

ПАРАМЕТРЫ ЛАВИНЫ ЭЛЕКТРОНОВ В ГЕЛИИ В СИЛЬНЫХ ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ ПОЛЯХ

© 2022 г. Е. И. Бочков^{а, *}, Л. П. Бабич^{а, **}

^а Российский федеральный ядерный центр – Всероссийский научно-исследовательский институт экспериментальной физики (ВНИИЭФ), Саров, Нижегородская область, Россия

*e-mail: e_i_bochkov@mail.ru

**e-mail: leonid.babich52@gmail.com

Поступила в редакцию 28.10.2021 г.

После доработки 19.11.2021 г.

Принята к публикации 20.11.2021 г.

Методом Монте-Карло рассчитаны зависимости кинетических и транспортных коэффициентов электронов в гелии от приведенной к концентрации атомов N напряженности электрического поля E/N в диапазоне от 15 до 1000 Тд. Выполнено сравнение с известными из литературы данными измерений. Показано, что имеющиеся экспериментальные данные содержат значительную ошибку в области больших значений E/N , обусловленную тем, что в сильных полях не достигается равновесия ансамбля электронов с полем. Показано, что в гелии диффузионно-дрейфовое приближения для концентрации электронов становится неприменимым, начиная с $E/N \approx 200$ Тд. Рассчитан коэффициент усиления внутри наполненного гелием пропорционального счетчика, значения которого согласуются с данными измерений. Дано объяснение расхождения измеренных значений коэффициента усиления с ранее рассчитанными теоретическими значениями.

Ключевые слова: гелий, лавина электронов, электрическое поле, метод Монте-Карло, транспортные и кинетические коэффициенты

DOI: 10.31857/S0367292122030039

1. ВВЕДЕНИЕ

В задачах по численному моделированию газового разряда необходимо рассчитывать кинетику электронов в самосогласованном электрическом поле. Наиболее точное решение возможно в рамках уравнения Больцмана, которое в наиболее общем случае является интегро-дифференциальным уравнением для функции распределения электронов (ФРЭ) в шестимерном фазовом пространстве (\mathbf{r}, \mathbf{p}) . Для решения полного уравнения Больцмана требуются вычислительные ресурсы, намного превышающие ресурсы современных персональных компьютеров. По этой причине описание развития газовых разрядов чаще всего ведется в терминах уравнений для моментов ФРЭ [1]. Так, поведение концентрации электронов n_e в пространстве и времени описывается хорошо известным уравнением непрерывности

$$\frac{\partial n_e}{\partial t} + \nabla \cdot \Gamma_e = R_e. \quad (1)$$

Здесь Γ_e – поток электронов, R_e – источник или сток электронов. Обычно Γ_e аппроксимируется

диффузионно-дрейфовым уравнением

$$\Gamma_e = -\mu_e \mathbf{E} n_e - D_e \nabla n_e, \quad (2)$$

где \mathbf{E} – вектор напряженности электрического поля, n_e – концентрация электронов, μ_e и D_e – коэффициенты подвижности и диффузии электронов. В общем случае коэффициент диффузии электронов является тензором, и в отсутствии магнитного поля имеет два компонента: продольный D_L и поперечный D_T относительно вектора \mathbf{E} .

Источник или сток электронов R_e в уравнении (1) определяется реакциями, протекающими в плазме. В случае чистого гелия

$$R_e = k_{ion} N n_e - k_{pe} n_p n_e. \quad (3)$$

Здесь k_{ion} – коэффициент ионизации атомов электронами, k_{pe} – коэффициент рекомбинации положительных ионов с электронами, N – концентрация атомов.

Для решения системы уравнений (1)–(2) необходимо знать транспортные коэффициенты μ_e , D_e и скорости реакций. В рамках приближения локального поля полагается, что μ_e , D_e и k_{ion} яв-

ляются функциями приведенной напряженности поля E/N

$$\begin{aligned} \mu_e &= \mu_e(E/N), & D_e &= D_e(E/N), \\ k_{ion} &= k_{ion}(E/N). \end{aligned} \quad (4)$$

Зависимости (4) могут быть рассчитаны теоретически методом Монте-Карло (МК) или с помощью уравнения Больцмана, либо измерены экспериментально. Однако использование в уравнениях (1)–(2) экспериментальных зависимостей сталкивается с определенными трудностями. Как известно, выполняются три типа экспериментов по измерению параметров лавины электронов: time-of-flight (TOF), steady-state Townsend (SST), pulsed Townsend (PT) [2]. Значения параметров, полученные в разных типах экспериментов, могут существенно отличаться друг от друга. Так, в работе [2] для аргона показано, что различие в рассчитанной методом МК скорости дрейфа электронов для условий SST- и TOF-экспериментов может достигать полтора раза в области сильных полей (≈ 500 Тд). Возникает вопрос о том, какие экспериментальные зависимости можно использовать в уравнениях (1)–(2). Кроме того, в экспериментах SST и TOF частота ионизации ($k_{ion}N$) прямо не измеряется, там измеряется первый коэффициент ионизации Таунсенда α_{ion} , т.е. количество электронов, рождаемых на единице длины. Также в этих экспериментах измеряют отношения D_L/μ_e и D_T/μ_e (последнее называют характеристической энергией), а не непосредственно коэффициенты продольной D_L и поперечной диффузии D_T .

Большинство измерений параметров лавины электронов в гелии выполнены в области малых и средних значений E/N (до 200 Тд), причем данные различных измерений в целом согласуются друг с другом [3]. В литературе описано лишь небольшое число экспериментов, выполненных при высоких значениях E/N , которые достигаются путем использования очень низких давлений гелия, что трудно реализовать на практике.

Насколько нам известно, для дрейфовой скорости электронов в области очень высоких значений E/N имеются лишь измерения, выполненные Стерном методом SST [4] в области $40 \text{ Тд} \leq E/N \leq 823 \text{ Тд}$. В дальнейшем анализе мы будем использовать числовые данные, приведенные в табл. 1.2 обзорной статьи Даттона [5]. Стерн указывает, что в области значений E/P , превышающих $140 \text{ В}/(\text{см}\cdot\text{торр})$ ($\approx 385 \text{ Тд}$), измерения в его эксперименте выполнены при столь низком давлении, что длина свободного пробега электронов сравнима с радиусом использованной разрядной трубки, в результате чего “Since collisions with the wall and the sheath become important in this regime, the electron mobility may begin to lose its significance”. Однако это важное обстоятельство в

обзоре [5] не отмечается. В статье [6] методом МК рассчитаны параметры лавины электронов, в частности, вычислена дрейфовая скорость электронов. Две модели углового рассеяния электронов в процессе ионизации использовались в этой работе: в модели (А) рассеяние происходит как при упругом взаимодействии, а в модели (В) полагается изотропное рассеяние электронов. С данными измерений Стерна [4] лучше всего согласуются результаты расчетов, выполненных по модели (В), они приведены в книге [7] (табл. 3.8) в качестве рекомендуемых значений дрейфовой скорости в области больших значений E/N вплоть до 1000 Тд. Однако, как показывает анализ, рассеяние электронов в процессе ионизации происходит в основном на малые углы [8] и, следовательно, модель (В) неверно описывает рассеяние электронов. Учитывая выше сказанное, возникает необходимость в проведении дополнительных исследований с целью установить насколько точны результаты измерений Стерна [4] в области сильных полей.

Для первого коэффициента Таунсенда α_{ion} в области больших полей имеются измерения методом SST Ченина и Рорка [9] ($8 \text{ Тд} < E/N \leq 832 \text{ Тд}$). Однако, в эксперименте в области полей $E/P > 100 \text{ В}/(\text{см}\cdot\text{торр})$ (288 Тд) не достигалось равновесие электронов с полем, и соответственно в этой области по утверждению самих авторов “the validity of the data is highly questionable”. Тем не менее на основании этих экспериментальных данных в книге [7] получены рекомендованные значения α_{ion} в области сильных полей, которые приведены без каких-либо замечаний о достоверности экспериментальных данных. Между тем использование данных работы [9] для α_{ion} вне области $E/N < 288 \text{ Тд}$ достоверно измеренных значений α_{ion} может приводить к заметным ошибкам. Так, авторы работ [10, 11] использовали данные [9] для расчета коэффициента усиления электронов внутри гелиевого пропорционального счетчика (helium-filled proportional counter – HFPC) и получили, что рассчитанные значения коэффициента усиления в разы превосходят измеренные значения. Ниже мы покажем, что различие обусловлено тем, что в области высоких полей значения коэффициента ионизации, измеренные в [9], заметно превосходят теоретические значения, рассчитанные в данной работе.

Отношение D_T/μ_e было измерено в работе [12] методом SST ($3 \text{ Тд} \leq E/N \leq 847 \text{ Тд}$) и в [13] методом TOF ($56.5 \text{ Тд} < E/N < 5650 \text{ Тд}$). По утверждению авторов [13] при больших значениях E/N в их эксперименте не достигается равновесия ансамбля электронов с полем. Чтобы определить граничное значение E/N , при котором нарушается равновесие, авторы предлагают сравнивать измеренные и расчетные значения. Выполнив сравнения с рас-

четами по модели (В) работы [6], они делают вывод, что равновесие нарушается в области значений E/N , превышающих 600 Тд. Но как отмечалось выше, в МК модели [6] рассеяние электронов в неупругих процессах рассчитывается неверно.

Основной целью нашей работы был расчет методом МК зависимостей от E/N дрейфовой скорости, частоты ионизации, коэффициентов продольной и поперечной диффузии, которые непосредственно можно использовать в уравнениях (1)–(2). Кроме того, с целью верификации нашей МК программы вычислены значения дрейфовой скорости, коэффициента ионизации Таунсенда и характеристической энергии для условий различных экспериментов и выполнено сравнение с данными измерений. Кроме того, верификация выполнена моделированием ионизационных процессов внутри гелиевого пропорционального счетчика.

2. ПАРАМЕТРЫ ЛАВИНЫ ЭЛЕКТРОНОВ

Подробно наша МК программа описана в работе [8]. Здесь приведем лишь основные особенности. Учитываются 10 процессов взаимодействия электронов с атомами: упругое столкновение, ионизация и возбуждение 8 состояний атомов гелия (2^1P , 2^1S , 2^3P , 2^3S , 3^1P , 3^1S , 3^3P , 3^3S). В нашей МК-программе мы старались по возможности использовать только теоретически рассчитанные сечения. Для интегрального и дифференциального сечения упругого столкновения использованы данные работы [14] и расчеты по программе ELSEPA [15]. Полное и дифференциальное сечение ионизации рассчитаны по ВЕД модели [16]. Для интегральных сечений возбуждения использованы аналитические аппроксимации из работы [17]. Отметим, что эти аппроксимации хорошо описывают экспериментальные и расчетные данные в области энергий больших 30 эВ, но не воспроизводят резонансную структуру сечений вблизи порога возбуждения [3]. Также в нашей МК-программе мы постарались максимально точно описать угловое рассеяние электронов в неупругих процессах. Обычно в МК-программах угловое рассеяние электронов в процессах возбуждения и ионизации (первичные электроны) описывается также как при упругом рассеянии. Такой подход используется, например, в известной программе MAGBOLTZ [18]. Однако, как показывает анализ [8], в области энергий больших 100 эВ электрон в процессе упругого взаимодействия рассеивается значительно сильнее, чем в процессах ионизации и возбуждения, что может оказывать заметное влияние на ФРЭ, и соответственно на параметры лавины, в области больших значений E/N , где средняя энергия электронов превышает 100 эВ.

МК-расчеты параметров лавины были выполнены в следующей постановке. В начальный момент времени $t = 0$ в точке $\mathbf{r}(x, y, z) = (0, 0, 0)$ в однородном поле с напряженностью $\mathbf{E}(\mathbf{r}) = -E \cdot \mathbf{e}_z$ задавался изотропный моноэнергетический источник, содержащий $N_e(0) = 10^3$ электронов с энергией $\epsilon_0 = 1$ эВ. Концентрация атомов гелия полагалась равной числу Лошмидта $N = 2.69 \times 10^{25} \text{ м}^{-3}$. Атомы гелия считались неподвижными (температура газа равна нулю). Данная постановка задачи позволяет выполнить прямое сравнение пространственного распределения электронов, полученного методом МК, с решением диффузионно-дрейфового уравнения (ДДУ) (1)–(2), которое в цилиндрической системе координат (z, ρ) имеет вид

$$n_e(z, \rho, t) = N_e(0)e^{v_{ion}t} \frac{\exp\left(-\frac{(z - v_d t)^2}{4D_L t}\right) \exp\left(-\frac{\rho^2}{4D_T t}\right)}{(4\pi D_L t)^{1/2} 4\pi D_T t}, \quad (5)$$

где v_{ion} – частота ионизации, v_d – дрейфовая скорость электронов. Отметим, что величина v_d – это скорость центра масс лавины электронов.

Численное моделирование методом МК велось до момента времени t_{run} , когда число электронов достигало значения $N_e(0) \exp(8) \approx 3 \times 10^6$. Как показали результаты расчетов, выбранное таким образом значение t_{run} достаточно, чтобы характеристики лавины (средняя энергия электронов, дрейфовая скорость, частота ионизации) достигли стационарных значений.

Частота ионизации рассчитывалась по линейному участку зависимости $\ln(N_e(t)/N_e(0))$ следующим образом:

$$v_{ion} = \frac{\ln(N_e(t)/N_e(0))}{t}. \quad (6)$$

Дрейфовая скорость и коэффициенты диффузии вычисляются по соотношениям

$$v_d = \frac{\langle z \rangle_{MC}}{t_{run}}, \quad D_L = \frac{\langle (z - \langle z \rangle_{MC})^2 \rangle_{MC}}{2t_{run}}, \quad (7)$$

$$D_T = \frac{\langle \rho^2 \rangle_{MC}}{\pi t_{run}}.$$

Здесь $\langle z \rangle_{MC}$ – среднее значение z -координаты лавины электронов, $\langle (z - \langle z \rangle_{MC})^2 \rangle_{MC}$ – среднее значение квадрата отклонения z -координаты от $\langle z \rangle_{MC}$, $\langle \rho^2 \rangle_{MC}$ – среднее значение квадрата ρ -координаты лавины электронов, полученные методом МК.

Таблица 1. Рассчитанные параметры лавины электронов в гелии

E/N , Тд	$\bar{\epsilon}$, эВ	v_d , км/с	$D_T N$, $10^{25}/(\text{м с})$	$D_L N$, $10^{25}/(\text{м с})$	k_{ion} , $\text{м}^3/\text{с}$
15	6.93	33.7	1.0	1.1	3.44×10^{-19}
20	7.39	46.1	1.1	1.2	1.56×10^{-18}
25	7.76	59.3	1.2	1.3	4.22×10^{-18}
30	8.10	73.3	1.2	1.4	8.65×10^{-18}
35	8.42	88.0	1.3	1.5	1.53×10^{-17}
40	8.74	103.7	1.4	1.7	2.42×10^{-17}
50	9.36	136.8	1.5	2.0	4.96×10^{-17}
60	9.98	173.4	1.7	2.3	8.57×10^{-17}
70	10.6	213.5	1.8	2.6	1.35×10^{-16}
80	11.2	256.4	2.0	3.1	1.95×10^{-16}
90	11.9	336.7	2.2	3.6	2.68×10^{-16}
100	12.6	356.4	2.5	4.3	3.59×10^{-16}
125	14.4	511.3	3.2	7.0	6.41×10^{-16}
150	16.6	708.6	4.5	17.4	1.01×10^{-15}
200	23.3	1380	—	—	2.03×10^{-15}
250	35.2	2122	—	—	3.30×10^{-15}
300	51.2	2759	—	—	4.58×10^{-15}
350	69.7	3207	—	—	5.81×10^{-15}
400	90.1	3567	—	—	6.90×10^{-15}
500	136	4194	—	—	8.82×10^{-15}
600	189	4776	—	—	1.04×10^{-14}
700	249	5337	—	—	1.18×10^{-14}
800	315	5883	—	—	1.29×10^{-14}
900	389	6402	—	—	1.38×10^{-14}
1000	468	6982	—	—	1.45×10^{-14}

В табл. 1 приведены рассчитанные зависимости средней энергии электронов $\bar{\epsilon}$, дрейфовой скорости v_d , коэффициентов диффузии $D_T N$ и $D_L N$ и ионизации $k_{ion} = v_{ion}/N$ от приведенной напряженности поля E/N в диапазоне от 15 до 1000 Тд. Коэффициенты диффузии приведены только до значения $E/N = 150$ Тд, поскольку в более сильных полях диффузионно-дрейфовое приближение становится неприменимым. Это можно наблюдать на рис. 1, на котором приведены пространственные распределения электронов в лавине. Видно, что для $E/N = 200$ Тд результаты, полученные решением ДДУ и численным моделированием методом МК, не согласуются. Рас-

пределение электронов по оси z , рассчитанное по ДДУ, более широкое; его максимум смещен вперед по отношению к максимуму распределения, полученному методом МК, тогда как пространственное распределение электронов, полученное методом МК, несимметрично и “вытянуто” вдоль оси z . Последнее связано с появлением большого числа быстрых электронов, опережающих основную массу электронов. То обстоятельство, что при расчете дрейфовой скорости и коэффициента D_L по формулам (7) используются средние значения координаты и квадрата отклонения от среднего значения, и обуславливает отличие в распределениях на рис. 1 при $E/N = 200$ Тд.

На рис. 2 приведены энергетические и угловые распределения электронов, полученные в МК-расчетах. Также на рисунке для сравнения показано распределение Максвелла, нормированное на значение средней энергии электронов, полученном в МК-расчете. Видно, что при $E/N = 200$ Тд энергетическое распределение электронов отличается от максвелловского, а угловое распределение электронов становится существенно анизотропным и для него нарушается приближение Лоренца (двучленное разложение ФРЭ по углам), так как в рамках данного приближения угловое распределение подчиняется линейному закону относительно косинуса угла между векторами \mathbf{E} и импульса электрона (линейное приближение на рис. 2 нормировано на значение среднего косинуса из МК-расчета). Как известно диффузионно-дрейфовое приближение выводится из уравнения Больцмана с использованием приближения Лоренца [1], и наши расчеты подтверждают, что нарушение приближения Лоренца ведет к нарушению диффузионно-дрейфового приближения.

Как говорилось выше, во всех наших расчетах за время моделирования $t_{run} \approx 8\tau_{ion}$ ($\tau_{ion} = 1/v_{ion}$) достигалось равновесие электронов с полем. На рис. 3 для случая $E/N = 1000$ Тд приведена зависимость от времени средней энергии электронов и функция распределения электронов по энергиям в моменты времени $t = 5\tau_{ion}$, $7\tau_{ion}$ и $8\tau_{ion}$. Видно, что средняя энергия электронов достигает стационарного значения, и распределение электронов по энергиям достигает равновесия.

Как уже говорилось во Введении, обычно в МК-программах расчета транспорта электронов полагается, что рассеяние электронов в неупругих процессах происходит также как при упругом рассеянии. Но в работах [8, 19] было показано, что данное упрощение оказывает заметное влияние на процесс ускорения электронов в сильных электрических полях как в гелии, так и в воздухе. Согласно нашим расчетам (см. табл. 1), в сильных электрических полях средняя энергия электронов достигает значения в несколько сотен электрон-

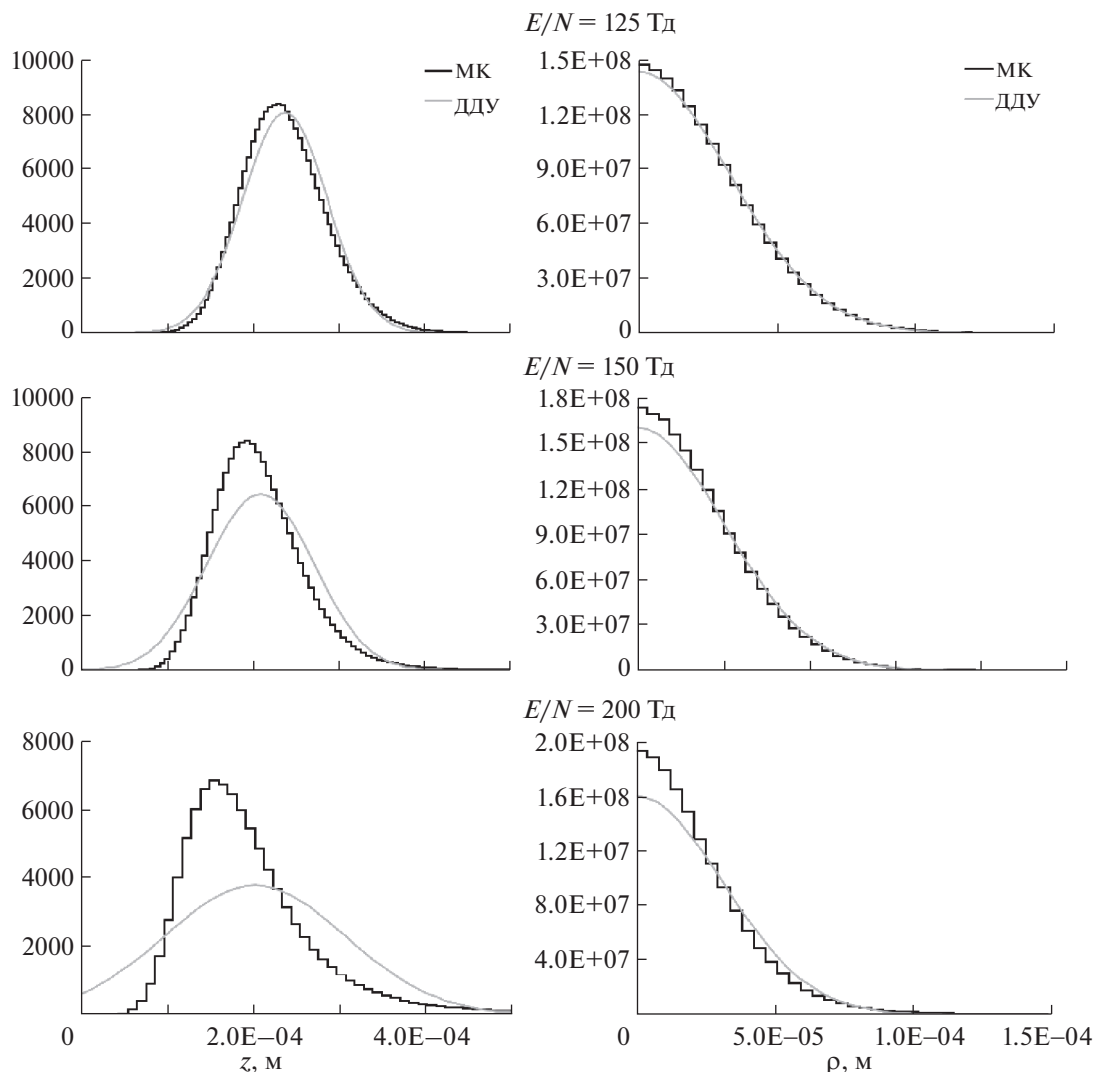


Рис. 1. Нормированное на единицу пространственное распределение электронов вдоль оси z (слева) и ρ (справа) в момент времени t_{run} . МК-расчет и решение ДДУ.

вольт, поэтому представляет интерес оценить влияние модели углового рассеяния электронов на параметры лавины.

С этой целью мы выполнили расчеты по упрощенной МК-модели, в которой угловое рассеяние электронов в процессах возбуждения и ионизации (первичные электроны) происходит также как при упругом столкновении. Для вторичных электронов полагалось изотропное рассеяние. На рис. 4 показаны зависимости подвижности и средней энергии электронов, рассчитанные по полной (ПМ) и упрощенной (УМ) МК-моделям. Видно, что значения подвижности электронов, рассчитанные по обеим моделям, согласуются между собой до значения $E/N = 150$ Тд, в области же больших полей наблюдается заметное расхождение. Максимальная относительная разница со-

ставляет 35% при $E/N = 250$ Тд. Значения средней энергии электронов, полученные по полной модели, заметно превосходят значения, рассчитанные по упрощенной модели, начиная с $E/N = 250$ Тд. Максимальная относительная разница достигает 32% при $E/N = 400$ Тд. Отметим, также, что отличия в значениях коэффициента ионизации, вычисленных по обеим моделям, не превосходят 15%.

3. СРАВНЕНИЕ С ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫМИ ДАННЫМИ

Для сравнения с результатами экспериментов SST и TOF нами было выполнено численное моделирование в следующей постановке. В начальный момент времени $t = 0$ в точке $\mathbf{r} = (0, 0, 0)$ в по-

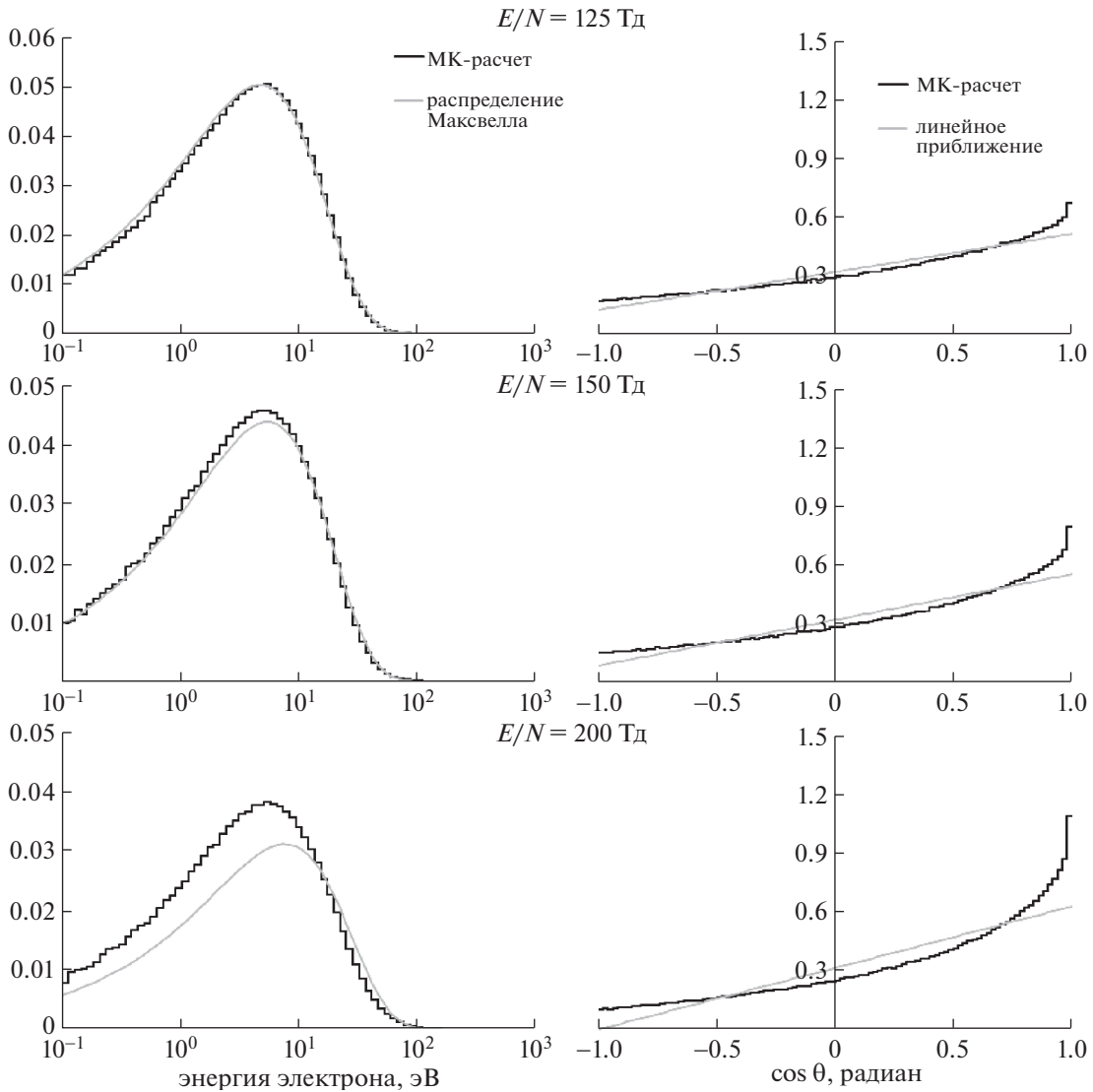


Рис. 2. Нормированное на единицу энергетическое (слева) и угловое (справа) распределение электронов в момент времени t_{run} .

ле с напряженностью $\mathbf{E}(\mathbf{r}) = -E \cdot \mathbf{e}_z$ задавался изотропный моноэнергетический рой электронов с энергией $\epsilon_0 = 1$ эВ, содержащий $N_e(0) = 10^3$ частиц. Электроны поглощались в “аноде”, достигнув плоскости $z = L_{gap}$. Расчеты велись до того момента, когда все электроны достигали “анода”. Данная постановка задачи позволяет рассчитать параметры лавины одновременно в рамках экспериментов SST и TOF. Отметим также, что значение L_{gap} подобрано так, чтобы “анод” достигало $\approx 10^6$ электронов. Выбранное таким образом значение L_{gap} достаточно большое, чтобы характеристики лавины (дрейфовая скорость, средняя энергия электронов и коэффициент Таунсенда) достигли стационарных значений.

Дрейфовая скорость v_{TOF} и отношение D_L/μ_e в рамках эксперимента TOF определяются следующим образом:

$$v_{TOF} = \frac{L_{gap}}{\langle t \rangle_{anode}}, \quad (8)$$

$$D_L/\mu_e = \frac{V_{gap} v_{TOF}^2 \langle (t - \langle t \rangle_{anode})^2 \rangle_{anode}}{4L_{gap}^2}.$$

Здесь V_{gap} – напряжение на интервале $[0, L_{gap}]$, $\langle t \rangle_{anode}$ – среднее значение времени прибытия электронов на “анод”, $\langle (t - \langle t \rangle_{anode})^2 \rangle_{anode}$ – среднее значение квадрата отклонения времени прибытия от среднего значения.

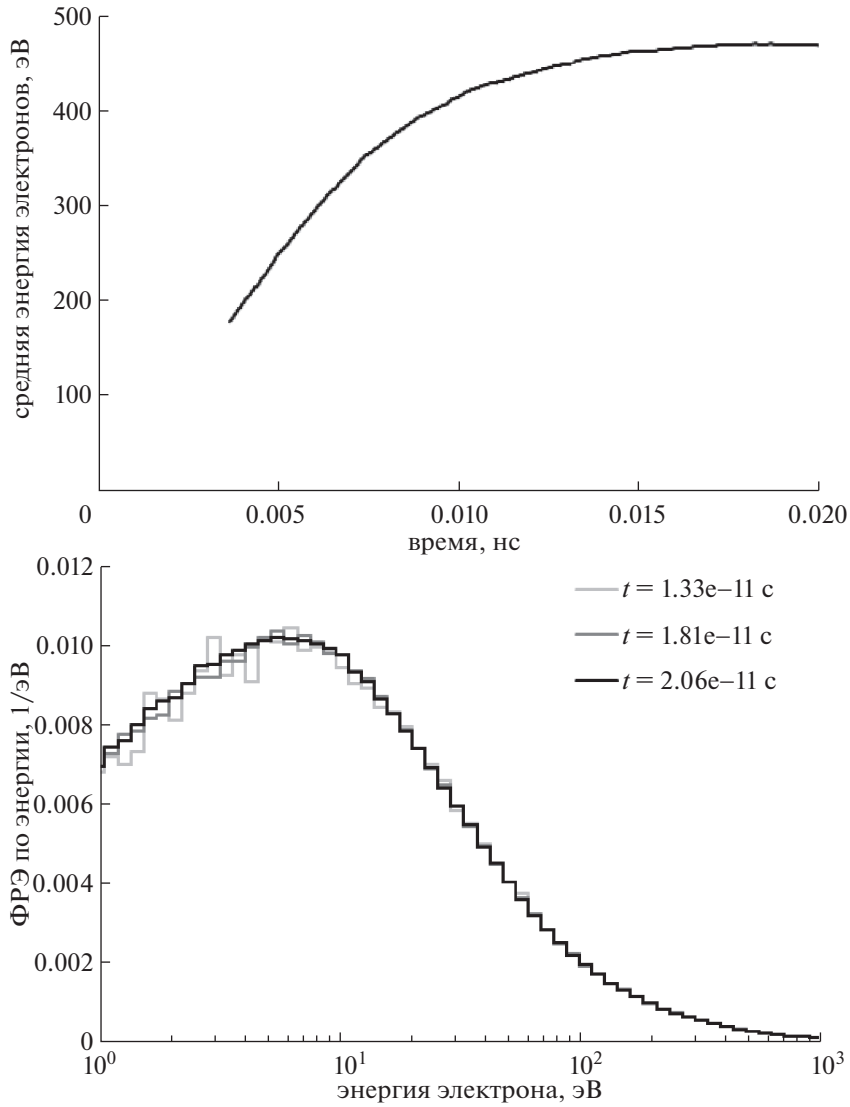


Рис. 3. Зависимость от времени средней энергии электронов (сверху) и функция распределения электронов по энергиям (снизу) для трех моментов времени. $E/N = 1000$ Тд.

Отношение D_T/μ_e определяется так

$$D_T/\mu_e = \frac{V_{gap} \langle \rho^2 \rangle_{anode}}{4 L_{gap}^2}. \tag{9}$$

Здесь $\langle \rho^2 \rangle_{anode}$ – среднее значение квадрата ρ -координаты электронов в точке пересечения плоскости “анода”.

Дрейфовая скорость v_{SST} и коэффициент Таунсенда α_{ion} в рамках эксперимента SST рассчитываются согласно следующей процедуре [2, 20]. Интервал $[0, L_{gap}]$ разбивается на k слоев равной толщины $\Delta z = L_{gap}/k$ (в нашем случае $k = 20$). Да-

лее определим величину n_k как линейную концентрацию электронов в k -м слое

$$n_k = S_e^0 \sum_i \Delta t_i / \Delta z. \tag{10}$$

Здесь суммирование ведется по всем электронам, побывавшим в k -м слое, Δt_i – время, которое i -й электрон провел в k -м слое, $S_e^0 = N_e(0) \delta(t)$ – источник электронов. Далее по наклону кривой $\ln(n_k(z))$ находится коэффициент Таунсенда

$$\alpha_{ion} = \left(\frac{d(\ln(n_k(z)))}{dz} \right)^{-1}. \tag{11}$$

Для расчета дрейфовой скорости v_{SST} определим величины v_k как среднее значение направ-

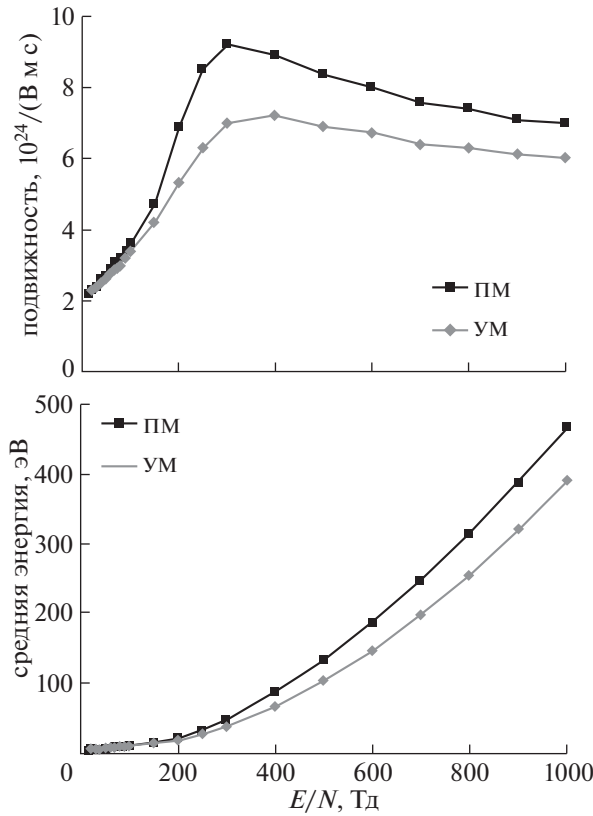


Рис. 4. Сравнение результатов, полученных по полной (ПМ) и упрощенной (УМ) МК-модели. Подвижность электронов (сверху) и средняя энергия электронов (снизу).

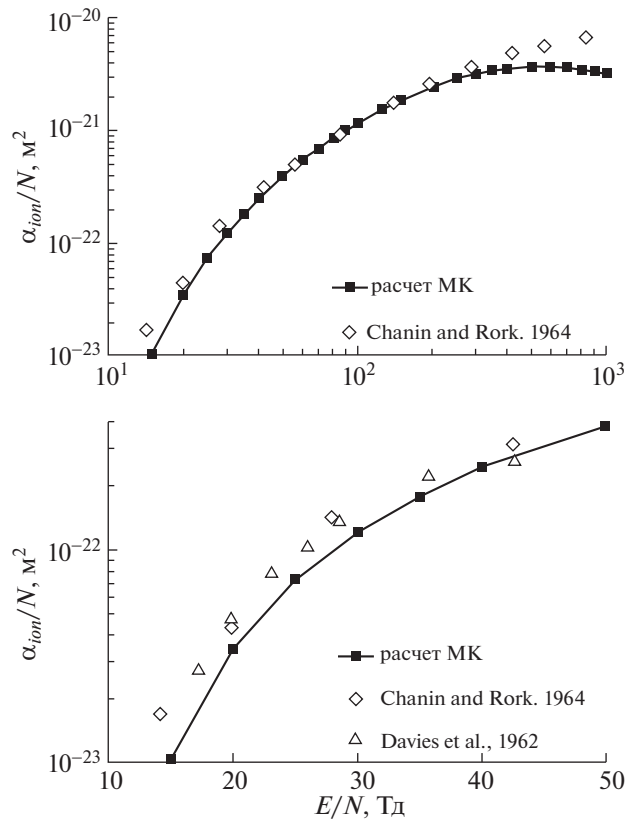


Рис. 5. Коэффициент Таунсенда α_{ion}/N во всей исследованной области значений E/N (сверху) и в области малых полей (снизу).

ленной скорости электронов в слое k

$$v_k = \frac{\sum_i \langle v_{z,i} \rangle \Delta t_i}{\sum_i \Delta t_i}, \quad (12)$$

здесь $\langle v_{z,i} \rangle$ – среднее значение z -компонента скорости i -го электрона за время его нахождения в k -м слое. Далее величину дрейфовой скорости v_{SST} определяем как среднее значение величин v_k .

Числовые значения рассчитанных коэффициентов приведены в табл. 2. На рис. 5 рассчитанная зависимость коэффициента Таунсенда сравнивается с зависимостью, измеренной в работах [9, 21]. Рассчитанные значения хорошо согласуются с данными измерений в диапазоне E/N от 30 до 300 Тд. В области больших E/N измеренные значения заметно превышают теоретические. Как отмечено выше, расхождение связано с тем, что в эксперименте [9], начиная с 288 Тд, не достигалось равновесия электронов с полем.

Наблюдаются также заметные отличия и в области малых полей. Так, при $E/N = 20$ Тд экспериментальное значение примерно на 25% превосходит расчетное, а при $E/N = 15$ Тд расхождение

достигает уже почти 70%, при заявленной в [9] погрешности измерений в 10%. Возможно, расхождение обусловлено влиянием реакций Пеннинга: если энергия возбуждения атома гелия превышает энергию ионизации атомарной или молекулярной примеси A , то могут протекать реакции $He^* + A \rightarrow He + A^+ + e^-$ с ионизацией примеси [23]. Согласно Даттону (см. [5] с. 706) в гелии в области $E/N < 17$ Тд даже содержание примесей на уровне 1 p.p.m. приводит к заметному увеличению значений α_{ion}/N , и в этой области следует пользоваться теоретическими значениями. Для прояснения этого вопроса необходимы дальнейшие исследования.

На рис. 6 сравниваются рассчитанные и измеренные зависимости дрейфовой скорости. Теоретические значения v_{TOF} очень хорошо согласуются с измеренными в работе [6] во всем исследованном диапазоне значений E/N . Для v_{SST} в области $20 \leq E/N \leq 400$ Тд наблюдается удовлетворительное согласие рассчитанных значений с измерениями [4, 22]. Но, начиная с $E/N = 500$ Тд, теоретические значения v_{SST} начинают заметно превосходить значения, измеренные в [4]; отличие

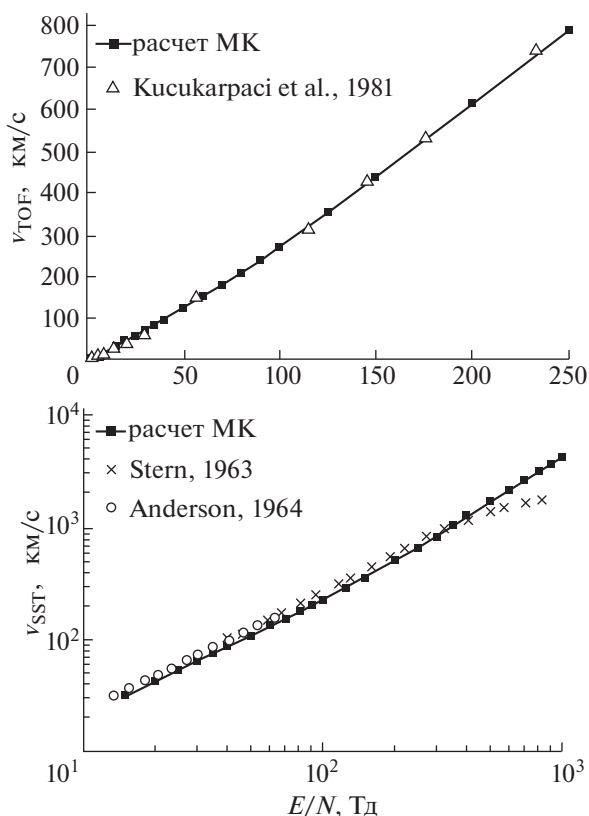


Рис. 6. Дрейфовая скорость.

достигает $\approx 80\%$ для $E/N \approx 800$ Тд. Возможная причина столь большого расхождения обсуждалась во Введении. Другая вероятная причина связана с тем, что, скорее всего, в эксперименте [4] в области больших E/N , как и в случае [9], равновесное состояние электронов в поле не достигалось. В [4] измерения дрейфовой скорости электронов были выполнены в области положительного столба тлеющего разряда. Согласно нашим МК-расчетам средняя энергия электронов в поле 800 Тд равна 315 эВ (см. табл. 1), что сравнимо с напряжением на электродах в тлеющем разряде $\sim 100\text{--}1000$ В [23].

На рис. 7 наблюдается хорошее согласие рассчитанной зависимости отношения D_L/μ_e с экспериментальными данными [6] в пределах погрешности измерений 15%. Расчетные значения D_T/μ_e хорошо согласуются с данными [13] в области $E/N < 400$ Тд, но в более сильных полях теоретические значения заметно превосходят экспериментальные. Можно предположить, что в эксперименте [13] равновесие электронов с полем не достигается, начиная с $E/N \approx 350\text{--}400$ Тд, а не с 600 Тд как предполагали авторы [13], сравнивая данные своих измерений с результатами расчетов [6].

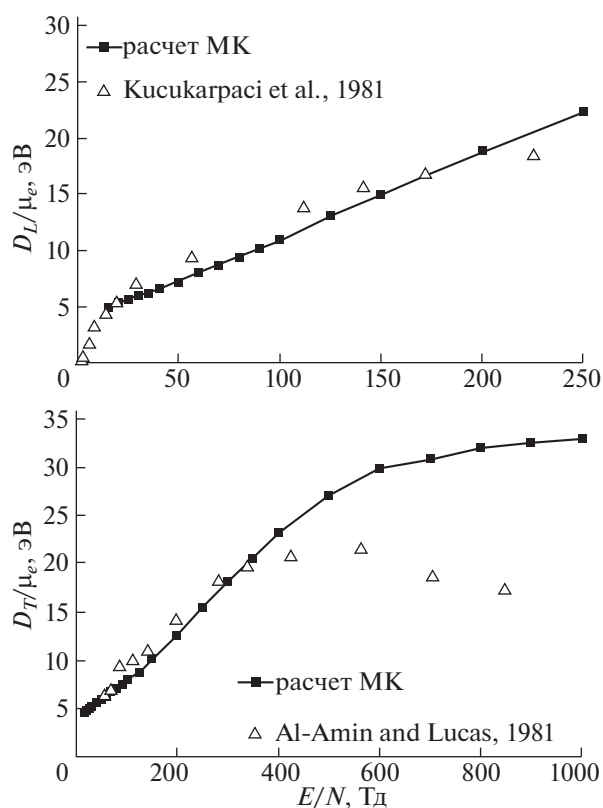


Рис. 7. Характеристическая энергия и отношение D_L/μ_e .

4. РАСЧЕТ КОЭФФИЦИЕНТА УСИЛЕНИЯ ВНУТРИ ГЕЛИЕВОГО ПРОПОРЦИОНАЛЬНОГО СЧЕТЧИКА

Для дополнительной верификации нашей МК-модели выполнены расчеты коэффициента усиления внутри гелиевого пропорционального счетчика (НФРС). В упрощенном виде камера НФРС представляет собой провод диаметром $a = 30$ мкм (анод) внутри трубы диаметром $b = 25$ мм (катод) [11]. В рамках цилиндрической симметрии электрическое поле внутри камеры распределено следующим образом:

$$E(\rho) = \frac{V_a}{\rho \ln(b/a)}, \quad (13)$$

где V_a — напряжение на аноде. Коэффициент усиления вычисляется по формуле [10, 11]

$$G(V_a) = \exp \left[\int_a^b \alpha_{\text{ion}}(E(\rho)/N) d\rho \right]. \quad (14)$$

Расчитанные нами зависимости $G(V_a)$ и измененные в работе [11] приведены на рис. 8. Для зависимости $\alpha_{\text{ion}}(E/N)$ авторы использовали дан-

Таблица 2. Параметры лавины электронов для экспериментов SST и TOF

E/N , Тд	v_{TOF} , км/с	v_{SST} , км/с	D_T/μ_e , эВ	D_L/μ_e , эВ	α_{ion}/N , м ²	E/N , Тд	v_{TOF} , км/с	v_{SST} , км/с	D_T/μ_e , эВ	D_L/μ_e , эВ	α_{ion}/N , м ²
15	33.4	31.6	4.58	4.97	1.02×10^{-23}	150	436	355	10.2	14.9	1.88×10^{-21}
20	45.2	42.3	4.87	5.28	3.42×10^{-23}	200	612	501	12.5	18.8	2.45×10^{-21}
25	57.4	53	5.03	5.68	7.21×10^{-23}	250	788	663	15.6	22.3	2.87×10^{-21}
30	69.8	63.7	5.27	6.02	1.21×10^{-22}	300	963	840	18.1	26.1	3.19×10^{-21}
35	82.5	74.4	5.35	6.17	1.80×10^{-22}	350	1147	1033	20.6	28.3	3.39×10^{-21}
40	95.6	85	5.67	6.7	2.44×10^{-22}	400	1323	1240	23.2	30.6	3.54×10^{-21}
50	122	107	6	7.2	3.86×10^{-22}	500	1663	1680	27.1	36.0	3.66×10^{-21}
60	150	130	6.28	7.98	5.39×10^{-22}	600	2037	2150	29.8	40.8	3.64×10^{-21}
70	179	152	6.71	8.74	6.93×10^{-22}	700	2387	2640	30.9	44.9	3.57×10^{-21}
80	208	176	7.1	9.45	8.54×10^{-22}	800	2748	3140	32.1	49.9	3.44×10^{-21}
90	238	200	7.48	10.1	1.01×10^{-21}	900	3092	3640	32.5	54.7	3.32×10^{-21}
100	270	224	7.94	10.9	1.17×10^{-21}	1000	3449	4150	32.9	58.7	3.17×10^{-21}
125	352	288	8.86	13.1	1.54×10^{-21}						

ные Ченина и Рорка [9]. Видно, что рассчитанные значения G заметно превышают значения, измеренные в [11]. Так для $V_a = 1200$ В рассчитанное значение равно $G \approx 350$, а измеренное ≈ 100 . Сами авторы [11] пытаются объяснить эту разницу влиянием процесса Хорнбека–Молнара (Hornbeck–Molnar), т.е. ионизацией атомов при столкновении с возбужденными атомами гелия. Поскольку температура газа внутри детектора равна 4.2 К,

этот процесс там подавлен. Измерения же Ченина и Рорка выполнены при комнатной температуре, в связи с этим в коэффициент ионизации помимо прямой ионизации электронным ударом может вносить вклад и процесс Хорнбека–Молнара. Это, по мнению авторов [11], и объясняет расхождение между измеренными значениями коэффициента усиления и оценками, выполненными по формуле (14). Однако как отмечалось выше в области $E/N > 300$ Тд значения, полученные Ченином и Рорком, неверны и завышены по сравнению с рассчитанными в данной работе. Согласно формуле (13), напряженность поля внутри камеры максимальна на поверхности анода и быстро падает с ростом радиуса. Соответственно, основной вклад в интеграл в формуле (14) вносит область вблизи анода. Для значения $V_a = 1200$ В максимум напряженности поля равен $\approx 10^8$ В/м, так что $E/N \approx 440$ Тд ($N = 2.45 \times 10^{25}$ м⁻³ внутри HFPC). Поэтому значение коэффициента усиления, вычисленное по формуле (14) с помощью зависимости Ченина и Рорка, также должно быть завышенным. Мы выполнили расчет коэффициента усиления по формуле (14), используя наши данные для коэффициента Таунсенда из табл. 2, и получили значение 170, что гораздо ближе к измеренному значению 100. Однако отметим, что рассчитывать коэффициент усиления по формуле (14) некорректно из-за нарушения локального приближения, поскольку в

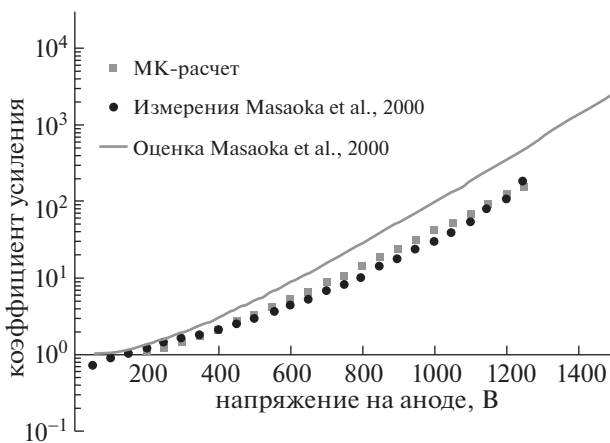


Рис. 8. Зависимость коэффициента усиления внутри HFPC от напряжения на аноде.

области вблизи анода электрическое поле меняется столь резко, что равновесие электронов с локальным полем не достигается. Поэтому мы также выполнили прямой расчет методом МК в следующей постановке. На поверхности “катода” задавался моноэнергетический пучок электронов с энергией 1 эВ, скорость которых направлена по радиусу к аноду. Концентрация неподвижных атомов гелия полагалась равной $2.45 \times 10^{25} \text{ м}^{-3}$. Коэффициент усиления определялся как отношение числа электронов, достигших анода, к начальному числу электронов. Полученные значения G приведены на рис. 8. Видно, что рассчитанные методом МК значения очень близки к данным измерений. В области значений V_a от 400 до 1200 В теоретические значения немного превышают измеренные, что, возможно, связано с влиянием процесса рекомбинации электронов с положительными ионами внутри камеры. В целом хорошее согласие рассчитанных нами значений коэффициента усиления с данными измерений может служить косвенным доказательством верности полученных нами значений коэффициента Таунсенда в области сильных полей.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Методом МК с использованием разработанной нами программы [8], включающей соответствующий набор сечений упругих столкновений электронов с атомами гелия, ионизации и возбуждения атомов и отличающейся корректным описанием углового рассеяния электронов в неупругих процессах, вычислены зависимости от приведенной напряженности поля E/N в диапазоне от 15 до 1000 Тд средней энергии $\bar{\epsilon}$ и дрейфовой скорости v_d электронов, частоты ионизации k_{ion} , коэффициентов продольной D_L и поперечной D_T диффузии, которые рекомендуются для использования в вычислениях эволюции концентрации электронов путем решения уравнения непрерывности.

Для условий двух типов экспериментов по измерению параметров электронной лавины — time-of-flight (TOF), steady-state Townsend (SST) — с целью верификации МК программы вычислены соответствующие значения дрейфовой скорости v_{SST} и v_{TOF} , коэффициента ионизации Таунсенда α_{ion}/N и отношений D_T/μ_e и D_L/μ_e , которые сравнивались с данными измерений. Рассчитанные значения α_{ion}/N согласуются с экспериментальными данными в диапазоне E/N от 30 до 300 Тд. При больших E/N измеренные значения α_{ion}/N превышают рассчитанные в связи с нарушением равновесия электронов с полем в эксперименте. Отличие в области меньших E/N , скорее всего, обусловлено включением реакций ионизации Пеннинга с участием примесей с энергией иони-

зации ниже порога возбуждения гелия. Рассчитанные значения v_{TOF} хорошо согласуются с данными измерений [6]. Значения v_{SST} , рассчитанные в области $20 \leq E/N \leq 400$ Тд неплохо согласуются с данными измерений [4, 22], но при $E/N \geq 500$ Тд превосходят данные [4]. Возможной причиной столь большого расхождения является то обстоятельство, что в эксперименте [4] в области больших E/N , как и в [9], равновесие ансамбля электронов с полем, скорее всего, не достигалось. Рассчитанная зависимость D_L/μ_e от E/N согласуется экспериментальными данными [6]. Расчетные значения D_T/μ_e в области $E/N < 400$ Тд согласуются с экспериментальными данными [13], но заметно превышают их в более сильных полях, скорее всего, в связи с нарушением равновесия ансамбля электронов с полем, что отмечают сами авторы [13].

Дополнительно наша МК-модель верифицировалась путем сравнения вычисленного коэффициента усиления G внутри гелиевого пропорционального счетчика с данными измерений [11]. Согласие рассчитанных и экспериментальных значений G косвенно свидетельствует о верности вычисленных нами значений коэффициента α_{ion}/N в области сильных полей.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Голант В.Е., Жулинский А.П., Сахаров И.Е. Основы физики плазмы. М.: Атомиздат. 1977.
2. Sakai Y., Tagashira H., Sakamoto S. // J. Phys. D: Appl. Phys. 1977. V. 10. P. 1035.
3. Alves L.L., Bartschat K., Biagi S.F., Bordage M.C., Pitchford L.C., Ferreira C.M., Hagelaar G.J.M., Morgan W.L., Pancheshnyi S., Phelps A.V., Puech V., Zatsarinny O. // J. Phys. D: Appl. Phys. 2013. V. 46. P. 334002.
4. Stern R. A. // Proc. 6th Int. Conf. Phenomena in Ionized Gases (Paris: Serma). 1963. V. 1. P. 331.
5. Dutton J. // J. Phys. Chem. Ref. Data. 1975. V. 4. P. 577.
6. Kucukarpaci H.N., Saelee H.T., Lucas J. // J. Phys. D: Appl. Phys. 1981. V. 14. P. 9.
7. Raju G.G. Gaseous Electronics. Tables, Atoms, and Molecules. N.Y.: CRC Press, 2012.
8. Бочков Е.И., Бабич Л.П., Куцык И.М. // Физика плазмы. 2021. Т. 47. С. 935.
9. Chanin M.L., Rork G.D. // Phys. Rev. 1964. V. 133. P. 1005.
10. Kishimoto S., Isozumi Y. // Nucl. Instrum. Methods B. 1990. A286 P. 262.
11. Masaoka S., Katano R., Kishimoto S., Isozumi Y. // Nucl. Instrum. Methods B. 2000. V. 171. P. 360.
12. Lakshminarasimha C.S., Lucas J. // J. Phys. D: Appl. Phys. 1977. V. 10. P. 313.
13. Al-Amin S.A.J., Lucas J. // J. Phys. D: Appl. Phys. 1987. V. 20. P. 1590.

14. *Adibzadeh M., Theodosiou C.E.* // Atomic Data and Nuclear Data Tables. 2005. V. 91. P. 8.
15. *Salvat F., Jablonski A., Powell C.J.* // Computer Phys. Communications. 2005. V. 165. P. 157.
16. *Kim Y.-K., Rudd M.E.* // Phys. Rev. A. 1994. V. 505. P. 3954.
17. *Ralchenko Yu., Janev R.K., Kato T., Fursa D.V., Bray I., de Heer F.J.* // Atomic Data and Nuclear Data Tables. 2008. V. 94. P. 603.
18. *Biagi S.F.* 2011. Fortran code Magboltz version 8.97 <http://consult.cern.ch/writeup/magboltz/>.
19. *Babich L.P., Bochkov E.I.* // J. Phys. D: Appl. Phys. 2021. V. 54. P. 465205.
20. *Dujko S., White R.D., Petrovic Z.Lj.* // J. Phys. D: Appl. Phys. 2008. V. 41. P. 245205.
21. *Davies D.K., Jones F.L., Morgan C.G.* // Proc. Phys. Soc. 1962. V. 80. P. 898.
22. *Anderson J.M.* // Phys. Fluids. 1964. V. 7. P. 1517.
23. *Райзер Ю.П.* Физика газового разряда. М.: Наука, 1992.