

БЕССТОЛКНОВИТЕЛЬНАЯ ДИНАМИКА ЧАСТИЦ В ДИАМАГНИТНОЙ ЛОВУШКЕ

© 2022 г. И. С. Черноштанов*

Институт ядерной физики им. Г.И. Будкера СО РАН, Новосибирск, Россия

**e-mail: I.S.Chernoshtanov@inp.nsk.su*

Поступила в редакцию 19.03.2021 г.

После доработки 11.10.2021 г.

Принята к публикации 12.10.2021 г.

Исследуется бесстолкновительное движение частиц в осесимметричной открытой ловушке в режиме, когда давление удерживаемой плазмы равно давлению магнитного поля ловушки (режим диамагнитного удержания). Несохранение магнитного момента из-за малой величины магнитного поля в центральной области может приводить к хаотическому движению и бесстолкновительным потерям частиц из ловушки. Удержание частиц может обеспечиваться либо за счет сохранения адиабатического инварианта, если магнитное поле достаточно медленно меняется в продольном направлении, либо при быстром азимутальном вращении (так называемое абсолютное удержание). Получены критерии удержания частиц и оценено время жизни хаотически движущихся частиц. Найдена оценка времени удержания плазмы в диамагнитной ловушке в режиме газодинамического вытекания.

Ключевые слова: движение частиц в электромагнитных полях, линейные магнитные ловушки, плазма с высоким давлением

DOI: 10.31857/S0367292122020056

1. ВВЕДЕНИЕ

В магнитных ловушках для плазмы с термоядерными параметрами выгодно увеличивать давление удерживаемой плазмы. С одной стороны, увеличение давления приводит к увеличению мощности термоядерных реакций из единицы объема, с другой — ослабление магнитного поля из-за диамагнетизма плазмы приводит к снижению потерь энергии на циклотронное излучение. Предельным случаем является режим с $\beta \approx 1$ (где β — отношение давления плазмы к давлению магнитного поля ловушки), когда магнитное поле полностью вытесняется из занятой плазмой области. Такие режимы возможны в каспах (антипробкотронах) [1], галатях [2] и открытых ловушках [3]. Во всех случаях переход к удержанию плазмы с $\beta \approx 1$ приводит к формированию области, заполненной плотной плазмой, из которой вытеснено магнитное поле (далее будем называть ее диамагнитным пузырем); в переходном слое на границе пузыря давление плазмы резко уменьшается, а магнитное поле — резко возрастает. Ширина и структура переходного слоя, с одной стороны, сильно влияют на удержание плазмы в пузыре, с другой стороны — существенно зависят от способа формирования и подпитки пузыря веществом, а так же от параметров плазменного гало, окружающего пузырь.

Возможность существенного снижения потерь плазмы из каспов при переходе в режим с $\beta \approx 1$ отмечена еще в работе [1]. В рамках рассмотренной в ней модели плазма вытекает со звуковой скоростью в “дырки” (с радиусом порядка ширины переходного слоя на границе плазма–вакуум) в области максимума магнитного поля. Оцененная ширина переходного слоя лежит в пределах от электронного циклотронного радиуса до ионно-циклотронного. Детальное обсуждение удержания плазмы в каспах с $\beta \approx 1$, включая оценки времени удержания плазмы, обсуждение механизмов столкновительного и турбулентного уширения переходного слоя и МГД-устойчивости, приведено в обзоре [4]. Последовательно структура переходного слоя и удержание плазмы исследованы в экспериментах на тороидальном антипробкотроне АТОЛЛ [5], где было показано, что ширина слоя и скорость потерь плазмы определяются аномальной поперечной диффузией электронов, связанной с развитием длинноволновой ионно-звуковой неустойчивости [6].

В осесимметричной открытой ловушке переход в режим диамагнитного удержания естественным образом происходит при монотонном увеличении давления удерживаемой плазмы. При сохранении топологии магнитного поля формируется диамагнитный пузырь (если силовые ли-

нии могут пере замыкаться, то увеличение давления плазмы может также привести к формированию конфигурации с обращенным полем) [3, 7]. В настоящее время планируется экспериментальная демонстрация режима диамагнитного удержания при накоплении в открытой ловушке популяции горячих ионов, образующихся в результате мощной атомарной инжекции [9]. Такие эксперименты тесно примыкают к экспериментам по формированию [8–10] и поддержанию [11] конфигурации с обращенным полем (field-reversed configuration, FRC) в открытой ловушке с мощной внеосевой атомарной инжекцией.

Малая величина магнитного поля в диамагнитном пузыре приводит к несохранению магнитного момента и хаотическому движению отдельных групп частиц; хаотическое движение приводит к появлению бесстолкновительных потерь [4]. Тем не менее значительная доля частиц в открытой ловушке с $\beta \approx 1$ может двигаться регулярно, а не хаотически, за счет сохранения адиабатического инварианта, связанного с разными временными масштабами поперечного и продольного движения. Сохранение адиабатического инварианта приводит к неограниченному (в отсутствии столкновений и неустойчивостей) удержанию регулярно двигающихся частиц и может существенно ограничивать бесстолкновительные потери. Кроме того, значительная доля частиц в осесимметричной ловушке с $\beta \approx 1$ может неограниченно долго удерживаться за счет быстрого вращения вокруг оси ловушки (так называемое абсолютное удержание [12]).

Существенное отличие остроугольной геометрии магнитного поля в каспах от геометрии поля в осесимметричной открытой ловушке приводит к заметному различию в бесстолкновительной динамике частиц в режиме с $\beta \approx 1$. Так, в каспах отсутствует механизм, аналогичный абсолютному удержанию [2]. Кроме того, вечно удерживаться за счет сохранения адиабатического инварианта в каспах с $\beta \approx 1$ могут только частицы, не проникающие в область со слабым магнитным полем (отметим, что при движении в области монотонно меняющегося магнитного поля в каспе у частиц может сохраняться адиабатический инвариант, этот эффект уменьшает бесстолкновительные потери [4]).

Дальнейшее изложение построено следующим образом. Во втором разделе описывается структура магнитного поля в осесимметричной диамагнитной ловушке и разделение бесстолкновительных траекторий частиц на группы в зависимости от знака средней азимутальной скорости. В третьем разделе получен критерий абсолютного удержания частиц в диамагнитной ловушке. В четвертом разделе обсуждается бесстолкновительное движение частиц, у которых сохраняется

адиабатический инвариант (далее также будем называть их совершающими адиабатичное движение). Грубый критерий адиабатичности движения сводится к условию, что продольная компонента скорости частицы не превышает порогового значения, зависящего от энергии частицы и геометрии магнитного поля ловушки; особенно сильно на адиабатичность влияет мелкомасштабная гофрировка магнитного поля. Разрушение адиабатического инварианта приводит к хаотическому движению. Время удержания хаотически движущихся частиц и время газодинамического вытекания оценивается в пятом разделе. В шестом разделе приведена модель газодинамического удержания плазмы в открытой ловушке с $\beta \approx 1$ и обсуждаются эффекты, влияющие на время удержания.

2. ГАМИЛЬТониан

Осесимметричное магнитное поле с плоскими силовыми линиями можно задать единственной функцией, в качестве которой выберем поток магнитного поля, деленный на 2π : $\Psi(r, z) = rA_\theta$, здесь A_θ – азимутальная компонента векторного потенциала. Компоненты магнитного поля равны $B_r = -r^{-1}\partial_z\Psi$, $B_\theta = 0$ и $B_z = r^{-1}\partial_r\Psi$, форма силовых линий описывается уравнением $\Psi(r, z) = \text{const}$. Для нормировки магнитного поля удобно использовать напряженность в минимуме вакуумного магнитного поля B_0 . В диамагнитной ловушке функция $\Psi(r, z)$ близка к нулю в области, занятой плазмой и быстро возрастает за границей диамагнитного пузыря [7, 13]. На каждой силовой линии напряженность магнитного поля возрастает от центра к пробкам. Поскольку ширина переходного слоя, в котором сосредоточен диамагнитный ток плазмы и резко меняется магнитное поле, сравнительно мала (порядка ионного ларморовского радиуса, посчитанного по полю B_0 и меньше), удобно ввести понятие границы диамагнитного пузыря как силовой линии, на которой минимальная напряженность поля равна $B_0/2$. Расстояние от данной силовой линии до оси ловушки далее будем называть радиусом пузыря a .

В стационарном случае электрическое поле строго потенциально, $\mathbf{E} = -\nabla\phi$. Из-за вариаций электронного давления потенциал может меняться вдоль силовой линии, в дальнейшем предполагаем, что вдоль силовой линии потенциал меняется плавно (не быстрее, чем меняется напряженность магнитного поля).

Удобно нормировать поток $\Psi(r, z)$ на значение вакуумного магнитного поля в минимуме B_0 , $\psi(r, z) = \Psi(r, z)/B_0$. Также введем циклотронную

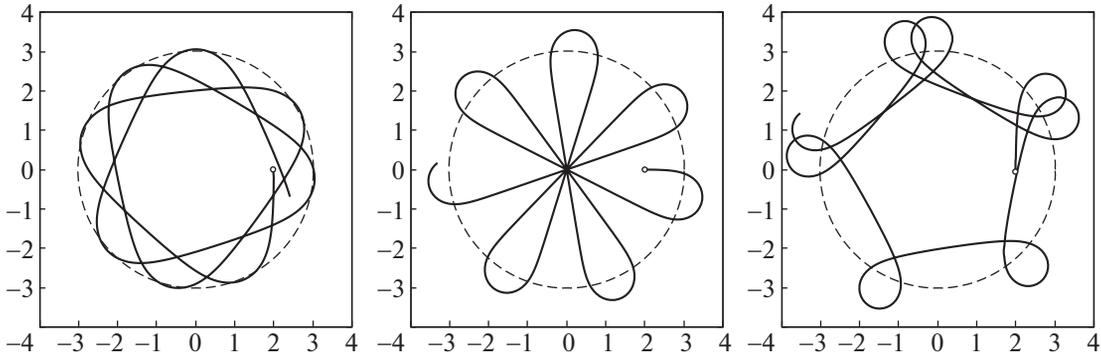


Рис. 1. Пример траекторий ионов, движущихся в продольно-однородном магнитном поле $B_z = B_0\{1 + \text{th}(2(r - 3))\}/2$. Параметры: ларморовский радиус $\rho = 0.125$, $r_{\min} = -2$ (слева), $r_{\min} = 0$ (центр) и $r_{\min} = 2$ (справа). Кружком отмечено начальное положение, штриховой линией – радиус, на котором магнитное поле равно $B_0/2$.

частоту частицы $\Omega = eB_0/(mc)$. Гамильтониан частицы в ловушке записывается стандартно

$$H(p_r, p_\theta, p_z; r, \theta, z) = \frac{p_r^2}{2m} + \frac{(p_\theta - m\Omega\psi(r, z))^2}{2mr^2} + \frac{p_z^2}{2m} + e\phi(r, z). \quad (1)$$

Гамильтониан (1) описывает двумерное движение в потенциале $(p_\theta - m\Omega\psi(r, z))^2/(2mr^2) + e\phi(r, z)$. Из-за того, что в диамагнитной ловушке функция $\psi(r, z)$ близка к нулю в области, занятой плазмой, и быстро возрастает за границей диамагнитного пузыря, частицы внутри пузыря находятся в потенциальной яме. У частиц с $p_\theta \geq 0$ в эффективном потенциале имеются “коридоры”, вдоль которых частица может уйти из ловушки (если только не удерживается из-за сохранения адиабатического инварианта, см. раздел 4), частицы с $p_\theta < 0$ не могут уйти из ловушки, если только их энергия не слишком велика (так называемое абсолютное удержание, см. следующий раздел).

В качестве интегралов движения вместо полной энергии ϵ и момента количества движения p_θ удобно использовать величины, имеющие размерность длины: ларморовский радиус, рассчитанный по полной энергии $\rho = \sqrt{2\epsilon/(m\Omega^2)}$, и минимальное расстояние до оси ловушки, на которое может приблизиться частица в отсутствие магнитного поля $r_{\min} = p_\theta/\sqrt{2m\epsilon}$.

Коротко рассмотрим отличия в траекториях для частиц с положительным и отрицательным p_θ (см. рис. 1). Внутри диамагнитного пузыря магнитное поле близко к нулю, а электростатический потенциал примерно постоянен, при этом во внутренней области траектории частиц близки к отрезкам прямых. От границы пузыря, где магнитное поле резко возрастает, частицы отражаются. Частицы с отрицательным p_θ вращаются вокруг оси ловушки в направлении, совпадаю-

щим с направлением циклотронного вращения. Они проникают за границу пузыря на наименьшее расстояние (в [2] такие частицы названы ко-частицами). Частицы с $p_\theta > 0$ вращаются вокруг оси в противоположную сторону и глубже остальных проникают за границу диамагнитного пузыря (контр-частицы [2]).

3. АБСОЛЮТНОЕ УДЕРЖАНИЕ

При бесстолкновительном движении частицы внутри диамагнитного пузыря не могут удалиться от оси на расстояние, значительно превышающее его радиус. Радиус пузыря уменьшается при приближении к магнитной пробке, при этом частица, быстро вращающаяся вокруг оси, не может попасть в пробку из-за сохранения момента количества движения (абсолютное удержание). Из-за гиротропности магнитного поля абсолютно удерживаются только частицы с $p_\theta < 0$.

Найдем условие абсолютного удержания частицы с энергией ϵ и моментом p_θ в диамагнитной ловушке. Для этого найдем наименьшую энергию, которой может обладать частица в магнитной пробке. Поскольку давление магнитного поля в пробке значительно превышает давление поля в центральной части, пренебрегаем возмущением магнитного поля потоком плазмы. Полагаем, что в пробке магнитное поле однородное с напряженностью $R_v B_0$ (где R_v – пробочное отношение ловушки), и радиальное распределение электростатического потенциала описывается функцией $\phi_m(r)$. Энергия будет минимальной для частиц с нулевыми азимутальной и продольной компонентами скоростей. Таким образом, задача свелась к отысканию минимума функции $((-p_\theta)/r + mR_v\Omega r/2)^2 + 2me\phi_m(r)$.

В простейшем случае электростатический потенциал зависит от r квадратично: $\phi_m(r) = \phi_0 +$

+ $(\omega_E R_v B_0/c)r^2/2$, где ω_E — частота вращения плазмы в пробке из-за электрического дрейфа. Минимум функции соответствует частицам, пролетающим через пробку на расстоянии $\{-p_\theta/(R_v \Omega \sqrt{1 + 4\omega_E/(R_v \Omega)})\}^{1/2}$ от оси, и условие абсолютного удержания можно записать в виде

$$\varepsilon - e\varphi_0 + R_v \Omega \frac{p_\theta}{2} \left(\sqrt{1 + \frac{4\omega_E}{R_v \Omega}} + 1 \right) > 0.$$

Когда электростатический потенциал в пробке равен нулю, условие абсолютного удержания можно записать в виде [14] $|r_{\min}| > \rho/(2R_v)$ — минимальное расстояние, на которое частица может приблизиться к оси в центральной области, должно превышать половину ларморовского радиуса частицы в пробке. Положительный электростатический потенциал в пробке способствует удержанию ионов и выталкиванию электронов из ловушки. Возрастание электростатического потенциала от оси к периферии ($\omega_E B_0 > 0$) также способствует абсолютному удержанию ионов и потерям электронов.

4. УДЕРЖАНИЕ ПРИ СОХРАНЕНИИ АДИАБАТИЧЕСКОГО ИНВАРИАНТА

В классическом пробкотроне Будкера—Поста удержание запертых ионов обеспечивается сохранением магнитного момента $\mu = mv_\perp^2/(2B)$. Несохранение адиабатического инварианта (например, из-за взаимодействия с мелкомасштабными колебаниями) может приводить к аномальным потерям частиц и энергии. У частиц, движущихся в центральной области диамагнитной ловушки, магнитный момент заведомо не сохраняется из-за малости магнитного поля в пузырьре. Однако, если магнитное поле меняется вдоль ловушки достаточно плавно, то при движении частиц может сохраняться адиабатический инвариант [4]

$$I_r(\varepsilon, p_\theta, p_z, z) = \frac{1}{2\pi} \oint p_r dr = \frac{1}{2\pi} \oint dr \times \sqrt{2m\varepsilon - 2me\varphi(r, z) - p_z^2 - (p_\theta - m\Omega\psi(r, z))^2/r^2} \quad (2)$$

в связи с тем, что период радиальных колебаний частицы (время между последовательными отражениями от границы пузыря) будет существенно меньше, чем время изменения магнитного поля на границе пузыря из-за продольного движения частицы.

Если при движении частицы сохраняется адиабатический инвариант (2), то условие ее удержания в ловушке можно записать в виде $I_r(\varepsilon, p_\theta, p_z, z_{\min}) > I_r(\varepsilon, p_\theta, 0, z_m)$, где z_{\min} и z_m — продольные координата минимума вакуумного магнитного поля и координата пробки. Полагая, что магнитное поле в пробке однородное, а электро-

статический потенциал отсутствует, легко найти значение адиабатического инварианта в пробке $I_r(\varepsilon, p_\theta, 0, z_m) = \varepsilon/|R_v \Omega| - |p_\theta|H(-\Omega p_\theta)$ [4] и записать условие удержания адиабатически двигающейся частицы в диамагнитной ловушке $\varepsilon < R_v |\Omega| \times (I_r(\varepsilon, p_\theta, p_z, z_{\min}) + |p_\theta|H(-\Omega p_\theta))$. Для частиц с большим по модулю и отрицательным p_θ , у которых радиальная скорость и I_r малы, условия абсолютного и адиабатического удержания близки. У частиц с малым азимутальным моментом $I_r \approx mav_\perp$, где $v_\perp = (2\varepsilon/m - p_z^2/m^2)^{1/2}$, и условие адиабатического удержания можно грубо оценить как $v_\perp^2/(2\varepsilon/m) > R_v^{-1}(v_\perp/(a\Omega))$ — эффективный конус потерь для таких частиц увеличивается в отношении радиуса пузыря к ларморовскому радиусу ρ . Частицы с большим азимутальным моментом при движении проникают глубоко в переходной слой и для них эффективное пробочное отношение близко к вакуумному R_v .

Несохранение адиабатического инварианта приводит к хаотическому движению. В двумерном случае (в стационарной осесимметричной системе) инвариантные кривые делят фазовое пространство, при этом области хаотического и регулярного движения четко отделены друг от друга [15] т.н. последней инвариантной кривой. Частицы с малой продольной скоростью двигаются преимущественно регулярно, в области больших продольных скоростей большая часть частиц двигается хаотически. Отвлекаясь от сложной структуры фазового пространства вблизи границы регулярного движения, функцию распределения частиц в ловушке можно приближенно записать как сумму функций, описывающих регулярные и хаотические траектории: $f(\mathbf{p}, \mathbf{v}) = f_{reg}(\varepsilon, p_\theta, I_r)H(I_r - I_{r0}(\varepsilon, p_\theta)) + f_{ch}(\varepsilon, p_\theta)H \times (I_{r0}(\varepsilon, p_\theta) - I_r)$, где $I_{r0}(\varepsilon, p_\theta)$ — значение адиабатического инварианта на границе области регулярного движения (на последней инвариантной кривой).

4.1. Условие сохранения адиабатического инварианта в гладком поле

Если магнитное поле ловушки имеет единственный минимум и монотонно возрастает от центра к пробкам, то при продольном движении частицы со скоростью v_\parallel магнитное поле на границе пузыря меняется за характерное время L/v_\parallel , здесь L — характерный масштаб изменения магнитного поля (порядка расстояния между пробками). Время радиальных колебаний частицы легко оценить в предельном случае, когда ларморовский радиус ρ мал по сравнению с радиусом пузыря a , тогда период радиальных

колебаний равен $2(a^2 - r_{\min}^2)^{1/2}/v_{\perp}$, здесь $v_{\perp} = (2\varepsilon/m - 2e\phi(z_{\min})/m - v_{\parallel}^2)^{1/2}$ – поперечная компонента скорости. Таким образом, условие сохранения адиабатического инварианта в монотонно меняющемся магнитном поле можно записать в виде

$$\frac{v_{\perp}}{v_{\parallel}} \geq \frac{\sqrt{a^2 - r_{\min}^2}}{L}. \quad (3)$$

Условие (3) может быть сравнительно мягким в длинной ловушке. Тем не менее даже при его выполнении адиабатический инвариант может разрушаться из-за мелкомасштабной гофрировки магнитного поля.

4.2. Влияние гофрировки магнитного поля на адиабатичность движения

Если имеется продольная гофрировка магнитного поля (связанная, например, с дискретностью магнитной системы ловушки), то при последовательных столкновениях частицы с границей диамагнитного пузыря магнитное поле на границе меняется не монотонно, а хаотически. Это может приводить к разрушению адиабатического инварианта, если амплитуда гофрировки достаточно велика (эффект разрушения адиабатичности движения частиц при движении в ловушке с низким давлением плазмы и гофрированным магнитным полем исследован ранее в работе [16]).

В простейшем случае, когда имеется длинный прямой участок магнитного поля, на которое наложена гофрировка с периодом $2\pi/k$, движение частицы описывается гамильтонианом

$$H(p_r, p_{\theta}, p_z; r, \theta, z) = \frac{p_r^2}{2m} + \frac{(p_{\theta} - m\Omega\psi(r) - m\Omega\delta\psi(r)\cos(kz))^2}{2mr^2} + \frac{p_z^2}{2m} + e\phi(r) + e\delta\phi(r)\cos(kz), \quad (4)$$

где $\psi(r)$ и $\delta\psi$ – поток магнитного поля и его возмущение из-за гофрировки. В случае малой амплитуды гофрировки удобно перейти к переменным действие–угол невозмущенного (при $\delta\psi = 0$) гамильтониана

$$H(I_r, p_{\theta}, p_z; \chi_r, \chi_{\theta}, z) = H_{\perp}(I_r, p_{\theta}) + \frac{p_z^2}{2m} - \left(\Omega\delta\psi \frac{p_{\theta} - m\Omega\psi(\tilde{r})}{\tilde{r}^2} - e\delta\phi(\tilde{r}) \right) \cos(kz), \quad (5)$$

где I_r – адиабатический инвариант (2), $\chi_r = \left(\int dr/V_r(r) \right) / \left(\oint dr/V_r(r) \right)$ – сопряженная фаза (выражая из этого соотношения r , можно найти зависимость $\tilde{r}(I_r, \chi_r, p_{\theta})$), $V_r(r) =$

$(2H_{\perp}/m - 2e\phi(r)/m - (p_{\theta} - m\Omega\psi(r))^2/(m^2r^2))^{1/2}$ – радиальная скорость, H_{\perp} – решение уравнения $I_r(H_{\perp} + p_z^2/(2m), p_{\theta}, p_z) = I_r$. Поскольку расстояние до оси зависит от времени периодически, функция $\tilde{r}(I_r, \chi_r, p_{\theta})$ периодически зависит от фазы χ_r . Разложив в гамильтониане (5) выражение в круглых скобках в ряд Фурье по фазе χ_r , найдем

$$H(I_r, p_{\theta}, p_z; \chi_r, \chi_{\theta}, z) = H_{\perp}(I_r, p_{\theta}) + \frac{p_z^2}{2m} + \cos(kz) \sum_n \delta H_n(I_r, p_{\theta}) e^{in\chi_r}, \quad (6)$$

где δH_n – коэффициенты Фурье-разложения возмущения гамильтониана.

Взаимодействие продольного движения и радиальных колебаний приводит к появлению резонансов $n\dot{\chi}_r - k\dot{z} = n\Omega_r - kp_z/m = 0$, здесь $\Omega_r = \partial H_{\perp}/\partial I_r$ – частота радиальных колебаний. Взаимодействие между резонансами (перекрывание резонансов) приводит к разрушению адиабатического инварианта и хаотическому движению. При уменьшении шага гофрировки и частоты радиальных колебаний резонансы сближаются, что облегчают их перекрывание. Поскольку при заданной энергии частота радиальных колебаний ниже всего у частиц с $p_{\theta} = 0$, для них адиабатичность движения нарушается раньше всего. Напротив, у частиц с большим по модулю азимутальным моментом частота радиальных колебаний порядка Ω_0 , поэтому они удерживаются преимущественно в адиабатическом режиме. Для иллюстрации данных утверждений ниже рассмотрены два простых случая, когда критерий адиабатичности можно записать аналитически.

4.2.1. Частицы с большой азимутальной скоростью. Рассмотрим частицу, которая быстро вращается вокруг оси ловушки в направлении, совпадающим с направлением циклотронного вращения, и у которой азимутальная компонента скорости значительно превышает радиальную (такие ионы могут появляться, например, при применении внеосевой атомарной инжекции). Частица движется вдоль бетатронной орбиты, совершая малые радиальные колебания. Невозмущенная часть гамильтониана приближенно равна [17]

$$H_{\perp}(p_r, p_{\theta}; r, \theta) = \frac{p_r^2}{2m} + \frac{(p_{\theta} - m\Omega\psi_0(r_{\beta}))^2}{2mr_{\beta}^2} + \frac{m\Omega_{\beta}^2(r_{\beta})(r - r_{\beta})^2}{2},$$

где r_{β} – средний радиус бетатронной орбиты (решение уравнения $p_{\theta} - m\Omega\psi_0(r_{\beta}) + m\Omega_{\beta}(r_{\beta})r_{\beta}^2 = 0$), $\Omega_{\beta}(r) = \{\Omega_c(r)\partial_r(r\Omega_c(r))\}^{1/2}$ – бетатронная частота, $\Omega_c(r) = B_0r^{-1}\partial_r\psi_0(r)$ – локальная циклотронная

частота. Амплитуда бетатронных колебаний предполагается малой, $|r - r_\beta| \ll r_\beta$.

После перехода к переменным действие–угол с помощью канонического преобразования

$$p_r = \sqrt{2m\Omega_\beta(r_\beta)} I_r \cos \phi, \quad r = r_\beta + \sqrt{\frac{2I_r}{m\Omega_\beta(r_\beta)}} \sin \phi,$$

гамильтониан можно записать в виде

$$\begin{aligned} H(I_r, p_\theta, p_z; \phi, \theta, z) = & \\ = \Omega_\beta(r_\beta) I_r + \frac{p_z^2}{2m} + \frac{(p_\theta - m\Omega_\beta(r_\beta))^2}{2mr_\beta^2} + & \\ + m\Omega_\beta(r_\beta) \delta\psi(r_\beta) \cos(kz) + & \\ + \frac{m\Omega_\beta(r_\beta)}{r_\beta} \sqrt{\frac{2I_r}{m\Omega_\beta(r_\beta)}} (r_\beta \delta\psi'(r_\beta) - \delta\psi(r_\beta)) \times & \\ \times \sin \phi \cos(kz). & \end{aligned} \quad (7)$$

Два последних слагаемых являются первыми членами разложения возмущения гамильтониана по амплитуде малых радиальных колебаний. Первое из них зависит только от продольной координаты и описывает резонанс $\dot{z} = p_z/m = 0$, ширина резонанса $\Delta p_z \approx 2m(\Omega_\beta(r_\beta) \delta\psi(r_\beta))^{1/2} \sim 2m\Omega_\beta \sqrt{|\delta\psi(r_\beta)|}$. Второе описывает резонанс $\dot{\phi} - k\dot{z} = \Omega_\beta - kp_z/m = 0$, когда за время радиального колебания частица успевает пролететь один период гофрировки. Поскольку частота радиальных колебаний Ω_β для рассматриваемых частиц велика (порядка циклотронной частоты в вакуумном магнитном поле), учет этого резонанса может быть важен либо в случае мелкомасштабной гофрировки, либо для частиц с большой продольной скоростью. Расстояние между этими резонансами $m\Omega_\beta/k$ становится сравнимым с их шириной только для мелкомасштабных возмущений с достаточно большой амплитудой, $k^2 \delta\psi(r_\beta) \sim 1$. Отброшенные члены разложения описывают резонансы $n\Omega_\beta - kp_z/m = 0$ и в случае малости амплитуды радиальных колебаний малы по сравнению с рассмотренными.

4.2.2. Низкоэнергичные частицы. Рассмотрим теперь частицы с низкой энергией, предполагая, что их ларморовский радиус в вакуумном магнитном поле мал по сравнению с радиусом плазмы и периодом гофрировки. Пренебрегая проникновением частиц за границу диамагнитного пузыря, исследуем адиабатичность их движения в рамках модели бильярдных шаров [1]: пусть частицы двигаются внутри поверхности $r = a + \delta a \cos(kz)$ со скоростью v , упруго от нее отражаясь. Удобно следить за продольными скоростью и координатами в моменты времени, когда радиальная скорость частицы равна нулю. Если амплитуда гофрировки мала, $\delta a \ll a$ и $k\delta a \ll 1$, изменение продольной координаты и продольной скорости за

одно радиальное колебание описывается каноническим отображением

$$\begin{aligned} v_{\parallel n+1} &= v_{\parallel n} - \frac{1}{k} \frac{\partial G(v_{\parallel n+1}, z_n)}{\partial z_{\parallel n}}, \\ kz_{n+1} &= kz_n + 2k\Delta r(v_{\parallel n+1})J(v_{\parallel n+1}) + \frac{\partial G(v_{\parallel n+1}, z_n)}{\partial v_{\parallel n+1}}, \\ G(v_{\parallel n+1}, z_n) &= -2 \frac{\delta a}{a} k\Delta r(v_{\parallel n+1}) \frac{v_{\parallel n+1}}{J(v_{\parallel n+1})} \times \\ &\times \cos(kz_n + k\Delta r(v_{\parallel n+1})J(v_{\parallel n+1})), \end{aligned} \quad (8)$$

где $J(v_{\parallel}) = v_{\parallel}/(v^2 - v_{\parallel}^2)^{1/2}$ – отношение продольной и поперечной компонент скорости, $\Delta r(v_{\parallel}) = (a^2 - r_{\min}^2 v^2 / (v^2 - v_{\parallel}^2))^{1/2}$ – амплитуда радиальных колебаний и $r_{\min} = |p_\theta|/(mv)$.

Резонансные частицы за время между двумя последовательными столкновениями пролетают целое число j периодов гофрировки, т.е. их продольная скорость V_j удовлетворяет уравнению $2k\Delta r(V_j)J(V_j) = 2\pi j$. После линеаризации в окрестности резонанса $v_{\parallel} = V_j$ каноническое отображение (8) сводится к стандартному отображению Чирикова с параметром стохастичности

$$K = 4 \frac{\delta a}{a} \frac{v^2}{v^2 - V_j^2} k^2 a^2 \left(1 - \frac{r_{\min}^2 v^2 + V_j^2}{a^2 v^2 - V_j^2} \right).$$

Далее для оценки амплитуды гофрировки δa , при которой движение частицы с заданными полной скоростью v , продольной компонентой скорости v_{\parallel} и азимутальным моментом p_θ становится хаотическим, используем критерий Чирикова перекрытия резонансов $K > 1$.

Чтобы связать амплитуду гофрировки диамагнитного пузыря и амплитуду гофрировки вакуумного магнитного поля на оси δB_v , используем результаты работы [7], где амплитуда возмущения границы пузыря с резкой границей была найдена в МГД-приближении:

$$\frac{\delta a}{a} = \frac{\delta B_v}{B_0} \frac{1}{k^2 a^2 K_0(ka)}. \quad (9)$$

Здесь B_0 – напряженность вакуумного магнитного поля, $K_0(x)$ – функция Макдональда.

Комбинируя критерий Чирикова $K > 1$ с выражением (9), найдем ограничение на амплитуду возмущения магнитного поля, при которой движение частицы остается адиабатическим:

$$4 \frac{\delta B_v}{B_0} \frac{v^2}{v_{\perp}^2} \left(1 - \frac{r_{\min}^2 2v^2 - v_{\perp}^2}{a^2 v_{\perp}^2} \right) < K_0(ka), \quad (10)$$

где $v_{\perp} = (v^2 - v_{\parallel}^2)^{1/2}$.

Для сохранения адиабатического инварианта наиболее опасны мелкомасштабные возмущения с $ka \gg 1$. В то же время, из-за эффектов конечного ларморовского радиуса, не учтенных в выражении (9), амплитуда самых коротковолновых возмущений будет мала. Раньше всего условие (10) нарушается для частиц с нулевым моментом импульса, $r_{\min} = 0$, частицы с $r_{\min} \sim a$ двигаются преимущественно адиабатически.

Отметим, что мелкомасштабная гофрировка может появиться не только из-за структуры магнитной системы, но также вследствие развития кинетических неустойчивостей, источником энергии для которых могут выступать резкий градиент плотности и азимутальный ток, текущий в переходном слое.

5. ВРЕМЯ ЖИЗНИ ХАОТИЧЕСКИ ДВИЖУЩИХСЯ ЧАСТИЦ

Если частица движется хаотически (адиабатический инвариант (2) для нее не сохраняется) и не удерживается абсолютно, то с течением времени она неизбежно окажется в пробке и вылетит из ловушки. Чтобы оценить время жизни хаотически движущихся частиц с фиксированными энергией и азимутальным моментом, оценим полное число данных частиц и их поток через пробки. Соответствующие вычисления близки к вычислению бесстолкновительных потерь и времени удержания плазмы в каспах с $\beta \approx 1$ [1, 4].

Обозначим расстояние между пробками L , вакуумное пробочное отношение R_v и радиус пузыря a . Функцию распределения популяции частиц с одинаковыми энергией ϵ и моментом p_θ , движущихся вдоль хаотических траекторий, можно выбрать в виде $\delta(\epsilon - e\phi + mv^2/2)\delta(p_\theta - mv_\theta r - e\Psi/c)H(I_r(\epsilon, p_\theta, p_z, z) - I_{ch})$, где I_r – адиабатический инвариант (2), а I_{ch} – его значение на границе между регулярными и хаотическими траекториями. Аккуратный расчет времени жизни частиц с учетом сохранения инварианта и получающиеся оценки времени жизни частиц неизбежно оказываются громоздкими, поскольку требуются использования выражений для I_r в центральной области и в пробке, которые не всегда могут быть найдены аналитически. Поэтому в дальнейшем пренебрегается возможностью сохранения инварианта, хотя это может быть неверно, например, для частиц с большим p_θ , которые двигаются в переходном слое или за ним.

Используем функцию распределения популяции частиц в виде $\delta(\epsilon - e\phi + mv^2/2) \times \delta(p_\theta - mv_\theta r - e\Psi/c)$, тогда полное число частиц в ловушке порядка

$$N \sim 2\pi L \int r dr \int \delta(\epsilon - e\phi + mv^2/2) \times \delta(p_\theta - mv_\theta r - e\Psi/c) d^3v = \frac{4\pi^2 L}{m^2} \int H(2m(\epsilon - e\phi(r)) - (p_\theta - e\Psi/c)^2/r^2) dr. \quad (11)$$

Если магнитное поле равно нулю при $r < a$, а затем быстро возрастает, и электростатический потенциал примерно постоянен внутри пузыря, $\phi \approx \phi_0$ при $r < a$, то

$$N \sim \frac{4\pi^2 L}{m^2} \left(a - \frac{|p_\theta|}{\sqrt{2m(\epsilon - e\phi_0)}} \right). \quad (12)$$

Полный поток частиц через пробку

$$J \sim 2\pi \int r dr \int_0^\infty v_z dv_z \int \delta(\epsilon - e\phi_m + mv^2/2) \times \delta(p_\theta - mv_\theta r - e\Psi_m/c) dv_r dv_\theta = \frac{4\pi}{m^3} \int H(2m(\epsilon - e\phi_m(r)) - (p_\theta - e\Psi_m/c)^2/r^2) \times \sqrt{2m(\epsilon - e\phi_m(r)) - (p_\theta - e\Psi_m/c)^2/r^2} dr.$$

Магнитное поле в пробке примерно однородно, $\Psi_m(r) \approx R_v B_0 r^2/2$. В простейшем случае, когда электростатический потенциал в пробке равен нулю, время удержания можно записать в виде

$$\tau \sim R_v \tau_b \begin{cases} (a - r_{\min})/\rho, & \Omega p_\theta \geq 0, \\ (a - r_{\min})/(\rho - 2R_v r_{\min}), & \Omega p_\theta < 0, \end{cases} \quad (13)$$

где $\tau_b = L/(\Omega\rho)$ – время пролета частицы от пробки до пробки.

Время жизни (13) частиц с $p_\theta < 0$ обращается в бесконечность при $|r_{\min}| > \rho/(2R_v)$, что соответствует переходу в режим абсолютного удержания. При уменьшении ларморовского радиуса частиц ρ время удержания стремится к бесконечности, что согласуется с тем, что в МГД-модели [3, 7] данные бесстолкновительные потери отсутствуют.

Из оценки (13) легко получить оценку времени удержания τ_s популяции частиц с максвелловским распределением и температурой T , заменив ρ на средний ларморовский радиус $\rho_s = \sqrt{2T_s/m_s}/\Omega_s$: $\tau_s \sim R_v L a / (\Omega_s \rho_s^2)$. Из этой оценки выпала масса частиц m_s , поэтому время вытекания максвелловских ионов и электронов с равной температурой оказывается одинаковым и равным

$$\tau \sim \tau_g \frac{a}{\rho_i}, \quad (14)$$

где $\tau_g \sim R_v L / \sqrt{2T/m_i}$ – время газодинамического вытекания из вакуумного магнитного поля. Поток максвелловской плазмы через пробки, соответствующий оценке (14), с точностью до числен-

ного коэффициента совпадает с выражением (74) из [4], описывающим потоком плазмы через осевые отверстия антипробкотрона в неадиабатическом режиме.

Таким образом, время удержания сильно-столкновительной плазмы возрастает в a/ρ_i раз при переходе в режим диамагнитного удержания. Чтобы численно показать этот эффект, рассмотрим конкретный пример. Газодинамическая ловушка [18] представляет прототип термоядерного источника нейтронов, в котором основной вклад в давление плазмы и генерацию нейтронов вносит популяция быстрых ионов, возникающих при мощной атомарной инжекции в теплую мишенную плазму. Быстрые ионы удерживаются за счет сохранения магнитного момента (адиабатически); основные потери быстрых ионов вызваны их остыванием на электронах и уменьшаются при повышении температуры электронов как $T_e^{-3/2}$. Температура электронов, в свою очередь, определяется балансом между вводимой при атомарной инжекции энергией и продольными потерями мишенной плазмы (каждая вылетевшая электрон-ионная пара уносит примерно $8T_e$ энергии). При типичных параметрах ГДЛ (магнитное поле в центре 3 кГс, расстояние между пробками 7 м, энергия инжекции 25 кэВ, температура мишенной плазмы 250 эВ) ларморовский радиус мишенных ионов ρ_i примерно равен 1 см. Переход в режим с $\beta \approx 1$ (отметим, что уже экспериментально продемонстрированы режимы с $\beta \approx 0.6$) проще всего происходит при внеосевой атомарной инжекции, при этом радиус диамагнитного пузыря a равен ларморовскому радиусу ионов с энергией, равной энергии инжекции (7 см для ГДЛ). Согласно оценке (14), при переходе в режим с $\beta \approx 1$ потери мишенной плазмы должны уменьшиться в $a/\rho_i \approx 10$ раз, во столько же раз должен возрасти коэффициент усиления мощности Q . Отметим, что хаотизация движения быстрых ионов в режиме с $\beta \approx 1$ не будет сказываться на их удержании, если прицельный параметр атомарной инжекции превышает ларморовский радиус быстрых ионов в пробке (равный 0.3 см при энергии 25 кэВ и поле в пробке 10 Тл), так как в этом случае быстрые ионы удерживаются абсолютно.

6. КВАЗИОДНОМЕРНАЯ МОДЕЛЬ УДЕРЖАНИЯ МАКСВЕЛЛОВСКОЙ ПЛАЗМЫ

Вопрос об удержании сильностолкновительной (время свободного пробега ионов меньше времени пролета от пробки до пробки) плазмы в диамагнитном режиме представляется важным по двум причинам. Во-первых, ряд концепций термоядерных устройств на основе открытой ловушки, в частности, термоядерный источник

нейтронов, предполагает удержание двухкомпонентной плазмы, когда популяция быстрых ионов создается путем мощной атомарной инжекции в теплую мишенную плазму [18]. Исследование удержания максвелловской плазмы важно для оптимизации параметров нейтронного источника на основе диамагнитной ловушки (см., например, [19, 20]). Вторая причина заключается в том, что повышение коэффициента усиления мощности Q до значений, превышающих единицу, требует увеличения отношения времени удержания ко времени свободного пробега ионов до значений, при которых функция распределения ионов будет близка к максвелловской. Поэтому рассмотрение удержания максвелловской плазмы в диамагнитном режиме дает возможность оценить термоядерные перспективы диамагнитной ловушки и исследовать эффективность использования систем, возвращающих вытекающую плазму обратно в активную зону (таких, как многопробочные секции [21], винтовые пробки [22] и т.п.).

При выводе оценки времени удержания максвелловской плазмы (14) полностью пренебрегалось потенциалами, неизбежно возникающими на границе диамагнитного пузыря и в пробке из-за огромной разницы ларморовских радиусов ионов и электронов. Чтобы качественно исследовать пространственное распределение электростатического потенциала и его влияние на потери вещества из плазмы, рассмотрим следующую простую модель. Пусть диамагнитный пузырь радиусом a поддерживается в пробкотроне с длинным участком однородного поля длиной L и пробочным отношением R_p . Пробки считаем короткими, так что движение частиц из области однородного магнитного поля до пробки можно считать бесстолкновительным; в то же время полагаем длину участка однородного поля достаточно большой, чтобы частицы успевали рассеяться из-за кулоновских столкновений на достаточно большой угол при пролете от пробки до пробки (такая постановка близка к задаче об истечении плазмы из газодинамической ловушки с низким давлением [23]). При изучении равновесия рассматриваем только радиальные распределения плотности и токов в центральной плоскости и в пробках, пренебрегая влиянием продольных градиентов.

Чтобы найти функцию распределения частиц в ловушке, предположим, что частицы с равной вероятностью рождаются внутри цилиндрической области с длиной L и радиусом, совпадающими с длиной L и радиусом a диамагнитного пузыря. Распределение частиц по скоростям полагаем максвелловским. Если a значительно превышает средний ларморовский радиус ионов в вакуумном поле ρ_i , то толщина переходного слоя мала и

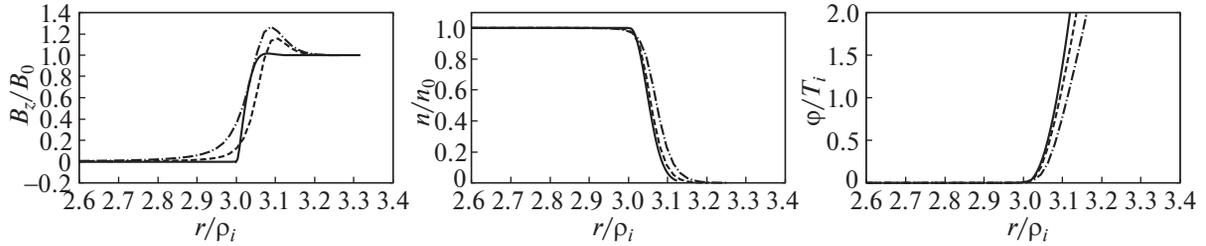


Рис. 2. Пример распределения магнитного поля (слева), концентрации ионов (в центре) и электростатического потенциала (справа) в центральной плоскости. Параметры: $T_e = T_i$, $\rho_e = 0.0227\rho_i$, $a = 3$. Параметр $a_e = 3$ (сплошная кривая), $a_e = 6$ (штриховая кривая) и $a_e = 9$ (штрихпунктир).

частицы преимущественно сталкиваются внутри пузыря. Частицы могут диффундировать через переходной слой только при рассеянии внутри переходного слоя и при малой толщине переходного слоя возможна ситуация, когда из-за частых столкновений в ловушке поддерживается максвелловское распределение частиц по скоростям, но поперечные потери (из-за диффузии через переходной слой) малы по сравнению с продольными (описываемыми выражением (13)). При этом модуль азимутального момента большинства частиц не превышает величины $a\sqrt{2m\epsilon}$ (другими словами, $|r_{\min}| < a$) и функцию распределения частиц сорта s можно приближенно записать в виде

$$f_s(\epsilon, p_\theta) = \left(\frac{m}{2\pi T_s}\right)^{3/2} e^{-\epsilon/T_s} H(2m_s\epsilon a^2 - p_\theta^2). \quad (15)$$

В дальнейшем полагаем, что температуры ионов и электронов близки, $T_i \sim T_e$.

Чтобы найти распределение плотности частиц и магнитного поля в центральной плоскости, нужно решить одномерное уравнение Грэда–Шафранова

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial r} \frac{1}{r} \frac{\partial \Psi}{\partial r} &= -\frac{4\pi}{c} \sum_s j_\theta^{(s)}(r, \Psi, \phi), j_\theta^{(s)}(r, \Psi, \phi) = \\ &= \int e_s \frac{p_\theta - e_s \Psi/c}{m_s} f_s(r, \mathbf{p}, \Psi, \phi) \frac{dp_r dp_\theta dp_z}{r}, \end{aligned} \quad (16)$$

причем радиальное распределение электростатического потенциала находится из условия равенства концентраций ионов и электронов, $\int f_i(r, \mathbf{p}, \Psi, \phi) dp_r dp_\theta dp_z / r = \int f_e(r, \mathbf{p}, \Psi, \phi) dp_r dp_\theta dp_z / r$. Магнитное поле в пробке предполагается квазиоднородным, распределение электростатического потенциала также находится из условия нейтральности.

Примеры распределения магнитного поля, концентрации и потенциала в центральной области и в пробке (подробности см. в Приложении) приведены на рис. 2 и 3 (сплошные кривые). В центральной плоскости концентрация плазмы при $r < a$ постоянна и резко спадает за границей

пузыря. Ширина переходного слоя определяется расстоянием, на которое могут залететь электроны, и по порядку величины равна ларморовскому радиусу электронов ρ_e (механизмы, увеличивающие нефизически малую ширину переходного слоя, и их влияние на удержание частиц обсуждаются ниже), естественно, она совпадает с оценкой минимальной ширины переходного слоя в каспах с $\beta \approx 1$ [1, 4]. Квазинейтральность плазмы в переходном слое поддерживается сильным радиальным полем с напряженностью порядка $T_i/(e\rho_e)$, электростатический потенциал возрастает с радиусом (выталкивает ионы из переходного слоя в плазму и вытягивает электроны в переходной слой из плазмы). В пробке также формируется возрастающий электростатический потенциал, причем в области $r < (a\rho_e/R_e)^{1/2}$ он постоянен и близок к потенциалу в центре пузыря, так что через эту область плазма вытекает свободно; радиус области с постоянным потенциалом определяется максимальным расстоянием от оси, на которое в пробке могут удалиться электроны со средним азимутальным моментом $p_\theta \sim m_e a v_{Te}$. Концентрация ионов в пробке примерно равна половине концентрации в пузыре $n_i/2$, потоковая скорость ионов через пробку порядка тепловой $v_{Ti} = (2T_i/m_i)^{1/2}$, при этом поток ионов dN_i/dt порядка $n_i v_{Ti} \pi (a\rho_e)/R_e$. Поделив на этот поток полное количество ионов в ловушке $N \sim n_i \pi a^2 L$, получим оценку времени удержания

$$\tau \sim \tau_g \frac{a}{\rho_e}. \quad (17)$$

6.1. Учет размытия переходного слоя

Ширина переходного слоя, найденная в предыдущем пункте, крайне мала. Еще при анализе структуры переходного слоя в каспах с $\beta \sim 1$ отмечалось, что высокая скорость электрического дрейфа электронов в переходном слое может провоцировать развитие кинетических неустойчивостей (например, ионно-звуковых), приводя-

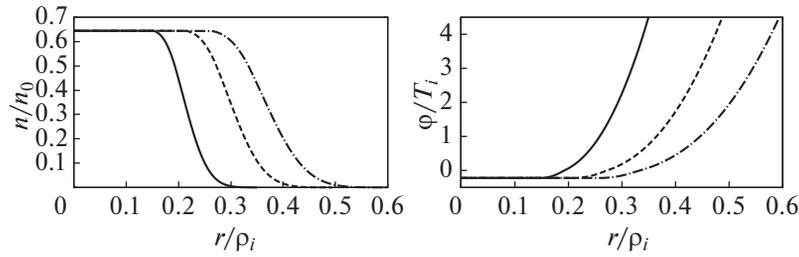


Рис. 3. Пример распределения концентрации ионов (слева) и электростатического потенциала (справа) в пробке. Пробочное отношение $R_v = 4$, остальные параметры те же, что на рисунке 2.

щих к аномальной поперечной диффузии электронов и уширению переходного слоя. Данные неустойчивости экспериментально наблюдались, в частности, в тороидальном антипробкотроне АТОЛЛ [6] и в районе сепаратрисы в FRC C-2W [11] (детальное обсуждение турбулентного уширения переходного слоя в каспах с $\beta \approx 1$ см. также в обзоре [4]). Кроме того, в открытых ловушках важную роль в формировании структуры переходного слоя могут играть МГД-неустойчивости, развивающиеся вследствие диамагнетизма плазмы. В каспах аномальный поперечный транспорт электронов приводил к ухудшению электростатического запираения в щелях, в диамагнитной ловушке аналогичным образом уширение переходного слоя должно привести к уменьшению электростатического потенциала в пробках и увеличению продольных потерь. Далее влияние ширины слоя на продольное удержание рассматривается в рамках простой модели, при этом конкретные механизмы, приводящие к размыванию слоя (которые могут быть связаны как с мелко-масштабными колебаниями, так и с крупномасштабными движениями вроде возбуждения желобковых и баллонных мод), не обсуждаются.

Заметим, что уширение переходного слоя эквивалентно увеличению максимального момента импульса электронов. Пусть средний модуль момента импульса электронов в диамагнитном пузыре не порядка $m_e a v_{Te}$, как в предыдущем пункте, а порядка $m_e a_e v_{Te}$, где $a_e > a$ — некая константа. Тогда ширина переходного слоя на границе пузыря порядка $\Delta r \sim \rho_e a_e / a$, радиус области с постоянным потенциалом в пробке также увеличивается и становится порядка $\sqrt{a_e \rho_e} \sim \sqrt{a \Delta r}$ (см. рис. 2 и 3). Таким образом, увеличение ширины переходного слоя увеличивает число попадающих в пробку электронов и ослабляет электростатическое запираение потока ионов. Разделив полное число ионов в ловушке $n_i \pi a^2 L$ на поток ионов через пробку, найдем оценку времени удержания

$$\tau \sim \tau_g \frac{a}{\Delta r}, \quad (18)$$

когда ширина переходного слоя Δr порядка ларморовского радиуса ионов ρ_i (и электрическое поле в переходном слое мало), оценка (18)) совпадает с “наивной” оценкой (14).

При выводе оценки (18)) не учитывалось, что у значительной части электронов,двигающихся в переходном слое, может сохраняться адиабатический инвариант (2). Из-за сохранения инварианта часть таких электронов не может попасть в пробку, что уменьшает продольные потери и увеличивает время удержания по сравнению с (18)).

Отметим, что электрическое поле в переходном слое может заметно влиять на форму траекторий ионов (ср. рис. 1 и 4).

7. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Переход в режим диамагнитного удержания в открытой ловушке сопровождается качественной перестройкой магнитного поля ловушки (полное вытеснение из центральной области и формирование переходного слоя); критерии удержания частиц при этом также модифицируются. Сохранение магнитного момента заменяется сохранением адиабатического инварианта, связанного с быстрыми радиальными колебаниями, у частиц с не слишком большой продольной скоростью; остальные частицы двигаются хаотически. Для сохранения адиабатического инварианта наиболее опасны мелко-масштабные возмущения магнитного поля. Чтобы добиться адиабатичности движения подавляющего большинства частиц в диамагнитной ловушке, требуется создание очень гладкого магнитного поля в ловушке (допустимы ошибки на уровне процентов и менее). В то же время, сравнительно просто добиться адиабатичности движения отдельных групп частиц. В частности, можно ожидать устойчивого движения быстрых ионов, возникающих при мощной внеосевой атомарной инжекции. В двухкомпонентной плазме (быстрые ионы и теплая мишенная плазма) в этих ионах может быть заключена большая часть кинетической энергии частиц плазмы, такая ситуация может иметь место в термоядерном источнике нейтронов на основе открытой

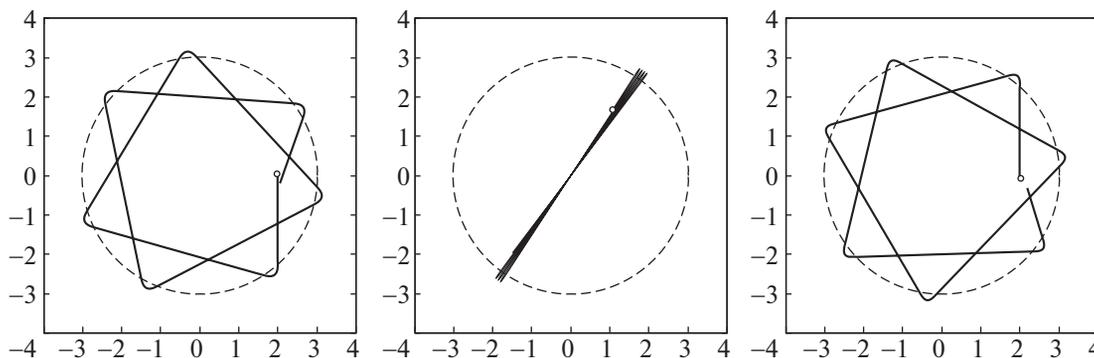


Рис. 4. Пример траекторий ионов, двигающихся в продольно-однородном диамагнитном пузырьке. Параметры: ларморовский радиус $\rho = 8$, $r_{\min} = -2$ (слева), $r_{\min} = 0$ (центр) и $r_{\min} = 2$ (справа). Параметры электростатического и магнитного поля такие же, как для штрихпунктирной кривой на рисунке 2. Кругом отмечено начальное положение, штриховой линией – радиус, на котором магнитное поле равно $B_0/2$.

ловушки [20]. Кроме того, значительная часть частиц (достаточно быстро вращающихся вокруг оси ловушки в направлении, совпадающим с направлением циклотронного вращения) удерживается абсолютно.

Время удержания движущихся хаотически и одновременно не удерживаемых абсолютно частиц в диамагнитной ловушке может значительно превышать время пролета от пробки до пробки. Время газодинамического вытекания в режиме диамагнитного удержания в отношении радиуса пузыря к среднему ларморовскому радиусу ионов в пробке превышает время газодинамического вытекания из вакуумного магнитного поля.

Время удержания плазмы существенно зависит от структуры магнитного и электрического полей в переходном слое. В свою очередь, структура переходного слоя определяется функциями распределения ионов и электронов, т.е. методами создания, нагрева и поддержания материального баланса плазмы в ловушке, а также кинетическими и магнитогидродинамическими неустойчивостями. По-видимому, большая разница в массах ионов и электронов приводит к формированию радиального электрического поля и сдвиговому азимутальному течению плазмы в переходном слое. Радиальные электрические поля, азимутальное вращением и резкие градиенты плотности в переходном слое могут выступать источником энергии для дрейфовых неустойчивостей, подобных наблюдающимся в антипробкотронах [4, 6] и в конфигурациях с обращенным полем (отметим, что в FRC такие неустойчивости могут подавляться при наличии популяции быстрых ионов [11]). С другой стороны, сдвиговое азимутальное вращение плазмы может способствовать стабилизации МГД-неустойчивостей, в частности, высших мод желобковой и баллонной неустойчивостей.

В отличие от каспов и галатей, в осесимметричных открытых ловушках вакуумное магнитное поле убывает в поперечном направлении. Из-за диамагнетизма плазмы это провоцирует возбуждение желобковых и баллонных мод, которые могут привести к радиальной конвекции и гибели плазмы на стенках. По-видимому, из-за эффектов конечного ларморовского радиуса ионов и сдвигового азимутального вращения плазмы в переходном слое высшие моды МГД-колебаний будут подавлены. При этом основной проблемой будет стабилизация первой моды (смещение плазменного столба в поперечном направлении как целого), которое можно, по-видимому, осуществить за счет вмороженности генерируемого плазмой магнитного поля в массивные проводники [3]. Отметим, что возможность поддержания и МГД-стабилизации FRC в квазистационарном режиме экспериментально продемонстрирована на установке C-2W [11].

Автор выражает благодарность всем сотрудникам лабораторий 9-0, 9-1 и 10 ИЯФ СО РАН, принимавшим участие в обсуждении результатов работы. Особо автор хочет поблагодарить А.Д. Беклемишева, Д.И. Сквородина и М.С. Христо за плодотворные дискуссии.

А. ПРИЛОЖЕНИЕ

Концентрация и плотность тока частиц с функцией распределения (15) описываются выражениями

$$n_s/n_{s0} = H(a-r)e^{-2e_s\phi/(m_s v_s^2)} + H(r-a)\frac{a}{r} + \frac{H(\Omega_s^2 \Psi^2 - 2(a^2 - r^2)e\phi/m_s)}{2} \times$$

$$\times \left(\frac{a}{r} \left\{ \operatorname{erf} \left(\frac{p_+}{aw_s} \right) - \operatorname{erf} \left(\frac{p_-}{aw_s} \right) \right\} - e^{-2e_s\varphi/(m_s w_s^2)} \left\{ \operatorname{erf} \left(\frac{p_+ - \Omega_s \Psi}{r w_s} \right) - \operatorname{erf} \left(\frac{p_- - \Omega_s \Psi}{r w_s} \right) \right\} \right)$$

и

$$j_s/(e_s n_{s0}) = H(r-a)\Omega_s \Psi \frac{a}{r^2} + \frac{H(\Omega_s^2 \Psi^2 - 2(a^2 - r^2)e_s \varphi/m_s)}{2} \times \left(e^{-2e_s\varphi/(m_s w_s^2)} \frac{w_s}{\sqrt{\pi}} (e^{-(p_+ - \Omega_s \Psi)^2/(r^2 w_s^2)} - e^{-(p_- - \Omega_s \Psi)^2/(r^2 w_s^2)}) + \frac{a}{r^2} \left\{ (e^{-p_+^2/(a^2 w_s^2)} - e^{-p_-^2/(a^2 w_s^2)}) \frac{w_s a}{\sqrt{\pi}} + \Omega_s \Psi \left(\operatorname{erf} \left(\frac{p_+}{aw_s} \right) - \operatorname{erf} \left(\frac{p_-}{aw_s} \right) \right) \right\} \right),$$

где $w_s = (2T_s/m_s)^{1/2}$ – тепловая скорость и

$$p_{\pm} = \frac{\Omega_s a^2 \Psi \pm ar \sqrt{2(r^2 - a^2)e\varphi/m_s + \Omega_s^2 \Psi^2}}{a^2 - r^2} = \frac{2re_s\varphi/m_s}{\Omega_s a \Psi \mp r \sqrt{2(r^2 - a^2)e\varphi/m_s + \Omega_s^2 \Psi^2}}.$$

Уравнение (16) можно переписать в форме интегрального, используя функцию Грина $g(r, r') = (r^2/2)H(r'-r) + (r'^2/2)H(r-r')$ (поток магнитного поля, создаваемый азимутальным током, текущим по цилиндрической поверхности с радиусом r') [24]. Интегральное уравнение решается итерациями на сетке с постоянным шагом, для регуляризации используется условие сохранения полного тока, протекающего через полуплоскость $\theta = \text{const}$: $\int r j_{\theta}(r) dr = \text{const}$.

Для вычисления распределения потенциала в пробке используется условие нейтральности. Предполагается, что в пробке отсутствуют ионы с $v_{\parallel} < 0$, и условие нейтральности записывается в виде $n_e = n_i/2$.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Berkowitz J., Friedrichs K., Goertzel H., Grad H., Killeen J., Rubin E. // Proc. the Second U.N. Internat. Confer. on Peaceful Uses of Atomic Energy, Geneva, 1958 (United Nations, Geneva, 1958). V. 31. P. 171.
2. Морозов А.И., Савельев В.В. // УФН. 1998. Т. 168. С. 11. <https://doi.org/10.3367/UFN.0168.199811a.1153>
3. Beklemishev A.D. // Phys. Plasmas. 2016. V. 23. P. 082506. <https://doi.org/10.1063/1.4960129>
4. Haines M.G. // Nucl. Fusion. 1977. V. 17. P. 811. <https://doi.org/10.1088/0029-5515/17/4/015>
5. Иоффе М.С., Канаев Б.И., Питерский В.В., Юшманов Е.Е. // Физика плазмы. 1984. Т. 10. С. 453.
6. Питерский В.В., Пастухов В.П., Иоффе М.С., Канаев Б.И., Юшманов Е.Е. // Физика плазмы. 1988. Т. 14. С. 170.
7. Beklemishev A.D., Khristo M.S. // Plasma Fusion Res. 2019. V. 14. P. 2403007. <https://doi.org/10.1585/pfr.14.2403007>
8. Steinhauer L.C. // Phys. Plasmas. 2011. V. 18. P. 070501. <https://doi.org/10.1063/1.3613680>
9. Bagryansky P.A., Akhmetov T.D., Chernoshtanov I.S., Deichuli P.P., Ivanov A.A., Lizunov A.A., Maximov V.V., Mishagin V.V., Murakhtin S.V., Pinzhenin E.I., Pikhodko V.V., Sorokin A.V., Oreshonok V.V. // AIP Conf. Proc. 2016. V. 1771. P. 030015. <https://doi.org/10.1063/1.4964171>
10. Turner W.C., Clauser J.F., Coengsen F.H., Correll D.L., Cummins W.F., Freis R.P., Goodman R.K., Hunt A.L., Kaiser T.B., Melin G.M., Nexsen W.E., Simonen T.C., Stallard B.W. // Nucl. Fusion. 1989. V. 19. P. 8. <https://doi.org/10.1088/0029-5515/19/8/002>
11. Gota H., Binderbauer M.W., Tajima T., Putvinski S., Tuszewski M., Deng B.H., Dettrick S.A., Gupta D.K., Korepanov S., Magee R.M. et al. // Nuclear Fusion. 2019. V. 59. P. 112009. <https://doi.org/10.1088/1741-4326/ab0be9>
12. Морозов А.И., Соловьев Л.С. // Вопросы теории плазмы. Вып. 2 / Под. ред. М.А. Леонтовича. М.: Госатомиздат, 1963.
13. Chernoshtanov I.S. // 2020. arXiv:2002.03535v1.
14. Hsiao M.-Y., Miley G.H. // Phys. Fluids. 1985. V. 28. P. 5. <https://doi.org/10.1063/1.864978>
15. Арнольд В.И. // УМН. 1963. Т. 18. С. 91.
16. Chirikov B.V. // J. Nucl. Energy, Part C Plasma Phys. 1960. V. 1. P. 253.
17. Wong H.V., Berk H.L., Lovelace R.V., Rostoker N. // Phys. Fluids B: Plasma Phys. 1991. V. 3. P. 2973.
18. Иванов А.А., Приходько В.В. // УФН. 2017. Т. 187. С. 547. <https://doi.org/10.3367/UFN.2016.09.037967>
19. Kotelnikov I., Chen Z., Bagryansky P., Sudnikov A., Zeng Q., Yakovlev D., Wang F., Ivanov A., Wu Y. // Nucl. Fusion. 2020. V. 60. P. 067001. <https://doi.org/10.1088/1741-4326/ab81ab>
20. Христо М.С., Беклемишев А.Д. // Материалы XLVIII Международной (Звенигородской) конференции по физике плазмы и УТС. 2021. С. 2973. <https://doi.org/10.1063/1.589931>
21. Postupaev V.V., Batkion V.I., Beklemishev A.D., Burdakov A.V., Burmasov V.S., Chernoshtanov I.S., Gorbovsky A.I., Ivanov I.A., Kuklin K.N., Mekler K.I., Rovenskikh A.F., Sidorov E.N., Yurov D.V. // Nucl. Fusion. 2017. V. 57. P. 036012. <https://doi.org/10.1088/1741-4326/57/3/036012>
22. Sudnikov A.V., Beklemishev A.D., Inzhevatkina A.A., Ivanov I.A., Postupaev V.V., Burdakov A.V., Glinskiy V.V., Kuklin K.N., Rovenskikh A.F., Ustyuzhanin V.O. // J. Plasma Phys. 2020. V. 86. P. 905860515. <https://doi.org/10.1017/S0022377820001245>
23. Мирнов В.В., Ткаченко О.А. // Препринт ИЯФ 1986, 1986-028, Новосибирск.
24. Querushi A., Rostoker N. // Phys. Plasmas. 2002. V. 9. P. 3057. <https://doi.org/10.1063/1.1475683>