## \_\_\_\_\_ НЕИДЕАЛЬНАЯ \_\_ ПЛАЗМА \_\_\_\_

УДК 533.93

# РАСЧЕТ ТЕПЛОФИЗИЧЕСКИХ СВОЙСТВ НИЗКОТЕМПЕРАТУРНОЙ ПЛАЗМЫ ВИСМУТА

© 2022 г. Е. М. Апфельбаум<sup>а, \*</sup>

<sup>а</sup> Институт высоких температур РАН, Москва, Россия \*e-mail: apfel\_e@mail.ru Поступила в редакцию 21.04.2022 г. После доработки 22.06.2022 г. Принята к публикации 25.06.2022 г.

Впервые рассчитаны термодинамические функции и электропроводность низкотемпературной плазмы висмута в диапазоне температур 10–100 кК и значений плотностей меньших, чем треть от нормальной (9.79/3 г/см<sup>3</sup>). Для расчета термодинамических функций использовалась химическая модель, позволяющая найти так же и ионный состав плазмы висмута. Для электропроводности, использовалось приближение времени релаксации. Построены простые аппроксимации результатов расчета термодинамических функций.

*Ключевые слова:* низкотемпературная плотная плазма, висмут, давление, внутренняя энергия, электропроводность

DOI: 10.31857/S0367292122600352

#### введение

Исследования уравнений состояния и электронных коэффициентов переноса (электропроводности, теплопроводности и термоэдс) продолжаются уже больше века в самых разных областях фазовой диаграммы состояния вещества, включая и плазму [1–3]. Они необходимы для решения самых разных фундаментальных и прикладных задач, возникающих в процессах электровзрыва проводников, взаимодействия излучения и потоков частиц с веществом. Область низкотемпературной плотной плазмы для многих металлов и полупроводников расположена при температурах  $5 \,\mathrm{\kappa K} < T < 100 \,\mathrm{\kappa K}$ , что сильно затрудняет проведение как экспериментов, так и соответствующих им расчетов. Тем не менее, в настоящий момент времени уже накоплено сравнительно много информации для различных веществ при таких температурах. Свидетельством этому являются обзоры [1-3], результаты экспериментов [4] или расчеты [5], появившиеся недавно. Висмут (химическое обозначение элемента Ві), однако стоит особняком среди остальных металлов, так как для него данные по теплофизическим свойствам в диапазоне температур 10-100 кК и плотностях р ниже нескольких г/см<sup>3</sup> отсутствуют.

Температура плавления висмута достаточно низка ( $T_m = 544.7$  K), что обуславливает большое число измерений и расчетов для твердого и жидкого состояния. Так, например, при температуре

T = 300 K плотность твердого вещества Ві составляет  $\rho_n = 9.79$  г/см<sup>3</sup>, а плотность жидкого Ві при  $T = T_m$  равна уже  $\rho_m = 10.05 \, \text{г/см}^3$ , т.е. наблюдается рост плотности при увеличении температуры в интервале 300 К-544.7 К. Большое количество измерений при температуре выше температуры плавления, позволяет построить достаточно точные уравнения состояния для висмута [6] и даже оценить положение критической точки, которая на шкале температуры находится вблизи 4 кК [7]. При более высоких температурах уже 60 лет проводятся ударно-волновые измерения [8], но они в большинстве своем, изучают сжатые состояния при большой плотности  $\rho > \rho_n$ . При использовании в экспериментах пористых образцов висмута удается попасть в область разреженной плотности вплоть до  $\rho \approx \rho_n/3$ , но такие данные приведены практически в единственной работе [9] и без прямых измерений температуры. Современные наиболее точные (так называемые "первопринципные" [1-3]) расчеты как уравнений состояния, так и электронных коэффициентов переноса тоже ориентируются на области значений плотности висмута, соответствующие условиям ударно-волнового сжатия, т.е. при  $\rho \sim \rho_m$  и выше [2, 3]. Таким образом, при сравнительно низких плотностях данные по рассматриваемым теплофизическим свойствам для Ві отсутствуют. Заметим, что висмут вместе со свинцом, а также их эвтектикой является одним из основных рабочих материалов в ядерной энергетике [4], причем теплофизические свойства как висмута, так и свинца требуются в широкой области параметров, которые захватывают и низкотемпературную плазму при сравнительно низких плотностях. Поэтому целью настоящей работы была разработка физической модели с учетом теоретических и экспериментальных данных, позволяющей рассчитывать параметры вещества висмута в интервале температур 10–100 кК и плотности вещества при  $\rho \le \rho_n/3$ .

Ранее нами была разработана модель расчета теплофизических свойств низкотемпературной частично ионизованной плазмы (с нейтральной компонентой) в указанной выше области. Она построена на химическом подходе и приближении времени релаксации и с успехом применялась к ряду металлов и полупроводников [10, 11] (см. также ссылки в этих работах). Сравнение результатов расчетов по этой модели с недавними экспериментальными данными для свинца пролемонстрировало хорошее согласие как для давления, так и для проводимости плазмы [11]. Поэтому в настоящем исследовании она использовалась для аналогичных расчетов также в плазме висмута. Хотя сами эти подходы не являются новыми, но для Ві, как будет показано ниже, заново потребовалось подобрать параметры модели (сечения различных атомных процессов, параметры потенциалов взаимодействия), соответствующие именно Ві, что составляет новизну данной модели помимо самих результатов расчетов.

Далее статья будет построена следующим образом: мы кратко представим используемую химическую модель для термодинамики и приближение времени релаксации для электропроводности, а затем представим некоторые новые результаты.

#### МОДЕЛЬ

Химические модели в плазме используются уже около века начиная с работ Саха и других исследователей, см. [12] и ссылки там. Изначально, этот подход, называемый также "химическим" предназначен для описания сравнительно разреженной среды, но может использоваться и в более плотной области, как это сделано, например, в [13]. В рамках химического подхода вещество представляется как смесь нескольких взаимодействующих между собой компонент, что позволяет использовать приближенные аналитические выражения [12]. Этим он отличается от так называемого физического подхода [12], в котором вещество представляется как совокупность электронов и ядер, и который используется в первопринципных моделях [1-3]. Для висмута в рассматриваемой области достаточно учесть наличие электронов, положительных ионов с кратностью заряда до +5|e| и нейтральных атомов, так как при температуре T > 10 кК более сложные комплексы уже не существуют, а при T < 100 кК ионы с большим зарядом еще не появляются. Здесь и далее *е* будет обозначать элементарный заряд. Нижний индекс *s* нумерует компоненты: s = e, i, a для электронов, ионов и атомов соответственно (атомная компонента будет еще обозначаться и индексом "0"); V – объем системы,  $N_s$  – число частиц сорта  $s, n_s = N_s/V$  – их концентрация. Далее предполагается, что свободную энергию F такой системы можно представить в аддитивном виде

$$F(N_{a}, N_{1}, ..., N_{5}, N_{e}, V, T) =$$

$$= F_{id} + F_{int} = F_{id} + F_{Ch-Ch} + F_{a-Ch} + F_{a-a},$$

$$\mu_{i} = \frac{\partial F}{\partial N_{i}} \Rightarrow \mu_{i+1} + \mu_{e} = \mu_{i} \quad i = 0, 1, 2, ..., 6;$$

$$\mu_{e} \equiv \mu_{e}(n_{e}, n_{1}, ..., n_{5}, n_{e}, T).$$
(1)

ной смеси невзаимодействующих частиц, а остальная часть отвечает за вклад из-за взаимодействия: "Ch-Ch" - заряд-заряд, "a-Ch" атом-заряд, "а-а" – атом-атом. Выражение для F<sub>id</sub> является суммой вкладов от отдельных компонент, а свободная энергия однокомпонентной идеальной системы имеет хорошо известный аналитический вид для классической системы и выражение в виде простой квадратуры для вырожденной [14]. В нашем случае электроны могут быть вырождены, а тяжелые частицы всегда классические. Следует заметить, что аддитивное представление вклада от взаимодействия в 1-й строке (1) имеет некоторые обоснования лишь при сравнительно малых значениях плотности. Ниже мы оценим границы применимости такого приближения. Вторая строка в (1) представляет собой хорошо известный закон действующих масс, где  $\mu_s$  – это химический потенциал компоненты s. Если подставить в этот закон явный вид химических потенциалов компонент (с учетом аналитического вида идеальных вкладов  $\mu_{id}$ ), то получится не менее известная система уравнений типа Саха с учетом взаимодействия [12], записываемая в явном виде как

$$\begin{cases} \frac{n_{s+1}}{n_s} = \frac{Q_s^*}{Q_{s+1}^*} \exp\left[-\frac{1}{k_B T} (I_s - \Delta I_s + \mu_{id}(n_e, T))\right] \\ \Delta I_s = \Delta \mu_s + \Delta \mu_e - \Delta \mu_{s+1}, \quad s = 0, 1, \dots, 6 \\ \Delta \mu_s = \frac{\partial F_{\text{int}}}{\partial N_s}, \quad \Delta \mu_e = \frac{\partial F_{\text{int}}}{\partial N_e} \\ n_0 + \sum_{s>0} n_s = \rho/m_a, \quad \sum_{s>0} sn_s = n_e. \end{cases}$$
(2)

939

Два уравнения в нижней строке этой системы являются законами сохранения массы и заряда соответственно. Кроме этого, в (2) фигурирует масса атома  $m_a$ , постоянная Больцмана  $k_B$ , потенциалы ионизации положительного иона I<sub>s</sub> (индекс s = 1, 2, ... соответствует величине потенциала ионизации соответственно однократно, двукратно и т.д. ионизованного атома, а индекс s = 0 соответствует потенциалу ионизации нейтрального атома) и их снижение из-за взаимодействия частиц  $\Delta I_s$ . Так же  $\mu_{id}$  — это идеальная часть химического потенциала электронной компоненты,  $\Delta \mu_s$  – вклад в µ<sub>s</sub> из-за взаимодействия. Чтобы решить (2) нужно задать внутренние статистические суммы  $Q_s$ атомов и ионов, которые вычисляются стандартным образом:  $Q_s = Q_s(T) = \sum_j g_j \exp(-E_{js}/k_BT)$ , где  $E_{js}$  – электронные уровни частицы сорта *s*, а  $g_i$  – вырождение этого уровня. Данные по  $I_{s}$ ,  $E_{is}$ есть в базе данных NIST [15]. Кроме этого, нужно ограничить суммирование в выражении для  $Q_s$ , чтобы оно было сходящимся. Это можно сделать различными способами [12], но все они являются приближенными. Например, даже формула (метод) Планка-Ларкина, которая наиболее обоснована, дает некорректную заселенность высоко лежащих уровней [12]. Однако, при достаточно низких плотностях (≈0.1 $\rho_n$  и ниже) и при *T* < 100 кK, когда не возбуждаются высоко лежащие энергетические уровни атомов и ионов, различные методы ограничения статистической суммы дают очень близкие результаты [12, 13]. Самый простой из них – это просто пренебречь этими высоко лежащими уровнями. Он и использовался в этой работе, – для каждого иона или атома учитывались все уровни, представленные в базе данных [15]. Этот метод вполне обоснован при сравнительно низких значениях Т, когда все потенциалы ионизации атомов и ионов все еще достаточно велики по сравнению с температурой Т. Для ионов это выполняется для всех значений температуры  $T \le 100 \text{ кK}$ , что является верхней границей области применимости по температуре для нашей модели. Для атомов в интервале температур при Т от 50 кК до 100 кК это условие не выполняется. Поэтому для них в этой области использовалась формула Планка–Ларкина, которая дает все еще корректные результаты в диапазоне значений  $T \leq 100 \text{ KK}.$ 

Кроме  $Q_s$  нужно задать поправки на взаимодействие, т.е. слагаемые  $F_{Ch-Ch}$ ,  $F_{a-Ch}$ ,  $F_{a-a}$  в (1) и их производные в (2). Они задавались так же, как и в наших предыдущих работах для других веществ [10, 11]. Для описания термодинамики заряженных компонент ( $F_{Ch-Ch}$ ) использовалась модель [16], а для двух других вкладов использовалось вириальное разложение, оборванное на втором вириальном коэффициенте  $B_{sa}(T)$ . В этом приближении выражения для вкладов в свободную энергию *F* имеют вид [14]

$$VF_{a-Ch} = 2k_{B}TN_{a}\sum_{s=e,i}B_{sa}(T)N_{s},$$

$$VF_{a-a} = k_{B}TN_{a}^{2}B_{aa}(T),$$

$$B_{sa}(T) = 2\pi \int_{0}^{+\infty} \left(1 - e^{-U_{sa}(r)/(k_{B}T)}\right)r^{2}dr,$$

$$U_{a-Ch}(r) = -\frac{\alpha}{2(r^{2} + r_{0}^{2})^{2}},$$

$$U_{a-a}(r) = \varepsilon_{M}\left(X_{M}^{2} - 2X_{M}\right),$$

$$X_{M} = \exp(-\alpha_{M}(r - r_{M})).$$
(3)

Для применения (3) нужно задать потенциал взаимодействия U(r). Как и прежде для  $F_{a-Ch}$  использовался потенциал Бакингема, а для  $F_{a-a}$  – потенциал Морзе. Их функциональный вид приведен в (3).  $U_{a-Ch}$  представлен в атомных единицах, где поляризуемость атома висмута  $\alpha = 48 (a_B)^3, a_B - a_B$ радиус Бора. Остальные параметры потенциалов подбирались, чтоб воспроизводить известные экспериментальные основные уровни отрицательного иона (для  $r_0$  в  $U_{e-a}$ ), молекулярного иона (для  $r_0$  в  $U_{i-a}$ ) и колебательные константы нейтральных димеров. Кроме этого, выражение для  $B_{sq}(T)$  должно быть еще регуляризовано, чтобы исключить влияние связанных состояний. Необходимые для этого формулы представлены в [10, 11]. Здесь же приведем только параметры потенциалов взаимодействия:  $r_0 = 2.675 a_B (e-a)$ ,  $r_0 = 2.515 a_B (i-a), r_M = 1.59 a_B, \epsilon = 2.774 \text{ eB}, \alpha r_M =$ = 1.961. Отметим, что результатом решения (1) являются не только термодинамические функции, но и ионный состав, т.е. значения плотности частиц n<sub>e</sub>, n<sub>a</sub>, n<sub>1</sub>, ..., n<sub>5</sub> при заданных значениях плотности вещества р и температуры Т. Ионный состав может быть использован далее при расчете транспортных коэффициентов в приближении времени релаксации.

Приближение времени релаксации (ПВР) является широко используемым методом для расчетов в области низкотемпературной плотной плазмы. Оно так же строго обосновано при не очень высоких плотностях вещества, когда можно учитывать только парные столкновения. Ниже мы рассмотрим этот вопрос подробней. Само ПВР описано и выведено во многих учебниках, см., например [17], где оно представлено для случая т.н. "лоренцевой плазмы" [17], когда перенос осуществляется легкими частицами (электронами) с кинетической энергией є, рассеивающимися на тяжелых (ионах, атомах), что как раз соответствует нашей задаче. Это позволяет получить [17] следующие результирующие формулы для электропроводности **σ**:

$$\sigma = -\frac{2|e|^2 \sqrt{2m_e}}{3\pi^2 \hbar^3} I_{3/2}, I_n \equiv I_n \left(\frac{\mu_{id}}{k_B T}\right) = \int_0^\infty \varepsilon^n \tau(\varepsilon) \frac{\partial f_0}{\partial \varepsilon} d\varepsilon,$$
(4)  
$$f_0 = \frac{1}{\exp[(\varepsilon - \mu_{id})/k_B T] + 1}.$$

В (4) к используемым ранее в (2), (3) физическим константам добавляются заряд *e*, масса электрона  $m_e$  и постоянная Планка  $\hbar$ . Кроме этого в (4)  $\mu_{id} = \mu_{id}(n_e, T)$  как и в (2),  $f_0 - ф$ ункция распределения Ферми–Дирака, а  $\tau$  – время релаксации, которое задается как

$$\tau^{-1}(\varepsilon) = \sum_{s=i,a} n_s A_{es}^T(\varepsilon) u = \tau_{ea}^{-1}(\varepsilon) + \sum_{s=i} \tau_{es}^{-1}(\varepsilon),$$
  
$$\varepsilon = m_e u^2 / 2.$$
 (5)

В (5) u – скорость налетающего электрона. Кроме плотности частиц  $n_s$  для вычисления  $\tau$  нужны и транспортные сечения рассеяния электронов на

положительных ионах и на атомах  $A_{es}^{T}(\varepsilon)$ . Для электрон-ионных (e-i) столкновений использовалось сечение Резерфорда со сходящимся кулоновским логарифмом как в [11], для сечения электрон-атомных (e-a) столкновений использовались недавно появившиеся данные измерений [18]. Электрон-электронные (e-e) столкновения учитываются через специальный фактор  $\gamma_{ee}$ 

[19], t.e.  $\tau_{ei}^{-1}(\varepsilon) \rightarrow \gamma_{ee} \tau_{ei}^{-1}(\varepsilon)$ .

Перед тем как перейти к результатам напомним, что приближения, использованные в настоящей модели, накладывают ограничения на область ее корректного применения по плотности вещества сверху, которые можно оценить стандартными методами [10, 11]. Для висмута ограничивающая плотность при температуре T = 10 кKоказалась около 3 г/см<sup>3</sup>, и по мере роста температуры она увеличивалась до нормальной при  $T \approx$ ≈ 100 кК. Рассмотрим этот вопрос более детально. Для вириальных разложений соответствующий критерий определяется малостью поправочного слагаемого по отношению к вкладу идеального газа [14]. Т.е. для взаимодействий s-a, a-a (s = e, *i*) можно ввести безразмерные параметры [10, 14]  $A_{sa} = |2B_{sa}n_{a}n_{s}/(n_{a} + n_{s})|$  и  $A_{aa} = |B_{aa}n_{a}|$ . Условие max  $(A_{sa}, A_{aa}) \leq 1$  определяет область применимости построенной модели по отношению к вириальным разложениям. Кулоновские системы характеризуются параметром неидеальности Г =  $= |e|^2 n_e^{1/3} / (k_B T)$  [12]. Модель  $F_{Ch-Ch}$  и других термодинамических функций, развитая в [16], и используемая нами, верна при любых значениях Г



**Рис. 1.** Область применимости модели на графике зависимости температуры T и плотности  $\rho$  висмута (область применимости соответствует значению C < 1, — выше кривой  $T(\rho)$ ).

сама по себе. Но мы используем ее в рамках аддитивного представления (1), для которого существуют оценки [12], показывающие, что его применение обосновано лишь в области малого межчастичного взаимодействия, независимо от его природы. Поэтому для определения области корректного применения модели более правильным является критерий  $C(\rho, T) \equiv \max(A_{sa}, A_{aa}, \Gamma) \leq 1.$ Выражение (5) также получено в приближении парных столкновений [17], поэтому этот же критерий качественно описывает и область, где корректно применять ПВР с выражением для времени релаксации τ в виде (5). Зависимость  $C(\rho, T) = 1$  представлена рис. 1 сплошной линией. Выше нее (по температуре) C < 1, в ниже C > 1. Очевидно, что формально применить выражения (2)-(5) можно при любых значениях ( $\rho$ , T), но более корректные результаты будут там, где C < 1. В следующем разделе мы приведем аппроксимацию зависимости  $T(\rho)$  для линии на рис. 1 вместе с аналогичными аппроксимациями для других величин.

### РЕЗУЛЬТАТЫ

На рис. 2 представлен состав плазмы Ві на изохоре  $\rho = 1$  г/см<sup>3</sup>. Это значение р выбрано потому, что при такой плотности эффекты межчастичного взаимодействия уже не малы, но построенная модель все еще применима во всем рассмотренном диапазоне температур (см. рис. 1). Состав плазмы на рис. 2, как и обычно в [10–13], пред-

ФИЗИКА ПЛАЗМЫ том 48 № 10 2022



**Рис. 2.** Состав плазмы висмута Ві на изохоре  $\rho = 1 \, r/cm^3$  в диапазоне температур от 5 кК до 100 кК. Доля компоненты *s*:  $\alpha_s = n_s m_a / \rho$  (см. текст).

ставлен в виде безразмерных отношений, показывающих долю данной компоненты, приходящейся на одно ядро, т.е.  $\alpha_s = n_s m_a / \rho$ , где  $m_a -$ это масса атома Bi ( $3.47 \times 10^{-22}$  г). Как можно видеть на рис. 1 при низких температурах преобладают атомы, доля ионов с зарядом Z = 1 сравнивается с долей атомов при  $T \approx 30$  кК, доля ионов с Z = 2становится доминирующей  $T \approx 50$  кK, а при температуре  $T \approx 80$  кК заметным становится влияние и ионов с Z = 3. Ионы с Z = 4 начинают играть роль на верхней границе рассмотренного диапазона, а доля ионов с Z > 4 остается пренебрежимо малой во всем диапазоне значений рассматриваемых температур. Степень же ионизации α<sub>ρ</sub> (доля свободных электронов) растет практически с нуля при  $T \approx 10$  кК до 2.5 при  $T \approx 100$  кК. Такой рост α<sub>e</sub>, очевидно усиливает кулоновское взаимодействие, что наряду с исчезновением нейтральной компоненты должно приводить к росту термодинамических функций на изохорах, что неоднократно наблюдалось ранее для плазмы разных веществ [1]. Это явление лучше рассмотреть вдоль изотерм, где эффекты взаимодействия проявляются более ярко.

На рис. 3 представлены изотермы давления вещества висмута, рассчитанные по нашей модели в рассматриваемом диапазоне плотностей и температур. Ограничивающее значение плотности при корректном применении модели при температуре  $T \approx 10$  кК указано символом  $\rho_{lim}$ . Так как иные данные в этой области отсутствуют (кроме, возможно, данных из работы [9], см. ниже), то мы рассчитали так же и давление идеальной смеси га-



**Рис. 3.** Изотермы давления плазмы висмута. 1 -расчет для идеальной плазмы без учета взаимодействия между частицами, 2 -расчет по нашей модели. Рядом с каждой парой изотерм указана соответствующая им температура. Стрелка на горизонтальной оси отмечает р<sub>lim</sub> – верхнюю границу применимости модели при T = 10 кК. Снизу диапазон изменения плотности ограничен  $10^{-5}$  г/см<sup>3</sup>.

зовых компонент того же состава, т.е.  $P_{id} = kT(n_e + m_e)$  $+ n_a + n_1 + ... + n_5$ ). Им соответствуют пунктирные линии на рис. 2. При низких плотностях, очевидно, взаимодействие не играет практически никакой роли, и сплошные линии на рис. 2 почти совпадают с пунктирными. Но при увеличении плотности взаимодействие снижает давление, что и наблюдается на рис. 3. При этом при одной и той же плотности давление растет с температурой, о чем говорилось выше. Несколько иная ситуация для удельной внутренней энергии И. Для нее помимо идеального вклада ( $U_{id} = = 1.5 P_{id} / \rho$ ) и влияния взаимодействия есть еще вклад от внутренних степеней свободы. И этот последний вклад существенен при любой плотности, что и продемонстрировано на рис. 4, на котором  $U_{id}$  не совпадает с полной внутренней энергией даже при максимальной температуре T = 100 кК и низких значениях плотности.

Для практических применений результаты расчетов были аппроксимированы полиномами. Зависимость температуры от плотности  $T(\rho)$  (см. рис. 1) для границы применимости модели аппроксимирована полиномом 3-й степени. Аналогичные полиномы использовались и для зависимостей величин P и U ([T] = K, [ $\rho$ ] =  $r/cm^3$ , [P] =  $\Gamma\Pia$ , [U] =  $\kappa Дж/r$ ). Они дают отклонение от



**Рис. 4.** То же, что и на рис. 3, но для удельной внутренней энергии *U*.

расчетных данных менее 2% в рассматриваемой области, и имеют вид

$$T = 4718 - 6728\rho + 3298\rho^{2} - 167.5\rho^{3},$$
  

$$\Gamma \exists e [T] = K, \quad [\rho] = \Gamma/cM^{3} K,$$
  

$$P = a(\rho) + b(\rho)T + c(\rho)T^{2} + d(\rho)T^{3};$$
  

$$U = a_{1}(\rho) + b_{1}(\rho)T + c_{1}(\rho)T^{2} + d_{1}(\rho)T^{3};$$
  

$$a(\rho) = -0.01025 + 0.03954\rho + + 0.01811\rho^{2} - 0.01664\rho^{3},$$
  
(6)

$$\begin{split} b(\rho) &= 0.00101 + 0.02121\rho - 0.01165\rho^2 + 0.00207\rho^3\\ c(\rho) &= -8.40465 \times 10^{-6} + 0.00145\rho - \\ &- 4.01111 \times 10^{-5}\rho^2 - 2.42066 \times 10^{-5}\rho^3,\\ d(\rho) &= 1.74803 \times 10^{-7} - 3.60899 \times 10^{-6}\rho + \\ &+ 9.85646 \times 10^{-8}\rho^2 + 1.77785 \times 10^{-7}\rho^3,\\ a_1(\rho) &= -0.22634 - 0.02109\rho - \\ &- 0.07776\rho^2 + 0.01052\rho^3,\\ b_1(\rho) &= 0.08966 + 0.0068\rho + \\ &+ 0.00297\rho^2 - 5.62311 \times 10^{-4}\rho^3,\\ c_1(\rho) &= 0.00258 - 0.00191\rho + \\ &+ 6.57918 \times 10^{-4}\rho^2 - 8.21099 \times 10^{-5}\rho^3,\\ d_1(\rho) &= -3.2537 \times 10^{-6} + 1.18814 \times 10^{-6}\rho + \\ &+ 4.12839 \times 10^{-7}\rho^2 - 8.76182 \times 10^{-8}\rho^3. \end{split}$$



**Рис. 5.** Зависимости электропроводности плазмы висмута при изменении плотности вещества от  $10^{-5}$  до 2 г/см<sup>3</sup> для различных значений температуры.

Аналогичные изотермы для электропроводности представлены на рис. 5. Здесь тоже нет никаких других данных, поэтому мы вынуждены ограничиться только представлением наших результатов. Для  $\sigma$  также можно построить аппроксимацию, аналогичную (6), но полиномиальные зависимости приводят к меньшей точности, поэтому поиск более точных аппроксимаций именно для  $\sigma$  является задачей будущих исследований.

Для висмута нет возможности сравниться с данными измерений и других расчетов в области применимости модели, указанной на рис. 1. Но можно отметить, что поведение давления, внутренней энергии и электропроводности на изотермах висмута (Ві) в этой области качественно аналогично поведению этих же величин для других веществ, для которых есть расчеты и данные измерений, которые успешно описываются нашей моделью. Это относится к уже упомянутому во введении свинцу [11], а также к никелю [20] и молибдену [21].

Как мы уже упоминали, в [9] представлены данные по ударным адиабатам на пористом висмуте. Они находятся при достаточно больших значениях плотности вещества  $\rho \ge \rho_{lim}$ , поэтому можно ожидать заметного различия в расчетных и экспериментальных данных, которое и было обнаружено. Мы рассмотрели две ударных адиабаты в [9], которые начинались при  $\rho = \rho_0/2.85 \approx$  $\approx 3.32$  г/см<sup>3</sup>. Это наименьшая достигнутая в [9] плотность висмута после схлопывания пор. В этом состоянии внешнее давление  $P \approx 0$  по сравнению с давлением, получаемым далее при сжатии в 1.08 (P = 0.37 МБар) и в 1.17 раза

ФИЗИКА ПЛАЗМЫ том 48 № 10 2022

(P = 0.65 MBap) соответственно. Заметим, что уже начальная плотность вещества висмута находится на границе области корректного применения нашей модели. При фиксированных значениях давления и плотности можно сравнить изменение удельной внутренней энергии, полученной в [9], с удельной энергией нашей модели. Это сравнение показало, что отличие может достигать 50%, что в первую очередь говорит о возможной неприменимости нашей модели при столь больших плотностях. Но заметим, что и погрешность в ударно-волновых измерениях по плотности тоже может быть значительной, см., например [22]. Поэтому, помимо корректировок нашей модели для области с большими значениями плотности, необходимы и новые более точные измерения для более разреженных состояний.

## выводы

Построена комплексная модель расчета теплофизических свойств низкотемпературной плотной плазмы висмута в диапазоне температур 10-100 кК, учитывающая как современные теоретические подходы, так и имеющиеся экспериментальные данные. На основе анализа погрешностей аппроксимаций, используемых в модели, установлена область ее применимости, внутри которой данных как по термодинамическим свойствам, так и по электропроводности плазмы висмута не было. Это обусловлено тем, что в экспериментах до сих пор не удается получить надежные данные в области сравнительно низких значений плотности ниже, чем треть от нормальной. И даже эти значения были получены лишь в одном эксперименте [9]. Поэтому, помимо корректировок представленной модели необходимы так же и новые экспериментальные данные для более низких значений плотности вещества висмута в диапазоне температур 10-100 кК.

#### БЛАГОДАРНОСТИ

Работа поддержана грантом РФФИ 20-21-00093. Автор благодарен Рахелю А.Д. за обсуждение результатов.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- Clerouin J., Noiret P., Blottiau P., Recoules V., Siberchicot B., Renaudin P., Blancard C., Faussurier G., Holst B., Starrett C.E. // Phys. Plasmas. 2012. V. 19. 082702. https://doi.org/10.1063/1.4742317
- Grabowski P.E., Hansen S.B., Murillo M.S., Stanton L.G., Graziani F.R., Zylstra A.B., Baalrud S.D., Arnault P., Baczewski A.D., Benedict L.X. et al. // HEDP. 2020. V. 37. 100905. https://doi.org/10.1016/j.hedp.2020.100905

- - - - - -

ФИЗИКА ПЛАЗМЫ том 48 № 10 2022

- Militzer B., Gonzalez-Caltado F., Zhang S., Driver K.P., Soubiran F. // Phys. Rev. E. 2021. V. 103. 013203. https://doi.org/10.1103/PhysRevE.103.013203
- Kondratyev A.M., Korobenko V.N., Rakhel A.D. // J. Phys.: Condens. Matter. 2022. V. 34. 195601. https://doi.org/10.1088/1361-648X/ac553d
- Minakov D.V., Paramonov M.A., Levashov P.R. // Phys. Rev. B. 2021. V. 103. 184204. https://doi.org/10.1103/PhysRevB.103.184204
- Su C., Liu Y., Wang Z., Song W., Asimow P.D., Tang H., Xie H. // Physica B. 2017. V. 524. P. 154. https://doi.org/10.1016/j.physb.2017.08.049
- 7. Апфельбаум Е.М. // ТВТ. 2021. Т. 56. С. 507. https://doi.org/10.31857/S0040364421040025
- Al'tshuler L.V., Krupnikov K.K., Brazhnik M.I. // Sov. Phys. JETP. 1958. V. 24. P. 614. http://jetp.ras.ru/cgi-bin/e/index/e/7/4/p614?a = list
- Glushak B.L., Zharov A.P., Zhernokletov M.V., Ternovoy V.Ya., Filimonov A.S., Fortov V.E. // Sov. Phys. JETP. 1989. V. 69. P. 729. http://jetp.ras.ru/cgi-bin/e/index/e/69/4/p739?a = list
- 10. Apfelbaum E.M. // Phys. Plasmas. 2020. V. 27. 042706. https://doi.org/10.1063/5.0004791
- Apfelbaum E.M. // Contrib. Plasma Phys. 2021. V. 27. 042706. https://doi.org/10.1002/ctpp.202100063
- 12. Fortov V.E., Yakubov I.T., Khrapak A.G. Physics of Strongly Coupled Plasma. Oxford: Oxford University Press, 2007.
- Lomonosov I.V., Gryaznov V.K. // Contrib. Plasma Phys. 2016. V. 56. P. 302. https://doi.org/10.1002/ctpp.201500110
- 14. *Landau L.D., Lifshitz E.M.* Statistical Physics. Course of Theoretical Physics. Vol. 5. Oxford: Pergamon, 2002.
- http://physics.nist.gov/PhysRefData/ASD/levels\_form.html.
- Potekhin A.Y., Chabrier G., Rogers F.J. // Phys. Rev. E 2009. V. 79. 016411. https://doi.org/10.1103/PhysRevE.79.016411
- 17. *Lifshitz E.M., Pitaevskii L.P.* Physical Kinetics. Course of Theoretical Physics, Vol. 10. Oxford: Pergamon, 2002.
- Predojevič P., Ševič D., Marinkovič B.P., McEachran R.P., Blanco F., Garcia G., Brunger M.J. // Phys. Rev. A. 2020. V. 101. 032704. https://doi.org/10.1103/PhysRevA.101.032704
- Reinholz H., Röpke G., Rosmej S., Redmer R. // Phys. Rev. E. 2015. V. 91. 043105. https://doi.org/10.1103/PhysRevE.91.043105
- 20. *Apfelbaum E.M.* // Phys. Plasmas. 2015. V. 22. 092703. https://doi.org/10.1063/1.4930100
- 21. Apfelbaum E.M. // Phys. Plasmas. 2017. V. 25. 052702. https://doi.org/10.1063/1.4982677
- 22. Фортов В.Е., Ломоносов И.В. // УФН. 2014. Т. 184. С. 231. https://doi.org/10.3367/UFNr.0184.201403b.0231