

## ЗАВИСИМОСТЬ ОТ ДЛИТЕЛЬНОСТИ ЛАЗЕРНОГО ИМПУЛЬСА МАКСИМАЛЬНОЙ ЭНЕРГИИ ПРОТОНОВ, УСКОРЯЕМЫХ ИНТЕНСИВНЫМ “МЕДЛЕННЫМ СВЕТОМ”

© 2022 г. А. В. Брантов<sup>а, \*</sup>, В. Ю. Быченков<sup>а, б</sup>

<sup>а</sup> Физический институт им. П.Н. Лебедева РАН, Москва, Россия

<sup>б</sup> Центр фундаментальных и прикладных исследований,

Всероссийский научно-исследовательский институт автоматики им. Н.Л. Духова, Москва, Россия

\*e-mail: brantovav@lebedev.ru

Поступила в редакцию 02.03.2022 г.

После доработки 30.03.2022 г.

Принята к публикации 02.04.2022 г.

На основе трехмерного численного моделирования исследована зависимость максимальной энергии ионов (протонов), ускоренных из низкоплотных мишеней, от длительности фемтосекундного лазерного импульса при его фиксированной полной энергии, что, в частности, актуально в связи последними достижениями по так называемой посткомпрессии лазерных импульсов до экстремально короткой длительности. Показано, что существует оптимальная длительность импульса, приводящая к максимальной энергии протонов, набираемой в режиме их наиболее эффективного синхронизированного ускорения “медленным светом” (A.V. Brantov *et al.*, Phys. Rev. Lett. **116**, 085004 (2016)) и что сверхукорачивание лазерного импульса не приводит к росту максимальной энергии ионов несмотря на увеличенную интенсивность лазерного света.

**Ключевые слова:** ультракороткий лазерный импульс, ускорение ионов, низкоплотные мишени, моделирование кодом “частица-в-ячейке”

**DOI:** 10.31857/S0367292122100067

### 1. ВВЕДЕНИЕ

Исследования ускорения ионов/протонов с помощью релятивистски-интенсивных фемтосекундных лазерных импульсов продолжают уже более 20 лет в связи со сравнительно небольшой требующейся энергией лазера (типично мультидж энергии) и ожидаемой высокой энергией ионов. Направленные пучки ионов высокой энергии и мощности представляют интерес для множества приложений, включая инициирование ядерных реакций [1, 2], получение нейтронов [3, 4], адронную терапию [5, 6], ядерную фармакологию [7, 8], протонную радиографию [9, 10] и лабораторную астрофизику [11].

Развитие лазерных технологий с изобретением усиления чирпированных импульсов и оптического параметрического усиления чирпированных импульсов открыло путь в импульсный режим работы лазеров петаваттной мощности. Этот режим теперь является обычным для длительности импульса в десятки фемтосекунд. Уже доступны лазеры петаваттного класса с приемлемым контрастом интенсивности и длительностью импульса порядка 30 фс. Следующий этап развития, относящийся к поисковому, связывается с разви-

тием лазерных систем, основанных на дальнейшем сокращении длительности импульсов для увеличения мощности лазера без увеличения энергии лазера. Обычно, лазерные системы высокой энергии могут делать всего несколько выстрелов в день, что ограничивает возможности их практических применений, требующих высоких средних токов частиц. Чрезвычайно короткие лазерные импульсы (с длительностью до 10 фс) с высокой частотой повторения могут преодолеть этот разрыв и даже превзойти уровень мощности в несколько петаватт с интенсивностью на мишени, превышающей типичное наивысшее сейчас значение  $\sim 10^{22}$  Вт/см<sup>2</sup>. Хорошей иллюстрацией являются лазеры с уровнем мощности несколько ТВт и длительностью импульса 10 фс или даже лазеры с мощностью  $\sim 1$  ПВт с длительностью  $\sim 10$  фс [12, 13]. При этом, актуальным становится выяснение для каких лазерно-инициируемых процессов могли бы быть преимущества от укорочения импульсов до предельных значений, обеспечивающих максимальную лазерную интенсивность.

В этой связи недавно мы обратились к задаче ускорения ионов из твердотельных мишеней. Нами было показано, что использование ультрако-

ротких лазерных импульсов позволяет увеличить энергию протонов, ускоренных из ультратонких фольг оптимальной толщины, в том случае если их фокусировка на мишень не ухудшается [14]. Это связано с ростом интенсивности лазерного излучения и увеличением характерной энергии горячих электронов. Вместе с тем на практике трудно ожидать, что при экстремально высокой мощности лазера, достигаемой за счет укорочения импульса, применение ультратонких фольг может обеспечить ускорение ионов до предсказываемых максимально возможных энергий из-за конечного (хотя и высокого) суб- и пикосекундного контраста лазерного излучения по интенсивности. Такое ограничение минимизируется при использовании более толстых низкоплотных мишеней (аэрогелий) и переходом в новый режим ускорения ионов. Так, недавно была продемонстрирована возможность существенного повышения энергии протонов с использованием таких мишеней [15]. При этом максимально возможная энергия протонов достигалась определенной синхронизацией движения ускоряемых протонов и распространения заторможенного лазерного импульса внутри мишени путем согласования лазер-плазменных параметров, обеспечивающих возникновение так называемого режима синхронизированного ускорения медленным светом (СУМС). В частности, такое согласование отвечает повышению плотности мишени при повышении интенсивности лазерного импульса [15], и важным условием СУМС является модификация профиля электронной плотности плазмы одновременно с самофокусировкой самого лазерного импульса. Возможность СУМС была численно продемонстрирована для лазерных импульсов сильнорелятивистской интенсивности длительностью 30 фс, неопределенность остается для инновационного случая предельно коротких импульсов. Восполняя этот пробел, в данной работе изучается эффективность ускорения протонов из низкоплотных мишеней в зависимости от длительности лазерного импульса в условиях заданной энергии лазера.

На первый взгляд, для более высокой интенсивности укороченного лазерного импульса энергия ускоренных протонов будет выше из-за усиленного пондеромоторного электрического поля, что формально предсказывается простой теоретической моделью, развитой для условий идеального согласования скорости ускоряемых ионов и групповой скорости лазерного импульса [16]. Однако возможность такого хорошего согласования для ультракоротких импульсов требует изучения. Более того, вследствие более быстрого изменения пондеромоторного давления и более быстрого истощения короткого импульса внутри достаточно плотной мишени, полноценная реализация СУМС выглядит затруднительной.

Действительно, длина истощения [17, 18],  $l \propto a_0 \tau (n_c/n_e)$ , при фиксированной энергии лазерного импульса,  $\mathcal{E}_L \propto a_0^2 \tau = \text{const}$ , падает как с ростом его интенсивности,  $l \propto 1/a_0 n_e$ , так и с плотностью мишени, тогда как уменьшение плотности мишени вредит необходимому для СУМС замедлению импульса. Здесь  $a_0$  — стандартная безразмерная амплитуда лазерного поля,  $\tau$  — длительность лазерного импульса,  $n_e$  — плотность электронов мишени и  $n_c$  — критическая плотность. Таким образом, можно ожидать что для очень коротких лазерных импульсов окажется достаточно трудно хорошо согласовать необходимую плотность мишени, определяющую групповую скорость лазера, с пондеромоторным темпом ускорения ионов. С другой стороны, для слишком большой длительности импульса, отвечающей его уменьшенной интенсивности, из-за последнего будет невозможно достичь высокой энергии ионов. Это свидетельствует о существовании оптимальной длительности импульса, приводящей к ускорению ионов до максимальной энергии. Именно эта гипотеза проверяется в данной работе проведенным численным моделированием. В качестве примера используются мощные импульсы ультракороткой длительности в интервале от 10 фс до 60 фс с полной энергией порядка 30 Дж.

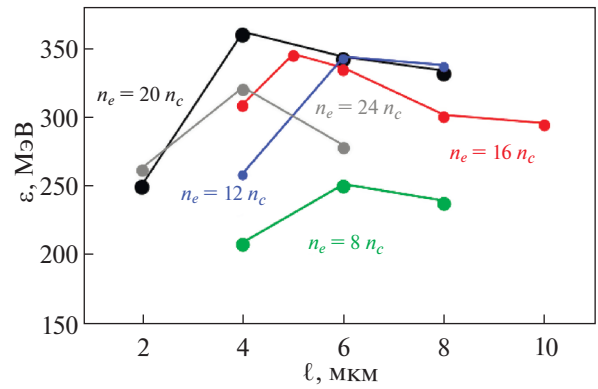
## 2. МОДЕЛИРОВАНИЕ УСКОРЕНИЯ ПРОТОНОВ ИЗ МИШЕНЕЙ НИЗКОЙ ПЛОТНОСТИ

Трехмерное моделирование лазерного ускорения протонов проводилось с использованием кода МАНДОР, решающего систему уравнений Власова—Максвелла методом “частица-в-ячейке”. В расчетах линейно поляризованный лазерный импульс с энергией 30 Дж фокусировался на переднюю поверхность мишени в фокальное пятно с размером  $4\lambda$  с гауссовым распределением интенсивности по радиусу. Такое же распределение принималось в направлении распространения импульса с длительностью, которая менялась от 10 до 60 фс, что соответствовало изменению интенсивности лазерного излучения от  $\sim 2.75 \times 10^{21}$  до  $\sim 1.65 \times 10^{22}$  Вт/см<sup>2</sup> (для длины волны падающего излучения  $\lambda = 1$  мкм). Для определенности, использовались СН<sub>2</sub> мишени, состоящие из электронов, полностью ионизованных ионов углерода ( $Zm_e/m_C = 1/(2 \times 1836)$ ) и протонов ( $Zm_e/m_p = 1/1836$ ). Плотность ионов мишени варьировалась вблизи плотности  $\sim (50-100)$  мг/см<sup>3</sup>, отвечающей 10–20 критическим электронным плотностям, а толщина мишени менялась от 2 до 12 мкм. Обратим внимание на принципиальную реализуемость такой промежуточной плотности с

использованием мишеней нового поколения [19], хотя для создания конкретно используемой сильно водородонасыщенной мишени еще потребуются дальнейшее развитие технологии новых материалов.

В проведенных трехмерных расчетах использовался пространственный шаг  $x \times y \times z = 0.01 \text{ мкм} \times 0.02 \text{ мкм} \times 0.02 \text{ мкм}$ , где  $x$  отвечает направлению распространения лазерного света, поляризованного в направлении  $y$ . Полная расчетная область составляла 40 мкм в продольном направлении и 20 мкм в обоих поперечных направлениях. Мишень располагалась на расстоянии  $3\lambda$  от границы входа лазерного импульса в расчетную область и в поперечном направлении занимала всю расчетную область до границы. Полное время расчета составляло порядка 200 фс. Для использовавшихся низкоплотных мишеней расчетные частицы каждого сорта в ячейке давали полное число частиц порядка  $10^9$ . Расчеты проводились на вычислительном кластере СЛПФВЭ ФИАН. Время одного характерного расчета, требующего порядка 120 Гб оперативной памяти, составляло порядка 20 часов на 256 ядрах.

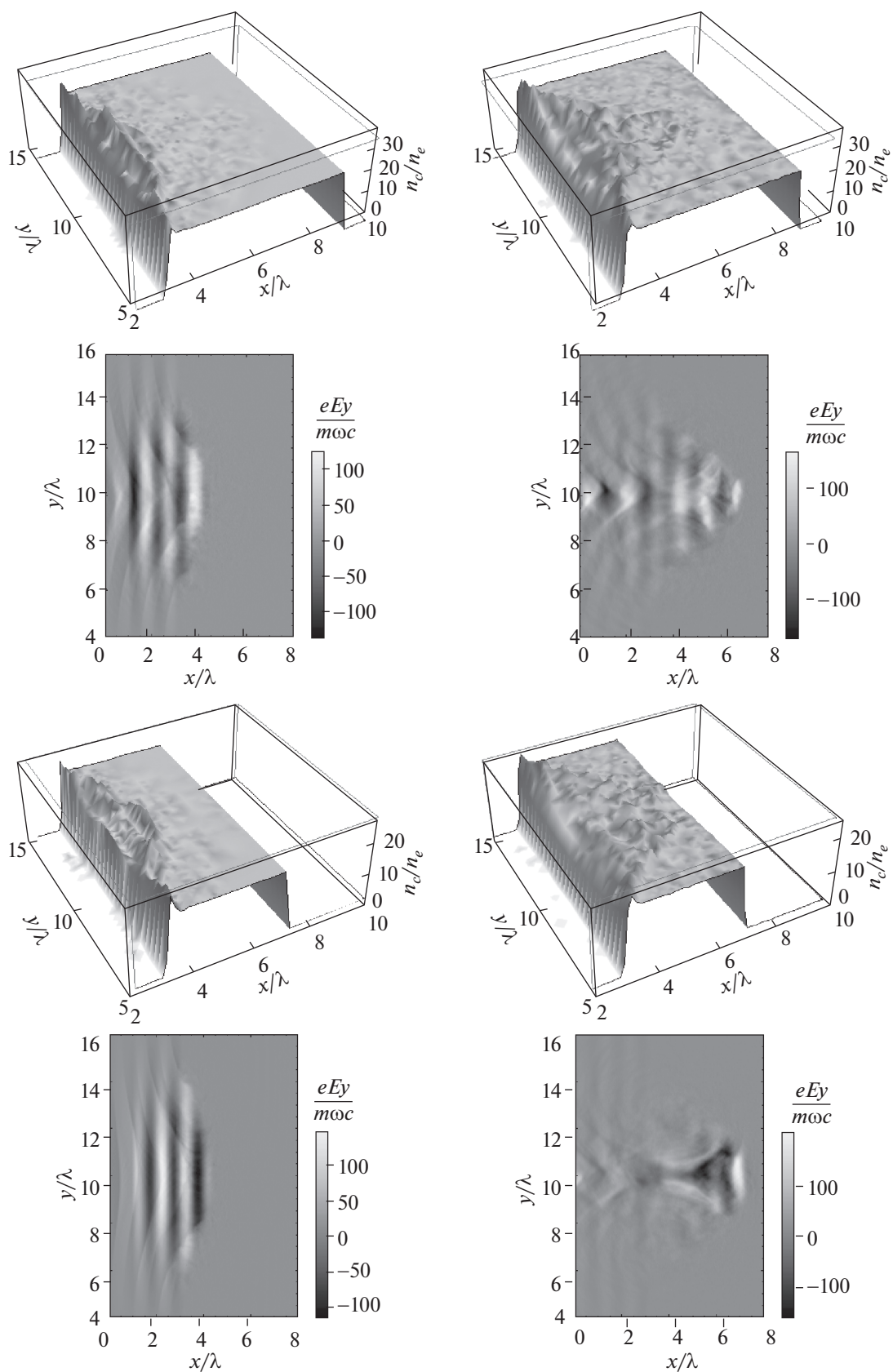
Для каждой длительности лазерного импульса и каждой плотности мишени была найдена зависимость максимальной энергии ускоренных протонов от толщины мишени. Результаты такой серии расчетов приведены на рис. 1 для лазерного импульса длительностью 10 фс. Хорошо видно, что для каждой плотности существует оптимальная толщина мишени, которая приводит к генерации протонов с максимальными энергиями. Эта толщина определяется характерным масштабом, на котором нарушается синхронизация темпа ускорения протонов с темпом нарастания интенсивности внутри мишени (последний напрямую связан с длительностью лазерного импульса). Передний фронт лазерного импульса не может проникнуть в мишень с плотностью выше критической вследствие малой интенсивности света. По мере роста интенсивности импульс начинает проникать вглубь мишени за счет релятивистской прозрачности. Этот сильно нелинейный процесс, связанный, в частности, с выбросом электронной плотности мишени при вхождении лазерного импульса в мишень, приводящий к “остановке” его переднего фронта, и последующим уменьшением плотности по мере распространения импульса, иллюстрируется на рис. 2. Из рис. 2, описывающего эволюцию лазерного импульса, также хорошо видна его самофокусировка внутри мишени, приводящая к росту максимальной амплитуды лазерного поля. Важно, что, когда скорость распространения импульса внутри мишени согласована со скоростью ускоряемых протонов, набор энергии наиболее эффективен [16]. Именно это определяет макси-



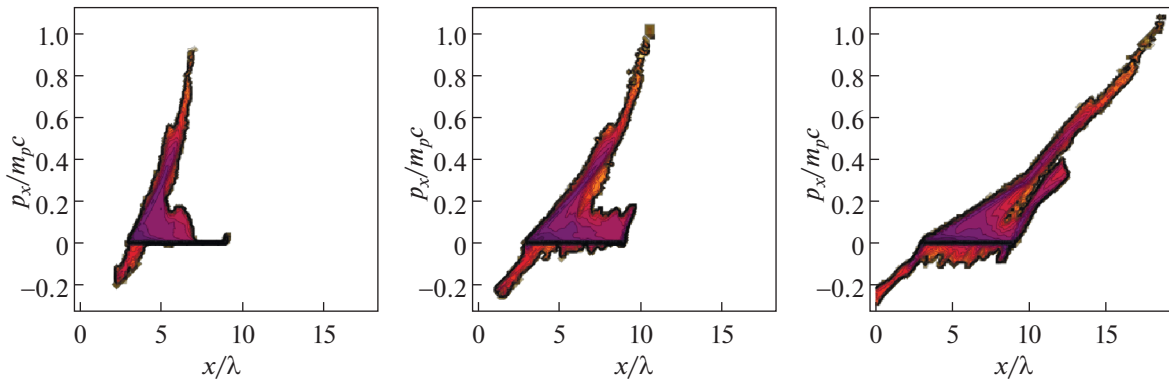
**Рис. 1.** (Цвет онлайн) Зависимость максимальной энергии протонов от толщины мишени различной плотности ( $n_e = 8n_c$  — показана зеленым цветом,  $n_e = 12n_c$  — показана синим цветом,  $n_e = 16n_c$  — показана красным цветом,  $n_e = 20n_c$  — показана черным цветом и  $n_e = 24n_c$  — показана серым цветом) для лазерного импульса длительностью 10 фс.

мальную энергию ионов, достигаемую внутри мишени [15], причем они ускоряются с передней, облучаемой стороны мишени. Последнее хорошо видно из рис. 3, на котором приведена фазовая плоскость ускоряемых протонов. Некоторый дополнительный набор энергии осуществляется при вылете этих протонов с тыльной стороны мишени одновременно с вылетом лазерно-нагретых электронов за счет хорошо изученного механизма ускорения ионов полем разделения заряда (называемого в западной литературе TNSA) [20]. Для лазерного импульса длительностью 10 фс оптимальная толщина мишени составляет 4–6 мкм при изменении плотности от 8 до 24 критических плотностей. С ростом плотности оптимальная толщина несколько смещается в область меньших значений.

Отметим, что в соответствии с предположением (Введение) существует оптимальная плотность, которая дает максимальную энергию протонов для данной длительности (интенсивности) лазерного импульса в условиях оптимизации толщины мишени. При длительности импульса 10 фс максимальная энергии (энергия отсечки) протонов, равная  $\approx 370$  МэВ, достигается для электронной плотности мишени примерно равной 20 критических плотностей. Спектр ускоренных протонов имеет стандартный экспоненциальный вид (см. рис. 4), но с высокой эффектививной температурой  $\approx 60$  МэВ. При этом, полное число ускоренных протонов с энергией превышающей 1 МэВ составляет порядка  $2 \times 10^{12}$ , а их полная энергия оказывается порядка 3.9 Дж. Это дает коэффициент конверсии энергии лазерного импульса в энергию ускоренных протонов на уровне 13%. В



**Рис. 2.** Распределение плотности электронов и лазерного поля (в плоскости поляризации) для длительности импульса 20 фс и  $n_e = 24n_c$  в моменты времени 55 и 73 фс (два верхних ряда соответственно), а также для длительности импульса 10 фс и  $n_e = 20n_c$  в моменты времени 36 и 55 фс (два нижних ряда соответственно).

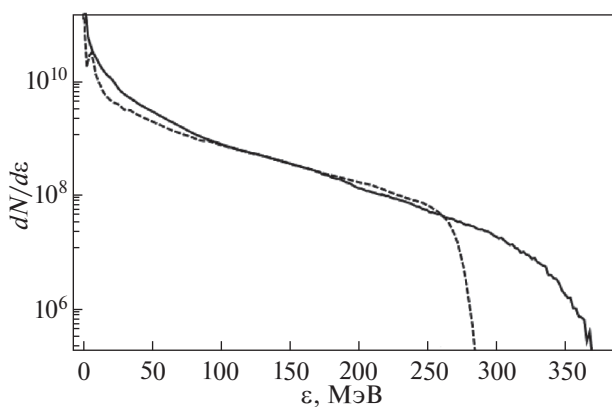


**Рис. 3.** (Цвет онлайн) Фазовая плоскость электронов для длительности импульса 20 фс и  $n_e = 24n_c$  в моменты времени 73, 91 и 128 фс.

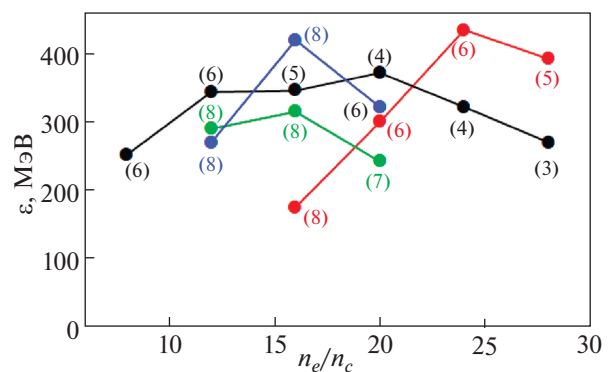
случае ускорения протонов из ультратонкой фольги [14] оптимальной толщины максимальная энергия протонов составляла 280 МэВ с полной энергией пучка в 2.7 Дж и коэффициентом конверсии на уровне 9% для тех же параметров лазерного пучка. Таким образом, переход к низкоплотным мишеням позволяет значительно (почти на 100 МэВ) увеличить максимальную энергию протонов по сравнению с ускорением из ультратонких твердотельных фольг.

В случае ускорения протонов из ультратонких фольг их энергия максимальна для 10 фс лазерного импульса, но для низкоплотных мишеней уменьшение длительности импульсов до предельных значений, с целью повышения энергии ионов, оказывается нецелесообразным. Так, при увеличении длительности лазерного импульса до 20 фс максимальная энергия протонов, ускоренных из мишеней с оптимальной плотностью

( $24n_c$ ) и толщиной (6 мкм) составляет 435 МэВ. Значение максимальной энергии протонов практически не меняется при увеличении длительности импульса до 40 фс, для которого она составляет 420 МэВ (см. рис. 5). Однако в последнем случае максимальная энергии протонов достигается при плотности мишени равной  $16n_c$  и толщине в 9 мкм. Дальнейшее увеличение длительности импульса до 60 фс приводит к уменьшению эффективности ускорения протонов. При этом, максимальная энергия составляет 315 МэВ. Последнее связано с уменьшением пондеромоторной силы, которая для достаточно длинных импульсов не способна создать необходимый для эффективного ускорения электронный профиль плотности (электронный выброс [15]) вблизи облучаемой поверхности, обуславливающий хорошее согла-



**Рис. 4.** Спектр протонов, ускоренных лазерным импульсом длительностью 10 фс из низкоплотной мишени оптимальной плотности и толщины (сплошная кривая) и ультратонкой фольги оптимальной толщины (штриховая кривая) на момент времени 200 фс.



**Рис. 5.** (Цвет онлайн) Зависимость максимальной энергии протонов от плотности низкоплотной мишени, облучаемой лазерным импульсом длительностью 10 фс (показана черным цветом), 20 фс (показана красным цветом), 40 фс (показана синим цветом) и 60 фс (показана зеленым цветом). В скобках для каждой точки на графике показано значение оптимальной толщины мишени (в длинах волн лазерного излучения).



сование темпа ускорения протонов со скоростью прохождения сквозь мишень самого лазерного импульса. Стоит отметить, что с ростом интенсивности излучения (уменьшением длительности) сначала растет и оптимальная плотность мишени, которая приводит к ускорению протонов до максимальных энергий, от  $16n_c$  для  $\tau = 60$ – $40$  фс, до  $20n_c$  для  $\tau = 30$  фс [15] (не показано) и затем до  $24n_c$  для  $\tau = 20$  фс (см. рис. 5). Однако для случая 10 фс импульса максимальная энергия ионов, отвечающая оптимальной плотности, уже не так ярко выражена, как в случаях более длинных импульсов и отвечает достаточно широкому интервалу плотностей,  $12$ – $20n_c$ . Последнее, несмотря на “проигрыш” в максимальной энергии протонов, имеет определенный “выигрыш”, благодаря слабой чувствительности ускорения частиц к плотности мишени, что упрощает эксперимент, сохраняя на том же уровне коэффициент конверсии.

В рассматриваемой схеме ускорения наиболее эффективно ускоряются протоны, независимо от того, какие тяжелые ионные компоненты входят в состав мишени. При этом, максимальная энергия протонов практически не зависит от их концентрации в мишени, при изменении последней от 0.5% до 25% (по отношению к числу электронов) [19]. Отметим, что ионы углерода, в силу меньшего  $Z/M$ -отношения, не могут быть синхронизованы в мишени и ускоряются только с ее тыльной стороны полем разделения заряда до максимальных энергий на уровне 60–80 МэВ на уклон.

### 3. ОБСУЖДЕНИЕ РЕЗУЛЬТАТОВ И ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В данной работе изучено влияние длительности лазерного импульса на эффективность ускорения протонов в режиме их синхронизованного ускорения “медленным светом” при условии заданной энергии драйвера и фокусировки излучения на мишень. При этом условии, изменение длительности лазерного импульса в 6 раз (от 10 до 60 фс), т.е. то же шестикратное изменение интенсивности падающего излучения, приводит сначала к увеличению максимальной энергии протонов в пределах от 370 до 435 МэВ, а затем к уменьшению до 315 МэВ, с максимумом в 435 МэВ при длительности импульса 20 фс (см. рис. 6). При этом, двукратное увеличение длительности до 40 фс (двукратное уменьшение интенсивности) почти не сказывается на максимальной энергии протонов (которая немного уменьшается на 3% до 420 МэВ), в то время как двукратное укорачивание импульса отвечает уже заметному падению энергии протонов на 15%. Обнаруженная зависимость от интенсивности

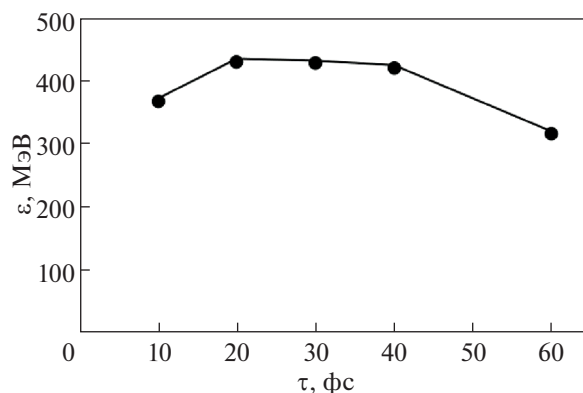


Рис. 6. Зависимость максимальной энергии протонов от длительности лазерного импульса при его фиксированной энергии (30 Дж) и заданном пятне фокусировки (4 мкм).

падающего излучения энергии отсечки ускоренных протонов с максимумом связана с ухудшением условий синхронизации ультракоротких лазерных импульсов длительностью 10 фс. Условия хорошей синхронизации для предельно коротких ПВт-импульсов недостижимы, в существенной мере из-за быстрого истощения энергии самого импульса при его распространении в плазме оптимальной плотности. На это указывает тот факт, что оптимальная плотность мишени (приводящая к максимальной энергии протонов) для 10 фс длительности импульса перестает расти с ростом интенсивности.

Таким образом, в работе показано, что при ускорении протонов из низкоплотных мишеней оптимальной плотности существует оптимальная длительность линейно поляризованного лазерного импульса при фиксированной энергии лазера, которая позволяет ускорить протоны до максимально возможной энергии. Для лазерного импульса с энергией 30 Дж оптимальная длительность составляет  $\approx 20$  фс, позволяя ускорить протоны до энергии  $\geq 400$  МэВ. Хотя это и достаточно большая величина, мы констатируем, что применение посткомпрессии лазерных импульсов для увеличения их интенсивности в экспериментах по облучению низкоплотных мишеней пока не находит своего обоснования, хотя, возможно, более сложные, неоднородные по плотности мишени могли бы проверяться в дальнейших расчетах при появлении физически-обоснованных идей.

Работа написана при поддержке Российского фонда фундаментальных исследований в рамках гранта РФФИ–РОСАТОМ № 20–21–00023.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Быченков В.Ю., Тихончук В.Т., Толоконников С.В. // ЖЭТФ. 1999. Т. 115. С. 2080.
2. Labaune C., Baccou C., Yahia V., Neuville C., Rafelski J. // Sci Rep. 2016. V. 6. P. 21202.
3. Willingale L., Petrov G.M., Maksimchuk A., Davis J., Freeman R.R., Joglekar A.S., Matsuoka T., Murphy C.D., Ovchinnikov V.M., Thomas A.G.R., Van Woerkom L., Krushelnick K. // Phys. Plasmas. 2011. V. 18. P. 083106.
4. Roth M., Jung D., Falk K., Guler N., Deppert O., Devlin M., Favalli A., Fernandez J., Gautier D., Geissel M., Haight R., Hamilton C.E., Hegelich B.M., Johnson R.P., Merrill F., Schaumann G., Schoenberg K., Schollmeier M., Shimada T., Taddeucci T., Tybo J.L., Wagner F., Wender S.A., Wilde C.H., Wurden G.A. // Phys. Rev. Lett. 2013. V. 110. P. 044802.
5. Буланов С.В., Хорошков В.С. // Физика плазмы 2002. Т. 28. С. 493.
6. Linz U., Alonso J. // Phys. Rev. Accel. Beams. 2016. V. 19. P. 124802.
7. Nemoto K., Maksimchuk A., Banerjee S., Flippo K., Mourou G., Umstadter D., Bychenkov V.Yu. // Appl. Phys. Lett. 2001. V. 78. P. 595.
8. Bychenkov V.Yu., Brantov A.V., Mourou G. // Laser Particle Beams. 2014. V. 32. P. 605.
9. Borghesi M., Schiavi A., Campbell D.H., Haines M.G., Willi O., MacKinnon A.J., Gizzi L.A., Galimberti M., Clarke R.J., Ruhl H. // Plasma Phys. Controlled Fusion. 2001. V. 43. P. A267.
10. Cobble J.A., Johnson R.P., Cowan T.E., Renard-Le Galoudec N., Allen M. // J. Appl. Phys. 2002. V. 92. P. 1775.
11. Park H.-S., Ryutov D.D., Ross J.S., Kugland N.L., Glenzer S.H., Plechaty C., Pollaine S.M., Remington B.A., Spitkovsky A., Gargate L., Gregori G., Bell A., Murphy C., Sakawa Y., Kuramitsu Y., Morita T., Takabe H., Froula D.H., Fiksel G., Miniati F., Koenig M., Ravasio A., Pelka A., Liang E., Woolsey N., Kuranz C.C., Drake R.P., Grosskopf M.J. // High Energy Density Phys. 2012. V. 8. P. 38.
12. Mironov S.Yu., Wheeler J.A., Khazanov E.A., Mourou G.A. Optics Lett. 2021. V. 46. P. 4570. <https://doi.org/10.1364/OL.438154>
13. Ginzburg V., Yakovlev I., Kochetkov A., Kuzmin A., Mironov S., Shaikin I., Shaykin A., Khazanov E. // Optics Express. 2021. V. 29. P. 28297. <https://doi.org/10.1364/OE.434216>
14. Brantov A.V., Bychenkov V.Yu. // Phys. Plasmas. 2021. V. 28. P. 063106. <https://doi.org/10.1063/5.0048024>
15. Brantov A.V., Govras E.A., Kovalev V.F., Bychenkov V.Yu. // Phys. Rev. Lett. 2016. V. 116. P. 085004. <https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.116.085004>
16. Быченков В.Ю., Говрас Е.А., Брантов А.В. // Письма ЖЭТФ. 2016. Т. 104 С. 640. <https://doi.org/10.7868/S0370274X16210062>
17. Decker C.D., Mori W.B., Tzeng R.C., Katsouleas T. // Phys. Plasmas. 1996 V. 3. P. 2047.
18. Bychenkov V.Yu., Lobok M.G., Kovalev V.F., Brantov A.V. // Plasma Phys. Control. Fusion. 2019. V. 61. P. 124004. <https://doi.org/10.1088/1361-6587/ab5142>
19. Brantov A.V., Obratsova E.A., Chuvilin A.L., Obratsova E.D., Bychenkov V.Yu. // Phys. Rev. Acc. Beam. 2017. V. 20. P. 061301. <https://doi.org/10.1103/PhysRevAccelBeams.20.061301>
20. Wilks S.C., Langdon A.B., Cowan T.E., Roth M., Singh M., Hatchett S., Key M.H., Pennington D., MacKinnon A., Snavely R.A. // Phys. Plasmas. 2001. V. 8. P. 542.