

## ПЫЛЕВЫЕ ЗВУКОВЫЕ СОЛИТОНЫ В ЗАПЫЛЕННОЙ МАГНИТОСФЕРЕ САТУРНА

© 2022 г. С. И. Копнин<sup>a, b</sup>, Д. В. Шохрин<sup>b</sup>, С. И. Попель<sup>a, b, \*</sup>

<sup>a</sup> Институт космических исследований РАН, Москва, Россия

<sup>b</sup> Национальный исследовательский университет “Высшая школа экономики”, Москва, Россия

\*e-mail: popel@iki.rssi.ru

Поступила в редакцию 01.07.2021 г.

После доработки 10.08.2021 г.

Принята к публикации 20.08.2021 г.

Рассмотрена возможность распространения локализованных волновых структур таких, как пылевые звуковые солитоны в плазме запыленной магнитосферы Сатурна, которая содержит электроны двух сортов (горячие и холодные), подчиняющиеся каппа-распределению, ионы магнитосферы, а также заряженные пылевые частицы. Определены области возможных скоростей и амплитуд солитонов. Найдены солитонные решения для различных размеров и концентраций пылевых частиц в запыленной магнитосфере Сатурна.

*Ключевые слова:* пылевая плазма, пылевые звуковые солитоны, каппа-распределение, магнитосфера Сатурна

DOI: 10.31857/S0367292122010085

### 1. ВВЕДЕНИЕ

Трудно представить себе заполненную плазмой область Солнечной системы, свободную от мелкодисперсных пылевых частиц [1]. Нано- и микромасштабные пылевые частицы обнаруживаются в межпланетном космическом пространстве, в плазме ионосфер и магнитосфер планет Солнечной системы, в планетарных кольцах, в окрестностях космических тел, не имеющих собственной атмосферы и др. Важный объект с точки зрения исследований пылевой плазмы – магнитосфера Сатурна [2, 3]. Параметры плазмы в ней измерялись еще в 1980-х гг. космическими аппаратами Voyager 1 и 2 [4]. Также на основе данных, полученных аппаратом Voyager 1 [5], было доказано существование волн в плазме магнитосферы Сатурна. Теоретические исследования ионно-звуковых волн в магнитосфере Сатурна проводились в работе [6]. Пылевая плазма в окрестностях спутника Сатурна Энцелада была обнаружена в рамках миссии Cassini [2, 3].

Плазма в магнитосфере Сатурна обладает рядом особенностей по сравнению с другими космическими системами, исследования которых в настоящее время проводятся весьма активно (исследования пылевой плазмы Луны и Марса см., например, [7, 8]). Например, измерения параметров электронов магнитосферы Сатурна, полученные в рамках миссий Voyager [4, 5] и Cassini [9], показали сосуществование двух видов (горячих и

холодных) электронов. Оказалось [9], что скорости электронных популяций подчиняются так называемому к-распределению с независимыми, низкими значениями к.

Все это указывает на актуальность проблемы исследования нелинейных волновых структур в пылевой плазме в условиях, свойственных магнитосфере Сатурна, типичными для которой являются пылевые звуковые волны. Важным видом нелинейных структур, наблюдавшихся в космосе [10, 11], являются солитоны. В настоящей работе рассматриваются нелинейные волновые структуры в запыленной магнитосфере Сатурна, свойственные для пылевой плазмы, а именно, пылевые звуковые солитоны [12]. Учитывается тот факт, что в магнитосфере Сатурна сосуществуют два вида электронов (горячие и холодные), подчиняющиеся двум различным к-распределениям. Рассмотрение проводится для произвольных (не малых) амплитуд солитонов, что представляется важным для интерпретации будущих космических наблюдений.

### 2. ОСНОВНЫЕ УРАВНЕНИЯ

Для описания пылевых звуковых солитонов (см., например, [13–15]) можно использовать следующую систему уравнений, включающую в себя уравнение непрерывности и уравнение движения (Эйлера) для пылевых частиц, уравнение Пуассо-

на для самосогласованного электростатического потенциала  $\phi$  в пылевой плазме магнитосферы Сатурна

$$\begin{aligned} \frac{\partial n_d}{\partial t} + \frac{\partial n_d v_d}{\partial x} &= 0, \\ \frac{\partial v_d}{\partial t} + v_d \frac{\partial v_d}{\partial x} &= -\frac{Z_d e}{m_d} \frac{\partial \phi}{\partial x}, \\ \frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} &= 4\pi e (n_{e,c} + n_{e,h} - n_i - n_d Z_d), \end{aligned} \quad (1)$$

где пространственная переменная  $x$  соответствует направлению распространения волнового возмущения,  $n_d$  – концентрация пылевых частиц,  $v_d$  – их направленная скорость,  $m_d$  и  $q_d = Z_d e$  – масса и заряд пылевых частиц,  $-e$  – заряд электрона,  $n_{e,c(h)}$  – концентрация холодных (горячих) электронов,  $n_i$  – концентрация ионов.

Кроме того, необходимо учесть распределения ионов и электронов, которые успевают установиться на пылевых звуковых временных масштабах. Как уже отмечалось, в плазме магнитосферы Сатурна электроны удовлетворяют к-распределению по скоростям [16]

$$\begin{aligned} n_{e,c} &= n_{e,c0} \left( 1 - \frac{1}{\kappa_c - 3/2} \frac{e\phi}{T_{ec}} \right)^{-\kappa_c + 1/2}, \\ n_{e,h} &= n_{e,h0} \left( 1 - \frac{1}{\kappa_h - 3/2} \frac{e\phi}{T_{eh}} \right)^{-\kappa_h + 1/2}, \end{aligned} \quad (2)$$

где  $T_{e,c(h)}$  – температура холодных (горячих) электронов, выраженная в энергетических единицах, индекс “0” соответствует невозмущенным состояниям,  $\kappa_c$  и  $\kappa_h$  – параметры для каппа-распределений холодных и горячих электронов соответственно. Отметим, что  $\kappa_c, \kappa_h > 3/2$ .

Ионы подчинены распределению Больцмана

$$n_i = n_{i0} e^{-e\phi/T_i}, \quad (3)$$

где  $T_i$  – температура ионов, выраженная в энергетических единицах.

Ввиду того, что пылевые звуковые волны достаточно медленные, так что характеризующие их временные масштабы значительно превосходят характерные времена изменения зарядов пылевых частиц (см., например, [17]), заряды пылевых частиц успевают подстраиваться под параметры плазмы, и могут быть определены из уравнения

$$I_e(Z_d) + I_i(Z_d) = 0, \quad (4)$$

где микроскопические токи холодных (горячих) электронов на поверхность пылевой частицы описываются выражением [18]

$$\begin{aligned} I_{e,c(h)}(Z_d) &= \\ &= 2\sqrt{\pi} a^2 e n_{e0,c(h)} \frac{\sqrt{\kappa_{c(h)} - 3/2}}{\kappa_{c(h)} (\kappa_{c(h)} - 1) \Gamma(\kappa_{c(h)} - 1/2)} \frac{\Gamma(\kappa_{c(h)} + 1)}{\Gamma(\kappa_{c(h)} - 1/2)} \times \\ &\times \sqrt{\frac{T_{e,c(h)}}{m_e}} \left( 1 - \frac{1}{\kappa_{c(h)} - 3/2} \frac{e^2 Z_d}{a T_{e,c(h)}} \right)^{-\kappa_{c(h)} + 1}, \end{aligned} \quad (5)$$

а микроскопический ток ионов имеет вид [18]

$$I_i(Z_d) = 4\pi a^2 e n_{i0} \sqrt{\frac{T_i}{2\pi m_i}} \left( 1 - \frac{e^2 Z_d}{a T_i} \right). \quad (6)$$

Здесь  $a$  – размер пылевых частиц,  $m_{e(i)}$  – масса электрона (иона),  $\Gamma(\kappa_{c(h)})$  – гамма-функция. Отметим, что значения  $Z_d$  в солитоне, полученные из уравнения (4), вообще говоря, зависят от электростатического потенциала  $\phi$ . Однако, согласно проведенным вычислениям, учитывающим изменение параметров плазмы в солитоне, эта зависимость не очень сильная. Так, даже в точке максимума солитона, где отклонение заряда от его невозмущенного значения наибольшее, значение заряда менее, чем на 5% отличается от значения заряда в основании солитона, в том числе, и для солитонов большой амплитуды (см. [17]). Данный факт позволяет считать заряды пылевых частиц в солитоне приблизительно постоянными, что и используется в дальнейшем изложении.

Невозмущенные значения концентраций связаны условием квазинейтральности

$$n_{i0} + Z_d n_{d0} = n_{e0,c} + n_{e0,h}. \quad (7)$$

Удобно ввести суммарную концентрацию невозмущенных холодных и горячих электронов

$$n_{eo} = n_{e0,c} + n_{e0,h}, \quad (8)$$

а также коэффициент соотношения между концентрациями холодных и горячих электронов  $\alpha$  ( $0 \leq \alpha \leq 1$ ). Тогда имеем

$$n_{e0,c} = \alpha (n_{i0} + Z_d n_{d0}), \quad (9)$$

$$n_{e0,h} = (1 - \alpha) (n_{i0} + Z_d n_{d0}). \quad (10)$$

### 3. СОЛИТОННЫЕ РЕШЕНИЯ

Систему уравнений (1)–(7) можно решать стандартным методом сагдеевского потенциала [19]. Для нахождения локализованного волнового решения, распространяющегося с некоторой постоянной скоростью  $M$ , можно перейти в новую систему координат  $\xi = x - Mt$ , связанную с волной. В этом случае все параметры задачи оказываются зависящими только от новой переменной  $\xi$ . Сагдеевский потенциал в безразмерных переменных  $e\phi/T_i \rightarrow \phi$ ,  $M/C_{sd} \rightarrow M$ ,  $\xi/\lambda_{Di} \rightarrow \xi$ , где  $C_{sd} = \sqrt{T_i/m_d}$  и  $\lambda_{Di} = \sqrt{T_i/4\pi n_{i0} e^2}$  принимает вид

$$V(\phi) = 1 - e^{-\phi} + (1 - \alpha) \times$$

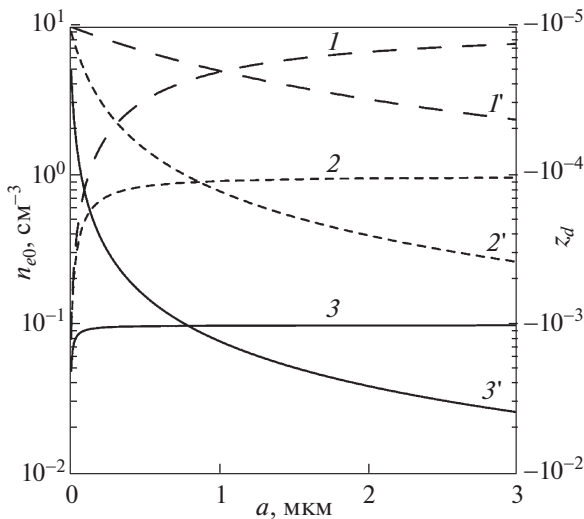
$$\begin{aligned} & \times (1 + Z_d d) \tau_h \left[ 1 - \left( 1 - \frac{1}{\kappa_h - 3/2} \frac{\Phi}{\tau_h} \right)^{-\kappa_h + 3/2} \right] + \\ & + \alpha (1 + Z_d d) \tau_c \left[ 1 - \left( 1 - \frac{1}{\kappa_c - 3/2} \frac{\Phi}{\tau_c} \right)^{-\kappa_c + 3/2} \right] + \\ & + Md \left( M - \sqrt{M^2 - 2Z_d \Phi} \right), \end{aligned} \quad (11)$$

где  $d = n_{d0}/n_{i0}$ ,  $\tau_c = T_{ec}/T_i$ ,  $\tau_h = T_{eh}/T_i$ .

$$M > M_{\min} = \sqrt{\frac{Z_d^2 d}{1 + \frac{\alpha(1 + Z_d d) \kappa_c - 1/2}{\tau_c \kappa_c - 3/2} + \frac{(1 - \alpha)(1 + Z_d d) \kappa_h - 1/2}{\tau_h \kappa_h - 3/2}}} \quad (13)$$

$$\begin{aligned} & 1 - e^{-M_{\max}^2/(2Z_d)} + (1 - \alpha) \times \\ & \times (1 + Z_d d) \tau_h \left[ 1 - \left( 1 - \frac{1}{\kappa_h - 3/2} \frac{M_{\max}^2}{2\tau_h Z_d} \right)^{-\kappa_h + 3/2} \right] + \\ & + \alpha (1 + Z_d d) \tau_c \left[ 1 - \left( 1 - \frac{1}{\kappa_c - 3/2} \frac{M_{\max}^2}{2\tau_c Z_d} \right)^{-\kappa_c + 3/2} \right] + \\ & + M_{\max}^2 d > 0. \end{aligned} \quad (14)$$

Ниже приводятся результаты вычислений, которые проводились для следующих параметров плазмы магнитосферы Сатурна (см. [4, 6, 9]):  $n_{i0} = 10 \text{ см}^{-3}$ ,  $T_i = 100 \text{ К}$ ,  $T_{ec} = 10 \text{ эВ}$ ,  $T_{eh} = 700 \text{ эВ}$ ,  $\alpha = 0.5$ ,  $\kappa_c = \kappa_h = 2$ .



**Рис. 1.** Зависимости зарядовых чисел  $Z_d$  пылевых частиц (кривые 1–3), а также суммарных концентраций электронов  $n_{e0}$  (кривые 1'–3') от размеров пыли для различных концентраций пылевых частиц:  $n_{d0} = 10^{-4}$  (кривые 1, 1'),  $10^{-3}$  (кривые 2, 2'),  $10^{-2} \text{ см}^{-3}$  (кривые 3, 3').

Солитонное решение находится из соотношения

$$\frac{1}{2} \Phi_{\xi}^2 + V(\Phi) = 0, \quad (12)$$

где  $\Phi_{\xi}$  обозначает первую производную по  $\xi$  функции  $\Phi$ .

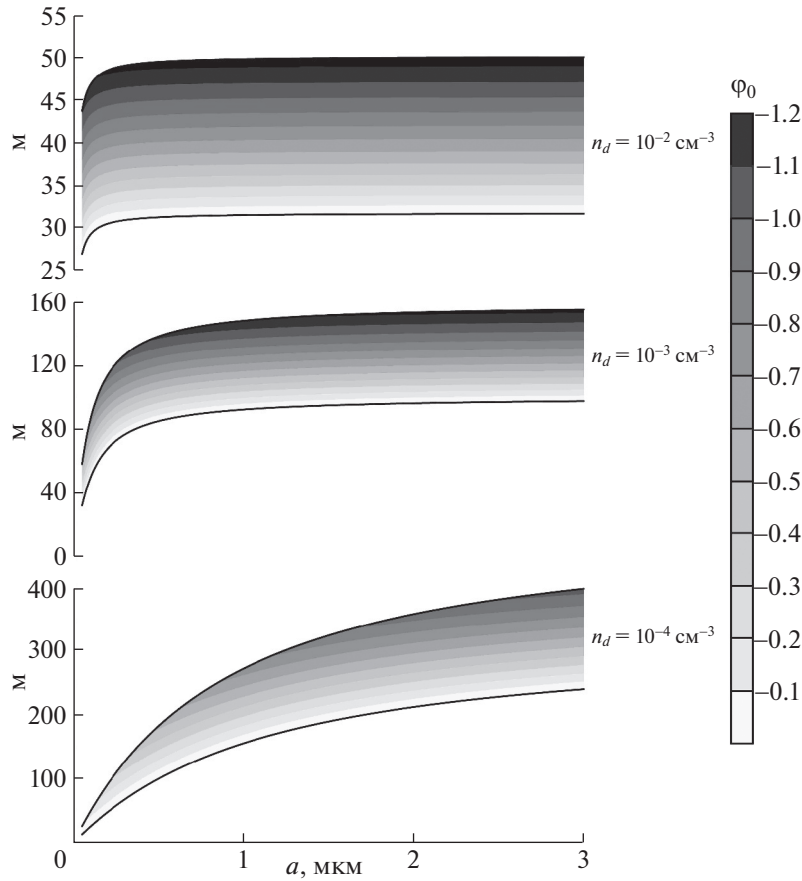
Область определения ( $M_{\min} < M < M_{\max}$ ) для локализованных волновых решений определяется условиями их существования и имеет вид

На рис. 1 изображены зависимости зарядовых чисел  $Z_d$  пылевых частиц и суммарных концентраций электронов  $n_{e0}$  от размеров пыли для различных концентраций пылевых частиц. Значения  $Z_d$  и  $n_{e0}$  получены при заданном значении  $n_{i0}$  на основе самосогласованного решения уравнений (4)–(7).

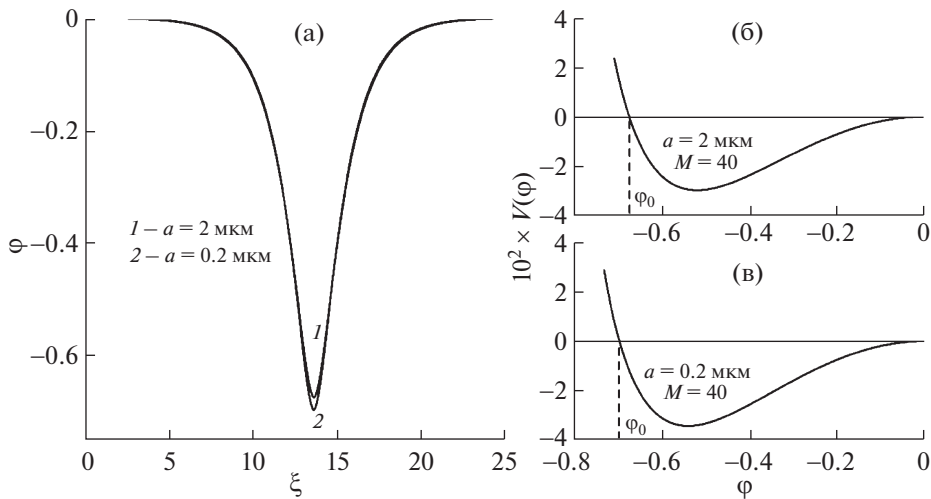
На рис. 2 представлены амплитуды пылевых звуковых солитонов в зависимости от размеров пылевых частиц для всего возможного диапазона безразмерных скоростей  $M$  при разных концентрациях пыли. На рис. 3–5 изображены характерные виды солитонов (панели а) и соответствующие им сагдеевские потенциалы (панели б и в) для случаев, отличающихся концентрациями и размерами пылевых частиц, а также значениями безразмерной скорости  $M$ . Видно, что во всей области определения амплитуды пылевых звуковых солитонов  $\Phi_0$  оказываются отрицательными, а их амплитуды могут принимать достаточно большие значения (порядка  $T_i/e$ ).

#### 4. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В работе показана возможность распространения локализованных волновых структур таких, как пылевые звуковые солитоны в запыленной плазме магнитосферы Сатурна, которая включает в себя электроны двух сортов (горячие и холодные), ионы магнитосферы, а также заряженные пылевые частицы. Определены области возможных скоростей и амплитуд солитонов. Найдены солитонные решения для различных размеров и концентраций пылевых частиц в запыленной плазме магнитосферы Сатурна. Оказывается, что во всей области определения амплитуды электростатического потенциала пылевых звуковых солитонов оказываются отрицательными. При этом их абсолютные значения могут быть достаточно большими (порядка  $T_i/e$ ), что указывает на воз-



**Рис. 2.** Амплитуды  $\Phi_0$  пылевых звуковых солитонов в зависимости от размеров пылевых частиц в зависимости от безразмерной скорости солитона  $M$  при  $n_{d0} = 10^{-4}, 10^{-3}, 10^{-2} \text{ см}^{-3}$ . Жирные линии соответствуют границам разрешенных областей  $M$ .



**Рис. 3.** Пылевые звуковые солитоны (а) и соответствующие им сэгдеевские потенциалы (б) и (в) для случая  $n_{d0} = 10^{-2} \text{ см}^{-3}$ ,  $M = 40$ . Солитон 1 соответствует размерам пылевых частиц  $a = 2 \text{ мкм}$ . Солитон 2 соответствует размерам пылевых частиц  $a = 0.2 \text{ мкм}$ .

возможность наблюдения пылевых звуковых солитонов в магнитосфере Сатурна в будущих космических миссиях.

Данная работа была поддержана грантом Фонда развития теоретической физики и математики “БАЗИС”.

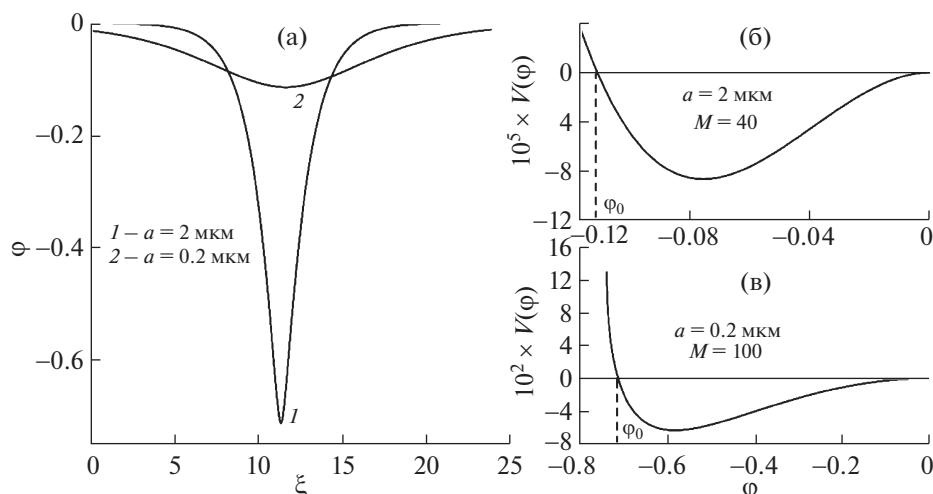


Рис. 4. То же, что и на рис. 3 для  $n_{d0} = 10^{-3} \text{ см}^{-3}$ ,  $M = 100$ .

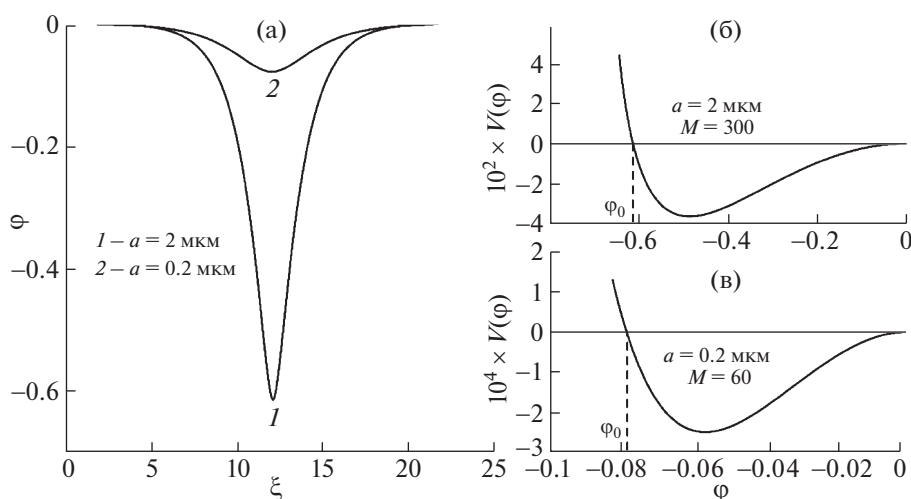


Рис. 5. То же, что и на рис. 3 для  $n_{d0} = 10^{-4} \text{ см}^{-3}$ ,  $M = 300$  для солитона 1 и  $M = 60$  для солитона 2.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Попель С.И. // Природа. 2015. № 9. С. 48.
2. Wahlund J.-E., André M., Eriksson A.I.E., Lundberg M., Morooka M.W., Shafiq M., Averkamp T.F., Gurnett D.A., Hospodarsky G.B., Kurth W.S., Jacobsen K.S., Pedersen A., Farrell W., Ratynskaia S., Piskunov N. // Planet. Space Sci. 2009. V. 57. P. 1795.
3. Yaroshenko V.V., Ratynskaia S., Olson J., Brenning N., Wahlund J.-E., Morooka M., Kurth W.S., Gurnett D.A., Morfill G.E. // Planet. Space Sci. 2009. V. 57. P. 1807.
4. Sittler, Jr. E.C., Ogilvie K.W., Scudde J.D. // J. Geophys. Res. 1983. V. 88. P. 8847.
5. Barbosa D.D., Kurth W.S. // J. Geophys. Res. 1993. V. 98. P. 9351.
6. Koen E.J., Collier A.B., Maharaj S.K., Hellberg M.A. // Phys. Plasmas. 2014. V. 21. P. 072122.
7. Popel S.I., Golub' A.P., Zelenyi L.M., Dubinskii A.Yu. // Planet. Space Sci. 2018. V. 156. P. 71.
8. Голубь А.П., Попель С.И. // Письма в ЖЭТФ. 2021. Т. 113. С. 440.
9. Schippers P., Blanc M., Andre N., Dandouras I., Lewis G.R., Gilbert L.K., Persoon A.M., Krupp N., Gurnett D.A., Coates A.J., Krimigis S.M., Young D.T., Dougherty M.K. // J. Geophys. Res. 2008. V. 113. P. A07208.
10. Pécseli H.L., Lybekk B., Trulsen J., Eriksson A. // Plasma Phys. Controlled Fusion. 1997. V. 39. P. A227.
11. Попель С.И. // Физика плазмы. 2001. Т. 27. С. 475.
12. Копнин С.И., Косарев И.Н., Попель С.И., Ю М. // Физика плазмы. 2005. Т. 31. С. 224.
13. Копнин С.И., Попель С.И. // Письма в ЖТФ. 2019. Т. 45. С. 26.
14. Копнин С.И., Морозова Т.И., Попель С.И. // Физика плазмы. 2019. Т. 45. С. 831.
15. Копнин С.И., Попель С.И. // Письма в ЖТФ. 2021. Т. 47. С. 29.
16. Banerjee G., Maitra S. // Phys. Plasmas. 2015. V. 22. P. 043708.
17. Popel S.I., Kopnin S.I., Kosarev I.N., Yu M.Y. // Adv. Space Research. 2006. V. 37. P. 414.
18. Rubab N., Murtaza G. // Physica Scripta. 2006. V. 73. P. 178.
19. Сагдеев П.З. // Вопросы теории плазмы / Под ред. М.А. Леонтовича. Вып. 4. М.: Атомиздат, 1964. С. 20.