаний плазмы и получены адиабатически-редуцированные уравнения, которые описывают более медленную (адиабатическую) желобковую 2D-конвекцию плазмы и результирующие транспортные процессы с учетом малой диссипации, обусловленной столкновительной теплопроводностью, вязкостью и диффузией. Адиабатически редуцированные уравнения записываются в терминах более адекватных переменных: энтропийной функции $S = pU^\gamma$ и перенормированной плотности (или числа частиц в силовой трубке объема U) $D = nU$, введенных вместо давления p и плотности n , соответственно. Эти переменные позволяют явно учесть инвариантные свойства исходных МГД-уравнений. Движение плазмы описывается адиабатическим полем скоростей \mathbf{v}_a , которое соответствует 2D $\mathbf{E} \times \mathbf{B}$ дрейфу плазменных филаментов, однородных вдоль силовых линий магнитного поля. Дрейф задается флуктуациями квазипотенциального электрического поля и не возмущает магнитное поле, в связи с чем отсутствуют быстрые флуктуации \mathbf{B} и, соответственно, U .

Проведенное моделирование подтвердило ожидаемое поддержание плазмы вблизи гранично-устойчивого TR-состояния на макроскопических временах, превышающих энергетическое время удержания плазмы. В целом, полученные результаты свидетельствуют об эффективности и результативности самосогласованного динамического моделирования низкочастотной турбулентности и результирующих транспортных процессов в замагниченной плазме с использованием адиабатически редуцированных уравнений, полученных в предположении близости к TR-состоянию плазмы, что подтверждает идеи, первоначально высказанные в работе [4]. В соответствии с работами [35–37], конвекция приводит к

повышенному переносу тепла, величина которого определяется в большей степени потерями энергии на периферии плазмы, а не относительными градиентами параметров плазмы в основной области удержания. В области интенсивной конвекции коэффициент аномальности F_a , т.е. коэффициент превышения теплового потока над фоновым (“классическим”) уровнем, сначала нарастает до своего максимального значения, а затем спадает до единицы вблизи границы плазмы. Аналогичный эффект резкого уменьшения F_a вблизи края плазмы, получивший название “внешний транспортный барьер”, известен в экспериментах на токамаках. В работе [40] получены обобщенные адиабатически редуцированные уравнения, которые позволяют моделировать низкочастотную желобковую динамику слабодиссипативной плазмы в произвольных аксиально-симметричных бесшировых магнитных системах с замкнутыми или открытыми силовыми линиями (включая и дипольную часть магнитосферы Земли). При этом возможность исключения быстрых устойчивых мод, квазидвумерный характер желобковых движений плазмы и поддержание плазмы вблизи гранично-устойчивого TR-состояния сохраняются и в более сложной геометрии магнитного поля.

Во внутренней области давление плазмы спадает в направлении увеличивающегося магнитного поля кольца, как и в обсуждавшихся выше системах МЭЛ. Поэтому плазма в слое вокруг внутреннего кольца $\psi_c < \psi < \psi_m$ устойчива по отношению к разрушительным МГД-неустойчивостям, и потоки частиц и энергии на кольцо могут быть связаны только с классическими процессами или с дрейфовыми неустойчивостями. Классический механизм переноса частиц и энергии был исследован в работе [41]. В отличие от внешних областей плазмы, в области плазмы вокруг внутреннего кольца нет каких-либо систем откачки газа. Поэтому в стационарном состоянии все ионы и электроны, поступающие на поверхность кольца, должны возвращаться обратно в плазму в виде нейтральных атомов или молекул. Это создает условия для формирования вблизи поверхности кольца тонкого слоя полного рециклинга с относительно низкой температурой и довольно высокой плотностью плазмы, вследствие чего в основной части области, окружающей внутреннее кольцо, поток частиц плазмы должен обращаться в нуль. При ожидаемом примерном равенстве температур электронов и ионов $T_i \approx T_e = T$ нулевой поток частиц с учетом термосилы приводит к следующему соотношению между температурой и плотностью плазмы:

$$nT^{1/4} = \text{const}. \quad (7)$$

Согласно результатам работы [41], при параметрах плазмы гипотетического $D-^3\text{He}$ реактора толщина внутренней прикольцевой области более 30 см обеспечивает снижение плотности теплового потока на кольцо до уровня $q^{\text{tot}} \sim 25 \text{ Вт/см}^2$.

Вместе с тем, градиенты температуры и плотности плазмы в прилегающей к кольцу области, полученные в [41], довольно велики, что может приводить к развитию дрейфовых неустойчивостей и аномальному переносу тепла. Эти вопросы были рассмотрены в работе [42], где было показано, что аномальный перенос тепла в прилегающей к кольцу области имеет много общего с аномальным переносом тепла в МЭЛ в области SOL. В работе [17] было показано, что за удлинение хвоста плотности плазмы в SOL, которое видно на рис. 4 на экспериментальном профиле плотности, должна отвечать дрейфовая нижнегибридная неустойчивость, которая имеет во внешней части SOL более пологий MS-профиль чем ДВИЗН, доминирующая в основной части МЭЛ. Согласно работе [17], дальнейшему уплощению MS-профиля плазмы во внешней части SOL в МЭЛ препятствует специфическое затухание Ландау на дрейфе электронов в сильно неоднородном магнитном поле. В прилегающей к кольцу области неоднородность в магнитном поле значительно ниже чем в МЭЛ, и затухание Ландау на электронном дрейфе не препятствует дальнейшему уплощению профиля плазмы, которое сопровождается снижением частоты и инкремента дрейфовой нижнегибридной неустойчивости, которая постепенно переходит в дрейфово-циклотронную неустойчивость (DCI) с $\omega \approx \omega_{ci}$, $k_{\parallel} = 0$ и $k_{\perp} \rho_i \sim 1$.

Анализ процессов переноса, связанных с развитием потенциально опасной DCI представлялся весьма сложным и запутанным. Однако, как было показано в работе [42], предположение о самосогласованном поддержании плазмы вблизи гранично-устойчивого TR-состояния и нулевого потока частиц позволило существенно упростить выполнение этого анализа и получить четкие результаты по ожидаемому виду профилей плотности и температуры, а также по потокам тепла q_0 и q_L , выходящего из области максимального давления $\psi \approx \psi_m$ на рис. 6 и, соответственно, приходящего на поверхность внутреннего кольца. Анализ, проведенный в работе [42], показывает, что DCI в типичных условиях не обязательно приводит к катастрофическому тепловому переносу на поверхность внутреннего кольца. Было установлено, что в зависимости от длины L , обозначающей толщину прикольцевой области, могут реализоваться два принципиально разных режима транспортных процессов. При $L < 0.4\rho_{i0}\sqrt{m_i/m_e}$, где ρ_{i0} — гирорадиус ионов вблизи поверхности

максимального давления $\psi \approx \psi_m$, самосогласованные профили плотности и температуры резко падают при приближении к поверхности кольца, приводя к быстрому росту теплового потока q_0 при уменьшении L . При $L > 0.4\rho_{i0}\sqrt{m_i/m_e}$ ситуация радикально меняется. Профили плотности оказываются связанными с профилями температуры соотношением (7). При этом, тепловой поток q_0 , полученный при учете DCI, снижается до величины порядка 15 Вт/см^2 , что даже меньше, чем при чисто классическом транспортном механизме [41], и перестает зависеть от L . Этот на первый взгляд парадоксальный результат объясняется тем, что профиль $T(\psi)$, соответствующий MS-состоянию для DCI, меняется более плавно, чем в чисто классическом случае, а доминирующим механизм теплопереноса остается классическая ионная теплопроводность. Существенно, что при типичных параметрах $D-^3\text{He}$ реактора учет тормозного излучения приводит к почти линейному снижению теплового потока по мере приближения к поверхности внутреннего кольца, и при $L > 1.1\rho_{i0}\sqrt{m_i/m_e} \sim 70 \text{ см}$ поток q_L должен обратиться в нуль, что означает полное переизлучение теплового потока и образование некоторого газового blankets между слоем рециклинга и материальной поверхностью кольца. Такой режим с полным переизлучением теплового потока на внутреннее кольцо, по аналогии с токамаками, может быть назван режимом “детачмента” и представлять значительный интерес для работы реактора.

Таким образом, принципы, высказанные в работе [4], оказались исключительно важными для развития теоретической модели удержания плазмы и транспортных процессов в системах типа “левитирующий диполь”.

4. АДИАБАТИЧЕСКИ-РЕДУЦИРОВАННАЯ ДИНАМИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ТУРБУЛЕНТНОЙ КОНВЕКЦИИ И РЕЗУЛЬТИРУЮЩИХ ПРОЦЕССОВ ПЕРЕНОСА В ПЛАЗМЕ ТОКАМАКА

К настоящему времени выполнено большое число работ, посвященных анализу турбулентности плазмы и построению транспортных моделей и кодов для описания и моделирования аномальных процессов переноса в плазме токамаков. Сравнительный анализ таких работ приведен, в частности, в обзорах [43–47]. Большинство исследователей полагает, что моделирование турбулентной динамики и результирующих нелинейных транспортных процессов в слабо-столкновительной горячей плазме центральных областей токамаков следует проводить на основе гирокинетических моделей. Действительно, су-

существующие гирокинетические коды позволяют получить весьма детальную информацию как о флуктуациях плазмы, так и о средних потоках частиц и энергии. Однако выполнение каждого варианта расчета занимает время масштаба месяца или более даже при использовании самых мощных современных компьютеров, что делает такой расчет уникальной и весьма дорогой операцией. В то же время, как было отмечено в работе [37], при моделировании НЧ турбулентной конвекции и результирующих транспортных процессов в LD-системах кодом CONTRA-C статистические свойства флуктуаций, характерные времена удержания и переходных процессов и многие другие черты эволюции турбулентной плазмы оказались весьма близкими к наблюдаемым в экспериментах на токамаках. Это навело на мысль модифицировать нашу адиабатически-редуцированную динамическую (ARD) модель турбулентной конвекции плазмы и адаптировать основанный на ней код CONTRA-C для моделирования турбулентно-транспортных процессов в токамаках с большим аспектным отношением и почти круглым полоидальным сечением плазмы, к числу которых относится и токамак Т-10 в НИЦ “Курчатовский институт”.

Достаточно подробное описание и обсуждение физической модели, заложенной в код CONTRA-C, содержится в работах [48–52]. Там же представлены результаты моделирования для ряда реальных экспериментальных разрядов в Т-10. Поэтому здесь лишь кратко напомним основные положения этой модели. Как в случае LD-системы, обсуждавшейся в разделе 3, первоначально ARD-модель для токамаков была построена в рамках простейшей цилиндрической МГД-модели с изотропным давлением плазмы. В этой модели рассматривается плазменный столб, удерживаемый в радиально-неоднородном магнитном поле, образующем цилиндрические магнитные поверхности. Предполагается, что плазменный столб имеет длину $2\pi R$ и отождествленные торцы. Это позволяет ввести эффективный “тороидальный” угол $\varphi = z/R$, где z – координата, направленная вдоль оси плазменного столба, и считать все физические величины, включая флуктуации, периодическими функциями φ . Кроме этого предполагается, что плазма самосогласованно поддерживается вблизи TR-состояния, которое гранично-устойчиво относительно идеальной перестановочной моды, инициируемой градиентом давления плазмы. Также предполагалось, что MS-профиль давления, как в случае LD-системы, удовлетворяет условию: $S = pU^\gamma$, где $p = n(T_e + T_i)$ – полное давление плазмы, n – плотности частиц плазмы, $T_{e,i}$ – температуры электронов и ионов, $U(\psi) = dV(\psi)/d\psi = \oint dl_p/B_p$ – удельный объем

силовой трубки (т.е. объем силовой трубки с единичным магнитным потоком). Функция S является однозначной функцией энтропии плазмы, заключенной в удельном объеме U . Поэтому рассматриваемое TR-состояние можно назвать состоянием турбулентного равнораспределения (equipartition) энтропийной функции S (см. [61, 62]). При моделировании токамаков разумно выбрать эффективное значение $\gamma = 2$. В этом случае результаты моделирования лучше согласуются со многими экспериментами на токамаках, в частности, описанными в работах [53–56], а также с концепцией “канонических профилей” [57–60], применяемой для интерпретации транспортных процессов в токамаках.

Процедура адиабатического редуцирования уравнений движения базируется на предположении, что относительная величина флуктуаций давлений электронов и ионов в процессе развития турбулентной конвекции остается малой как ϵ^2 , где параметр адиабатичности $\epsilon \ll 1$ связан с обратным числом Пекле следующим соотношением: $\epsilon^3 \sim \chi_{bg}/ac_s$. Здесь χ_{bg} – фоновая (ионная неоклассическая) локальная теплопроводность, c_s – скорость звука. Наличие малого параметра адиабатичности ϵ позволяет ограничиться рассмотрением НЧ-конвекции плазмы, описываемой адиабатическим полем скоростей $\mathbf{v}_a \sim \epsilon c_s$, которое имеет вид, задаваемый формулой (1) работы [52]. Такое адиабатическое поле скоростей не возбуждает “быстрые” (высокочастотные) устойчивые магнитозвуковые и альфвеновские волны, а также выравнивает плотность и давления электронов и ионов по объему силовой трубки, формируя вытянутые вдоль магнитного поля движущиеся плазменные филаменты. Величина и пространственно-временная структура \mathbf{v}_a определяются 2D функцией ϕ , которая имеет смысл электрического потенциала и зависит от эффективного “тороидального” угла φ и эффективного (потокового) малого радиуса $\rho = \sqrt{\Psi(\psi, t)/\pi B_0(t)}$, введенного в описании транспортного кода ASTRA [63], где Ψ – тороидальный магнитный поток, а $B_0(t)$ – вакуумное тороидальное магнитное поле в центре камеры токамака. При переходе от полоидального потока ψ , используемого в качестве радиальной потоковой координаты в более ранних работах [35–37], относящихся к LD-системам, к эффективному малому радиусу ρ в уравнениях для флуктуаций появляются коэффициент $h(\rho, t) = 2\pi\rho/(\partial_\rho\psi) = q(\rho, t)/B_0$, где $q(\rho, t) = d\Psi/d\psi$ – традиционный коэффициент запаса устойчивости токамака, и удельный объем слоя толщиной $d\rho$: $V' \equiv \partial_\rho V = 2\pi\rho U/h$.

Адиабатически редуцированное уравнение движения плазмы в ARD-модели, по существу,

является обобщением уравнения Эйлера для двумерных несжимаемых течений на случай наличия специфической сжимаемости замагниченной плазмы, обусловленной радиальной неоднородностью удельного объема U , и может быть записано в форме уравнения (6) работы [52]. Это уравнение имеет вид локального закона сохранения для величины w , названной в работах [48, 50, 52] динамической завихренностью и связанной с электрическим потенциалом следующим соотношением:

$$w = m_i c \left[\frac{h}{\rho} \partial_\rho \left(DR^2 \frac{h}{\rho} \partial_\rho \phi \right) + \partial_\phi \left(\frac{D}{R^2 B_p^2} \partial_\phi \phi \right) \right], \quad (8)$$

где m_i – масса иона, c – скорость света.

Уравнение переноса плотности получается из уравнения непрерывности путем интегрирования по удельному объему силовой трубки и усреднения по магнитной поверхности

$$2\pi \partial_t \left(\frac{\bar{D}}{h} \right) + \frac{1}{\rho} \partial_\rho (\Gamma_{bg} + \Gamma_{turb}) = \frac{1}{\rho} V' \bar{Q}_n. \quad (9)$$

Здесь \bar{Q}_n – поверхностно-усредненная плотность источника частиц, а полный поток частиц Γ представлен в виде суммы “фонового” потока $\Gamma_{bg}(\rho, t)$ и усредненного по магнитной поверхности турбулентно-конвективного потока $\Gamma_{turb}(\rho, t)$. В качестве уравнения переноса тепла в простейшей форме использовалось уравнение для переноса объединенной энтропийной функции в форме

$$\begin{aligned} & 2\pi h \partial_t \left(\frac{3\bar{S}}{2h^2} \right) + \\ & + \frac{1}{\rho} \partial_\rho \left[U (q^{turb} + q^{bg} + 3(\bar{T}_e + \bar{T}_i) \Gamma_{bg}) \right] = \quad (10) \\ & = \frac{2\pi}{h} U^2 \bar{P} + \frac{3}{2} \frac{\Gamma_{bg}}{\bar{n}} \frac{1}{\rho} \partial_\rho \bar{S} + q^{bg} \frac{1}{\rho} \partial_\rho U. \end{aligned}$$

В более аккуратном двухжидкостном описании используются отдельные уравнения для переноса тепла по электронному и ионному каналам с учетом обмена тепловой энергией между компонентами. Поток $\Gamma_{turb}(\rho, t)$ имеет вид

$$\Gamma_{turb}(\rho, t) = -2\pi c \overline{(D_f \partial_\phi \phi)}, \quad (11)$$

а суммарный турбулентно-конвективный поток тепла q^{turb} определяется выражением

$$q^{turb}(\rho, t) = -3\pi \frac{c}{U} \overline{(S_f \partial_\phi \phi)}, \quad (12)$$

где флуктуации D_f и флуктуации S_f рассчитываются с помощью уравнений (12) и (13) работы [52], а флуктуации потенциала ϕ восстанавливаются по функции w путем решения уравнения (8). В качестве “фонового” потока $\Gamma_{bg}(\rho, t)$ может рас-

сматриваться неоклассический диффузионный поток, а также какой-либо иной поток диффузионного типа, полученный из модельных соображений. Суммарный “фоновый” поток тепла $q^{bg} = q_e^{bg} + q_i^{bg}$ задавался единым для ионов и электронов коэффициентом теплопроводности, примерно соответствующим неоклассической ионной теплопроводности.

Поверхностно-усредненная полная плотность мощности источников нагрева \bar{P} в правой части уравнения (10) включает мощность электронно-циклотронного резонансного нагрева (ЭЦР-нагрева) P_{ECR} , мощность омического нагрева (ОН) P_{OH} , мощность вязкого нагрева вследствие диссипации кинетической энергии турбулентных течений P_{visc} , определяемую выражением (16) работы [52], и потери на излучение P_{rad} : $\bar{P} = P_{ECR} + P_{OH} + P_{visc} - P_{rad}$. Источник вязкого тепловыделения P_{visc} возвращает кинетическую энергию флуктуаций, почерпнутую из тепловой энергии плазмы в результате работы сил давления, обратно в тепловую энергию плазмы, подерживая закон сохранения полной энергии.

Среди результатов полученных при моделировании реальных экспериментальных разрядов в Т-10 с помощью кода CONTRA-C, построенного на основе ARD-модели, непосредственно к теме данной работы относится формирование профилей давления в турбулентной плазме токамака в режимах с омическим нагревом и в переходных режимах с включением электронно-циклотронного резонансного нагрева. Выше было отмечено, что в ARD-модели предполагается, что плазма должна самосогласованно поддерживаться вблизи некоторого TR-состояния с профилем

полного давления вида $pU^2 = \text{const}$. С другой стороны, согласно работам [53–56], во многих экспериментах на токамаках отмечалось формирование так называемых “самосогласованных профилей” давления. Наиболее подробно экспериментальные результаты по “самосогласованным профилям” на разных токамаках обсуждались в работе [56]. В этой работе, в частности, на рис. 5 приведены результаты экспериментов на установке Т-10 в режимах с омическим нагревом и показано, что нормированные профили давления, представленные как функции специальным образом нормированного малого радиуса $\hat{\rho} = r/\sqrt{I_p R/B_0}$, где r и R выражены в сантиметрах, а I_p и B_0 в амперах и гауссах, оказываются достаточно близкими для 3-х разрядов с различными значениями величины q_L на внешней границе плазмы (на лимитере). Результаты моделирования удержания плазмы в этих 3-х разрядах кодом CONTRA-C представлены в работе [52]. На

рис. 7а представлены расчетные профили давления в разрядах #33889 ($q_L = 3$), #39652 ($q_L = 4$) и #22888 ($q_L = 8.5$) на Т-10. Кроме различий в q_L и в радиусах поверхностей, где $q = 1$, учитывалось также различие в мощности омического нагрева, которая пропорциональна квадрату полного тока. На рис. 7а видно, что профили давления в моделируемых импульсах получаются существенно разными, как по форме, так и по абсолютной величине. Однако нормированные профили давления, представленные на рис. 7б, почти не отличаются друг от друга и демонстрируют достаточно универсальную зависимость от нормированного малого радиуса \tilde{r} . Более того, эти нормированные профили оказываются близкими к нормированному экспериментальному профилю, полученному в импульсе #22888 с $q_L = 8.5$ (данные по экспериментальному профилю взяты из работы [56] и представлены полями квадратами). Таким образом, профили давления, полученные при моделировании квазистационарных омических разрядов с различными значениями q_L , демонстрируют достаточно хорошее согласие с профилями давления в экспериментах, представленных на рис. 5 работы [56]. В работе [52] также продемонстрировано, что “самосогласованные профили” давления достаточно хорошо поддерживаются и при моделировании переходных процессов при ЭЦР-нагреве плазмы, что также согласуется с результатами экспериментов, представленными в работах [55, 56]. Все это представляется хорошим подтверждением концепции самосогласованного поддержания турбулентной плазмы вблизи турбулентно-релаксированного состояния.

Наконец следует отметить, что самосогласованное поддержание турбулентной плазмы вблизи TR-состояния должно приводить к тому, что поперечные потоки тепла и, соответственно, энергетическое время удержания плазмы в токамаках τ_E (как и в других системах, обсуждавшихся в данной работе) должны, преимущественно, определяться продольными потерями плазмы в SOL. В работе [64] было проведено моделирование переходных режимов для трех разрядов на токамаке Т-10. Моделировались переходы из близких по своим параметрам стационарных состояний с омическим нагревом в новые состояния в результате включения ЭЦР-нагрева различной мощности:

– в разряде #61203 вводимая мощность Q_E изменялась в 2.6 раза от $Q_{EOH} \approx 0.26$ МВт на ОН-стадии до $Q_E \approx 0.68$ МВт на стадии ЭЦР-нагрева;

– в разряде #61200 вводимая мощность Q_E изменялась в 4.6 раза от $Q_{EOH} \approx 0.26$ МВт на ОН-стадии до $Q_E \approx 1.20$ МВт на стадии ЭЦР-нагрева;

– в разряде #61208 вводимая мощность Q_E изменялась в 8.3 раза от $Q_{EOH} \approx 0.24$ МВт на ОН-стадии до $Q_E \approx 1.98$ МВт на стадии ЭЦР-нагрева.

Поскольку общий объем SOL и, тем более, его суммарная теплоемкость значительно ниже, чем у основной горячей области плазмы, то можно считать, что суммарный поток тепла из основной плазмы в SOL равен суммарным потерям тепла из SOL не только в стационарных, но и в переходных режимах. При этом можно полагать, что главным каналом тепловых потерь из SOL является поток тепла вдоль силовых линий магнитного поля на материальные поверхности (лимитер или диверторные пластины) и что этот поток задается механизмом классической продольной электронной теплопроводности. В этом случае плотность потока тепла из SOL пропорциональна $T_e^{7/2}$. В силу непрерывности температуры на границе основной плазмы с SOL, можно использовать граничное условие на поток тепла проходящий через эту границу, полагая его пропорциональным $T_e^{7/2}$ на границе. С учетом близости плазмы к TR-состоянию, такое нелинейное граничное условие приводит к степенной зависимости времени удержания $\tau_E \propto (Q_E)^{-\alpha}$ с $\alpha = 5/7 \approx 0.71$, которое довольно хорошо коррелирует с так называемым многомашинным скейлингом стационарной Н-моды в ИТЭР ($\tau_E^H(\text{ITER} - 98(y, 2))$) с показателем $\alpha = 0.69$. Различные изменения и уточнения модели удержания плазмы в SOL могут приводить к изменению оценки величины показателя α . Так, ряд оценок квазистационарной толщины SOL, учитывающих возможность развития дрейфовых неустойчивостей, приводит к толщине SOL, пропорциональной ионно-звуковому гирорадиусу, что увеличивает показатель степени в оценке величины полного продольного потока тепла из SOL и делает его пропорциональным T_e^4 . Такое изменение модели удержания плазмы в SOL приводит к величине $\alpha = 3/4 = 0.75$.

Условия моделирования и его различные варианты подробно представлены в работе [64]. Рис. 8 иллюстрирует эволюцию $\tau_E(t)$ в наиболее оптимальном варианте моделирования для трех разрядов. Для энергетического времени удержания плазмы $\tau_E(t)$ введено два разных определения. Первое “стационарное” определение $\tau_E^st(t) = 3V \langle n(T_e + T_i) \rangle / 2Q_E$ соответствует часто используемой при описании экспериментов характеристике удержания плазмы на той или иной стационарной стадии разряда. Однако при описании переходных процессов в условиях нестационарного дополнительного нагрева плазмы более адекватной характеристикой удержания плазмы пред-

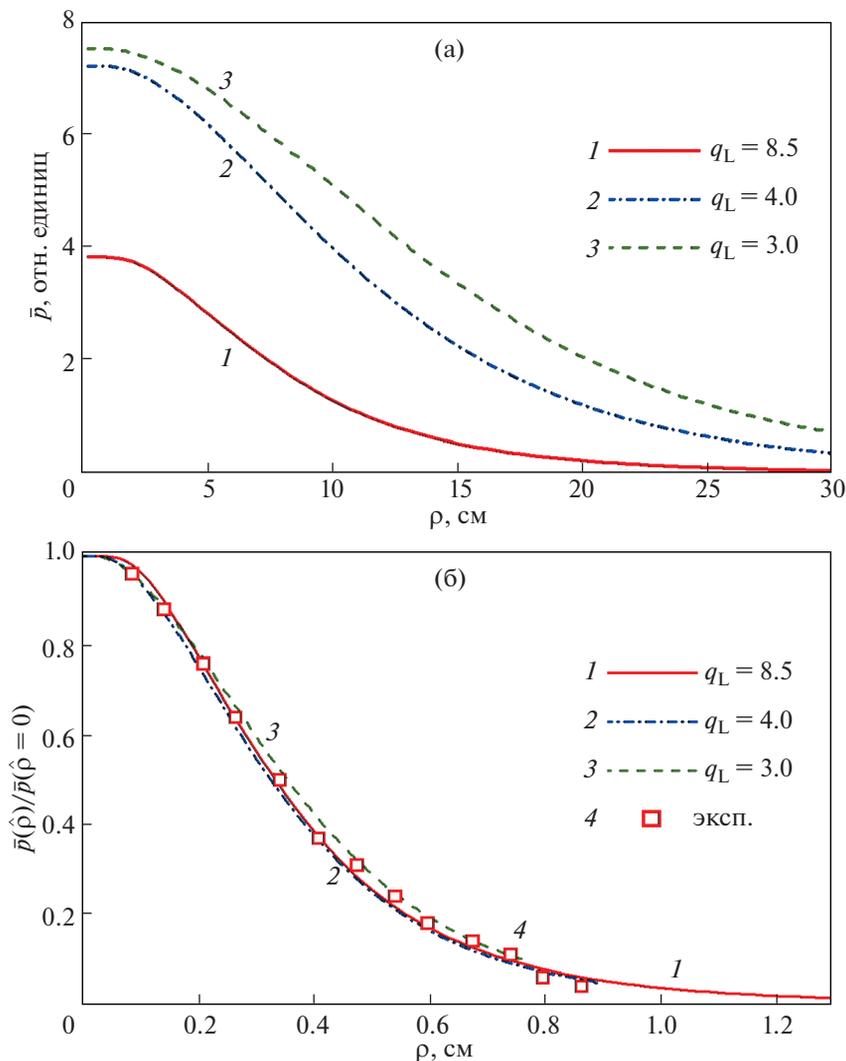


Рис. 7. Профили полного давления плазмы $\bar{p}(\rho)$ для трех разрядов с $q_L = 8.5$, $q_L = 4.0$ и $q_L = 3.0$ в квазистационарных омических режимах (а); нормированные профили давления плазмы $\bar{p}(\hat{\rho})$ как функции нормированного радиуса $\hat{\rho}$ (б). Полыми квадратами представлен экспериментальный нормированный профиль в разряде #22888 с $q_L = 8.5$.

ставляется величина $\tau_E^{rr}(t)$, задаваемая следующим соотношением нестационарного теплового баланса:

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{3}{2} \int \bar{n}(\bar{T}_e + \bar{T}_i) V' d\rho \right) = Q_E - \frac{3}{2\tau_E^{rr}} \int \bar{n}(\bar{T}_e + \bar{T}_i) V' d\rho, \quad (13)$$

а введенная ранее величина $\tau_E^{st}(t)$ выступает лишь как вспомогательная формальная характеристика, позволяющая более наглядно проследить переход в квазистационарное состояние, в котором $\tau_E^{rr} \approx \tau_E^{st}$.

Каждый из расчетных сценариев начинался со стадии омического нагрева длительностью

$t_{OH} = 45$ мс, на которой происходило первоначальное развитие и установление режима самосогласованной турбулентной конвекции. После включения ЭЦР-нагрева по истечению времени, составляющего примерно $2.5\tau_E$ на стадии дополнительного нагрева, величины $\tau_E^{rr}(t)$ и $\tau_E^{st}(t)$ практически сравниваются и выходят на квазистационарный уровень, при котором различия между расчетными и экспериментальными величинами τ_E не выходят за пределы погрешности экспериментальных измерений при всех уровнях вводимой ЭЦР-мощности.

Рис. 8 также показывает, что при моделировании сценария, соответствующего разряду #61208, после отключения 0.85 МВт центрального ЭЦР-нагрева в момент $t \approx 90$ мс величины $\tau_E^{rr}(t)$ и $\tau_E^{st}(t)$,

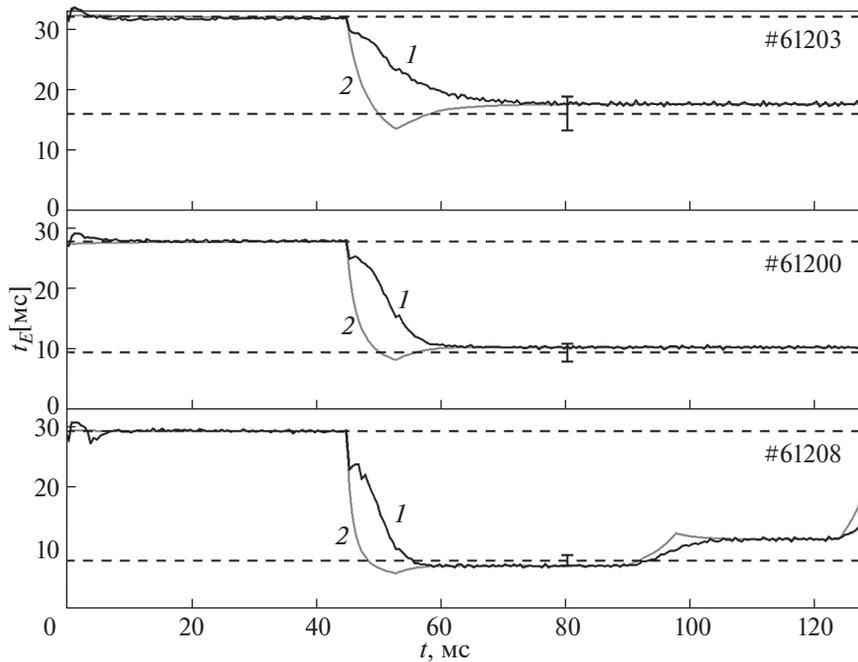


Рис. 8. Эволюция $\tau_E(t)$ в оптимизированном моделировании трех разрядов в токамаке Т-10 при $\alpha = 0.75$: 1 – эволюция $\tau_E^r(t)$; кривые 2 – эволюция $\tau_E^{st}(t)$; штриховыми линиями показаны стационарные уровни τ_E в моделируемых экспериментах.

как и ожидалось, начинают автоматически расти и релаксируют к квазистационарному уровню, близкому к квазистационарному уровню τ_E в разряде #61200, имеющему аналогичный уровень мощности ЭЦР-нагрева ≈ 1.10 МВт. На стадии окончательного отключения ЭЦР-нагрева (при $t > 124$ мс) величины $\tau_E^r(t)$ и $\tau_E^{st}(t)$ начинают эволюционировать к уровню τ_E на исходной ОН-стадии.

Таким образом, и при моделировании турбулентно-транспортных процессов в токамаках, концепция самосогласованного поддержания турбулентной плазмы вблизи TR-состояния, впервые высказанная в работе [4], а также ее следствия оказались исключительно важными и полезными для построения и развития теоретической модели удержания плазмы, демонстрирующей разумное согласие с экспериментом.

5. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В работе проведено обсуждение не вполне традиционного подхода к теоретическому анализу и моделированию турбулентно-транспортных процессов в замагниченной плазме на основе предположения о самосогласованном поддержании турбулентной плазмы вблизи турбулентно релаксированного состояния. Идея такого подхода была первоначально высказана в 1964 г. в работе

А.А. Галеева и Л.И. Рудакова [4], однако позднее была несколько отодвинута в тень. В данной работе на примере теоретических моделей и кодов, созданных для описания турбулентно-транспортных процессов в замагниченной плазме таких систем как магнито-электростатические ловушки, системы типа “Левитирующий диполь” и токамак сделана попытка показать эффективность и результативность обсуждаемой концепции.

В разд. 2 представлена модель аномального поперечного переноса электронов в переходном слое МЭЛ вследствие развития длинноволновой ионно-звуковой неустойчивости. Несмотря на свою относительную простоту, данная модель (в отличие от конкурирующих моделей) демонстрирует хорошее согласие с результатами экспериментов на установке Атолл как по форме поперечного профиля плотности (и давления), так и по величине аномального времени жизни плазмы τ_{\perp}^{an} .

В разд. 3 представлен анализ турбулентно-транспортных процессов в системах типа “левитирующего диполя”. Магнитная конфигурация таких систем относится к довольно широкому классу сильно непараксиальных магнитных систем, удержание плазмы в которых основано на альтернативном подходе к проблеме МГД-устойчивости плазмы. Магнитное поле в таких системах убывает в направлении внешней сепаратрис-

ной магнитной поверхности, в результате чего МГД-устойчивы только те профили давления, которые спадают к периферии достаточно медленно и соответствуют гранично-устойчивому состоянию по отношению к желобковой МГД-мо-

де вида $S = pU^\gamma = \text{const}$. Предположение о самоогласованном поддержании плазмы вблизи этого состояния позволили построить эффективную адиабатически редуцированную модель турбулентной конвекции. Проведенное моделирование подтвердило ожидаемое поддержание плазмы вблизи гранично-устойчивого TR-состояния на макроскопических временах, превышающих энергетическое время удержания плазмы. Во внутренней области, окружающей левитирующее кольцо, плазма МГД устойчива, но и в этом случае процесс аномального переноса тепла на внутреннее левитирующее кольцо, регулируемый дрейфово-циклотронной неустойчивостью, может быть рассчитан в предположении TR-состояния по DCI.

Результаты моделирования турбулентной конвекции в LD-системе позволили развить ARD-модель для токамаков и адаптировать код CONTRA-C для моделирования турбулентно-транспортных процессов в токамаках с большим аспектным отношением и почти круглым полоидальным сечением плазмы. Результаты проведенного моделирования продемонстрировали поддержание плазмы вблизи TR-состояний с профилями давления, которые достаточно близки к “самосогласованным профилям” давления, наблюдаемым в различных разрядах на токамаке T-10, как в омическом режиме, так и при включении ЭЦР-нагрева.

Достаточно интересные результаты по моделированию эволюции энергетического времени удержания плазмы $\tau_E(t)$ в переходных режимах с включением ЭЦР-нагрева были получены при использовании обобщенных граничных условий 3-го рода с нелинейной зависимостью потока тепла от температуры на границе с SOL. В условиях, когда зависимостью потока тепла от температуры учитывала, что доминирующим каналом тепловых потерь из SOL является поток тепла вдоль силовых линий магнитного поля, определяемый механизмом классической продольной электронной теплопроводности, различия между расчетными и экспериментальными величинами τ_E не выходили за пределы погрешности экспериментальных измерений при разных уровнях вводимой ЭЦР-мощности.

Основные принципы подхода, основанного на самосогласованном поддержании турбулентной плазмы вблизи турбулентно-релаксированного состояния, сохраняют свое значение и для более продвинутых моделей и кодов, в частности для турбулентного кода CONTRA-A [65], работающего совместно с транспортным кодом ASTRA, и

позволяющего проводить моделирование турбулентно-транспортных процессов в токамаках с учетом тороидальности и произвольной формы полоидального сечения.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Галеев А.А., Сагдеев Р.З. // ЖЭТФ. 1968. Т. 53. С. 348.
2. Галеев А.А., Ораевский В.Н., Сагдеев Р.З. // ЖЭТФ. 1963. Т. 44. С. 903.
3. Михайловский А.Б. Теория плазменных неустойчивостей. Т. II. Неустойчивости неоднородной плазмы. М.: Атомиздат, 1977.
4. Галеев А.А., Рудаков Л.И. // ЖЭТФ. 1964. Т. 45. С. 647.
5. Vedenov A.A., Velikhov E.P., Sagdeev R.Z. // Nucl. Fusion. 1961. V. 1. P. 82.
6. Лаврентьев О.А., Потапенко В.А., Степаненко И.А. // ЖТФ. 1976. Т. 46. С. 115.
7. Азовский Ю.С., Лаврентьев О.А., Маслов В.А. // Украинский физический ж. 1981. Т. 26. С. 429.
8. Иоффе М.С., Канаев Б.И., Пустерский В.В., Юшманов Е.Е. // Физика плазмы. 1984. Т. 10. С. 453.
9. Иоффе М.С., Канаев Б.И., Пастухов В.П., Пустерский В.В., Юшманов Е.Е. // Физика плазмы. 1984. Т. 10. С. 464.
10. Иоффе М.С., Канаев Б.И., Пастухов В.П., Пустерский В.В., Юшманов Е.Е. // Письма в ЖЭТФ. 1981. Т. 34. С. 594.
11. Пастухов В.П. // Физика плазмы. 1978. Т. 4. С. 560.
12. Krall N.A., Book V.L. // Phys. Fluids. 1969. V. 12. P. 347.
13. Krall N.A., Liewer P.C. // Phys. Rev. 1971. V. A4. P. 2094.
14. Галеев А.А., Сагдеев Р.З. // Вопросы теории плазмы / Под ред. М.А. Леонтовича. Вып. 7. М.: Атомиздат, 1973. С. 114.
15. Hamasaki S., Davidson R.C., Krall N.A., Liewer P.C. // Nucl. Fusion. 1974. V. 14. P. 27.
16. Пастухов В.П. // Физика плазмы. 1980. Т. 6. С. 1003.
17. Пустерский В.В., Пастухов В.П., Иоффе М.С., Канаев Б.И., Юшманов Е.Е. // Физика плазмы. 1988. Т. 14. С. 170.
18. Pastukhov V.P. // Nucl. Fusion. 1974. V. 14. P. 3.
19. Пастухов В.П. // Вопросы теории плазмы / Под ред. Б.Б. Кадомцева. Вып. 13. М.: Энергоатомиздат, 1984. С. 160.
20. Hasegawa A., Chen L., Mauel M.E. // Nuclear Fusion. 1990. V. 30. P. 2405.
21. Morozov A.I., Pastukhov V.P., Sokolov A.Yu. // Proc. the Workshop on D-3He Based Reactor Studies. Kurchatov Atomic Energy Institute. Moscow. USSR, 1991. P. 1C1.
22. Попович П.А., Шафранов В.Д. // Физика плазмы. 2000. Т. 26. С. 519.
23. Garnier D.T., Kesner J., Mauel M.E. // Phys. Plasmas. 1999. V. 6 (9). P. 3431.

24. *Kesner J., Bromberg L., Garnier D.T., Mauel M.E.* // 17th IAEA Fusion Energy Conf. 1998 / Vienna. IAEA. 1999. V. 3. P. 1165.
25. *Hameiri E., Laurence P., Mond M.* // J. Geophys. Res. 1991. V. 96. P. 1513.
26. *Cheng C.Z., Qian Q.* // J. Geophys. Res. 1994. V. 99. P. 11193.
27. *Chan A., Xia M., Chen L.* // J. Geophys. Res. 1994. V. 99. P. 17351.
28. *Yoshida Z., Ogawa Y., Morikawa J., Watanabe S., Yano Y., Mizumaki S., Tosaka T., Ohtani Y., Hayakawa A., Shibui M.* // J. Plasma Fusion Res. 2006. V. 1. P. 008.
29. *Yoshida Z., Ogawa Y., Morikawa J., Furukawa M., Saitoh H., Hirota M., Hori D., Shiraishi J., Watanabe S., Numazawa S., Yano Y., Suzuki J.* // Fusion Sci. Technol. 2007. V. 51. P. 29.
30. *Yoshida Z., Saitoh H., Morikawa J., Yano Y., Watanabe S., Ogawa Y.* // Phys. Rev. Lett. 2010. V. 104. P. 235004.
31. *Rosenbluth M.N., Longmire C.L.* // Ann. Phys. 1957. V. 1. P. 120.
32. *Bernstein I.B., Frieman E., Kruskal M., Kulsrud R.* // Proc. Roy. Soc. London. 1958. Ser. A244. P. 17.
33. *Кадомяцев Б.Б.* // Вопросы теории плазмы / Под ред. М.А. Леонтовича. М.: Госатомиздат, 1963. Вып. 2. С. 132.
34. *Вабищевич П.Н., Дегтярев Л.М., Дроздов В.В., Пошехонов Ю.Ю., Шафранов В.Д.* // Физика плазмы. 1981. Т. 7. С. 981.
35. *Пастухов В.П., Чудин Н.В.* // Физика плазмы, 2001. Т. 27. С. 963.
36. *Pastukhov V.P., Chudin N.V.* // Proc. 19th IAEA Fusion Energy Conf. (Lyon 2002). Vienna: IAEA, 2003. Rep. TH/2-5.
37. *Пастухов В.П., Чудин Н.В.* // Письма в ЖЭТФ. 2005. Т. 82. С. 395.
38. *Пастухов В.П.* // Письма в ЖЭТФ. 1998. Т. 67. С. 892.
39. *Пастухов В.П.* // Физика плазмы. 2000. Т. 26. С. 566.
40. *Пастухов В.П.* // Физика плазмы. 2005. Т. 31. С. 628.
41. *Морозов А.И., Пастухов В.П.* // Физика плазмы. 1992. Т. 18. С. 790.
42. *Pastukhov V.P., Sokolov A.Yu.* // Nucl. Fusion. 1992. V. 32. P. 1725.
43. *Scott B.D.* // Plasma Phys. Control. Fusion. 2006. V. 48. P. B277.
44. *Idomura Y., Urano H., Aiba N., Tokuda S.* // Nucl. Fusion. 2009. V. 49. P. 065029.
45. *Garbet X.* // Nucl. Fusion. 2011. V. 51. P. 094003.
46. *Hahn T.S.* // Nucl. Fusion. 2013. V. 53. P. 104026.
47. *Terry P.W., Carmody D., Doerk H., Gutfenfelder W., Hatch D.R., Hegna C.C., Ishizawa A., Jenko F., Nevins W.M., Predebon I., Pueschel M.J., Sarff J.S. and Whelan G.G.* // Nucl. Fusion. 2015. V. 55. P. 104011.
48. *Пастухов В.П., Чудин Н.В.* // Письма в ЖЭТФ. 2009. Т. 90. С. 722.
49. *Pastukhov V.P., Chudin N.V.* // Proc. 23-nd IAEA Fusion Energy Conf. Daejeon, Republic of Korea, 2010. Report THC/P4-22.
50. *Pastukhov V.P., Chudin N.V., Smirnov D.V.* // Plasma Phys. Control. Fusion. 2011. V. 53. P. 054015.
51. *Pastukhov V.P., Chudin N.V., Smirnov D.V.* // Proc. 38 EPS Conference on Plasma Physics. France, Strasbourg. 2011. Report P4.136. <http://ocs.ciemat.es/EPS2011PAP/pdf/P4.136.pdf>
52. *Пастухов В.П., Смирнов Д.В.* // Физика плазмы. 2016. Т. 42. С. 307.
53. *Coppi B.* // Comments Plasma Phys. Control. Fusion. 1980. V. 5. P. 261.
54. *Esiptchuk Yu.V., Razumova K.A.* // Plasma Phys. Control. Fusion. 1986. V. 28. P. 1253.
55. *Razumova K.A., Andreev V.F., Donnre A.J.H., Hoge-wei G.M.D., Lysenko S.E., Shelukhin D.A., Spakman G.W., Vershkov V.A., Zhuravlev V.A.* // Plasma Phys. Control. Fusion. 2006. V. 48. P. 1373.
56. *Razumova K.A., Andreev V.F., Dnestrovskij A.Yu., Kislov A.Ya., Kirneva N.A., Lysenko S.E., Pavlov Yu.D., Poznyak V.I., Shafranov T.V., Trukhina E.V., Zhuravlev V.A., Donnre A.J.H., Hogewei G.M.D.* // Plasma Phys. Control. Fusion. 2008. V. 50. P. 105004.
57. *Biscamp D.* // Comments Plasma Phys. Control. Fusion. 1986. V. 10. P. 165.
58. *Кадомяцев Б.Б.* // Физика плазмы. 1987. Т. 13. С. 771.
59. *Днестровский Ю.Н., Днестровский А.Ю., Лысенко С.Е., Черкасов С.В., Уолш М.Д.* // Физика плазмы. 2004. Т. 30. С. 3.
60. *Днестровский Ю.Н., Днестровский А.Ю., Лысенко С.Е.* // Физика плазмы. 2005. Т. 31. С. 579.
61. *Яньков В.В.* // Письма в ЖЭТФ. 1994. Т. 60. С. 169.
62. *Yankov V.V., Nycander J.* // Phys. Plasmas. 1997. V. 4. P. 2907.
63. *Pereverzev G.V., Yushmanov P.N.* // Max-Planck-Institut für Plasmaphysik, ID 282186. <http://edoc.mpg.de/282186>.
64. *Пастухов В.П., Кирнева Н.А., Смирнов Д.В.* // Физика плазмы. 2019. Т. 45. С. 1072.
65. *Днестровский А.Ю., Пастухов В.П., Чудин Н.В.* // Физика плазмы. 2017. Т. 43. С. 325.