

## ВЛИЯНИЕ ОБОБЩЕННЫХ ГРАНИЧНЫХ УСЛОВИЙ ДЕБАЕВСКОГО СЛОЯ НА ДИНАМИКУ ПЛАЗМЕННЫХ ФИЛАМЕНТОВ НА ПЕРИФЕРИИ ТОКАМАКА

© 2022 г. А. А. Степаненко\*

*Национальный исследовательский ядерный университет “МИФИ”, Москва, Россия*

*\*e-mail: aastepanenko@mephi.ru*

Поступила в редакцию 10.01.2022 г.

После доработки 10.02.2022 г.

Принята к публикации 10.02.2022 г.

Рассматривается влияние обобщенных граничных условий дебаевского слоя, учитывающих его возмущение альфвеновскими волнами, на характер распространения плазменных филаментов на границе плазменного шнура токамака. Представлена модель динамики филаментов, включающая новые граничные условия. Получены оценки влияния управляющего параметра модели – импеданса дебаевского слоя – на параметры переноса плазмы. Выполнены расчеты динамики филаментов в условиях, подобным условиям пристеночной плазмы токамаков NSTX и Alcator C-Mod. Показано, что учет импеданса слоя приводит к росту средних значений электростатического потенциала и скорости движения филаментов, согласующемуся с результатами экспериментальных наблюдений, требуя при этом более детального описания динамики отражения альфвеновских волн от проводящих поверхностей установок.

*Ключевые слова:* плазменные филаменты, нестационарные дебаевские слои, пристеночная плазма, турбулентность, токамак

**DOI:** 10.31857/S036729212220001X

### 1. ВВЕДЕНИЕ

Понимание физических процессов, определяющих динамику плазмы, играет ключевую роль при разработке и создании термоядерного реактора [1]. Инженерные проблемы разработки подобной установки связаны, в том числе, с анализом процессов взаимодействия плазмы с поверхностью и связанными с ними процессами турбулентного переноса плазмы на периферии плазменного шнура токамака [2].

Экспериментальные наблюдения показывают, что транспортные потоки тепла и частиц в пристеночной области токамака имеют перемежаемую природу [3] и характеризуются периодическими выбросами плазмы в форме плазменных филаментов [4] – длинных и тонких плазменных образований, вытянутых вдоль направления линий магнитного поля и имеющих плотность и температуру выше, чем у окружающей их плазмы. Подобными структурами может переноситься до половины от общих потоков энергии и вещества [5] на периферии шнура, притом конвективным, а не диффузионным образом.

За последние два десятилетия теоретическому исследованию динамики подобных филаментов было уделено значительное внимание в литерату-

ре [6, 7]. Фундаментальная модель переноса филаментов, впервые предложенная в работе [8], обобщалась для включения новых физических процессов и анализа их влияния на перенос плазмы.

Одним из процессов, который может оказывать заметное влияние на динамику филаментов в плотной и/или горячей пристеночной плазме, является возбуждение альфвеновских волн в результате переноса проводящей плазмы поперек линий магнитного поля. Движение филаментов в рамках двумерной модели динамики идеально проводящей плазмы рассматривалось в работах [9–13] применительно к вопросам движения в токамаках плазменных филаментов и плазменных облаков, образующихся при абляции топливных пеллет. Движение филаментов на периферии токамаков при условии идеальной в замороженности магнитного поля в плазму рассматривалось также в работе [14]. Влияние силы изображения на динамику филаментов, связанных с периферийными локализованными модами (ELM), рассматривалось в работе [15]. Движение филаментов, образуемых при развитии периферийных локализованных мод, с учетом вызываемой ими стохастизации силовых линий магнитного поля рас-

сма тривало в работе [16]. Трехмерная электромагнитная динамика плазменных филаментов в пристеночной плазме с большим значением параметра  $\beta$  ( $\beta > m_e/m_i$ ,  $m_i$  и  $m_e$  – массы иона и электрона) рассматривалась в работах [17, 18]. Предел плазмы с малым  $\beta$  ( $\beta < m_e/m_i$ ) численно изучался в работах [19–21]. Так, для токамака MAST [19] было показано, что движение филаментов, образующихся при выбросе горячей центральной плазмы в периферийную область установки, может демонстрировать черты, характерные для динамики плазмы с большим значением параметра  $\beta$  [18]. В работах [20, 21] было продемонстрировано, что для существенного влияния вмерозженности магнитного поля на перенос филаментов, температура электронов плазмы должна превосходить пороговое значение, которое может достигаться в уже существующих установках.

Характер движения филаментов определяется режимом замыкания токов, возбуждаемых и циркулирующих внутри них [6–8]. Одним из таких токов, имеющих принципиальное влияние на перенос филаментов в области разомкнутых магнитных поверхностей, является ток вдоль линий магнитного поля и его замыкание через дебаевский слой на проводящие поверхности установки. Модели замыкания продольного тока, использованные в работах [9–15], основаны на приближении идеально проводящей плазмы (идеальное электромагнитное приближение). В работах [16–21], напротив, для описания токов, текущих через экранирующий слой, использовалось электростатическое приближение [22]. Первая модель отвечает условиям горячей плазмы, для которой величина скин-времени может быть принята бесконечной по сравнению со всеми остальными временными масштабами. Электростатическая модель, наоборот, применима лишь в холодной плазме, для которой скин-время экранирования электромагнитных возмущений плазменными филаментами оказывается пренебрежимо малым по сравнению с альфвенским и временем поперечного переноса плазмы. Несмотря на то, что в существующих установках как первое, так и второе приближения могут нарушаться и динамика плазмы должна рассматриваться в промежуточном между двумя режимами резистивном электромагнитном приближении (когда одновременно учитываются процессы возбуждения и распространения в плазме альфвенских волн при конечной проводимости плазмы [20]), именно электростатическая модель граничных условий, накладываемых на ток и электростатический потенциал на границе “плазма-дебаевский слой” используется при анализе турбулентного переноса пристеночной плазмы [23–27]. Подобные условия не учитывают возмущающего влияния электромагнитных волн,

возбуждаемых в плазме, на характер протекания тока в экранирующем слое (в частности не учитываются процессы отражения волн от слоя и металлических пластин установок) и являются поэтому поглощающими [19–21].

Формирование нестационарных дебаевских слоев рассматривалось в ряде работ, посвященных анализу процессов взаимодействия электромагнитных волн и материальных поверхностей, обращенных к плазме, при ионно-циклотронном нагреве среды [28–32]. Были получены так называемые “обобщенные граничные условия дебаевского слоя” (generalized sheath boundary conditions) [30] и нестационарные граничные условия, накладываемые на потенциал на границе экранирующего слоя с плазмой [31]. Последняя группа условий [30, 31] была недавно использована [32] при анализе влияния плазменных филаментов на характер распространения ИЦР-волн на периферии токамака.

Несмотря на многообразие моделей, используемых для численного исследования динамики периферийной плазмы (ср., например, физические модели, используемые в кодах [23–27]), по-прежнему остается открытым вопрос о выборе граничных условий дебаевского слоя, которые необходимо использовать при гидродинамическом моделировании переноса пристеночной плазмы. В данной работе предпринята попытка анализа влияния, которое оказывает использование обобщенного граничного условия, полученного в работе [30], на характеристики переноса плазменных филаментов на периферии токамака. Оставшаяся часть работы организована следующим образом. В разд. 2 представлена модель переноса плазмы и сделаны оценки параметров движения плазменных филаментов с использованием обобщенной модели экранирующего слоя. В разд. 3 представлены и обсуждаются результаты моделирования динамики плазмы на периферии токамака с учетом новых граничных условий. В разд. 4 собраны основные выводы по работе.

## 2. МОДЕЛЬ ПЕРЕНОСА ПЛАЗМЫ

### 2.1. Уравнения модели

Для описания динамики плазменных филаментов в работе использована модель переноса плазмы работы [20]. Кратко перечислим основные приближения модели.

Филаменты занимают область пространства на границе плазменного шнура внутри обдирочного слоя токамака, как показано на рис. 1. Вдоль линий магнитного поля филаменты имеют длину  $L$  – расстояние между диверторными пластинами установки, отсчитанное вдоль одной и той же силовой линии магнитного поля. Поперек линий поля характерный размер филаментов равен  $\delta$ .

Экспериментальные наблюдения показывают, что  $\delta$  может составлять величину порядка нескольких сантиметров, тогда как длина  $L$  обычно измеряется единицами и десятками метров [6, 7]. Ионы плазмы однократно ионизованы,  $Z_i = 1$ , и имеют однородное распределение температуры,  $T_i = \text{const}$ . Электроны характеризуются постоянной температурой  $T_e = \text{const}$ . Параметр  $\beta = 8\pi r/B^2$  пристеночной плазмы мал по сравнению с отношением  $\delta/L$ , так что возмущением линий магнитного поля, вызываемым распространением в плазме электромагнитных волн (магнитный флаттер), можно пренебречь [33]. Взаимодействие плазмы и нейтралов не рассматривается, хотя в режимах работы установки с отрывом плазмы концы филамента могут находиться внутри холодной диверторной плазмы, содержащей значительное количество нейтральных частиц, приводя к заметному снижению скорости переноса филамента [34]. Диссипативные эффекты (поперечные ионные вязкость и диффузия) не учитываются, поскольку считается, что соответствующие этим процессам числа Рейнольдса велики по сравнению с единицей. Динамика плазмы описывается в рамках приближения Буссинеска, подразумевающего малость характерного поперечного масштаба изменения электростатического потенциала,  $L_\phi \sim 1/|\nabla_\perp \ln \phi|$ , плазмы по сравнению с аналогичным масштабом для концентрации частиц среды,  $L_n \gg L_\phi$  [6]. Как показывают оценки [35], это приближение применимо при не слишком большой амплитуде плазменных филаментов (отношении пикового значения плотности плазмы внутри филамента к значению плотности окружающей филамент фоновой плазмы), не превосходящей значение 2–3. Динамика плазмы рассматривается в рамках гидродинамического приближения, так что продольное,  $\text{Kn}_\parallel$ , и поперечное,  $\text{Kn}_\perp$ , числа Кнудсена удовлетворяют условиям,  $\text{Kn}_\parallel = \lambda_{ei}/L \ll 1$  и  $\text{Kn}_\perp = \rho_s/\delta \ll 1$ , где  $\lambda_{ei}$  – средняя длина свободного пробега электронов при электрон-ионных столкновениях и  $\rho_s$  – ионный гирорadius, определенный на ионной скорости звука.

Для описания динамики филаментов будут использоваться уравнения для плотности,  $n$ , и завихренности,  $\varpi$ , плазмы и продольной компоненты векторного потенциала,  $A_\parallel$ ,

$$\frac{dn}{dt} = \frac{\mathbf{b}_0 \times \boldsymbol{\kappa}}{f_T \omega_{ci}} \cdot \nabla n + \frac{\nabla_\parallel j_\parallel}{e}, \quad (1)$$

$$\frac{n \rho_s^2}{f_T} \frac{d\varpi}{dt} = \frac{\mathbf{b}_0 \times \boldsymbol{\kappa}}{\omega_{ci}} \cdot \nabla n + \frac{\nabla_\parallel j_\parallel}{e}, \quad (2)$$

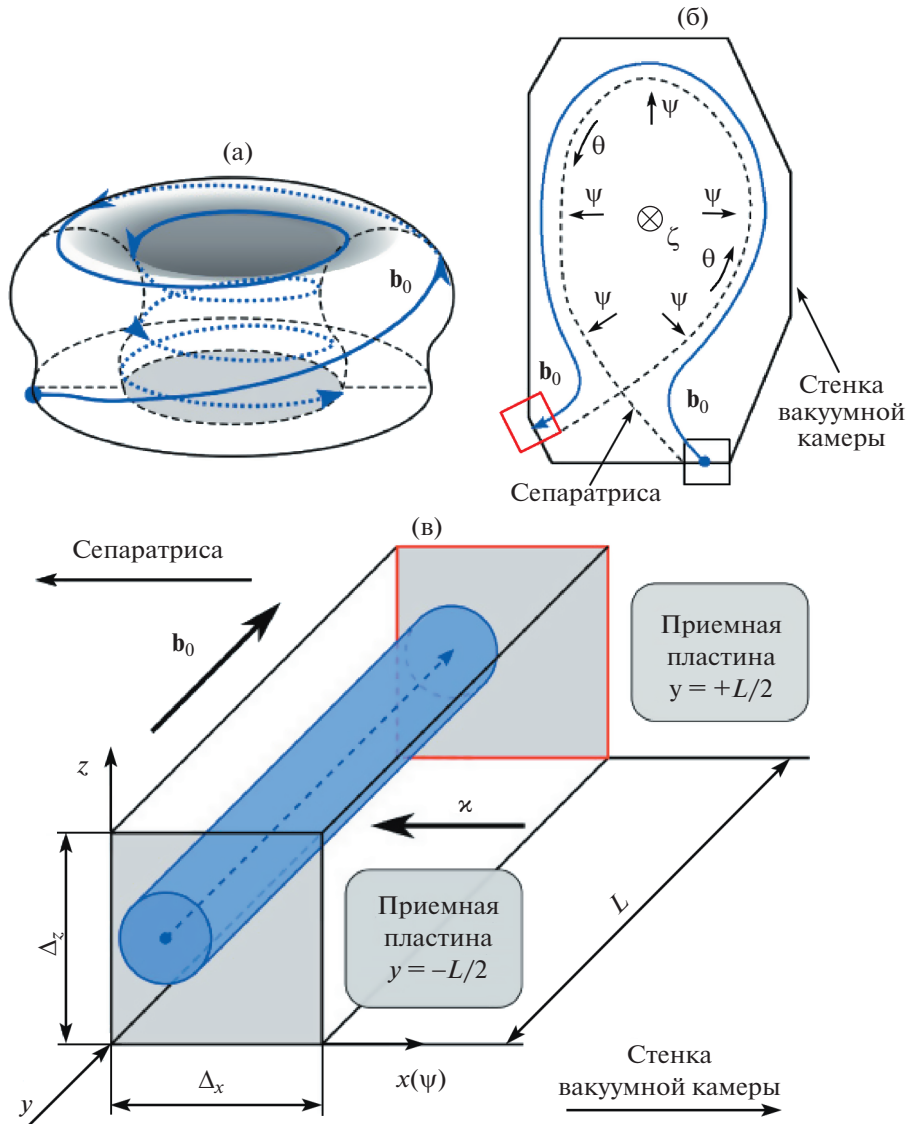
$$-\frac{1}{c} \frac{\partial A_\parallel}{\partial t} = \frac{j_\parallel}{\sigma} + \frac{T_e}{e} \partial_\parallel (\hat{\phi} - \ln n). \quad (3)$$

В этих уравнениях  $\boldsymbol{\varpi} = \nabla_\perp (n \nabla_\perp \hat{\phi})/n \approx \nabla_\perp^2 \hat{\phi}$  – завихренность плазмы в приближении Буссинеска,  $\hat{\phi} = e\phi/T_e$  – нормированный на электронную температуру электростатический потенциал плазмы,  $\mathbf{b}_0 = \mathbf{B}_0/B$  – единичный вектор вдоль направления магнитного поля,  $\boldsymbol{\kappa} = 2c_s^2 (\mathbf{b}_0 \cdot \nabla) \mathbf{b}_0 \approx 2c_s^2/R_c$  и  $R_c$  – вектор и радиус кривизны силовых линий магнитного поля соответственно,  $c_s = \sqrt{(T_e + T_i)/m_i}$  – скорость ионного звука,  $\omega_{ci} = eB/(m_i c)$  и  $\rho_s = c_s/\omega_i$  – циклотронные частота и радиус иона соответственно,  $\sigma = 1.96ne^2 \tau_{ei}/m_e$  – электропроводность плазмы,  $\tau_{ei} = 3m_e^{1/2} T_e^{3/2} / (4\sqrt{2}\pi n e^4 \ln \Lambda_{ei})$  – характерное время столкновения ионов и электронов,  $\ln \Lambda_{ei} = 10$  – кулоновский логарифм,  $e$  – элементарный заряд,  $m_i$  и  $m_e$  – массы иона и электрона соответственно,  $c$  – скорость света. Оператор  $d/dt = \partial/\partial t + \mathbf{V}_{E \times B} \cdot \nabla$  – оператор полной (субстанциональной) производной,  $\mathbf{V}_{E \times B} = (c_s \rho_s / f_T) (\mathbf{b}_0 \times \nabla \hat{\phi})$  – скорость дрейфа плазмы в скрещенных электрическом и магнитном полях,  $\partial_\parallel = \mathbf{b}_0 \cdot \nabla$  – производная вдоль линий магнитного поля,  $\nabla_\parallel f = B \partial_\parallel (f/B)$  – оператор продольной дивергенции. Плотность электрического тока вдоль силовых линий магнитного поля,  $j_\parallel$ , определяется законом Ампера

$$j_\parallel = -\frac{c}{4\pi} \nabla_\perp^2 A_\parallel, \quad (4)$$

где оператор  $\nabla_\perp^2 = \nabla^2 - \nabla_\parallel^2$  – поперечная составляющая оператора Лапласа. Полный обзор приближений, использованных при записи уравнений модели, может быть найден в работе [20].

Уравнение (2), описывающее установление внутри филамента диполя электростатического потенциала, приводящего к поперечному переносу плазмы, представляет закон сохранения электрического заряда плазмы,  $\nabla \cdot \mathbf{j} = 0$ , где  $\mathbf{j} = \mathbf{j}_{VB} + \mathbf{j}_{pol} + j_\parallel \mathbf{b}_0$  – полный ток в плазме, складывающийся из тока  $\mathbf{j}_{VB}$ , возникающего за счет дрейфа заряженных частиц в неоднородном магнитном поле, ионного поляризационного тока  $\mathbf{j}_{pol}$  и продольного тока  $j_\parallel \mathbf{b}_0$ . Первое слагаемое в правой части уравнения (2) есть  $\nabla_\perp \cdot \mathbf{j}_{VB}$ , оно является источником формирования диполя электростатического потенциала. Два оставшихся слагаемых в левой и правой частях уравнения представляют  $\nabla_\perp \cdot \mathbf{j}_{pol}$  и  $\nabla_\parallel j_\parallel$  соответственно и описывают замыкание тока  $\mathbf{j}_{VB}$  поляризационным и продольными токами. Баланс двух последних токов между собой определяет характер движения филаментов на периферии плазменного шнура [6, 7]. Важно отме-



**Рис. 1.** (а) – Эскиз аксонометрической проекции тороидальной магнитной поверхности токамака за пределами магнитной сепаратрисы. Линиями со стрелками схематично показано расположение плазменного филамента вдоль силовой линии магнитного поля; (б) – пример полоидального сечения токамака с диверторной конфигурацией. Цветными рамками обозначены области в начале и на конце разомкнутых силовых линий, внутри которых происходит движение филамента. Синяя линия обозначает проекцию филамента на полоидальную плоскость; (в) – геометрия плоского обдирочного слоя, используемая в настоящей работе для анализа переноса филамента (обозначен цилиндрической трубкой).  $\psi$  – полоидальный магнитный поток,  $\theta$  и  $\zeta$  – полоидальный и тороидальный углы соответственно. Изображения взяты из работы [21].

титель, что учет возбуждения в плазме альфвеновских волн (электромагнитное приближение) приводит к тому, что в структуре тока  $j_{\parallel}$  наряду с электростатической,  $j_{\parallel,es}$ , появляется электромагнитная компонента,  $j_{\parallel,em}$ , величина которой может быть определена как  $j_{\parallel,em}/j_{\parallel,es} \sim \tau_s / (\tau_s + \tau_A)$  или  $j_{\parallel,em}/j_{\parallel,es} \sim \tau_s / (\tau_s + \tau_{\perp})$  [20], где  $\tau_s = 4\pi\sigma\delta^2/c^2$  и  $\tau_A = L/V_A = L\sqrt{4\pi n m_i}/B$  – скин- и альфвенов-

ское времена соответственно ( $V_A = B/\sqrt{4\pi n m_i}$  – альфвеновская скорость), и  $\tau_{\perp} \sim \delta/V_{E \times B}$  – характерное время поперечного движения филамента. В плазме с высокой электронной температурой (оценки показывают, что в существующих установках пороговыми являются значения  $T_e \sim 10-20$  эВ [20]) величина  $\tau_s$  может стать сравнимой или даже значительно большей, чем  $\tau_A$  и  $\tau_{\perp}$ , приводя к условию  $j_{\parallel,em} \leq j_{\parallel,es}$  (ср. с электроста-

тическим приближением, когда  $j_{\parallel,em} \ll j_{\parallel,es}$ . Электромагнитные токи в альфвеновской волне направлены против электростатической компоненты  $j_{\parallel,es}$ , поэтому в электромагнитном режиме переноса филаментов величина продольного тока оказывается меньше, чем в электростатическом случае при одинаковых параметрах пристеночной плазмы. Это приводит к тому, что при учете возбуждения в пристеночной плазме электромагнитных волн скорость поперечного движения филаментов оказывается выше, чем в чисто электростатическом случае [17–21].

Движение филамента рассматривается внутри потоковой трубки квадратного сечения на периферии плазменного шнура (рис. 1б, 1в). Наиболее удобным в этом случае представлением вектора индукции магнитного поля  $\mathbf{V}$  является представление Клебша  $\mathbf{V} = \nabla z \times \nabla \psi$  [36, 37], где  $z$  – обобщенный тороидальный угол (отсчитываемый от подвижного репера на силовой линии магнитного поля), а  $\psi$  – полоидальный магнитный поток. При таком задании магнитного поля третья пространственная ось координат будет совпадать с направлением линий вектора  $\mathbf{V}$ . Для упрощения дальнейшего анализа динамики филаментов на периферии плазменного шнура, однако, мы будем использовать более простую прямоугольную систему координат плоского слоя [21]. Направление вдоль линий магнитного поля будет принято за ось  $y$ . Оси  $x$  и  $z$  будут ориентированы поперек линий магнитного поля. При этом ось  $x$  будет соответствовать направлению поперек магнитных поверхностей (вдоль оси  $\psi$ ), а направление вдоль оси  $z$  можно рассматривать как проекцию тороидальной оси установки на направление, перпендикулярное линиям  $\mathbf{V}$ . Геометрические размеры области движения филамента при этом оказываются равны  $L$  – вдоль оси  $y$ , и  $\Delta_x$  и  $\Delta_z$  – в направлениях  $x$  и  $z$  соответственно.

В используемой системе отсчета не учитываются такие геометрические эффекты, как неоднородность распределения величины  $\mathbf{V}$  вдоль линий магнитного поля, а также растяжения и вращения потоковой трубки, связанные с широм магнитного поля и приводящие к эллиптическим деформациям формы филамента. Подобное упрощение позволяет минимизировать воздействие геометрии магнитного поля на динамику филаментов и рассматривать влияние именно граничных условий дебаевского слоя на перенос плазмы. Кроме того, несмотря на то, что геометрия рассматриваемой области плоская, кривизна линий магнитного поля учитывается [первое слагаемое в правой части уравнений (1) и (2)], поскольку она отвечает за поперечную поляризацию плазмы филамента в криволинейном и неоднородном в поперечном направлении магнитного поле токамака.

Для замыкания уравнения (1)–(4) в выбранной системе координат приняты следующие граничные условия. Вдоль оси  $x$  на все параметры плазмы накладываются граничные условия Неймана (нулевой градиент поля в соответствующем направлении),  $\partial_x f|_{x=\pm\Delta_x/2} = 0$ . Как показано в работе [38], подобный выбор не оказывает влияния на результаты численного анализа динамики филамента при условии, что он находится на достаточном удалении от радиальных стенок области движения. Вдоль оси  $z$  граничные условия периодические,  $f(z = -\Delta_z/2) = f(z = +\Delta_z/2)$ .

В направлении оси  $y$  (вдоль линий магнитного поля) для плотности,  $n$ , и завихренности,  $\omega$ , плазмы приняты граничные условия Неймана,  $\partial_y f|_{y=\pm L/2} = 0$ . Их использование отражает тот факт, что на характерных временах поперечного движения филамента сток плазмы на стенку установки отсутствует. Для тока  $j_{\parallel}$  и потенциала плазмы  $\phi$  на концах силовых линий, в области контакта плазмы с диверторными пластинами установки, приняты два разных граничных условия: обычные электростатические [22] и обобщенные граничные условия дебаевского слоя [30]:

$$\text{Электростатическая модель: } j_{\parallel,\pm} = \pm n_{\pm} e c_s \hat{\phi}_{\pm}, \quad (5)$$

$$\text{Обобщенная модель: } j_{\parallel,\pm} = \pm n_{\pm} e c_s \hat{\phi}_{\pm} / \hat{z}_{sh,\pm}, \quad (6)$$

где индексы “ $\pm$ ” обозначают верхний (+) и нижний (–) экранирующие слои, расположенные в точках  $y = +L/2$  и  $y = -L/2$  соответственно,  $\hat{z}_{sh}$  – безразмерный импеданс дебаевского слоя.

Условия (6) обобщают обычные электростатические условия (5) путем учета возмущающего воздействия электромагнитных волн, приходящих в дебаевский слой, на характер переноса в нем тока. Подобные возмущения могут быть вызваны, например, волнами, возбуждаемыми в плазме внешней антенной (как при ионно-циклотронном нагреве [28, 29]), или волнами, генерируемыми в самом филаменте при его поперечном движении в хорошо проводящей плазме [6, 7, 18, 20, 21]. Импеданс  $\hat{z}_{sh}$  при этом отражает выпрямляющие свойства слоя по отношению к периодическому внешнему воздействию, что связано как с нелинейным откликом слоя на его возмущения [28, 30], так и с отражением электромагнитных волн от проводящей поверхности (металлической стенки) и формированием в слое стоячей волны [16, 31, 39].

Величина  $\hat{z}_{sh}$  определяется как [30]

$$\hat{z}_{sh} = \frac{z_{sh} \omega_{pi}}{4\pi\lambda_D}, \quad (7)$$

где  $z_{sh}$  – размерная величина импеданса,  $\omega_{pi} = \sqrt{4\pi n_i e^2 / m_i}$  – плазменная частота для ионов,

$\lambda_D = \sqrt{T_e/(4\pi n_e e^2)}$  – радиус Дебая. Значение  $\hat{z}_{sh}$  определяется амплитудой возмущения электростатического потенциала на границе экранирующего слоя, приведенной частотой возмущения,  $\omega/\omega_{pi}$ , и нормированной циклотронной частотой,  $\omega_{ci}/\omega_{pi}$  [30]. Беря для оценки следующие параметры пристеночной плазмы токамака: концентрацию частиц  $n \sim 2 \times 10^{13} \text{ см}^{-3}$ , температуру электронов  $T_e \sim 45 \text{ эВ}$ , величину индукции магнитного поля  $B \sim 4 \text{ Тл}$ , и длину силовой линии магнитного поля  $L \sim 15 \text{ м}$  (взяты параметры токамака Alcator C-Mod) при возмущении дебаевского слоя альфвеновской волной,  $\omega \sim \omega_A = 2\pi V_A/L = 2\pi B/(L\sqrt{4\pi n m_i})$  – безразмерные частоты  $\omega/\omega_{pi}$  и  $\omega_{ci}/\omega_{pi}$ , необходимые для определения величины импеданса оказываются равны  $\omega/\omega_{pi} \approx 1.3 \times 10^{-3}$ ,  $\omega_{ci}/\omega_{pi} \approx 3 \times 10^{-2}$ . В указанном диапазоне частот  $\hat{z}_{sh} = a + ib$ , где  $1 \leq a \leq 10$ , а  $b \leq 10^{-2}$  [30]. Оценки отношений  $\omega/\omega_{pi}$  и  $\omega_{ci}/\omega_{pi}$  для токамака NSTX, представленные в разд. 3, согласуются по порядку величины с оценками для Alcator C-Mod (параметры обеих машин будут использованы для анализа переноса филаментов). Поэтому дальше мы можем принять, что  $\hat{z}_{sh} \approx \text{Re } \hat{z}_{sh} = 1-10$ .

Отметим, что форма граничного условия (6) дополнительно модифицирована по сравнению с исходным обобщенным граничным условием [30] введением зависимости тока  $j_{||}$  от концентрации плазмы  $n$  и температуры ее компонентов,  $T_e, T_i$ .

В каждом из рассматриваемых случаев (5), (6) ток в дебаевском слое замыкается током в среде,

$$j_{||\pm} = -\sigma \left[ \frac{T_e}{e} (\partial_{||} \hat{\phi})_{\pm} + \frac{1}{c} \frac{\partial \mathcal{A}_{||\pm}}{\partial t} \right], \quad (8)$$

позволяя найти значение электростатического потенциала на входе в слой.

Уравнения (1)–(8) будут использованы ниже при анализе влияния формы граничного условия дебаевского слоя на характер электромагнитного переноса плазмы на периферии токамака.

## 2.2. Оценки параметров переноса филаментов

Для оценки параметров переноса филаментов – характерных величин потенциала  $\hat{\phi}_b$  и скорости конвекции  $V_b$  – в рамках резистивной электромагнитной модели динамики плазмы может быть использован полуфеноменологический скейлинг, полученный ранее в работе [20]. Ниже, однако, будет представлен скейлинг параметров движения филаментов, основанный на граничных условиях (5), (6).

Для получения зависимостей  $\hat{\phi}_b(\delta)$  и  $V_b(\delta)$  проинтегрируем уравнение (2) вдоль линий магнитного поля, предполагая распределение параметров плазмы однородным. После алгебраических преобразований найдем (индексы “ $\pm$ ” для упрощения формы записи опущены)

$$\frac{n\rho_s^2}{f_T} \frac{d\varpi}{dt} = \frac{\mathbf{b}_0 \times \boldsymbol{\kappa}}{\omega_i} \cdot \nabla n + \frac{2nc_s}{\hat{z}_{sh}L} \hat{\phi} \quad (9)$$

Оценивая  $\nabla_{\perp} \sim 1/\delta$ ,  $d/dt \sim \partial/\partial t \sim V_{E \times B} \cdot \nabla \sim V_{E \times B}/\delta \sim 1/\tau_{\perp}$ ,  $V_{E \times B} \sim c_s(\rho_s/\delta)(\hat{\phi}/f_T)$ ,  $\varpi \sim \hat{\phi}/\delta^2$ ,  $\mathbf{b}_0 \times \boldsymbol{\kappa} \cdot \nabla n \sim kn/\delta$ , и учитывая, что  $\kappa = 2c_s^2/R_c$ , уравнение (9) может быть приведено к следующему виду

$$2 \frac{\rho_s}{R_c} = \frac{1}{f_T^2} \left( \frac{\rho_s}{\delta} \right)^3 \hat{\phi}^2 + \frac{2}{\hat{z}_{sh}L} \delta \hat{\phi}. \quad (10)$$

Вводя нормированные значения потенциала  $\hat{\Phi}$  и поперечного размера филамента  $\Delta$  [40],

$$\Phi = \frac{\hat{\phi}}{\hat{\phi}_*}, \quad \Delta = \frac{\delta}{\delta_*}, \quad (11)$$

где  $\hat{\phi}_* = (2f_T^2 \rho_s L^3 / R_c^4)^{1/5}$  и  $\delta_* = \rho_s \left[ \kappa L^2 / (4f_T^2 c_s^2 \rho_s) \right]^{1/5}$ , уравнение для определения потенциала примет вид

$$1 = \frac{\Phi^2}{\Delta^3} + \frac{\Delta \Phi}{\hat{z}_{sh}}. \quad (12)$$

Основное отличие полученного уравнения от аналогичного ему, получаемого в рамках электростатического приближения, заключается в наличии дополнительного параметра – эффективного импеданса  $\hat{z}_{sh}$ .

На рис. 2 представлены зависимости безразмерных потенциала  $\Phi$  и скорости движения  $Y$  [ $Y = V_{E \times B}/V_* = \Phi/\Delta$ , где  $V_* = c_s(\rho_s/\delta_*)(\hat{\phi}_*/f_T)$ ] филамента от его приведенного радиуса  $\Delta$  при различных значениях импеданса  $\hat{z}_{sh}$  (значению  $\hat{z}_{sh} = 1$  отвечает электростатическое приближение). Видно, что рост величины импеданса приводит к увеличению потенциала и скорости движения филамента. Подобное поведение, как отмечалось выше, связано с изменением характера переноса заряженных частиц в дебаевском слое под действием внешнего возмущения и формированием стоячих волн, периодическое изменение амплитуды которых приводит к уменьшению тока, текущего через слой. Это, в свою очередь, должно приводить к увеличению электростатического потенциала на границе слоя с плазмой и, как результат, росту скорости конвекции филамента.

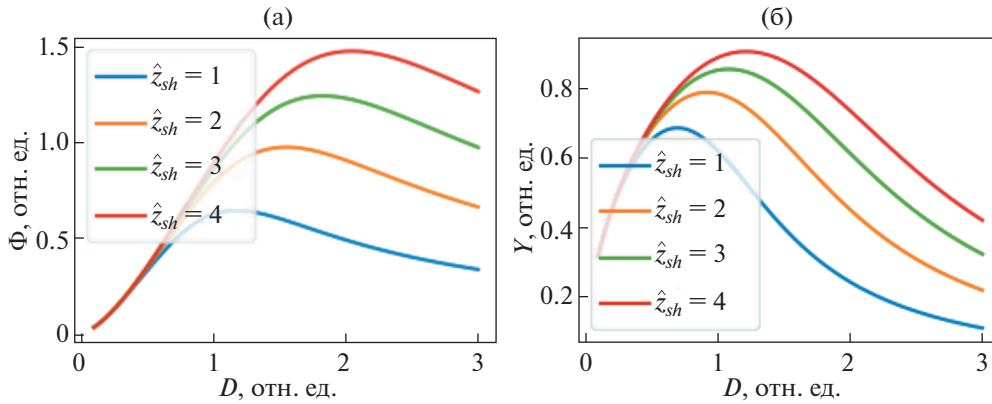


Рис. 2. Зависимости безразмерных потенциала  $\Phi$  (а) и скорости движения  $Y$  (б) филамента от его приведенного радиуса  $D$  при различных значениях импеданса  $\hat{z}_{sh}$ .

### 3. МОДЕЛИРОВАНИЕ ДИНАМИКИ ФИЛАМЕНТОВ

#### 3.1. Параметры расчетов

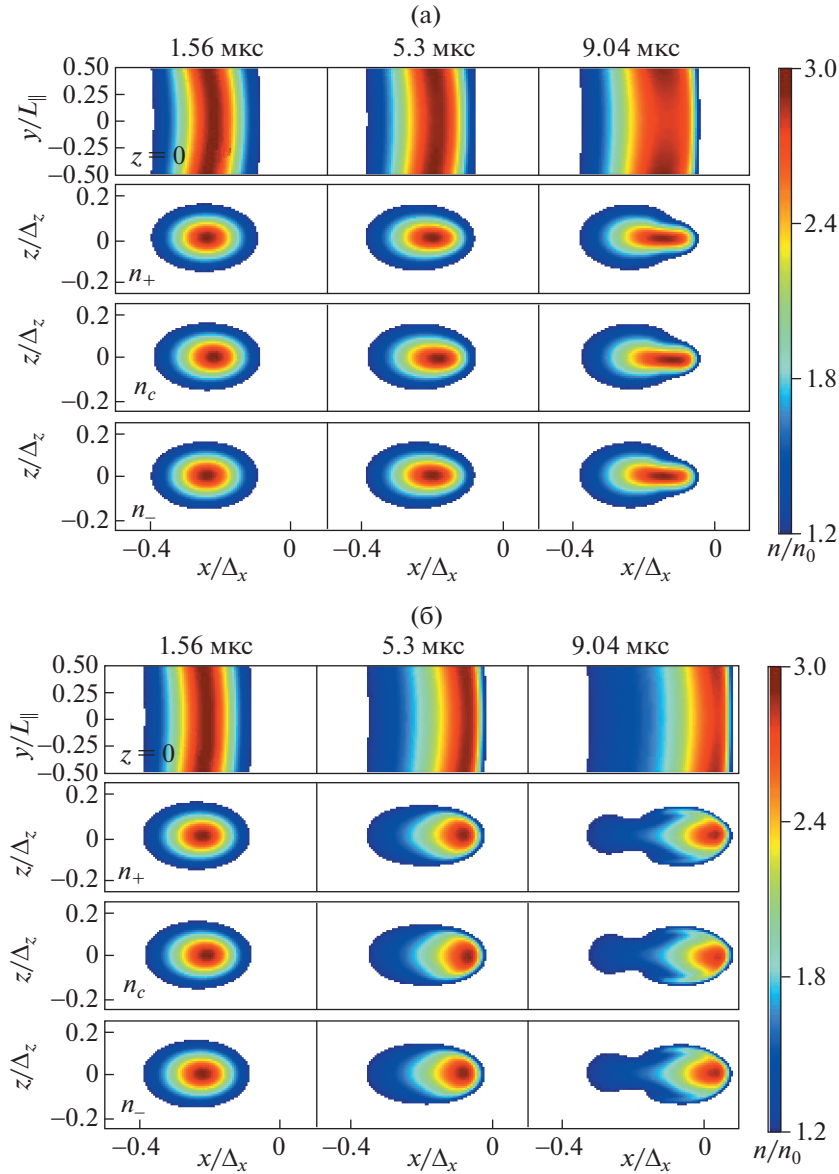
Для исследования влияния граничных условий (5) и (6) на параметры переноса филаментов на периферии токамака были проведены параметрические сканы зависимости скорости движения филаментов от величины импеданса  $\hat{z}_{sh}$  для токамаков NSTX и Alcator C-Mod. Обе установки характеризуются параметрами пристеночной плазмы, при которых величина скин-времени  $\tau_s$ , оказывается больше альфвеновского времени  $\tau_A$  и характерного времени поперечного смещения филамента  $\tau_{\perp}$  [20], так что перенос филаментов должен описываться с использованием электромагнитной модели динамики плазмы.

Для моделирования использованы следующие (зафиксированные) параметры пристеночной плазмы токамаков: плотность фоновой плазмы,  $n_0$ , температура ионов,  $T_i$ , и электронов,  $T_e$ , величина индукции магнитного поля  $B$ , радиус кривизны силовых линий магнитного поля,  $R_c$ , длина  $L$  и поперечный радиус  $\delta$  филаментов. Значения этих величин, а также оценки производных параметров, характеризующих динамику пристеночной плазмы: параметр  $\beta$ , его нормированные значения  $\beta(m_i/m_e)$  и  $\beta(L/\delta)$ , скин-время,  $\tau_s$ , и альфвеновское,  $\tau_A = L/V_A$ , времена, время  $\tau_{\perp}$  [определенное по скейлингу (12) при  $\hat{z}_{sh} = 1$ ], безразмерные отношения  $\tau_s/(\tau_s + \tau_A)$  и  $\tau_s/(\tau_s + \tau_{\perp})$  (определяющие соотношение электромагнитной,  $j_{||,em}$ , и электростатической,  $j_{||,es}$ , компонент тока  $j_{||}$ ), нормированные значения альфвеновской,  $\omega_A/\omega_{pi}$ , и циклотронной,  $\omega_{ci}/\omega_{pi}$ , частот, а также продольное,  $Kn_{||}$ , и поперечное,  $Kn_{\perp}$ , числа Кнудсена — представлены в табл. 1. Видно, что хотя для двух

токамаков время  $\tau_s$  существенно превышает времена  $\tau_A$  и  $\tau_{\perp}$ , значения параметра  $\beta$  установок существенно различаются. Значение  $\beta$  для NSTX более чем на порядок превышает это значение для токамака Alcator. Скин-время  $\tau_s$  также оказывается больше для NSTX. Поэтому можно ожидать, что влияние электромагнитных эффек-

Таблица 1. Параметры плазмы и филаментов, использованные для расчетов

Параметр	Alcator C-Mod [41]	NSTX [42]
$n_0, 10^{12} \text{ см}^{-3}$	20	4
$T_e, \text{ эВ}$	45	20
$T_i, \text{ эВ}$	45	20
$B, \text{ Тл}$	4	0.3
$R_c, \text{ м}$	0.9	1.0
$L, \text{ м}$	15	5
$\delta, \text{ см}$	1	3
$\beta$	$4.5 \times 10^{-5}$	$7.1 \times 10^{-4}$
$\beta(m_i/m_e)$	0.17	2.62
$\beta(L/\delta)$	0.07	0.12
$\tau_s, \text{ мкс}$	48.7	133.6
$\tau_A, \text{ мкс}$	1.1	2.2
$\tau_{\perp}, \text{ мкс}$	15.6	26.6
$\tau_s/(\tau_s + \tau_A)$	0.98	0.98
$\tau_s/(\tau_s + \tau_{\perp})$	0.76	0.83
$\omega_A/\omega_{pi}$	0.0013	0.0016
$\omega_{ci}/\omega_{pi}$	0.03	0.006
$Kn_{  }$	0.11	0.32
$Kn_{\perp}$	0.03	0.10



**Рис. 3.** Динамика движения филамента в условиях, подобных условиям пристеночной плазмы на периферии токамака Alcator C-Mod, при использовании обычных (а) и обобщенных (б,  $\hat{z}_{sh} = 5.0$ ) условий дебаевского слоя. Верхний ряд изображений на каждом рисунке показывает профиль  $n(\mathbf{r}, t)$  в продольном сечении  $z = 0$ . Нижние ряды изображений демонстрируют профили плотности плазмы у верхнего слоя,  $n_+$ ,  $y = +L/2$ , нижнего слоя,  $n_-$ ,  $y = -L/2$ , и в центральном сечении плазмы,  $n_c$ ,  $y = 0$ .

тов — возбуждения и распространения альфвеновских волн — на динамику плазмы будет выражено сильнее для токамака NSTX.

В качестве начальных распределений параметров плазмы использованы следующие профили. Распределение плотности плазмы, отвечающее возмущению среды в форме филамента, задавалось с использованием цилиндрического гауссова профиля, широко используемого при моде-

лировании динамики изолированных филаментов [6]:

$$n(\mathbf{r}, 0) = n_0 \left\{ 1 + 2 \exp \left[ -\frac{(x - x_0)^2 + z^2}{\delta^2} \right] \right\}, \quad (13)$$

где  $x_0 = -\Delta_x/4$ , а размеры области расчетов вдоль осей  $x$  и  $z$  были приняты равными  $\Delta_x = \Delta_z = 10\delta$ . Для остальных параметров среды (электростатического и векторного потенциалов, завихренно-



сти плазмы) считалось, что профили этих параметров формируются самосогласованно при перемещении филамента.

Расчеты были выполнены в среде BOUT++ [43]. Расчетные сетки имели разрешение  $N_x \times N_y \times N_z = 132 \times 31 \times 128$  по осям  $x, y, z$  соответственно. Интегрирование динамических уравнений модели по времени выполнялось с использованием реализованного в коде CVODE алгоритма метода Гира. Производные по осям  $x$  и  $z$  были дискретизированы при помощи центрально-разностной схемы четвертого порядка. Производные вдоль по потоку вычислялись с применением схемы WENO третьего порядка. Вдоль линий магнитного поля дискретизация производных была выполнена с использованием центрально-разностной схемы второго порядка.

### 3.2. Результаты расчетов и их обсуждение

На рис. 3 представлены результаты расчета динамики плазменного филамента – временная динамика плазмы в продольном и трех поперечных сечениях – полученные для токамака Alcator C-Mod, при использовании двух различных значений импеданса дебаевского слоя,  $\hat{z}_{sh} = 1.0$  [обычные граничные условия (5)] и  $\hat{z}_{sh} = 5.0$  [обобщенные граничные условия (6)]. Видно, что в обоих случаях динамика филаментов в начальные моменты времени характеризуется легким изгибом в поперечном направлении (верхний ряд изображений), характерным для электромагнитной динамики плазмы [18]. На больших временах расчета изгиб филамента практически исчезает, а сам филамент движется почти одинаковым образом во всех своих сечениях. Подобная динамика плазмы связана с малыми значениями альфвеновского времени,  $\tau_A \sim 1$  мкс, по сравнению с характерным временем поперечного переноса филамента,  $\tau_{\perp} \sim 10$  мкс, что приводит к быстрому выравниванию потенциала вдоль всего филамента. При этом скорость движения филамента в случае  $\hat{z}_{sh} = 5.0$  оказывается выше, по сравнению с расчетом с обычными граничными условиями; характер движения филамента меняется: вместо развития желобковой моды (вытягивание плазменного “языка”) наблюдается когерентное движение филамента с сохранением почти цилиндрической формы.

На рис. 4 изображена зависимость скорости радиального движения центра масс филамента,  $V_x = d_t \left( \int nxdS / \int ndS \right)$ , полученная в его центральном сечении,  $y = 0$ , в зависимости от значения приведенного импеданса  $\hat{z}_{sh}$ . Значения скорости филаментов согласуются с экспериментально измеренными значениями в пределе 2–3-кратного совпадения [41], испытывая периоди-

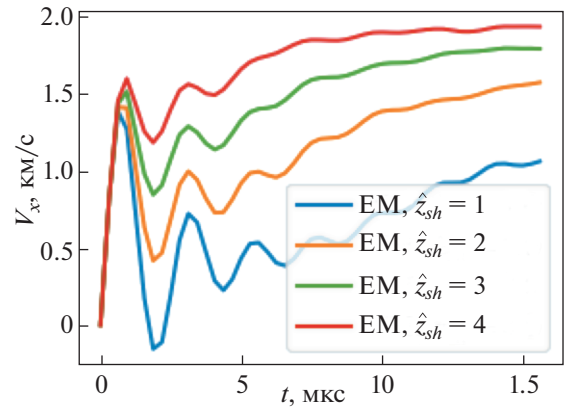


Рис. 4. Временные зависимости поперечной скорости движения центра масс филамента  $V_x$ , полученные в центральном сечении филамента для разных значений импеданса слоя  $\hat{z}_{sh}$ . Данные получены для условий токамака Alcator C-Mod.

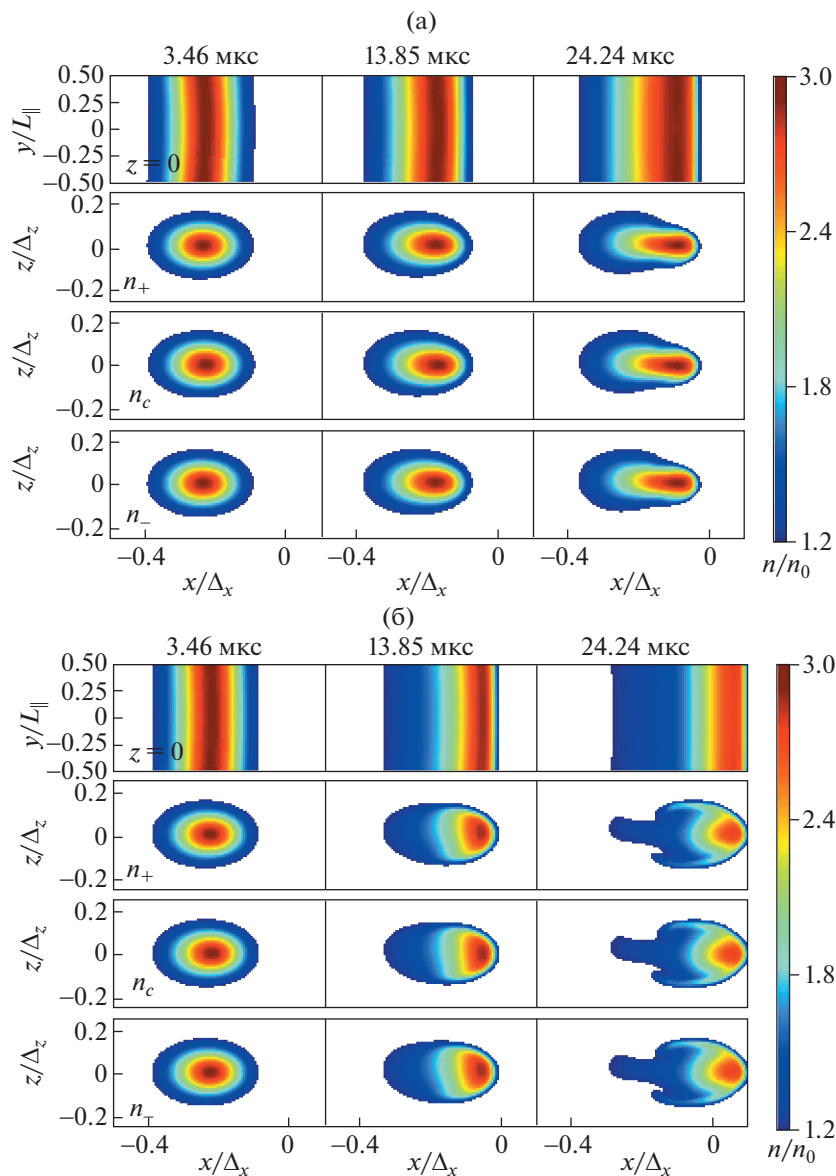
ческие осцилляции, связанные с возбуждением в плазме альфвеновских волн. Период осцилляций при этом составляет примерно  $2\tau_A \sim 2$  мкс, что согласуется с результатами моделирования [20, 21]. Особенностью представленных зависимостей является увеличение скорости переноса плазмы с ростом  $\hat{z}_{sh}$ . При этом амплитуда осцилляций скорости движения,  $\delta V_x$ , уменьшается по сравнению со средним значением скорости  $V_x$ , что указывает на снижение влияния возбуждения в плазме альфвеновских волн на перенос плазмы филамента. Скорость затухания волны, которая составляет величину порядка нескольких мкс, не согласуется с оценкой величины скин-времени для плазмы установки,  $\tau_s \sim 50$  мкс, что указывает на то, что затухание флуктуаций электромагнитного поля происходит не в объеме плазмы, а на ее границе, в области дебаевского слоя. Эта картина не согласуется с представлением об отражении альфвеновских волн от проводящих металлических поверхностей установки. Действительно, коэффициент отражения электромагнитной волны, распространяющейся через дебаевский слой, от идеально проводящей стенки может быть оценен как [39]

$$A = \frac{\rho - 1}{\rho + 1}, \tag{14}$$

где параметр  $\rho$  связан с параметрами плазмы и волны как

$$\rho = \pi^2 \frac{V_A \lambda_D}{\delta \omega_{pi}} \left( \frac{\omega_{pi}}{\omega_{ci}} \right)^2 \hat{z}_{sh}. \tag{15}$$

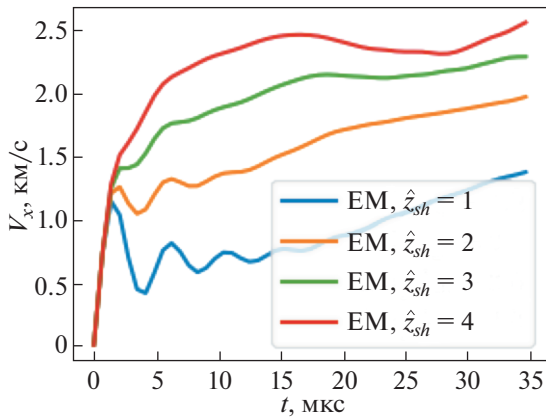
Для параметров токамака Alcator C-Mod, величина  $\rho = 1.7 \hat{z}_{sh}$ , и при  $\hat{z}_{sh} = 5$  коэффициент отраже-



**Рис. 5.** Динамика движения филамента в условиях, подобных условиям пристеночной плазмы на периферии токамака NSTX, при использовании обычных (а) и обобщенных (б,  $\hat{z}_{sh} = 5.0$ ) условий дебаевского слоя. Верхний ряд изображений на каждом рисунке показывает профиль  $n(\mathbf{r}, t)$  в продольном сечении  $z = 0$ . Нижние ряды изображений демонстрируют профили плотности плазмы у верхнего слоя,  $n_+$ ,  $y = +L/2$ , нижнего слоя,  $n_-$ ,  $y = -L/2$ , и в центральном сечении плазмы,  $n_c$ ,  $y = 0$ .

ния волны  $A \approx 0.8$ , так что для уменьшения амплитуды электромагнитных флуктуаций скорости перемещения филамента в  $e$  раз волна должна испытать порядка 5 отражений, тогда как расчет показывает уменьшение  $\delta V_x$  вдвое уже после одного периода колебаний. Тем не менее, на больших временах,  $t \geq 10$  мкс, флуктуации скорости переноса плазмы остаются, что указывает на действие объемных источников возбуждения альфвеновских волн в плазме.

На рис. 5 показаны результаты расчета динамики плазмы филамента на периферии токамака NSTX при двух различных значениях импеданса,  $\hat{z}_{sh} = 1.0$  и  $\hat{z}_{sh} = 5.0$ , аналогичные тем, что были продемонстрированы на рис. 3. На графиках видно, что перенос плазмы в обоих случаях происходит когерентным образом, с небольшим изгибом филамента на начальных этапах его движения. При этом, тогда как движение филамента в рамках обычной модели дебаевского слоя демонстрирует черты, связанные с развитием в плазме



**Рис. 6.** Временные зависимости поперечной скорости движения центра масс филамента  $V_x$ , полученные в центральном сечении филамента для разных значений импеданса слоя  $\hat{z}_{sh}$ . Данные получены для условий токамака NSTX.

желобковой моды [6], в случае обобщенного условия (6) наблюдается большее значение скорости движения плазмы филамента, который движется с сохранением собственной начальной формы.

На рис. 6 показаны временные зависимости скорости движения центра масс филаментов в токамаке NSTX, полученные при четырех различных значениях импеданса дебаевского слоя,  $\hat{z}_{sh}$ . Как и в случае токамака Alcator C-Mod, скорость  $V_x$  испытывает периодические флуктуации, связанные с распространением в плазме альфвеновских волн, с характерным периодом равным  $2\tau_A \sim 4$  мкс. Увеличение  $\hat{z}_{sh}$  также приводит к росту величины скорости переноса плазмы (примерно пропорционально  $\hat{z}_{sh}$ ), при этом амплитуда электромагнитных флуктуаций  $\delta V_x$  снижается по сравнению со средним значением  $\langle V_x \rangle$ . Полученные в расчетах значения скорости  $V_x$  качественно согласуются с результатами экспериментальных наблюдений скорости движения филаментов на периферии токамака: для филаментов с  $\delta > \delta_*$  измеренные скорости их переноса в 2–3 раза превосходят оценочные значения, получаемые в рамках электростатической модели дебаевского слоя (5) [42]. Оценка коэффициента отражения альфвеновской волны от металлической стенки NSTX с учетом ее прохождения через экранирующий слой показывает, что величина  $\rho \approx 3.8\hat{z}_{sh}$ , так что при  $\hat{z}_{sh} \geq 1.0$  параметр  $A$  оказывается  $\geq 0.6$ . Таким образом, как и в предыдущем расчетном случае, учет обобщенного граничного условия приводит к увеличению скорости переноса плазмы, что согласуется с данными экспериментальных наблюдений. Однако динамика затухания элек-

тромагнитных флуктуаций параметров среды показывает, что этот процесс идет быстрее, чем могло ожидать, что указывает на необходимость более детального учета процесса отражения электромагнитных волн от дебаевского слоя при описании электромагнитной динамики плазмы на периферии установок.

#### 4. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В работе рассмотрено влияние обобщенного граничного условия дебаевского слоя [30], описывающего возмущающее воздействие электромагнитных волн на перенос в слое тока, на параметры переноса филаментов на периферии плазменного шнура токамака. Представлены модель динамики плазмы и набор граничных условий для описания движения филаментов, включающий обычные (электростатические [22]) и обобщенные условия дебаевского слоя (учитывающие изменения проводимости слоя под действием внешнего электромагнитного возмущения [30]). Получены оценки скорости переноса филаментов в рамках обобщенной модели слоя. Показано, что с увеличением эффективного импеданса  $\hat{z}_{sh}$  (появление которого в граничных условиях дебаевского слоя связано с выпрямляющими свойствами слоя по отношению к его периодическим возмущениям внешними электромагнитными волнами), скорость радиального движения филамента должна увеличиваться по сравнению со скоростью движения филамента, получаемой в рамках электростатической модели экранирующего слоя. Подобная динамика плазмы связана с уменьшением проводимости возмущенного электромагнитной волной слоя, приводящим к увеличению электростатического потенциала на границе слоя и плазмы. Проведено моделирование электромагнитной динамики филаментов на периферии токамаков NSTX и Alcator C-Mod в рамках двух моделей дебаевского слоя. Показано, что с ростом  $\hat{z}_{sh}$  скорость переноса филаментов увеличивается, однако амплитуда флуктуаций параметров плазмы, связанная с возбуждением внутри филаментов альфвеновских волн, уменьшается во времени, что указывает на затухание электромагнитных волн в результате их поглощения в дебаевском слое. Подобное поведение плазмы не согласуется с картиной отражения альфвеновских волн от проводящих поверхностей установок [16, 31, 39], требуя построения более общего отражательного граничного условия, накладываемого на электромагнитный ток, втекающий в дебаевский слой, для замыкания гидродинамической модели движения плазмы.

В заключение подчеркнем, что граничные условия (5), (6) соответствуют случаю непосредственного электрического контакта филамента

со стенкой токамака. Установлению подобного гальванического контакта предшествует пересечение концевыми сегментами филамента области X-точки при переходе филамента из основной плазмы в пристеночную. Характер замыкания токов внутри филамента в этом случае будет отличаться от рассмотренного в работе режимом замыкания токов в окрестности X-точки. Наличие сильного магнитного шира в этой области будет приводить к резкому увеличению ионного поляризационного тока [14] и, как результат, снижению скорости движения филамента. Тем не менее, сделанный выше качественный вывод о необходимости построения более общего условия на ток, втекающий в дебаевский слой, с учетом отражения от слоя и проводящих стенок установки электромагнитных волн останется справедливым. Шир, изменяя характер поперечного переноса зарядов, не будет оказывать прямого влияния на динамику заряженных частиц вдоль линий магнитного поля. Это означает, что альфвеновские волны, возбуждаемые внутри филамента над X-точкой, будут проходить ее окрестность, достигать приемных (диверторных) пластин установки (попутно возбуждая диверторную плазму) и, отражаясь от проводящей стенки, возвращаться обратно в плазму филаментов над X-точкой. Определение коэффициента отражения волны от дебаевского слоя и стенки и степени влияния отраженной волны на движение филамента в этом случае представляет задачу, требующую самостоятельного исследования.

Работа выполняется при поддержке гранта Президента РФ для молодых ученых-кандидатов наук, грант № МК-5753.2021.1.2.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Shimada M., Campbell D.J., Mukhovatov V., Fujiwara M., Kirneva N., Lackner K., Nagami M., Pustovarov V.D., Uckan N., Wesley J., Asakura N., Costley A.E., Donne A.J.H., Doyle E.J., Fasoli A., Gormezano C., Gribov Y., Gruber O., Hender T.C., Houlberg W., Ide S., Kamada Y., Leonard A., Lipschultz B., Loarte A., Miyamoto K., Mukhovatov V., Osborne T.H., Polevoi A., Sips A.C.C. // Nucl. Fusion. 2007. V. 47. № 6. P. S1.
2. Lipschultz B., Bonnin X., Counsell G., Kallenbach A., Kukushkin A., Krieger K., Leonard A., Loarte A., Neu R., Pitts R.A., Rognlien T., Roth J., Skinner C., Terry J.L., Tsironi E., Whyte D., Zweben S., Asakura N., Coster D., Doerner R., Dux R., Federici G., Fenstermacher M., Fundamenski W., Ghendrih P., Herrmann A., Hu J., Krasheninnikov S., Kirnev G., Kreter A., Kurnaev V., LaBombard B., Lisgo S., Nakano T., Ohno N., Pacher H.D., Paley J., Pan Y., Pautasso G., Philipps V., Rohde V., Rudakov D., Stangeby P., Takamura S., Tanabe T., Yang Y., Zhu S. // Nuclear Fusion. 2007. V. 47. № 9. P. 1189.
3. Antar G.Y., Devynck P., Garbet X., Luckhardt S.C. // Phys. Plasmas. 2001. V. 8. № 5. P. 1612–1624.
4. Rudakov D.L., Boedo J.A., Moyer R.A., Krasheninnikov S., Leonard A.W., Mahdavi M.A., McKee G.R., Porter G.D., Stangeby P.C., Watkins J.G., West W.P., Whyte D.G., Antar G. // Plasma Phys. Control. Fusion. 2002. V. 44. № 6. P. 717.
5. Boedo J.A., Rudakov D.L., Moyer R.A., McKee G.R., Colchin R.J., Schaffer M.J., Stangeby P., West W., Allen S.L., Evans T.E., Fonck R., Hollmann E., Krasheninnikov S., Leonard A., Nevins W., Mahdavi M., Porter G., Tynan G., Whyte D., Xu X. // Phys. Plasmas. 2003. V. 10. P. 1670.
6. Krasheninnikov S., D'Ippolito D., Myra J. // J. Plasma Phys. 2008. V. 74. P. 679.
7. D'Ippolito D., Myra J., Zweben S. // Phys. Plasmas. 2011. V. 18. P. 060501.
8. Krasheninnikov S.I. // Phys. Lett. A. 2001. V. 283. P. 368.
9. Rozhansky V., Veselova I., Voskoboynikov S. // Plasma Phys. Controlled Fusion. 1995. V. 37. P. 399.
10. Parks P., Sessions W., Baylor L. // Phys. Plasmas. 2000. V. 7. P. 1968.
11. Rozhansky V., Senichenkov I., Veselova I., Schneider R. // Plasma Phys. Controlled Fusion. 2004. V. 46. P. 575.
12. Krasheninnikov S., Ryutov D., Yu G. // J. Plasma Fusion Research. 2004. V. 6. P. 139.
13. Yu G., Krasheninnikov S., Guzdar P. // Phys. Plasmas. 2006. V. 13. P. 042508.
14. Ryutov D. // Phys. Plasmas. 2006. V. 13. P. 122307.
15. Myra J. // Phys. Plasmas. 2007. V. 14. P. 102314.
16. Rozhansky V., Kaveeva E., Tendler M. // Plasma Phys. Controlled Fusion. 2015. V. 57. P. 115007.
17. Lee W., Angus J.R., Umansky M.V., Krasheninnikov S.I. // J. Nuclear Materials. 2015. V. 463. P. 765.
18. Lee W., Umansky M.V., Angus J., Krasheninnikov S.I. // Phys. Plasmas. 2015. V. 22. P. 012505.
19. Hoare D., Militello F., Omotani J., Riva F., Newton S., Nicholas T., Ryan D., Walkden N. // Plasma Phys. Controlled Fusion. 2019. V. 61. P. 105013.
20. Stepanenko A. // Phys. Plasmas. 2020. V. 27. P. 092301.
21. Stepanenko A. // Plasma Phys. Reports. 2021. V. 47. P. 1.
22. Stangeby P.C. The plasma boundary of magnetic fusion devices. Vol. 224 — Philadelphia, Pennsylvania: Institute of Physics Pub., 2000.
23. Ricci P., Halpern F., Jolliet S., Loizu J., Masetto A., Fasoli A., Furno I., Theiler C. // Plasma Phys. Control. Fusion. 2012. V. 54. P. 124047.
24. Walkden N.R., Easy L., Militello F., Omotani J.T. // Plasma Phys. Control. Fusion. 2016. V. 58. № 11. P. 115010.
25. Halpern F.D., Ricci P., Jolliet S., Loizu J., Morales J., Masetto A., Musil F., Riva F., Tran T.-M., Wersal C. // J. Comp. Physics. 2016. V. 315. P. 388.
26. Shanahan B., Dudson B., Hill P. // Plasma Phys. Control. Fusion. 2018. V. 61. P. 025007.
27. Ross A., Stegmeir A., Manz P., Groselj D., Zholobenko W., Coster D., Jenko F. // Phys. Plasmas. 2019. V. 26. P. 102308.
28. D'Ippolito D.A., Myra J.R., Bures M., Jacquinet J. // Plasma Phys. Control. Fusion. 1991. V. 33. № 6. P. 607.

29. *Myra J.R., D'Ippolito D.A., Russell D.A., Berry L.A., Jaeger E.F., Carter M.D.* // Nucl. Fusion. 2006. V. 46. № 7. P. S455.
30. *Myra J.R., D'Ippolito D.A.* // Phys. Plasmas. 2015. V. 22. № 6. P. 062507.
31. *Smithe D.N., D'Ippolito D.A., Myra J.R.* // AIP Conf. Proc. 2014. V. 1580. P. 89.
32. *Zhang W., Tierens W., Usoltceva M., the ASDEX Upgrade team, the EUROfusion MST1 Team* // Nucl. Fusion. 2020. V. 60. № 3. P. 036010.
33. *Simakov A.N., Catto P.J.* // Phys. Plasmas. 2003. V. 10. P. 4744.
34. *Bisai N., Banerjee S., Sangwan D.* // Phys. Plasmas. 2018. V. 25. P. 102503.
35. *Angus J.R., Umansky M.V.* // Phys. Plasmas. 2014. V. 21. P. 012514.
36. *D'haeseleer W.D., Hitchon W.N., Callen J.D., Shohet J.L.* Flux Coordinates and Magnetic Field Structure: A Guide to a Fundamental Tool of Plasma Theory. Berlin, Heidelberg: Springer Science and Business Media, 2012.
37. *Xu X., Cohen R., Roglien T., Myra J.* // Phys. Plasmas. 2000. V. 7. P. 1951.
38. *Angus J.R., Krasheninnikov S.I., Umansky M.V.* // Phys. Plasmas. 2012. V. 19. P. 082312.
39. *Myra J.R., Kohno H.* // Proc. 26th IAEA Fusion Energy Conference, Kyoto, Japan. 2016. P. 17.
40. *Aydemir A.Y.* // Phys. Plasmas. 2005. V. 12. P. 062503.
41. *Gulke O., Terry J., LaBombard B., Zweben S.* // Phys. Plasmas. 2006. V. 13. P. 012306.
42. *Myra J., D'Ippolito D., Stotler D., Zweben S., LeBlanc B., Menard J., Maqueda R., Boedo J.* // Phys. Plasmas. 2006. V. 13. P. 092509.
43. *Dudson B., Umansky M., Xu X., Snyder P., Wilson H.* // Comput. Phys. Commun. 2009. V. 180. P. 1467.