

## ПЕРЕРАСПРЕДЕЛЕНИЕ КИНЕТИЧЕСКОЙ ЭНЕРГИИ В ТРЕХМЕРНЫХ ОБЛАКАХ ЗАРЯЖЕННЫХ ПЫЛЕВЫХ ЧАСТИЦ

© 2022 г. О. С. Ваулина<sup>a, b, \*</sup>

<sup>a</sup> Объединенный институт высоких температур РАН, Москва, Россия

<sup>b</sup> Московский физико-технический институт (государственный университет),  
Долгопрудный, Московская обл., Россия

\*e-mail: olga.vaulina@bk.ru

Поступила в редакцию 01.06.2021 г.

После доработки 08.07.2021 г.

Принята к публикации 01.08.2021 г.

Выполнено численное исследование условий энергетического обмена в трёхмерных облаках заряженных частиц, взаимодействующих с экранированным кулоновским потенциалом. Моделирование процессов перераспределения стохастической кинетической энергии по степеням свободы проводилось для структур, содержащих до тысячи частиц, которые формируются в электрических полях ловушки. Предложена полуэмпирическая аппроксимация, которая хорошо описывает процессы энергетического обмена во всех рассмотренных случаях.

**Ключевые слова:** физика плазмы, пылевые частицы, численное моделирование, перераспределение кинетической энергии

**DOI:** 10.31857/S0367292122010140

### 1. ВВЕДЕНИЕ

Большинство лабораторных экспериментов по изучению свойств пылевой плазмы проводится в газовых разрядах различных типов [1–9]. Образование квазидвумерных структур, состоящих из нескольких протяженных слоев пылевых частиц, часто наблюдается в условиях лабораторной плазмы емкостного ВЧ-разряда; формирование объемных трехмерных пылевых облаков — в плазме тлеющего разряда постоянного тока и индукционного ВЧ-разряда.

Стохастическая кинетическая энергия (кинетическая температура) пылевых частиц в условиях газоразрядной плазмы может быть значительно выше температуры окружающего их газа, а также изменяться в зависимости от их положения в объеме неоднородной плазмы [1–9]. Источниками высоких кинетических температур и неравномерного разогрева системы пылевых частиц в такой плазме являются флуктуации их зарядов, вызванные случайной природой ионных и электронных токов зарядки [10–12], и/или пространственные изменения зарядов пыли [13–16].

Основной причиной неравномерного распределения источников стохастической энергии по степеням свободы в условиях наземных экспериментов являются флуктуации зарядов частиц во внешнем электрическом поле [10–12]. Дополнительная стохастическая кинетическая энергия, приобрета-

емая отдельной пылевой частицей благодаря таким флуктуациям:  $\Delta T_f^{(z);(r)} \approx T^{0(z);(r)} \propto E^2$ , где  $E$  — величина напряженности электрического поля, необходимая для равновесного положения пылевой частицы. Здесь  $T^{0(z)}$  — температура тепловых источников для частиц при их смещениях в направлении  $z$  (вдоль силы тяжести), а  $T^{0(r)}$  — температура тепловых источников частиц при их смещениях в радиальном направлении (поперек силы тяжести). Эффективность относительного вклада таких источников можно оценить как  $T^{0(z)}/T^{0(r)} \sim (Mgl_p^2/Q^2)^2$ , где  $M$  — масса частицы,  $Q$  — ее заряд, а  $l_p$  — величина среднего расстояния между частицами [1, 10–12]. Таким образом, в общем случае отношение  $T^{0(z)}/T^{0(r)} \neq 1$  и зависит от параметров частиц в пылевом облаке. Однако большинство методов анализа лабораторных измерений базируются на сопоставлении экспериментальных данных с численными расчетами транспортных и структурных свойств для однородных систем (т.е. для случая однородных тепловых источников:  $T^{0(x)} = T^{0(y)} = T^{0(z)}$ ).

Для ансамбля из  $N$  идентичных частиц с попарным взаимодействием полная кинетическая энергия системы будет сохраняться [17–20]:

$$\sum_{i=1}^N (T_i^{(z)} + T_i^{(x)} + T_i^{(y)}) = N(T^{0(x)} + T^{0(y)} + T^{0(z)}), \quad (1a)$$

$$\sum_{i=1}^N (\delta T_i^{(z)} + \delta T_i^{(x)} + \delta T_i^{(y)}) = 0, \quad (1б)$$

где  $T_i^{(x)}, T_i^{(y)}, T_i^{(z)}$  – установившаяся (равновесная) температура частицы  $i$  на каждую степень свободы. Здесь  $T_i = T_i^0 + \delta T_i$  – температура частицы для равновесного состояния системы, а  $\delta T_i$  – приращение температуры в процессе установления равновесия.

Простая аналитическая модель для анализа энергетического баланса в плоских и цепочечных кластерных структурах, основанная на механизме переноса тепла, возникающем за счет передачи стохастических колебаний отдельных заряженных частиц вблизи их равновесного положения, была рассмотрена в работах [17–20]. Однако предлагаемая модель не учитывает возможности передачи энергии по степеням свободы и влияние тепловой диффузии частиц на перераспределение кинетической энергии в протяженных системах.

В настоящей работе представлены результаты численного исследования процессов перераспределения стохастической кинетической энергии по степеням свободы в трёхмерных облаках заряженных частиц, взаимодействующих с экранированным кулоновским потенциалом. Моделирование проводилось в широком диапазоне параметров близких к условиям лабораторных экспериментов с пылевой плазмой в газовых разрядах.

## 2. РЕЗУЛЬТАТЫ ЧИСЛЕННОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ И ИХ ОБСУЖДЕНИЕ

Численное исследование процессов энергетического обмена в трёхмерных облаках заряженных частиц выполнялось для систем, состоящих из  $N$  идентичных частиц, где  $N$  варьировалось от 30 до 1000. Заряженные частицы находились в линейном электрическом поле  $E(r, z)$  цилиндрической ловушки с радиальной составляющей  $E^r = \beta^r r$  и вертикальной составляющей  $E^z = E_0^z + \beta^z z$ , см. рис. 1. Здесь  $r \equiv (x^2 + y^2)^{1/2}$  – радиальная координата,  $z$  – вертикальная координата в направлении силы тяжести,  $\beta^r = \beta^x = \beta^y$  и  $\beta^z$  – величины градиентов электрического поля, а значение  $E_0^z$  определяется балансом сил, действующих в системе. Отношение  $\beta^r / \beta^z$  варьировалось от 0.25 до 4.

Коэффициенты трения частиц,  $\nu$ , изменялись от 10 до  $\sim 0.25 \text{ с}^{-1}$ .

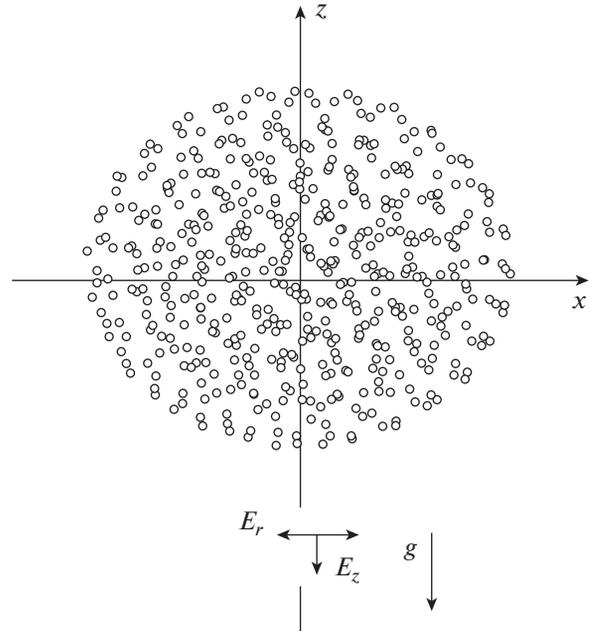


Рис. 1. Иллюстрация положений частиц (вид сбоку) в электрическом поле ловушки  $E = E(z, r)$  с цилиндрической симметрией для трехмерной структуры:  $N = 500, \beta_z = \beta_r$

Моделирование проводилось методом молекулярной динамики Ланжевена, где температура тепловых источников частиц для разных степеней свободы ( $T^{0(x)} = T^{0(y)} \equiv T^{0(r)}$  и  $T^{0(z)}$ ) обеспечивалась воздействием разной случайной силы ( $F_b^{(x)} = F_b^{(y)} \equiv F_b^{(r)}$  и  $F_b^{(z)}$ ). Техника моделирования подробно описана в работах [1, 2].

В начале счета частицы располагались случайным образом в кубе со стороной  $\sim 1$  см, центр положения которого находился при  $x = y = 0$  для величины  $z$ , соответствующей условию баланса сил ( $E_0^z \equiv gM/Q$ ). Шаг интегрирования  $\Delta t$  уравнений движения задавался от  $\sim 1/(40\Omega_{\max})$  до  $\sim 1/(100\Omega_{\max})$ , где  $\Omega_{\max} = \max\{\nu; \omega_z; \omega_r\}$ ,  $\omega_z = (Q\beta^z/M)^{1/2}$ , and  $\omega_r = (Q\beta^r/M)^{1/2}$ . Полученные результаты усреднялись по достижению равновесных температур частиц на временах расчета больших, чем  $t \sim 1500/(\Omega_{\min})$ , где  $\Omega_{\min} = \min\{\nu; \omega_z; \omega_r\}$ .

Между собой частицы взаимодействовали посредством экранированного кулоновского потенциала (типа Юкавы):  $\phi(l) = Q \exp(-l/\lambda)/l$ ,  $l$  – расстояние между двумя частицами, а  $\lambda$  – длина экранирования. При выбранных параметрах численного моделирования величина среднего расстояния между частицами  $l_p$  составляла от

$\sim 0.025$  см до  $0.1$  см. При этом, параметр экранирования,  $\kappa = l_p/\lambda$ , менялся от  $0$  до  $\sim 2.5$ .

Учитывая цилиндрическую симметрию задачи, температура тепловых источников задавалась разной по степеням свободы как:  $T^{0(x)} = T^{0(y)} \equiv T^{0(r)}$  и  $T^{0(z)}$ , где отношения температур  $T^{0(z)}/T^{0(r)}$  составляло от  $0.25$  до  $4$ . Температура тепловых источников ( $T^{0(z)}$ ,  $T^{0(r)}$ ) для каждой из степеней свободы варьировалась в пределах от  $\sim 0.1$  до  $\sim 5$  эВ; при этом эффективный параметр неидеальности  $\Gamma^{*(z);(r)} = Q^2 \exp(-\kappa)(1 + \kappa + 0.5\kappa^2)/(T^{0(z);(r)}l_p)$  менялся от  $\sim 500$  до  $\sim 10$ . Отметим, что при  $\Gamma^{*(z);(r)} > > 110$  отклонения частиц от их равновесного положения малы и влияние процессов диффузии частиц на перераспределение энергии в системе незначительно [1, 2, 21]. Парные корреляционные функции,  $g(l)$ , для облака из  $N = 500$  частиц с кулоновским взаимодействием,  $\kappa = 0$ , при различных значениях эффективных параметров неидеальности ( $\Gamma^{*(z)}$  и  $\Gamma^{*(r)}$ ) показаны на рис. 2.

В процессе моделирования начальная стохастическая кинетическая энергия (энергия источников) перераспределялась от более “горячих” частиц к менее “горячим”. Во всех рассмотренных случаях наблюдаемые распределения скоростей ( $f(V^x) \cong f(V^y)$ ,  $f(V^z)$ ) частиц были близки к максвелловским функциям. При этом величина перераспределяемой энергии (значения  $\delta T^{(z)}$  и  $\delta T^{(x)} = \delta T^{(y)}$ ) была пропорциональна разнице температур  $\Delta T = 2(T^{0(z)} - T^{0(x)}) \equiv 2(T^{0(z)} - T^{0(y)})$  и определялась параметром  $\xi = \omega^*/\nu$ , где  $\omega^* = \{Q^2 \exp(-\kappa)(1 + \kappa + 0.5\kappa^2)/l_p^3 M\}^{1/2}$ . (Значение  $\delta T^{(z)} \cong -(\delta T^{(x)} + \delta T^{(y)})$  с точностью до  $2.5\%$ .)

Аппроксимация полученных численных данных может быть найдена по аналогии с аналитическими формулами для отдельных частиц или с численными расчетами для протяженных слоистых систем частиц с кулоновским взаимодействием в виде [22]

$$\delta T/\Delta T = (n + cx^{-\alpha})^{-1}, \quad (2)$$

где параметр  $\xi$  является отношением характерных частот в рассматриваемых системах и отвечает за передачу энергии,  $\alpha$  и  $c$  – некоторые коэффициенты, которые при заданном потенциале взаимодействия между частицами зависят от конфигурации рассматриваемой структуры, а  $n$  – суммарное число “источников” и “стоков” тепловой энергии. Так  $\alpha \cong 0.8$  для протяженных слоистых систем и  $\alpha \cong 2$  для случая двух отдельных частиц [22]. Отметим, что отношение  $\Delta T/n$  соответствует количеству перераспределяемой кинетической энергии, которая необходима для установления равномерного распределения температур в анализируемой системе (в том числе и по степеням

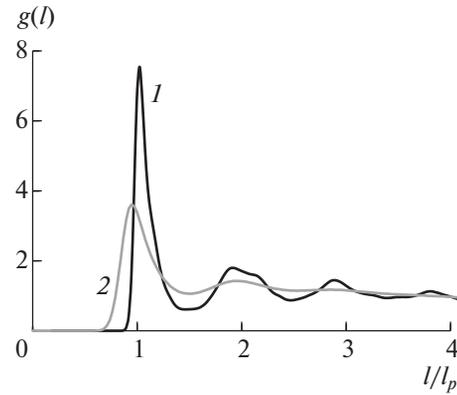


Рис. 2. Парные корреляционные функции  $g(l)$  для облака, состоящего из  $N = 500$  частиц, при разных параметрах неидеальности: 1 –  $\Gamma^{*(r)} \cong 200$ ,  $\Gamma^{(z)} \cong 150$ ; 2 –  $\Gamma^{(r)} \cong 20$ ,  $\Gamma^{(z)} \cong 10$ .

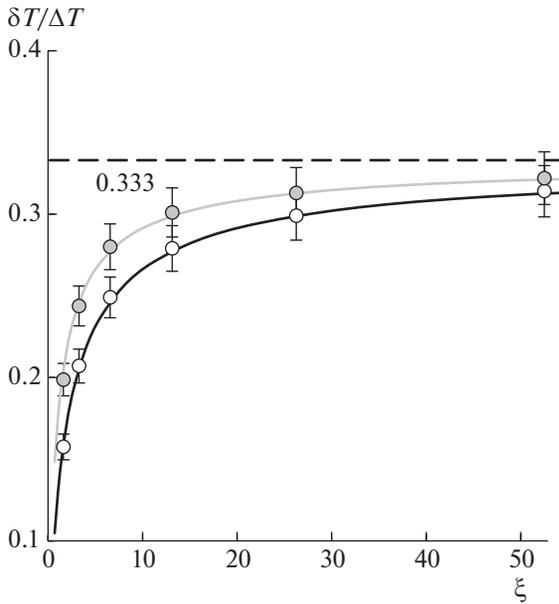
свободы). Так, например, для случая двух частиц с равномерными распределениями температур по степеням свободы, более “горячая” частица является “источником”, а вторая – “стоком” ( $n = 2$ ). Для случая системы частиц при  $T^{0(z)} > T^{0(x)} \equiv T^{0(y)}$  энергия распределяется от “источника”,  $T^{0(z)}$ , по двум другим направлениям (“стокам”) и  $n = 3$ .

Аппроксимация (2) является полуэмпирической, однако позволяет достаточно точно описать условия энергетического баланса, полученные в результате численного моделирования, даже для двухфракционных систем, а также отслеживает основные черты процессов энергетического обмена. Так, с ростом  $\xi$  кинетическая энергия частиц выравнивается и распределяется равномерно между частицами системы при  $\xi \rightarrow \infty$ , когда значения температур отдельных частиц  $T_i = T_i^{(x)} \equiv T_i^{(y)} \equiv T_i^{(z)}$  стремятся к величине  $(T^{0(x)} + T^{0(y)} + T^{0(z)})/3$ , равной средней температуре источников рассматриваемой системы.

Анализ численных данных для облаков заряженных частиц в широком диапазоне параметров, представленных выше, позволил получить следующую аппроксимацию для анализа перераспределения стохастической энергии по степеням свободы:

$$\delta T/\Delta T = (3 + cx^{-0.8})^{-1}. \quad (3)$$

Усредненные результаты численных расчетов  $|\delta T/\Delta T|$  в зависимости от  $\xi$ , которые иллюстрируют перераспределение стохастической энергии по степеням свободы, показаны для  $\Gamma^{*(r)} > \Gamma^{*(z)} > > 110$  на рис. 3. Там же представлены результаты для высоких температур ( $100 > \Gamma^{*(r)} > \Gamma^{*(z)} \cong 10$ ) и аппроксимация (3) с различными коэффициентами  $c \cong 4.9$ ,  $c \cong 2.8$ . Легко увидеть, что при боль-



**Рис. 3.** Зависимости  $|\delta T/\Delta T|$  от  $\xi$ ;  $\delta T = T^{(z)} - T^{0(z)}$ ,  $\Delta T = 2(T^{0(z)} - T^{0(x)}) \equiv 2(T^{0(z)} - T^{0(y)})$ . Белые символы – усредненные результаты численных расчетов для  $\Gamma^{*(z)} > 110$ ; серые символы – для  $\Gamma^{*(r)} \cong 20$ ,  $\Gamma^{*(z)} \cong 10$ ; черная линия – аппроксимация (3) для  $c = 4.9$ ; серая линия – (3) для  $c = 2.8$ . Отмечено отклонение расчетов ( $\pm 5\%$ ) при различных значениях  $\Delta T = 2(T^{0(z)} - T^{0(x)}) \equiv 2(T^{0(z)} - T^{0(y)})$ ,  $\kappa$ ,  $N$  и  $\beta^z/\beta^r$ .

ших параметрах неидеальности результаты расчетов практически не изменяются (их отклонения соответствуют ошибке менее  $\pm 5\%$ ), а с ростом температуры частиц перераспределение стохастической энергии по степеням свободы становится несколько более интенсивным, что особенно заметно при малых  $\xi$ .

В заключение данного раздела отметим, что в условиях типичных экспериментов в газоразрядной плазме при давлениях буферного газа (такого как аргон, или неон) больше  $10^{-2}$  Тор, параметр  $\xi$  находится в диапазоне от  $\sim 1$  до  $\sim 30$  [1–9]. Тем не менее выполненное моделирование показывает, что эффективное выравнивание температур частиц по их степеням свободы возможно только для  $\xi > 5$  даже при низких значениях эффективного параметра неидеальности, см. рис. 3.

### 3. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Выполнено численное исследование процессов энергетического обмена в диссипативных системах заряженных частиц с неоднородным распределением источников тепла и/или любых других источников стохастической кинетической энергии по степеням свободы. Изучены условия энергетического обмена в трехмерных ансамблях

частиц, взаимодействующих с экранированным кулоновским потенциалом. Моделирование проводилось для облаков, состоящих от тридцати до тысячи заряженных частиц во внешнем электрическом поле ловушки с различными градиентами. Рассмотрено влияние высоких температур (т.е. влияние относительно небольших параметров неидеальности систем  $\sim 10$ ) на условия энергетического баланса в анализируемых системах.

Было получено, что величина перераспределяемой энергии полностью определяется разницей температур тепловых источников и величиной характерных частот системы (коэффициентом трения и частотой, отвечающей за взаимодействие между заряженными частицами). Предложена полуэмпирическая аппроксимация, которая хорошо описывает процессы энергетического обмена во всех рассмотренных случаях.

Результаты настоящей работы могут быть адаптированы для систем с любым типом взаимодействий между частицами и будут полезны для анализа энергетического обмена в неоднородных системах, которые представляют интерес в физике пылевой плазмы, включая лабораторные эксперименты с пылевыми частицами в плазме газовых разрядов.

### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Ваулина О.С., Петров О.Ф., Фортвов В.Е., Храпак А.Г., Храпак С.А.* Пылевая плазма (эксперимент и теория). М.: Физматлит, 2009.
2. *Complex and Dusty Plasmas / Eds. Fortov V.E., Morfill G.E.*, CRC Press, 2010.
3. *Ivlev A., Morfill G., Lowen H., Royall C.P.* Complex Plasmas and Colloidal Dispersions: Particle-Resolved Studies of Classical Liquids and Solids. Singapore: World Scientific, 2012.
4. *Fortov V.E., Nefedov E.A., Sinel'shchikov V.A., Usachev A.D., Zobnin A.V.* // Phys. Lett. A. 2000. V. 267. P. 179.
5. *Hebner G.A., Riley M.E. and Greenberg K.E.* // Phys. Rev. E. 2002. V. 66. P. 046407.
6. *Thomas H., Morfill G., Demmel V.* // Phys. Rev. Lett. 1994. V. 73. P. 652.
7. *Pieper J.B., Goree J. and Quinn R.A.* // Phys. Rev. E. 1996. V. 54. P. 5636.
8. *Melzer A., Homann A. and Piel A.* // Phys. Rev. E. 1996. V. 53. P. 2757.
9. *Vaulina O.S., Vasilieva E.V., Petrov O.F., Fortov V.E.* // Physica Scripta. 2011. V. 84. P. 025503.
10. *Vaulina O.S., Khrapak S.A., Petrov O.F., Nefedov A.P.* // Phys. Rev. E. 1999. V. 60. P. 5959.
11. *Quinn R.A. and Goree J.* // Phys. Rev. E. 2000. V. 61. P. 3033.

12. *Vaulina O.S., Khrapak S.A., Samarian A.A., Petrov O.F.* // Phys. Scripta. 2000. V. 84. P. 229.
13. *Ваулина О.С., Нефедов А.П., Петров О.Ф., Фортвов В.Е.* // ЖЭТФ 2000. Т. 118. С. 1319.
14. *Vaulina O.S.* // EPL. 2016. V. 115. P. 10007.
15. *Ваулина О.С.* // Физика плазмы. 2017. Т. 43. С. 293.
16. *Ваулина О.С.* // ЖЭТФ. 2016. Т. 149. С. 218.
17. *Ваулина О.С., Кауфман С.В.* // Физика плазмы. 2020. Т. 46. С. 11.
18. *Vaulina O.S.* // Phys. Plasmas. 2017. V. 24. P. 023705.
19. *Ваулина О.С., Кауфман С.В., Лусина И.И.* // ЖЭТФ. 2020. Т. 158. С. 1181.
20. *Ваулина О.С.* // ЖЭТФ. 2017. Т. 151. С. 982.
21. *Vaulina O.S., Koss X.G., Khrustalyov Yu.V., Petrov O.F., Fortov V.E.* // Phys. Rev. E. 2010. V. 82. P. 056411.
22. *Ваулина О.С., Кауфман С.В.* // Физика плазмы. 2021. Т. 47. С. 748.