

УДК 533.9,533.93

ИЗМЕНЕНИЕ СТАТИСТИЧЕСКИХ ХАРАКТЕРИСТИК ТУРБУЛЕНТНЫХ ФЛУКТУАЦИЙ ПЛОТНОСТИ ПЛАЗМЫ ПРИ ТРАНСПОРТНОМ ПЕРЕХОДЕ В СТЕЛЛАРАТОРЕ Л-2М

© 2022 г. Г. М. Батанов^a, В. Д. Борзосекон^{a, b, *}, А. К. Горшенин^c,
К. А. Сарксян^a, В. Д. Степахин^a, Н. К. Харчев^a

^a Институт общей физики им. А.М. Прохорова РАН, Москва, Россия

^b Российский университет дружбы народов, Москва, Россия

^c Федеральный исследовательский центр “Информатика и управление” РАН, Москва, Россия

*e-mail: borzosekov@fpl.gpi.ru

Поступила в редакцию 15.03.2022 г.

После доработки 20.04.2022 г.

Принята к публикации 05.05.2022 г.

Увеличение энергетического времени жизни плазмы не менее чем 30% при транспортном переходе на стеллараторе Л-2М при удельной мощности электронно-циклотронного (ЭЦ) нагрева 3.2 МВт м^{-3} (плотность плазмы $2 \times 10^{19} \text{ м}^{-3}$, температура электронов 0.6 кэВ) сопровождается падением уровня коротковолновых турбулентных флуктуаций плотности в 2 раза. Турбулентное состояние флуктуаций плотности в таком разряде до наступления квазистационарной стадии удержания характеризуется большим отклонением коэффициента эксцесса приращений флуктуаций от нуля, чем в разряде без транспортного перехода. Это указывает на более сильное отклонение функции распределения вероятности приращения флуктуаций плотности от нормального закона в разряде с транспортным переходом. В разряде с транспортным переходом на основе анализа приращений коротковолновых флуктуаций с помощью специального метода выделения компонент связности в стохастических процессах установлено качественное отличие поведения структурных компонент, формирующих плазменную турбулентность, от разряда без перехода. Кроме того, для разрядов с транспортным переходом продемонстрировано изменение формы аппроксимирующей конечной смеси нормальных распределений и параметров составляющих ее плотностей.

Ключевые слова: стелларатор, электронно-циклотронный резонансный нагрев, гиротрон, высокотемпературная плазма, флуктуации плотности, рассеяние, статистический анализ, метод скользящего разделения смесей, EM-алгоритм

DOI: 10.31857/S0367292122100092

1. ВВЕДЕНИЕ

Проблема аномального переноса из-за развития микротурбулентности в высокотемпературной плазме является одной из ключевых проблем физики плазмы в тороидальных магнитных ловушках. Изучение зависимости параметров турбулентности от режима удержания плазмы проводится на большинстве установок. В результате исследований показано, что уровень флуктуаций широкополосной плазменной турбулентности зависит от режима удержания плазмы. За последние годы исследования по этому направлению стали проводиться с использованием математических методов обработки данных, основанных на определении статистических характеристик флуктуаций широкополосной плазменной турбулентности. Получен ряд важных результатов при изучении статистических характеристик турбу-

лентных флуктуаций в пристеночной плазме в режиме стационарной турбулентности (см. обзор [1]).

Процессы аномального переноса по имеющимся на сегодняшний день представлениям должны быть связаны со структурой плазменных флуктуаций и их статистическими характеристиками [1, 2]. Поэтому структурные элементы турбулентных флуктуаций и их взаимосвязь с процессами переноса естественно изучать в переходных процессах, в процессах эволюции флуктуаций, сопоставлять изменение характеристик флуктуаций с изменением различных характеристик процессов переноса таких, например, как энергетическое время жизни плазмы. В этом плане транспортные переходы в тороидальных ловушках представляют весьма удобный объект для изучения. Так, данные о флуктуациях плотности

при изменении режимов удержания плазмы получали в [3–8], а при резком изменении вида или мощности дополнительного нагрева, например, в [9, 10]. Развиваются и методы статистической обработки экспериментальных данных. Получить новые статистические характеристики параметров плазмы позволяют разработанные за последние десятилетия методы статистического анализа нестационарных турбулентных процессов [11–14].

Транспортный переход с увеличением энергии плазменного шнура до 15% наблюдается на стеллараторе Л-2М в процессе нецентрального электронно-циклотронного (ЭЦ) нагрева при удельной мощности нагрева 3.2 МВт м^{-3} и средней плотности плазмы $1.8\text{--}2.0 \times 10^{13} \text{ см}^{-3}$ [15]. Этот переход возникает далеко не в каждом разряде стелларатора с таким режимом ЭЦ-нагрева с задержкой 4–6 мс относительно начала ЭЦ-нагрева и сопровождается почти одновременным резким понижением уровня коротковолновых флуктуаций плотности плазмы. Какие процессы в плазме вызывают такой переход до сих пор не установлено. Изменение статистических характеристик турбулентных флуктуаций плотности плазмы наблюдалось в стеллараторе Л-2М в процессе включения дополнительного импульса ЭЦ-нагрева [14] и в режимах ЭЦ-нагрева серией импульсов микроволнового излучения [16–18]. В первом случае было установлено, что дополнительный импульс нагрева инициирует распыление покрытия стенки вакуумной камеры стелларатора, и возникающий поток плазмы вызывает искажение функции распределения вероятности приращений турбулентных флуктуаций плотности. Это искажение выражается в превышении уровня плотности приращений флуктуаций над нормальным (гауссовским) распределением в области больших амплитуд приращений. Отличие распределений флуктуаций потока тепла в ряде работ (см. обзор [2] и ссылки там) связывают с редкими событиями большой амплитуды (т.н. “тяжелый хвост”), которые могут давать существенное увеличение переноса тепла за счет турбулентности. Поскольку в нашей работе анализируются флуктуации плотности, то отличие их распределений от нормального закона связывается с образованием когерентных структур в плазме [19].

Непосредственный анализ экспериментальных данных затрудняется классической для временных рядов проблемой — наличием трендов в данных. Кроме того, теоретическое обоснование используемых в данной статье математических моделей на основе смешанных распределений [11] ориентировано на конечномерные распределения приращений случайных процессов. По этим причинам, а также следуя успешно прове-

денному ранее анализу экспериментальных данных [14], в качестве объекта статистических исследований в данной статье рассматриваются именно приращения наблюдаемых значений.

Отклонение плотностей от нормального распределения в наших экспериментах оперативно регистрируется по превышению величины коэффициента эксцесса (то есть четвертого момента, из которого принято вычитать значение 3, характеризующего остроту пика распределения) приращений флуктуаций, нулевого уровня [14]. В указанной статье при анализе использовалась величина, полученная для функции распределения аппроксимирующей смеси конечных нормальных законов (см. формулу (1) ниже) по оцененным параметрам этого распределения, однако хорошо зарекомендовал себя и более простой подход на основе классического выборочного аналога данной величины.

Эволюция коэффициента эксцесса была установлена и в режиме импульсного ЭЦ-нагрева плазмы серией импульсов микроволнового излучения [18]. В этом случае каждой группе всплесков энергии турбулентных флуктуаций плотности предшествовал всплеск коэффициента эксцесса приращений флуктуаций до величины 4–6. В настоящей работе рассмотрим временной ход коэффициента эксцесса приращений коротковолновых флуктуаций плотности в разряде с транспортным переходом при ЭЦ-нагреве плазмы в стеллараторе Л-2М и сравним его с коэффициентом эксцесса для разряда без транспортного перехода. Этому посвящен раздел 2 данной статьи.

Важную роль играет и изменение структуры распределения в процессе эксперимента. С помощью специального метода выделения компонент связности в стохастических процессах в разд. 3 будет продемонстрировано, что транспортный переход оказывает существенное влияние на число, структуру и оценки параметров распределений формирующих плазменную турбулентность процессов. Этот подход к изучению процессов в физике плазмы является новым и позволяет преодолеть известную проблему сложности определения числа компонент в конечных смешанных моделях [14] и избежать влияние данного параметра на результаты анализа. Раздел 4 содержит краткое обсуждение полученных результатов.

2. УСЛОВИЯ ЭКСПЕРИМЕНТА И АНАЛИЗ ВЫБОРОЧНОГО КОЭФФИЦИЕНТА ЭКСЦЕССА

В представляемых экспериментах создание и нецентральный ЭЦ-нагрев бестоковой водородной плазмы в стеллараторе Л-2М [20] осуществлялся с помощью двух гиротронов [21] на второй

гармонике гирочастоты электронов в двух сечениях тороидальной вакуумной камеры. Сечения смещены в тороидальном направлении относительно друг друга на $1/2$ периода винтового поля (≈ 45 см). Мощность каждого гиротрона составляла ≈ 400 кВт. Область гирорезонанса была смещена на ≈ 4 см от оси камеры к внутренней стенке ($R = 96$ см) при среднем радиусе плазмы $a = 11.5$ см. Для уменьшения распыления покрытия [22] стенок камеры был использован секторный лимитер, край которого касался граничной магнитной поверхности. Как видно из рис. 1, средняя плотность плазмы, измеряемая интерферометром (с длиной волны СВЧ-излучения 2 мм), по вертикальной хорде плазменного шнура, оставалась практически постоянной в течение всего разряда и составляла $1.8\text{--}2.0 \times 10^{13} \text{см}^{-3}$. Стоит отметить, что несмотря на постоянство величины средней плотности плазмы профиль плотности может изменяться. При высокой удельной мощности ЭЦ-нагрева и отсутствии других видов нагрева плазмы может проявляться эффект “перекачки” плотности (density pump-out) из центра на край плазменного шнура [23–26]. Изменение профиля плотности во времени от начала импульса ЭЦ-нагрева обсуждается в [16]. Оно проявляется в формировании и постепенном углублении провала плотности в центре плазменного шнура до некоторой величины. Временной ход температуры электронов в центральной области плазменного шнура, приводимый на рис. 1 и рис. 2, регистрировался одним из каналов многоканальной диагностики электронно-циклотронного излучения (ЭЦИ) [27, 28]. Относительная калибровка каналов диагностики ЭЦИ осуществлялась в омическом режиме создания и нагрева плазмы в стеллараторе Л2-М при изменении величины магнитного поля на оси плазменного шнура. Для получения значения температуры в эВ показания канала ЭЦИ, принимающего излучение из центра плазмы, нормируются к значению температуры, определяемому с помощью спектрометра мягкого рентгеновского излучения [29, 30], коллимированного по центральной хорде в фиксированный временной интервал. Отрицательный потенциал лимитера относительно стенок вакуумной камеры составил $(-40)\text{--}(-20)$ В.

Транспортный переход регистрируется по широкому всплеску на сигнале катушек, измеряющих диамагнетизм плазменного шнура [31, 32] через 4.5–6.5 мс после начала ЭЦ-нагрева (54.5–56.5 мс на рис. 1). Тогда как на рис. 2 представлены временные эволюции тех же сигналов для разряда в стеллараторе Л-2М с таким же режимом ЭЦ-нагрева, но в отсутствие транспортного перехода.

Измерения коротковолновых турбулентных флуктуаций плотности вдоль центральной хорды выполнялись методом коллективного (обратно-

го) рассеяния излучения гиротронов [33, 34], осуществлявших ЭЦ-нагрев плазмы. Флуктуации плотности регистрировались с помощью гомодинной методики по биениям результатов смешения отраженного и опорного излучения. Волновое число регистрируемых флуктуаций плотности $k \approx 30 \text{см}^{-1}$, волновой вектор ориентирован радиально. Сигналы коллективного рассеяния регистрировались в обоих сечениях стелларатора, где вводилось микроволновое излучение гиротронов. Интенсивность флуктуаций плотности, усредненная по временному окну 0.1 мс (частота оцифровки сигнала 5 МГц), временной ход приращений флуктуаций плотности и выборочные коэффициенты эксцесса приращений флуктуаций для обоих сечений приведены на рис. 3 и рис. 4. Необходимо отметить, что в отдельных сигналах рассеяния присутствует отсечка из-за превышения диапазона (как вниз, так и вверх) регистрации АЦП (но насыщения детекторов при этом не происходит). Во временных интервалах, когда слишком много точек из выборки находятся на уровне отсечки, это должно сказаться на приращениях флуктуаций и коэффициенте эксцесса. В других случаях влияние на результаты анализа минимально, поскольку число точек на уровне отсечки существенно меньше общего числа точек в любой выборке.

На стеллараторе Л-2М функционируют и другие диагностики, измеряющие флуктуации плотности плазмы: малоугловое СВЧ-рассеяние [35], рассеяние на углы близкие к $\pi/2$ в верхнюю и нижнюю полуплоскость тора [18], доплеровская рефлектометрия [36], зондовые измерения. Однако, в настоящей статье будут анализироваться только результаты хордовых измерений коротковолновых флуктуаций плотности, полученные методом обратного рассеяния, а результаты вышеуказанных диагностик будут проанализированы в последующих работах.

Из сопоставления данных рис. 1 и рис. 3 для разряда с транспортным переходом видна практически одновременность резкого падения интенсивности коротковолновых флуктуаций плотности плазмы в первом (S1) сечении ЭЦ-нагрева и возникновения транспортного перехода, связываемого с началом роста диамагнитного сигнала на 55-й мс. Интенсивность коротковолновых флуктуаций во втором сечении ЭЦ-нагрева (S2) не проявляет такого “синхронизма” с транспортным переходом. Однако с выходом удержания на квазистационарную стадию (мощность потерь энергии сравнивается с мощностью нагрева и не изменяется), начиная с 57.5 мс, интенсивность флуктуаций во втором сечении ЭЦ-нагрева в среднем оказывается ниже, чем на предшествующей стадии с динамическим изменением состояния плазмы. Коэффициент эксцесса приращений флуктуаций плотности в первом сечении ЭЦ-на-

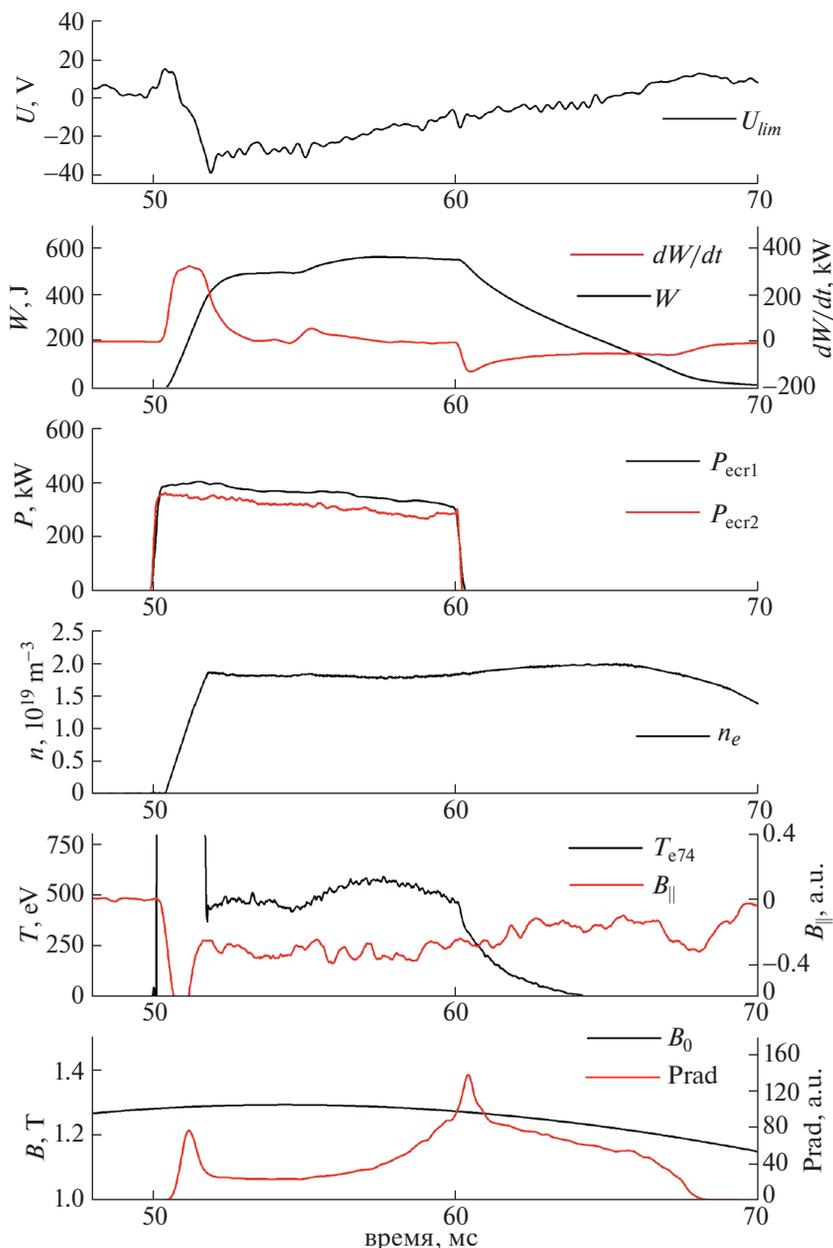


Рис. 1. Временной ход макропараметров плазмы для разряда 19287 с транспортным переходом. Сверху вниз: 1 – напряжение лимитера U_{lim} ; 2 – энергосодержание плазмы W (левая ось, черная кривая) и диамагнитный сигнал dW/dt (правая ось, красная кривая); 3 – мощность ЭЦ-нагрева P_{eCr1} и P_{eCr2} в двух соседних полоидальных сечениях; 4 – средняя электронная плотность плазмы n_e по центральной хорде; 5 – температура электронов T_{e74} в центре плазменного шнура (левая ось, черная кривая) и интенсивность линии иона бора $B_{||}$ (правая ось, красная кривая); 6 – величина магнитного поля B_0 на оси установки (левая ось, черная кривая) и мощность P_{rad} радиационных потерь (правая ось, красная кривая).

грева значительно отличается от 0 с существованием отдельных крупных всплесков вплоть до 56-й мс, когда он начинает быть стабильно не выше 0.5 (кроме одной всплески на 59-й мс). Временной ход коэффициента эксцесса приращений флуктуаций плотности во втором сечении ЭЦ похож на временной ход для первого сечения тем,

что наибольшие отклонения коэффициента эксцесса от 0 происходят на нестационарной стадии разряда до 56-й мс, хотя по величине это отклонение не столь велико (не более 1).

Использование для ЭЦ-нагрева двух гиротронов, излучение которых вводится в камеру стелларатора в двух соседних сечениях тора (базовые

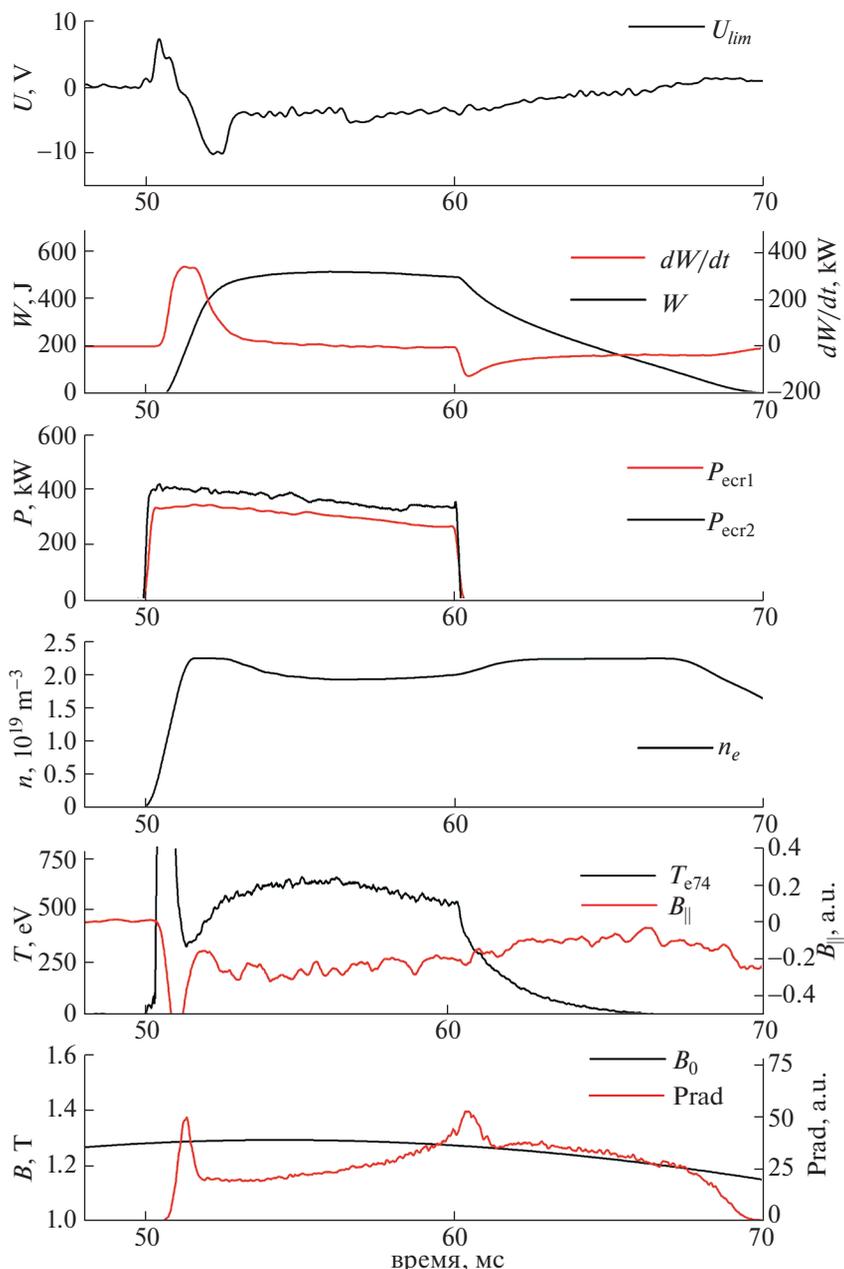


Рис. 2. Временной ход макропараметров плазмы для разряда 19299 без транспортного перехода. Сверху вниз сигналы те же, что и на рис. 1.

сечения стелларатора Л-2М), позволяет наблюдать неоднородные турбулентные флуктуации плотности плазмы вдоль тора со смещением на 1/2 периода винтового поля. Таким образом, область гирорезонанса, оставаясь на одной магнитной поверхности, оказывается на разных силовых линиях магнитного поля (напомним, что в этом случае ЭЦ-нагрев нецентральный и смещен к внутренней стороне тора на 4 см). Области плазмы, из которых принимается рассеянное на флуктуациях плотности излучение, также нельзя

считать содержащими одни и те же силовые линии (за исключением узкой области вблизи оси плазменного шнура). Поэтому неудивительно, что расчет когерентности между коротковолновыми флуктуациями плотности плазмы в двух сечениях ЭЦ-нагрева (рис. 5) при усреднении по интервалу 500 мкс даёт отсутствие регулярной связи для данных точек наблюдения, ведь характерные значения корреляционной длины флуктуаций в современных установках составляют единицы миллиметров. При этом существуют

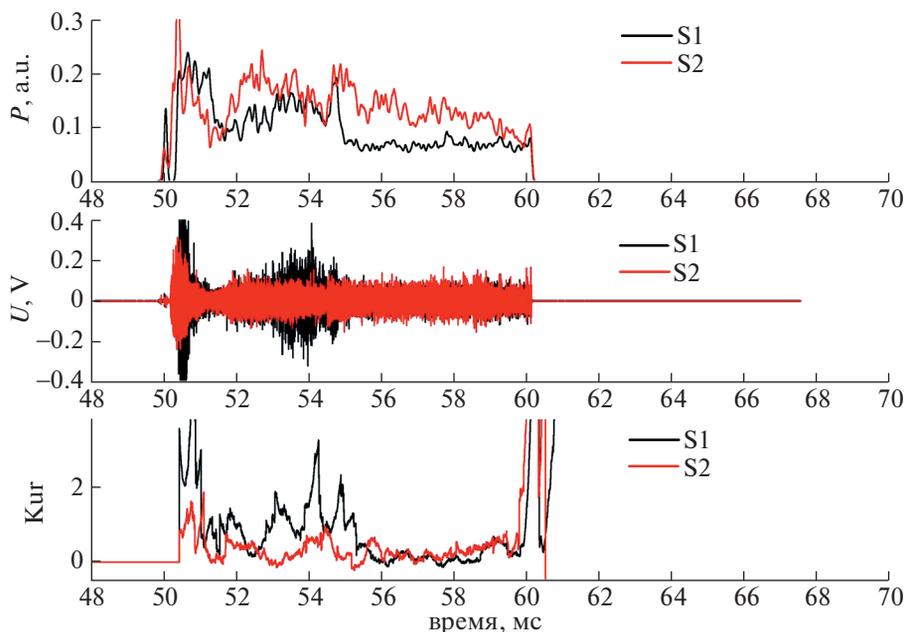


Рис. 3. Временной ход интенсивности коротковолновых флуктуаций плотности (верхний график), приращений сигнала (средний график), коэффициента эксцесса приращений флуктуаций (нижний график) для разряда 19287 с транспортным переходом для двух сечений плазменного шнура (S1, S2) при ЭЦ-нагреве.

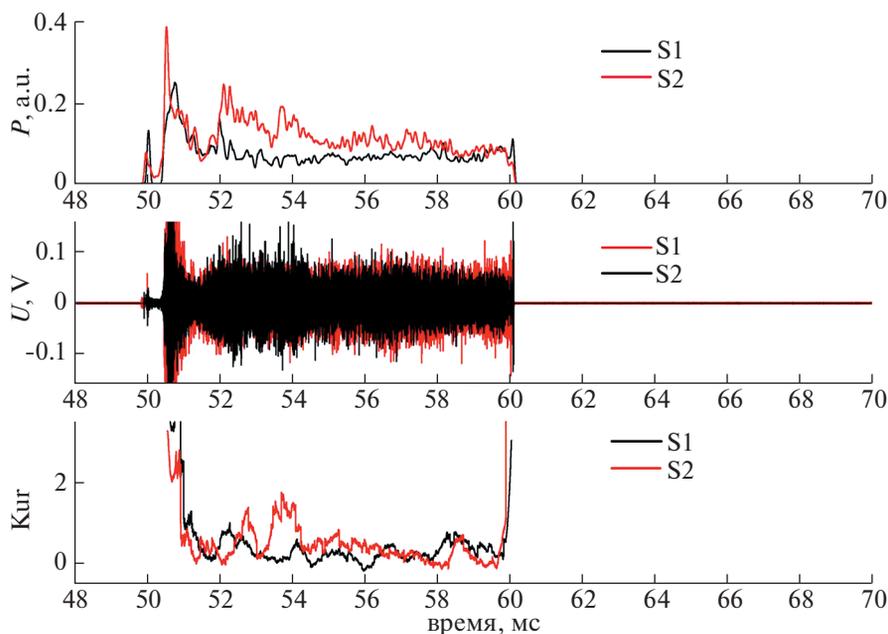


Рис. 4. Временной ход интенсивности коротковолновых флуктуаций плотности (верхний график), приращений сигнала (средний график), коэффициента эксцесса приращений флуктуаций (нижний график) для разряда 19299 без транспортного перехода для двух сечений (S1, S2) плазменного шнура при ЭЦ-нагреве.

отдельные выбросы высокой когерентности вспыхивающего характера.

Представляет интерес обсудить изменение энергетического времени жизни плазмы после

транспортного перехода для разряда, представленного на рис. 1. Поскольку средняя плотность плазмы в течение всего разряда остается почти неизменной, а мощность ЭЦ-нагрева падает в те-

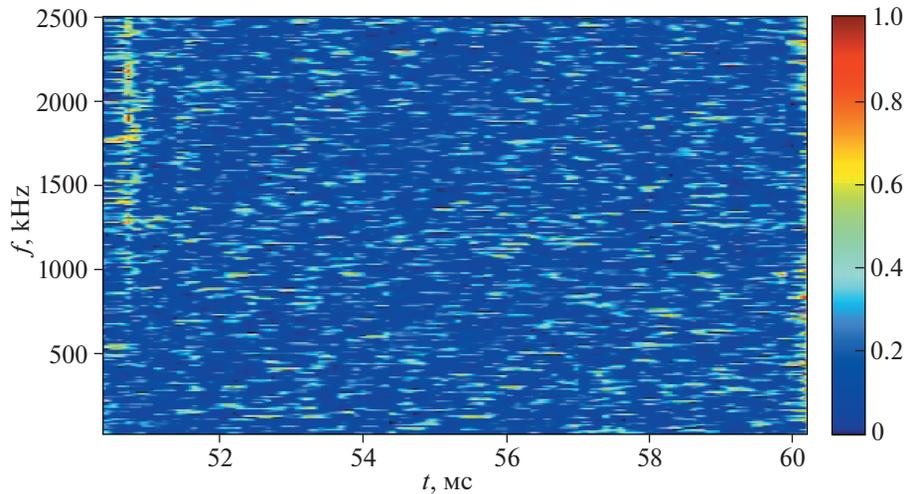


Рис. 5. Когерентность коротковолновых флуктуаций плотности в двух соседних сечениях (S1, S2) плазменного шнура при ЭЦ-нагреве.

чение разряда на $\sim 20\%$, то оказывается, что энергетическое время, определенное как отношение энергии плазмы к мощности ЭЦ-нагрева, после транспортного перехода возрастает к концу разряда не менее чем в 1.3 раза. Уменьшение же интенсивности коротковолновых флуктуаций более сильное (не менее чем в 2 раза) в обоих сечениях тороидальной плазмы, в которых вводится излучение гиротрона для ЭЦ-нагрева. Было бы необычно, наблюдать одинаковое относительное изменение энергетического времени жизни и интенсивности турбулентных флуктуаций плотности тем более, что мы анализируем только коротковолновые флуктуации плотности, а не весь к-спектр.

Переход в другой режим удержания обычно сопровождается изменением профилей плотности, температуры, радиального электрического поля. По этим профилям можно оценить инкременты неустойчивых дрейфовых мод (электронной температурно-градиентной, ионной температурно-градиентной, на запертых электронах) и сделать вывод об усилении или ослаблении турбулентности при переходе из одного режима в другой. В представляемом нами разряде с транспортным переходом полные профили плотности и температуры плазмы не были получены. Мы можем хотя бы оттолкнуться от знания стандартных профилей плотности и температуры (например, в [16]) и их поведения в течение ЭЦ-нагрева плазмы на Л-2М. Для характерных профилей плазмы при ЭЦ-нагреве в стеллараторе Л-2М в работах [37, 38] были рассчитаны инкременты электронной и ионной температурно-градиентных мод. Оказалось, что обе моды неустойчивы на краю плазменного шнура, а их инкременты не сильно зависят от величины провала плотности в

центре плазмы (при неизменном профиле температуры). А именно формирование и увеличение этого провала при ЭЦ-нагреве наблюдается в эксперименте в течение 4–6 мс от начала разряда при почти неизменном профиле температуры. Но в любом случае в течение этих 4–6 мс плазма не стационарна, тогда как большинство исследований турбулентности проводится для установившегося стационарного состояния. Однако, вышеуказанные рассуждения о профилях плотности касаются только “обычных” разрядов без транспортного перехода. Пример такого разряда с представлением временного хода измеряемых параметров плазмы приведен на рис. 2. Этот разряд был осуществлен в той же экспериментальной кампании, в тот же день и в том же режиме ЭЦ-нагрева, что и разряд с транспортным переходом, представленном на рис. 1. Поэтому уместно выполнить сравнение характеристик турбулентности в разряде с переходом (рис. 3) и без перехода (рис. 4).

В разряде без транспортного перехода интенсивность коротковолновых флуктуаций плотности плазмы в первом сечении ЭЦ-нагрева (S1) после начальной стадии быстрого роста и установления средней плотности к 51.5-й мс сильно не изменяется в течение дальнейшего временного хода разряда (рис. 4). Временной ход интенсивности флуктуаций во втором сечении ЭЦ-нагрева (S2) отличается несколько большим значением в интервале 52–54 мс (на нестационарной стадии разряда), чем на последующей стадии разряда. Коэффициент эксцесса приращений коротковолновых флуктуаций плотности в обоих сечениях имеет только одну вспышку в интервале 52–53 мс, значение которой на уровне 1. Всплеск коэффициента эксцесса приращений флуктуаций во

втором сечении (рис. 4) S2 в интервале 53–54 мс является недостоверным, поскольку вблизи момента 53.7 мс наблюдается продолжительная отсечка сигнала.

В разряде без транспортного перехода (рис. 2) есть падение средней плотности плазмы, начинающееся на 53-й мс и заканчивающееся на 56-й мс в момент перехода к стационарной стадии удержания плазмы. Такое падение средней плотности при центральном ЭЦ-нагреве обычно указывает на “перекачку” плотности из центра на край (density pump-out). В разряде с транспортным переходом подобного падения средней плотности плазмы не прослеживается, что указывает на отсутствие “перекачки” плотности или наличие встречного потока плотности в центр плазменного шнура, нивелирующего поток из центра на край. Хотя временной ход радиационных потерь плазмы (рис. 1 и рис. 2) для обоих разрядов одинаковый (радиационные потери нарастают к концу разряда), но в разряде с транспортным переходом величина радиационных потерь к концу разряда в 2.5 раза выше, чем в разряде без транспортного перехода. При этом временной ход и величины интенсивности линии иона бора ВП близки для обоих разрядов. Резкий всплеск интенсивности линии иона бора мог бы означать распыление борсодержащего покрытия стенки вакуумной камеры с последующим притоком примеси бора в плазму (стенки вакуумной камеры стеллартора Л-2М перед экспериментом подвергаются предварительной боронизации [22]). Такое распыление покрытия стенки и сопровождающая это реакция турбулентности наблюдалась в [14]. Однако, после завершения начального роста плотности плазмы резкого всплеска интенсивности линии ВП не происходит ни в одном из приведенных в настоящей статье разряде.

3. СТАТИСТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫХ ДАННЫХ, ПОЛУЧЕННЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ И ИХ ОБСУЖДЕНИЕ

Процесс накопления данных зачастую протекает в условиях неопределенности, обусловленной неоднородностью или нестационарностью изучаемых закономерностей. Это ведет к необходимости изучения вероятностно-статистических характеристик данных с использованием смешанных вероятностных моделей наблюдаемых процессов [11].

Ключевым вопросом построения подобных математических моделей является аналитическое обоснование вида смешивающего распределения в них (чаще всего — на основе предельных теорем теории вероятностей), а также развитие методов оценивания его параметров, являющихся случайными величинами.

Указанные принципы используются в качестве основы для так называемого метода скользящего разделения смесей (СРС) [11], который успешно применялся как для различных информационных систем (см., например, [39]), так и для анализа процессов в турбулентной плазме [40]. Его суть заключается в разбиении исходного ряда наблюдений (выборки) на окна — подвыборки меньшего размера, возможно, пересекающиеся. В рамках каждого окна процесс может рассматриваться практически стационарным, что позволяет корректно использовать статистические методы анализа. На каждом окне к данным или их приращениям подгоняется конечная сдвиг-масштабная смесь нормальных законов вида

$$\sum_{j=1}^k p_j \Phi\left(\frac{x - a_j}{\sigma_j}\right), \quad (1)$$

где p_j — веса соответствующего слагаемого-компоненты (неотрицательные и в сумме дающие единицу), a_j — коэффициенты сноса (математические ожидания), σ_j — коэффициент диффузии (среднеквадратические отклонения) j -й компонента смеси, то есть j -го слагаемого, а k — число таких слагаемых. Оценки этих параметров, которые обычно неизвестны (в том числе, и величина k), могут быть найдены с использованием различных вычислительных процедур, в частности, эффективных реализаций EM-алгоритма [41].

Ранее получаемые с помощью СРС-алгоритма моменты смешанных распределений, эволюционирующие во времени, были успешно использованы для статистического анализа свойств микротурбулентности в переходном процессе при электронном циклотронном резонансном нагреве плазмы в стеллараторе Л-2М [14]. В данной работе предлагается дальнейшее развитие этого подхода на основе нового метода определения связности СРС-компонент [42].

Его суть заключается в следующем. На первом проходе скользящего окна СРС-алгоритма строится матрица связности параметров (a_j, σ_j) между соседними шагами. Учитываются возможные ситуации увеличения и уменьшения числа компонент в смеси (1), так как между соседними шагами возможно изменение параметра k . Кроме того, на основании метрической близости в пространстве l_p [43] (например, $p = 1$ или 2) по формуле вида

$$\sqrt[p]{\left|a_j^{(n)} - a_j^{(n+1)}\right|^p + \left|\sigma_j^{(n)} - \sigma_j^{(n+1)}\right|^p} \quad (2)$$

оценивается, является ли параметрическая пара (a_j, σ_j) на $n + 1$ -шаге продолжением пары (a_j, σ_j) на n -м шаге, и изменение величины параметров может быть объяснено, в частности, особенностями используемых вычислительных процедур.

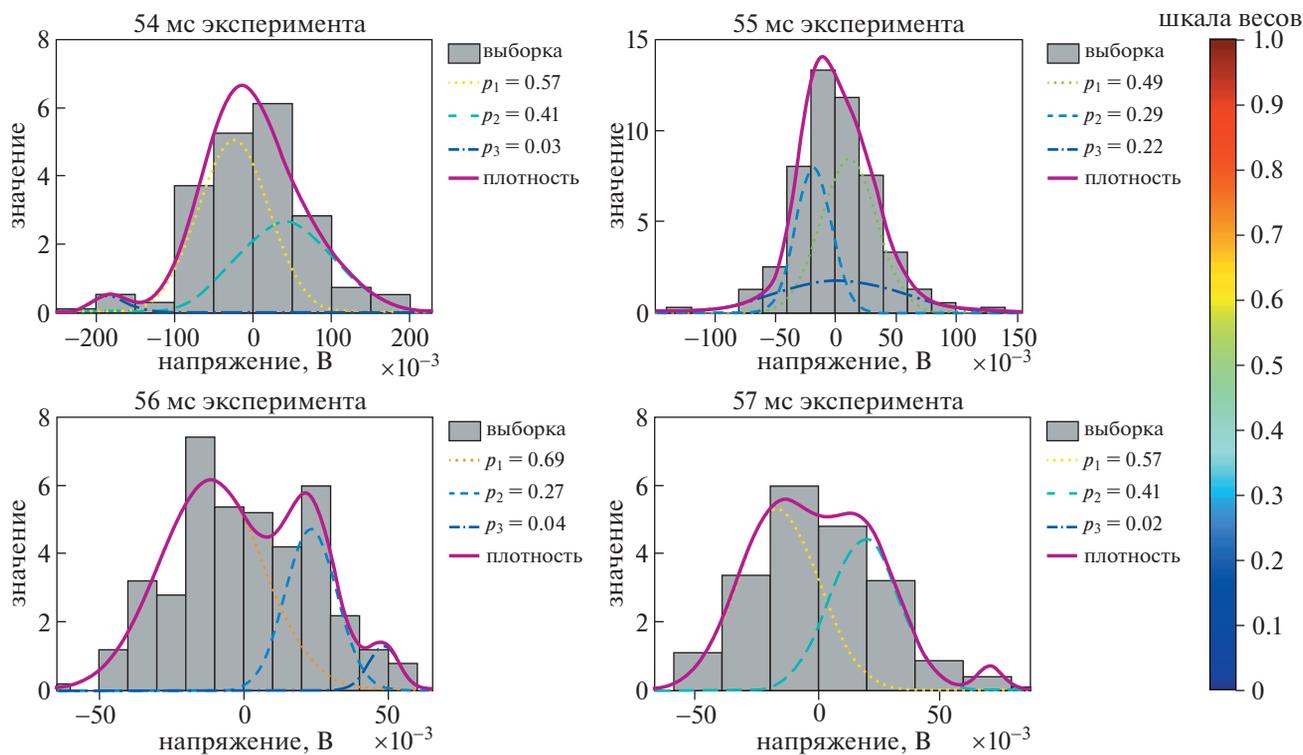


Рис. 6. Разложение распределения приращений коротковолновых флуктуаций плотности в первом сечении ЭЦ-нагрева (S1 на рис. 3) на конечные смеси гауссовых распределений для четырех моментов времени для разряда 19287 с транспортным переходом. Эмпирическое распределение данных представлено гистограммой.

Возможна ситуация, когда при сохранении неизменным общего числа компонент k оценки параметров (a_j, σ_j) изменяются настолько существенно, что необходимо формировать или выделять новую компоненту в процессе обработки, а не связывать ее с какими-либо значениями на предыдущем шаге.

Затем в двухмерном пространстве (a, σ) используется метод кластеризации, например, k -ближайших соседей, с полученным в рамках описанной процедуры числом локальных компонент-кластеров. Отметим, что параметры весов p_j не учитываются, так как вклад компоненты в смесь может изменяться, а математическое ожидание и дисперсия варьируются не слишком сильно, — и тогда считается, что это та же самая компонента. Данная процедура приводит к выделению структурных компонент в стохастическом процессе. При этом важно отметить, что число выделенных в процессе анализа структурных СРС-компонент и число слагаемых в сумме (1) при аппроксимации на каждом шаге в общем случае не совпадают.

Такой подход позволяет уменьшить зависимость от неизвестного параметра k (см. (1)). Действительно, предыдущие исследования в данной области были ориентированы на соотношение

компонент аппроксимирующей смеси с физическими процессами или их комбинациями в эксперименте. Выбор небольшого числа компонент (2–3) зачастую приводит к качественной статистической аппроксимации в данных, но может описывать лишь общий характер процессов. Использование большего числа компонент (5–6) лучше соответствует физической сути изучаемых явлений, однако с точки зрения вычислительных процедур приводит к искусственному разделению компонент смеси на дополнительные составляющие, при этом значительно возрастает и время, необходимое алгоритму для достижения заданной точности. В рамках предлагаемого подхода можно использовать для каждого окна (фактически однородной выборки) достаточно адекватную и не слишком вычислительно сложную модель, а структура процессов, включая их появление и исчезновение, определяется на основе апостериорного анализа взаимосвязей в наборах параметров для каждого из положений скользящего окна.

Результат применения СРС-метода статистического анализа сигнала диагностики обратного рассеяния приведен на рис. 6–9. На рис. 6 и 7 представлен вид плотности смешанного распределения (1) для четырех моментов времени — 54,

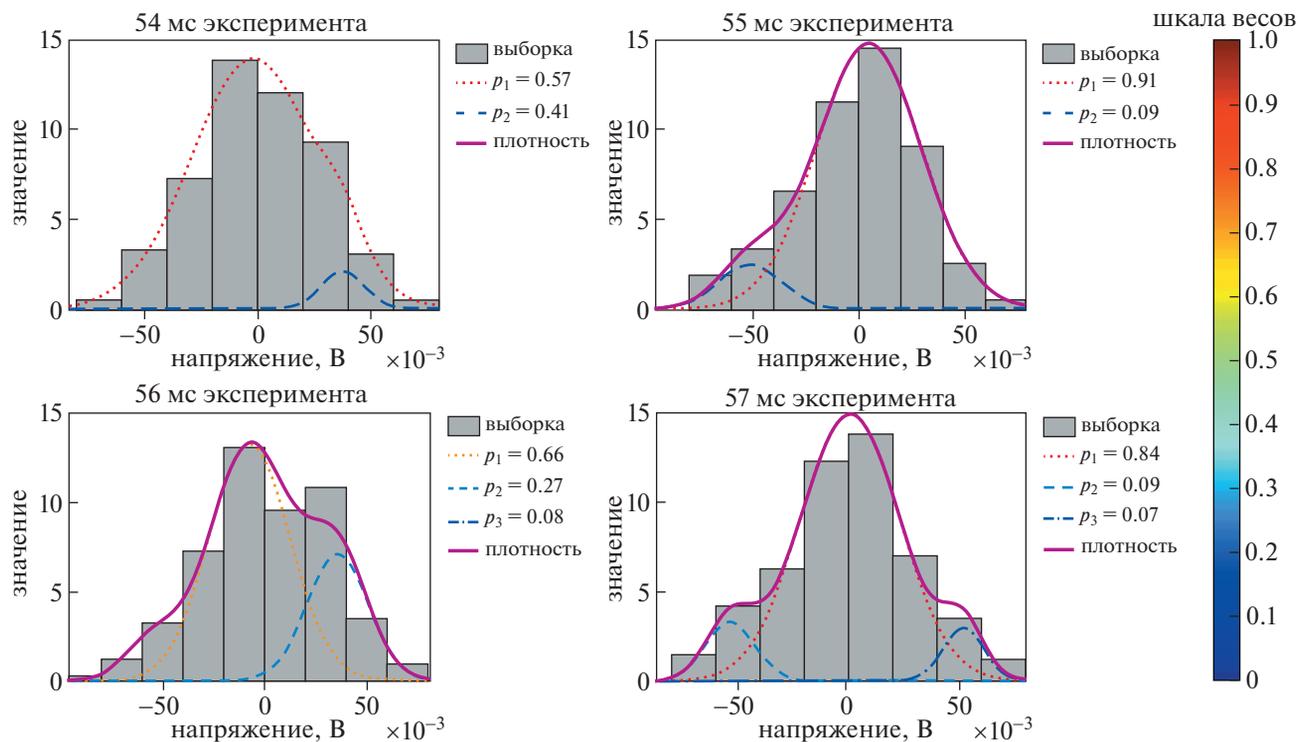


Рис. 7. Разложение распределения приращений коротковолновых флуктуаций плотности в первом сечении ЭЦ-нагрева (S1 на рис. 4) на конечные смеси гауссовых распределений для четырех моментов времени для разряда 19299 без транспортного перехода. Эмпирическое распределение данных представлено гистограммой.

55, 56 и 57 мс разряда – для приращений коротковолновых флуктуаций плотности в первом сечении ЭЦ-нагрева (S1 на рис. 3) для разряда 19287, в том числе и после транспортного перехода (около 55 мс), и в первом сечении ЭЦ-нагрева (S1 на рис. 4) для разряда 19299 без транспортного перехода. В обоих случаях аппроксимирующая данные, изображенные в виде гистограмм, при этом плотность имеет распределение, существенно отличающееся от нормального (гауссовского), и представляет собой взвешенную сумму двух или трех (в зависимости от временной отсечки и рассматриваемого разряда) нормальных плотностей с различным вкладом (весом) в итоговое распределение.

Можно отметить небольшой пик в области “левого хвоста” на левом верхнем графике рис. 6 или бимодальный характер данных на том же рисунке на левом нижнем графике. Все эти случаи успешно учитываются с помощью моделей типа конечных нормальных смесей (1). Приведенные на графиках плотности также наглядно демонстрируют важность анализа коэффициентов асимметрии и эксцесса, поскольку реально наблюдаемые распределения имеют существенные скосы и характеризуются значительной островершинностью.

Несмотря на различия в форме аппроксимирующей плотности и в структуре составляющих ее компонент, очевидно, что по данным графикам определение момента транспортного перехода не представляется возможным. Поэтому воспользуемся описанным в начале раздела методом. Результаты выделения СРС-компонент представлены на рис. 8 и 9 для разрядов 19287 и 19299, соответственно.

По горизонтальной оси на этих рисунках отложены моменты времени от начала разряда, в которых демонстрируются значения математических ожиданий компонент a_j из (1) для каждого положения скользящего окна. Для отображения веса (p_j из (1)) в соответствующий момент времени на двухмерном графике использована цветовая шкала (приведена справа от графиков), изменяющаяся от глубокого синего до красного цвета. Таким образом, на плоскости изображается одновременно тройка значений (a_j, p_j, t) , где параметр t однозначно соотносится с положением скользящего окна.

По результатам проведенного анализа в процессе эксперимента в обоих случаях были выявлены пять основных структурных компонент, причем соответствующие им математические ожидания (см. (1)) представлены на графиках

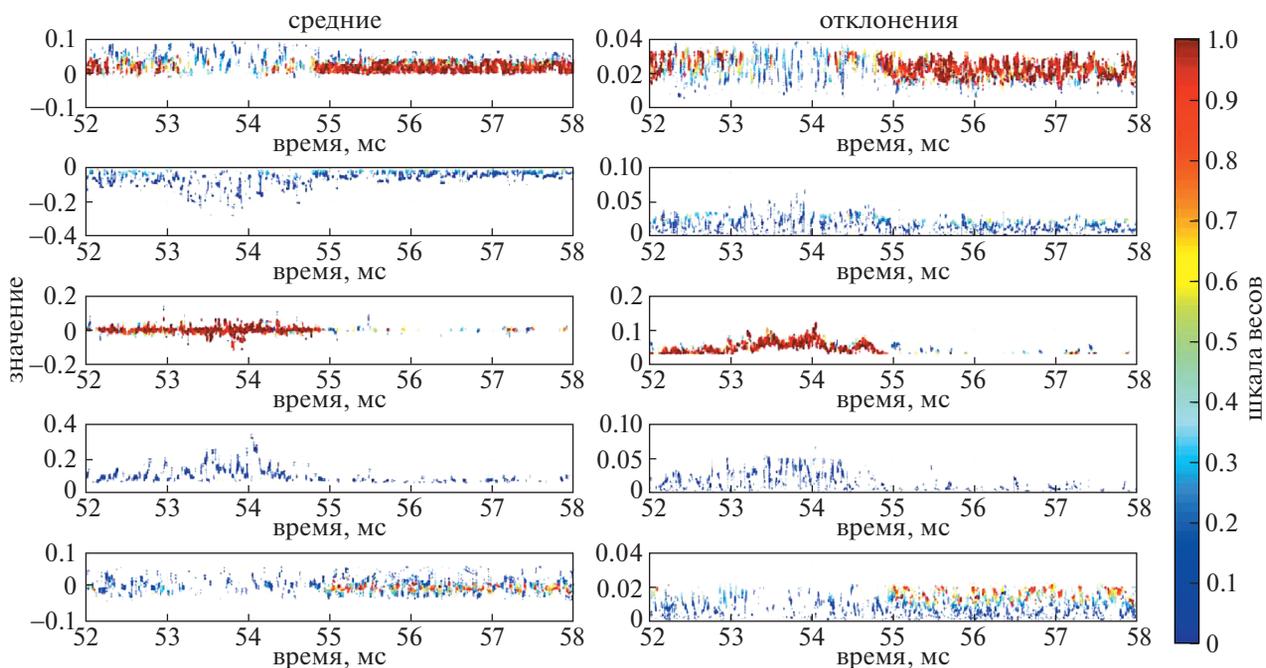


Рис. 8. Временная эволюция динамической компоненты элементов конечной смеси гауссовых распределений для приращений коротковолновых флуктуаций плотности в первом сечении ЭЦ-нагрева плазмы (S1 на рис. 3) для разряда 19287 с транспортным переходом.

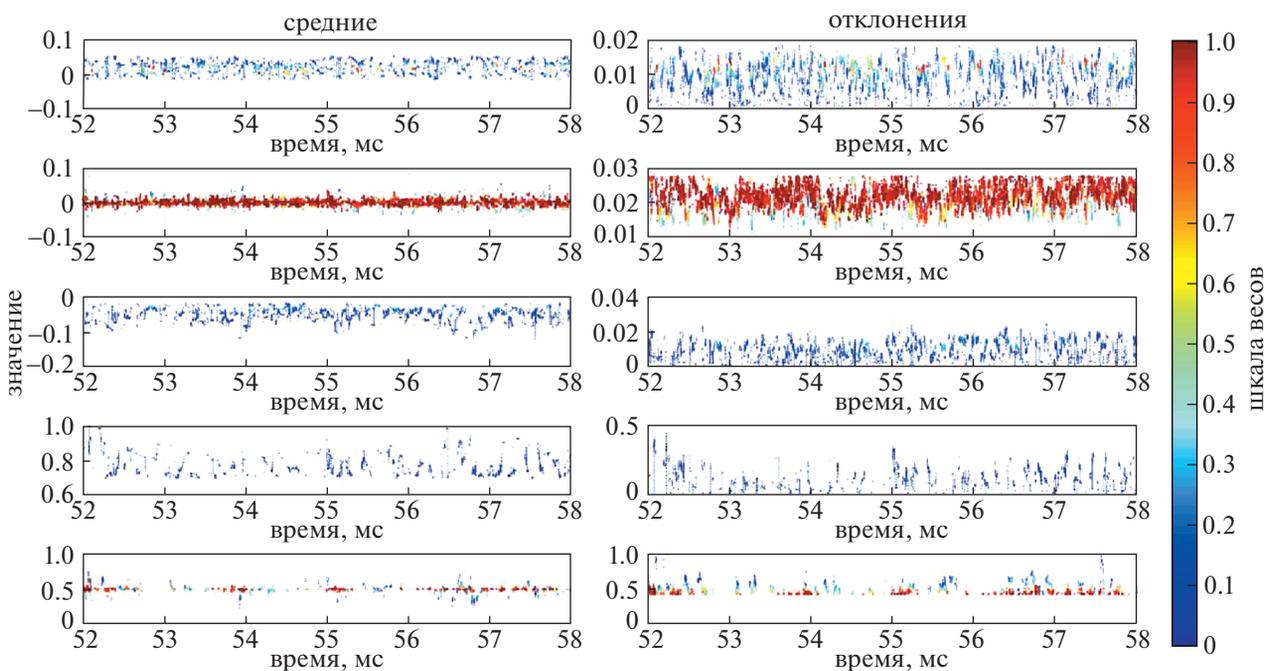


Рис. 9. Временная эволюция динамической компоненты элементов конечной смеси гауссовых распределений для приращений коротковолновых флуктуаций плотности в первом сечении ЭЦ-нагрева плазмы (S1 на рис. 4) для разряда 19299 без транспортного перехода.

слева, а справа приведены величины стандартных отклонений. Основной вклад в формирование плотности исходного сигнала до транспортного перехода в разряде 19287 вносит третья структур-

ная компонента связности с наибольшим весом (красная кривая на третьем сверху графике рис. 8). Компоненты 1–2 и 4–5 также присутствуют, но их весовой вклад находится в синей зоне и

не превышает величины 0.2, за исключением небольшой области в районе 52-й мс разряда, когда первая компонента также обладает весом около 0.9, а третья компонента почти отсутствует. Отметим, что приведенная нумерация компонент условна и соответствует их визуализации. После транспортного перехода ситуация изменяется, и основной становится первая компонента, в то время как третья после 55-й мс разряда практически не наблюдается. Предположительно, ее можно ассоциировать с процессом утечки энергии, вклад которого в общий энергобаланс уменьшается после транспортного перехода.

Для разряда 19299 без транспортного перехода подобные изменения не наблюдаются: во временном интервале с 52 по 58 мс основной вклад приходится на компоненту с номером два (см. рис. 9), которая является практически непрерывной. При этом остальные четыре компонента также не претерпевают существенных изменений, не исчезают и не появляются в какие-то моменты. Таким образом, сравнение результатов статистического анализа разрядов, полученных в двух существенно различных режимах, позволяет убедиться в перспективности использования предложенного в статье метода.

4. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В работе был проведен статистический анализ коротковолновых флуктуаций плотности плазмы в разряде с транспортным переходом при нецентральной ЭЦ-нагреве плазмы в стеллараторе Л-2М. ЭЦ-нагрев осуществлялся двумя гиротронами в соседних базовых полоидальных сечениях стелларатора. На нестационарной стадии разряда, до достижения уровня скорости энергетических потерь плазмы равного величине вкладываемой мощности ЭЦ-нагрева, коэффициент эксцесса приращений турбулентных флуктуаций превышает нулевое значение характерное для нормального закона распределения. Превышение происходит в виде крупных всплеск достигающих величины 2 для приращений коротковолновых флуктуаций в первом сечении нагрева плазменного шнура и 1 во втором сечении. На квазистационарной стадии разряда величина коэффициента эксцесса приращений не превышает 0.5. Отличие между коротковолновыми флуктуациями плотности плазмы в двух сечениях нагрева также заметно во временном ходе интенсивности флуктуаций: в первом сечении интенсивность резко падает в два раза в момент начала транспортного перехода, а во втором сечении падение происходит постепенно к концу разряда, но также в два раза. Причина отличий поведения в времени интенсивностей флуктуаций и величин коэффициентов эксцесса коротковолновых флуктуаций плазмы в соседних сечениях плазменного

шнура при ЭЦ-нагреве пока не ясна. Можно было бы предположить возникновение процессов, связанных с распадными неустойчивостями [44–50], или изменение рефракции греющего СВЧ-излучения [51]. Однако, совершенно неясно, почему эти предполагаемые процессы должны наблюдаться только в одном из двух сечений.

По макропараметрам плазмы разряд с транспортным переходом отличается от разряда в таком же режиме удержания, но без транспортного перехода, в 2.5 раза большей величиной радиационных потерь в конце импульса ЭЦ-нагрева. При этом массивной импульсной инжекции примеси бора (бор входит в состав покрытия стенки вакуумной камеры стелларатора) в обоих разрядах не наблюдается. Несколько отличается ход средней плотности: в разряде с транспортным переходом нет прямых указаний на эффект перекачки плотности из центра шнура на край, в отличие от разряда без перехода, где средняя плотность уменьшается через 1.5 мс после начала ЭЦ-нагрева.

На нестационарной стадии разряда с транспортным переходом амплитуда всплеск коэффициента эксцесса как минимум в два раза выше. На стационарной стадии разряда поведение коэффициента эксцесса для разрядов с транспортным переходом и без перехода одинаково.

Применение метода выделения структурных компонент в стохастических процессах на основе процедуры скользящего разделения смесей для обработки экспериментальных данных показывает возможность детектирования изменения процессов, сопровождающих эволюцию плазмы в течение разряда в условиях ЭЦ-нагрева. Дальнейшие направления исследований связаны с расширением применения данного метода для большего числа экспериментальных режимов и получаемых в них разрядов. Кроме того, значимый интерес представляет возможность сопоставления физических процессов или параметров функционирования плазмы в стеллараторе Л-2М с выделяемыми СРС-методом структурными компонентами.

Благодарности. Статистический анализ ансамблей экспериментальных данных выполнен А.К. Горшениным с использованием инфраструктуры Центра коллективного пользования “Высокопроизводительные вычисления и большие данные” (ЦКП “Информатика”) ФИЦ ИУ РАН (г. Москва).

Авторы выражают благодарность научному коллективу стелларатора Л-2М в лице Вафина И.Ю., Мещерякова А.И., Гришиной И.А., Василькова Д.Г., Гребенщикова С.Е., Хольнова Ю.В. за предоставленные данные измерений средней плотности плазмы, электронной температуры, энергосодержания плазменного шнура и напряжения лимитера.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Будаев В.П., Савин С.П., Зелёный Л.М. // УФН. 2011. Т. 181. С. 905.
2. *Naoh T.S. and Diamond P.H.* // Journal of the Korean Physical Society. 2018. V. 73. P. 747. <https://doi.org/10.3938/jkps.73.747>
3. *Happel T., Estrada T., Blanco E., Hidalgo C., Conway G.D., Stroth U. and TJ-II Team* // Physics of Plasmas. 2011. V. 18. 102302. <https://doi.org/10.1063/1.3646315>
4. *van Milligen B.Ph., Carreras B.A., Voldiner I., Losada U., Hidalgo C., and TJ-II Team* // Physics of Plasmas. 2021. V. 28. 092302. <https://doi.org/10.1063/5.0057791>
5. *Fujisawa A., Iguchi H., Minami T., Yoshimura Y., Sanuki H., Itoh K., Lee S., Tanaka K., Yokoyama M., Kojima M., Itoh S.-I., Okamura S., Akiyama R., Ida K., Isobe M., Morita S., Nishimura S., Osakabe M., Shimizu A., Takahashi C., Toi K., Hamada Y., Matsuoka K., and Fujiwara M.* // Phys. Rev. Letts. 1999. V. 82. P. 2669. <https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.82.2669>
6. *Shelukhin D.A., Vershkov V.A., Razumova K.A.* // Plasma Phys. Rep. 2005. V. 31. P. 985. <https://doi.org/10.1134/1.2147644>
7. *Lashkul S.I., Shatalin S.V., Alukhov A.B., Vekshina E.O., Dyachenko V.V., Esipov L.A., Kantor M.Yu., Kuprienko D.V., Popov A.Yu., Stepanov A.Yu., Sharpeonok A.P.* // Plasma Phys. Rep. 2006. V. 32. P. 353. <https://doi.org/10.1134/S1063780X06050011>
8. *Shatalin S.V., Pavlov A.V., Popov A.Yu., Lashkul S.I., Esipov L.A.* // Plasma Phys. Rep. 2007. V. 33. P. 169. <https://doi.org/10.1134/S1063780X07030014>
9. *Rhodes T.L., Peebles W.A., DeBoo J.C., Prater R., Kinsey J.E., Staebler G.M., Candy J., Austin M.E., Bravenec R.V., Burrell K.H., deGrassie J.S., Doyle E.J., Gohil P., Greenfield C.M., Groebner R.J., Lohr J., Makowski M.A., Nguyen X.V., Petty C.C., Solomon W.M., St John H.E., Van Zeeland M.A., Wang G. and Zeng L.* // Plasma Phys. Control. Fusion. 2007. V. 49. P. B183. <https://doi.org/10.1088/0741-3335/49/12B/S17>
10. *Rhodes T.L., Peebles W.A., Van Zeeland M.A., deGrassie J.S., Bravenec R.V., Burrell K.H., DeBoo J.C., Lohr J., Petty C.C., Nguyen X.V., Doyle E.J., Greenfield C.M., Zeng L., and Wang G.* // Phys. Plasmas. 2007. V. 14. 056117. <https://doi.org/10.1063/1.2714019>
11. Королев В.Ю. Вероятностно-статистические методы декомпозиции волатильности хаотических процессов. М.: Изд-во Московского ун-та, 2011.
12. *Skvortsova N.N., Akulina D.K., Batanov G.M., Kharchev N.K., Kolik L.V., Kovrizhnykh L.M., Letunov A.A., Logvinenko V.P., Malakhov D.V., Petrov A.E., Pshenichnikov A.A., Sarksyian K.A. and Voronov G.S.* // Plasma Phys. Control. Fusion. 2010. V. 52. 055008. <https://doi.org/10.1088/0741-3335/52/5/055008>
13. *Nicolau J.H., García L., Carreras B.A., and van Milligen B.Ph.* // Physics of Plasmas. 2018. V. 25. 102304. <https://doi.org/10.1063/1.5041495>
14. *Batanov G.M., Borzosekov V.D., Gorshenin A.K., Kharchev N.K., Korolev V.Yu., Sarksyian K.A.* // Plasma Phys. Control. Fusion. 2019. V. 61. 075006. <https://doi.org/10.1088/1361-6587/ab1117>
15. *Батанов Г.М., Борзосеков В.Д., Васильков Д.Г., Вафин И.Ю., Гребенищikov С.Е., Кончечков Е.М., Летунов А.А., Меццержаков А.И., Сарксян К.А., Терещенко М.А., Харчев Н.К., Хольнов Ю.В.* // Прикладная физика. 2015. № 6. С. 61.
16. *Васильков Д.Г., Батанов Г.М., Борзосеков В.Д., Вафин И.Ю., Гребенищikov С.Е., Гришина И.А., Иванов В.А., Летунов А.А., Логвиненко В.П., Меццержаков А.И., Петрова М.Н., Степахин В.Д., Харчев Н.К., Хольнов Ю.В.* // ВАНТ. Сер. Термоядерный синтез. 2020. Т. 43. В. 3. С. 79. <https://doi.org/10.21517/0202-3822-2020-43-3-79-89>
17. *Batanov G.M., Borzosekov V.D., Kharchev N.K., Letunov A.A., Malakhov D.V., Sarksyian K.A., Vasilkov D.G.* // 46th EPS Conference on Plasma Physics, 8–12 July, 2019, Milan, Italy, proceedings, P2.1095. <http://ocs.ciemat.es/EPS2019PAP/pdf/P2.1095.pdf>
18. *Батанов Г.М., Борзосеков В.Д., Колик Л.В., Кончечков Е.М., Малахов Д.В., Петров А.Е., Сарксян К.А., Скворцова Н.Н., Степахин В.Д., Харчев Н.К., Харчевский А.А.* // Физика плазмы. 2020. Т. 46. С. 867. <https://doi.org/10.31857/S0367292120100029>
19. Modern probability and statistics. Stochastic models of structural plasma turbulence V.Yu. Korolev and N.N. Skvortsova VSP, Leiden, Boston, 2006, 400 pages. ISBN 9067644498, 9789067644495
20. *Akulina D.K., Andryukhina E.D., Berezhtetskii M.S., Grebenschikov S.E., Voronov G.S., Sbitnikova I.S., Fedyanin O.I., Kholnov Yu.V., and Shpigel I.S.* // Sov. J. Plasma Phys. 1978. V. 4. P. 596. (Акулина Д.К., Андрюхина Э.Д., Бережецкий М.С., Гребенищikov С.Е., Воронов Г.С., Сбитникова И.С., Федянин О.И., Хольнов Ю.В., Шпигель И.С. // Физика плазмы. 1978. Т. 4. С. 1022.)
21. *Batanov G.M., Belousov V.I., Bondar' Yu.F., Borzosekov V.D., Vasil'kov D.G., Grebenschikov S.E., Ivannikov I.A., Kolik L.V., Konchekov E.M., Malakhov D.V., Matveev N.V., Meshcheryakov A.I., Petrov A.E., Sarksyian K.A., Skvortsova N.N., Stepakhin V.D., Kharchev N.K., Khol'nov Yu.V., and Tai E.M.* // Plasma Physics Reports. 2013. V. 39. P. 1088. DOI: 10.1134/S1063780X1307012X (Батанов Г.М., Белосусов В.И., Бондарь Ю.Ф., Борзосеков В.Д., Васильков Д.Г., Гребенищikov С.Е., Иванников И.А., Колик Л.В., Кончечков Е.М., Малахов Д.В., Матвеев Н.В., Меццержаков А.И., Петров А.Е., Сарксян К.А., Скворцова Н.Н., Степахин В.Д., Харчев Н.К., Хольнов Ю.В., Тай Е.М. // Прикладная физика. 2012. № 6. С. 79.)
22. *Меццержаков А.И., Акулина Д.К., Батанов Г.М., Бережецкий М.С., Воронов Г.С., Глазков Г.А., Гребенищikov С.Е., Гринчук В.А., Гришина И.А., Колик Л.В., Ларионова Н.Ф., Летунов А.А., Логвиненко В.П., Петров А.Е., Пиенищников А.А., Рябенко Г.А., Сарксян К.А., Скворцова Н.Н., Федянин О.И., Харчев Н.К., Хольнов Ю.В., Шапаров В.М.* // Физика плазмы. 2005. Т. 31. С. 496.
23. *Itoh K., Itoh S.I., Fukuyama A.* // Journal of the Physical Society of Japan. 1989. V. 58. P. 482.
24. *Stroth U., Geist T., Koponen J.P.T., Hartfuß H.-J., Zeiler P., and ECRH and W7-AS team* // Physical Review Let-

- ters. 1999. V. 82. P. 928.
<https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.82.928>
25. *Erckmann V., Gasparino U.* // Electron cyclotron resonance heating and current drive in toroidal fusion plasmas // Plasma Physics and Controlled Fusion. 1994. V. 36. P. 1869.
<https://doi.org/10.1088/0741-3335/36/12/001>
 26. *Andreev V.F., Borshegovskij A.A., Chistyakov V.V., Dnestrovskij Yu.N., Gorbunov E.P., Kasyanova N.V., Lysenko S.E., Melnikov A.V., Myalton T.B., Roy I.N., Sergeev D.S., Zenin V.N.* // Plasma Physics and Controlled Fusion. 2016. V. 58. 055008.
<https://doi.org/10.1088/0741-3335/58/5/055008>
 27. *Akulina D.K., Gladkov G.A., Nechaev Y.I., Fedyanin O.I.* // Plasma Phys. Repts. 1997. V. 23. P. 28.
 28. *Сахаров А.С., Акулина Д.К., Gladkov G.A., Терещенко М.А.* // Физика плазмы. 2006. Т. 32. С. 794.
 29. *Вафин И.Ю.* Исследование параметров плазмы по излучению в мягкой рентгеновской области при мощном электронном циклотронном нагреве на стеллараторе Л-2М // Диссертация на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук. Москва, 2013.
 30. *Grebenshchikov S.E., Kornev B.I., Larionova N.F., Novikova A.V.* // Plasma Physics and Plasma Electronics, Nova Science Publishers. 1989. P. 45.
 31. *Андрюхина Э.Д., Федянин О.И.* // Физика плазмы. 1977. Т. 3. С. 792.
 32. *Гребенищев С.Е., Харчев Н.К., Васильков Д.Г.* // Прикладная физика. 2019. № 2. С. 5.
 33. *Батанов Г.М., Борзенков В.Д., Конченков Е.М., Малахов Д.В., Сарксян К.А., Степахин В.Д., Харчев Н.К.* // Инженерная физика. 2013. № 10. С. 56.
 34. *Батанов Г.М., Борзосеков В.Д., Коврижных Л.М., Колик Л.В., Конченко Е.М., Малахов Д.В., Петров А.Е., Сарксян К.А., Скворцова Н.Н., Степахин В.Д., Харчев Н.К.* // Физика плазмы. 2013. Т. 39. С. 511. (*Batanov G.M., Borzosekov V.D., Kovrizhnykh L.M., Kolik L.V., Konchekov E.M., Malakhov D.V., Petrov A.E., Sarksyun K.A., Skvortsova N.N., Stepankhin V.D., and Kharchev N.K.* // Plasma Phys. Reports. V. 39. P. 444. DOI:
<https://doi.org/10.1134/S1063780X13060019>
<https://doi.org/10.7868/S0367292113060012>
 35. *Батанов Г.М., Борзосеков В.Д., Колик Л.В., Малахов Д.В., Петров А.Е., Пиеничников А.А., Сарксян К.А., Скворцова Н.Н., Харчев Н.К.* // ВАНТ. Сер. Термоядерный синтез. 2011. № 2. С. 70.
 36. *Пиеничников А.А., Колик Л.В., Малых Н.И., Петров А.Е., Терещенко М.А., Харчев Н.К., Хольнов Ю.В.* // Физика плазмы. 2005. Т. 31. С. 604.
 37. *Malakhov D., Skvortsova N., Gorshenin A., Korolev V., Chirkov A., Tedtoev B.* // XXXII Int. Seminar on Stability Problems for Stochastic Models, Trondheim, Norway. 16–21 June. 2014. Book of abstracts. P. 68.
 38. *Skvortsova N.N., Chirkov A.Yu., Kharchevsky A.A., Malakhov D.V., Gorshenin A.K., Korolev V.Yu.* // Journal of physics conference series. 2016. V. 666. 012007.
<https://doi.org/10.1088/1742-6596/666/1/012007>
 39. *Gorshenin A., Korolev V.* // 27th European Conference on Modelling and Simulation, May 27–30, 2013, Alesund, Norway. Proceedings. Dudweiler, Germany: Digitaldruck Pirrot GmbH. P. 569.
 40. *Batanov G.M., Gorshenin A.K., Korolev V.Yu., Malakhov D.V., Skvortsova N.N.* // Mathematical Models and Computer Simulations. 2012. V. 4. № 1. P. 10.
 41. *Gorshenin A.K.* // AIP Conference Proceedings. 2015. V. 1648. 250008.
 42. *Горшенин А.К., Королев В.Ю., Щербинина А.А.* // Информатика и ее применения. 2020. Т. 14. В. 3. С. 3. (*Gorshenin A.K., Korolev V.Yu., Shcherbinina A.A.* // Информатика и ее Применения. 2020. V. 14. I. 3. P. 3)
 43. *Колмогоров А.Н., Фомин С.В.* Элементы теории функций и функционального анализа. М.: ФИЗМАТЛИТ, 2004. 572 с.
 44. *Гусаков Е.З., Попов А.Ю.* // Письма ЖЭТФ. 2010. Т. 91. С. 724.
 45. *Nielsen S.K., Salewski M., Westerhof E., Bongers W., Korsholm S.B., Leipold F., Oosterbeek J.W., Moseev D., Stejner M., TEXTOR Team* // Plasma Phys. Control. Fusion. 2013. V. 55. P. 115003.
 46. *Гусаков Е.З., Попов А.Ю.* // Письма ЖЭТФ. 2011. Т. 94. С. 301.
 47. *Gusakov E.Z., Popov A.Yu.* // Plasma Phys. Control. Fusion. 2020. V. 62. P. 025028.
<https://doi.org/10.1088/1361-6587/ab5ba8>
 48. *Gusakov E.Z., Popov A.Yu.* // Phys. Plasmas. 2020. V. 27. P. 082502.
<https://doi.org/10.1063/5.0011949>
 49. *Gusakov E.Z., Popov A.Yu.* // Plasma Phys. Control. Fusion. 2021. V. 63. 125017.
<https://doi.org/10.1088/1361-6587/ac301c>
 50. *Gusakov E.Z., Popov A.Yu.* // Phys. Plasmas. 2016. V. 23. 082503.
<https://doi.org/10.1063/1.4959849>
 51. *Сахаров А.С.* // Физика плазмы. 2019. Т. 45. С. 291.