ФИЗИКА ПЛАЗМЫ, 2023, том 49, № 1, с. 25–32

ПЫЛЕВАЯ ПЛАЗМА

УДК 533.932,533.9.01

ТЕРМОДИНАМИЧЕСКАЯ УСТОЙЧИВОСТЬ МНОГОКОМПОНЕНТНОЙ НЕИДЕАЛЬНОЙ ПЛАЗМЫ

А. В. Филиппов[a,b,*]

[a] *Объединенный институт высоких температур РАН, Москва, Россия*

[b] *ГНЦ РФ " Троицкий институт инновационных и термоядерных исследований", Москва, Россия*

**e-mail: fav@triniti.ru*

Поступила в редакцию 01.08.2022 г.
После доработки 17.10.2022 г.
Принята к публикации 20.10.2022 г.

На основе интегральных уравнений Орнштейна–Цернике для многокомпонентной жидкости проведено исследование термодинамической устойчивости многокомпонентной плазмы. В условиях применимости дебаевского приближения для прямых корреляционных функций для всех компонент плазмы, кроме самой неидеальной подсистемы, для плазмы с любым числом компонент выполнен переход к однокомпонентному уравнению Орнштейна–Цернике для самой неидеальной подсистемы. Показано, что все парные корреляционные функции, структурные факторы заряд-заряд и частица-частица остаются положительными при всех значениях аргумента во всем исследованном диапазоне параметра неидеальности самой неидеальной подсистемы. Исследованы условия нарушения термодинамической устойчивости трехкомпонентной пылевой плазмы при разных знаках заряда пылевых частиц и разных их концентрациях.

Ключевые слова: многокомпонентная плазма, интегральные уравнения жидкости, пылевая плазма, термодинамическая устойчивость, дебаевский потенциал, уравнение Орнштейна–Цернике

DOI: 10.31857/S0367292122601321, **EDN:** KNEUSR

ВВЕДЕНИЕ

Плазма с частицами конденсированной дисперсной фазы (КДФ) или пылевая плазма широко распространена в природе и технике, поэтому ее исследование представляет значительный интерес как для развития фундаментальной науки [1–6], так и для ряда приложений, например, для индустрии производства наночастиц [7]. Теоретическое исследование взаимодействия заряженных макрочастиц в такой плазме (электролите) все еще остается одним из самых важных вопросов [8–14]. При моделировании свойств пылевой плазмы, например, методом молекулярной и броуновской динамики, сегодня широко используется потенциал Юкавы или Дебая в качестве парного потенциала взаимодействия (см., например, [15–22]) или с добавочным к нему потенциалом, который на больших расстояниях спадает обратно пропорционально квадрату расстояния (см. [23]). Дебаевский вид потенциала взаимодействия заряженных пылевых частиц имеет место только в случае применимости теории Дебая–Гюккеля [24] и его использование для изучения пылевой плазмы при высоких значениях параметра неидеальности (по взаимодействию в пылевой подсистеме) вызывает вопросы. Также приближение Дебая–Гюккеля приводит к отрицательным значениям парной корреляционной функции на малых расстояниях, которая по определению как вероятность должна быть сугубо неотрицательной величиной.

В работах [25, 26], в отличие от вышеупомянутых работ, взаимодействие заряженных частиц плазмы описывалось кулоновским потенциалом, а для описания свойств пылевой плазмы использовалось многокомпонентное уравнение Орнштейна–Цернике [27, 28]. Уравнение Орнштейна–Цернике (ОЦ) в гиперцепном приближении (ГЦП) очень хорошо описывает термодинамические свойства пылевой плазмы вплоть до высоких значений параметра неидеальности порядка 100 [29, 30], поэтому для замыкания уравнений ОЦ в работах [25, 26] использовалось гиперцепное приближение.

В [25, 26] уравнения Орнштейна–Цернике в гиперцепном приближении решались для трехкомпонентной кулоновской плазмы в случае, когда средние энергии взаимодействия электрон-пылевая частица, ион-пылевая частица, электрон-электрон, электрон-ион и ион-ион много меньше их тепловой энергии. Было показано, как формируется эффективный потенциал взаимодействия пылевых частиц друг с другом и были определены условия, когда статическая диэлектрическая функция пылевой плазмы принимает отрицательные значения в длинноволновой области и детально изучена термодинамическая устойчивость пылевой плазмы.

В [25, 26] было установлено, что при значениях параметра неидеальности пылевой подсистемы, меньших единицы: $\Gamma_{00} < 1$, потенциал взаимодействия заряженных частиц плазмы друг с другом достаточно хорошо описывается дебаевским потенциалом с полной постоянной экранирования. Здесь $\Gamma_{00} = e^2 z_0^2 \beta / a$, e – элементарный заряд, z_0 – заряд пылевых частиц в элементарных зарядах, β – обратная температура: $\beta = T^{-1}$, T – температура пылевых частиц в энергетических единицах, a – среднее расстояние между пылевыми частицами: $a = n_0^{-1/3}$, n_0 – концентрация пылевых частиц. При $\Gamma_{00} > 1$ статическая диэлектрическая функция в области малых значений волнового вектора становилась отрицательной и с ростом параметра неидеальности Γ_{00} эта область расширялась. Это приводило к появлению области расстояний, где наблюдается притяжение одноименно заряженных частиц и отталкивание разноименно заряженных. При этом как суммарное давление, так и изотермическая сжимаемость во всем исследованном диапазоне параметра неидеальности $\Gamma_{00} < 250$ были положительными, но изотермическая сжимаемость только неидеальной подсистемы становилась отрицательной при превышении параметром неидеальности критического значения, зависящего от значения структурного параметра, как в пылевой плазме с отрицательными, так и с положительными зарядами (в термической пылевой плазме). Было показано, что знак производной химического потенциала по полному числу пылевых частиц, положительность которого является третьим условием термодинамической устойчивости растворов, в дебаевском приближении совпадает со знаком изотермической сжимаемости пылевой подсистемы. Было установлено, что изотермическая сжимаемость пылевой подсистемы по данным расчетов на основе интегральных уравнений жидкости ОЦ в ГЦП становится отрицательной при $\Gamma_{00} > 2$. Потому был сделан вывод, что равновесная пылевая плазма при $\Gamma_{00} > 2$ становится термодинамически неустойчивой. Данный вывод оказался достаточно неожиданным, и настоящая работа посвящена более подробному исследованию этого вопроса.

УРАВНЕНИЕ ОРНШТЕЙНА–ЦЕРНИКЕ ДЛЯ МНОГОКОМПОНЕНТНОЙ ПЛАЗМЫ

Мы рассматриваем многокомпонентную плазму, взаимодействие между заряженными частицами в которой описывается кулоновским потенциалом

$$V_{\nu\mu}\left(\left|\mathbf{r}_\nu - \mathbf{r}_\mu\right|\right) = \frac{e^2 z_\nu z_\mu}{\left|\mathbf{r}_\nu - \mathbf{r}_\mu\right|}, \quad (1)$$

где греческие индексы ν и μ пробегают значения от 0 до q, где $(q + 1)$ – полное число компонент плазмы, z_ν – зарядовое число частиц сорта ν, $\mathbf{r}_\nu$ и $\mathbf{r}_\mu$ – радиус-векторы положений частиц сорта ν и μ соответственно. Индексом 0 обозначается самая неидеальная компонента. В случае трехкомпонентной пылевой плазмы самой неидеальной компонентой является пылевая подсистема, поэтому индекс 0 используется для пылевых частиц, 1 – для электронов и 2 – для ионов, $z_1 = -1$. Для устранения проблем с электрон-ионным взаимодействием и взаимодействием пылевых частиц с заряженными частицами плазмы противоположного знака, для учета квантовых эффектов для электрон-электронного взаимодействия можно ввести эффективные потенциалы [31–36] (см. также [37, 38] и цитированную там литературу) и явно учесть конечный размер пылевых частиц [39–41]. При рассматриваемых в настоящей работе плотностях заряженных частиц плазма далека от вырождения и взаимодействие на малых расстояниях вносит пренебрежимо малый вклад, поэтому вид потенциала на этих расстояниях не имеет существенного значения. В настоящей работе для определенности для e–e, i–i и e–i взаимодействия мы используем потенциал Кельбга [32, 33] ($r = |\mathbf{r}_\nu - \mathbf{r}_\mu|$):

$$V_{\nu\mu}(r) = \frac{e^2 z_\nu z_\mu}{r} \times \left[1 - \exp\left(-\frac{r^2}{\lambda_{\nu\mu}^2}\right) + \sqrt{\pi}\frac{r}{\lambda_{\nu\mu}}\operatorname{erfc}\left(\frac{r}{\lambda_{\nu\mu}}\right)\right], \quad (2)$$

где $\lambda_{\nu\mu}$ – длина волны де Бройля, $\lambda_{\nu\mu} = \sqrt{\hbar^2 / 2m_{\nu\mu}T_{\nu\mu}}$, $m_{\nu\mu}$ – приведенная масса: $m_{\nu\mu} = m_\nu m_\mu / \left(m_\nu + m_\mu\right)$, erfc($x$) – дополнительный интеграл ошибок: erfc(x) = 1 – erf(x), $T_{\nu\mu}$ – массовзвешенная температура: $T_{\nu\mu} = \left(m_\nu T_\nu + m_\mu T_\mu\right) / \left(m_\nu + m_\mu\right)$. (Отметим, что наибольшими длинами волн де Бройля являются λ_{ee} и λ_{ei}, которые при комнатной температуре примерно равны 1.7×10^{-7} см, что на несколько порядков меньше всех средних межчастичных расстояний, включая электронные и ионные.)

Система уравнений ОЦ для однородной многокомпонентной жидкости имеет вид [27]

$$h_{\nu\mu}(r) = C_{\nu\mu}(r) + \sum_\lambda n_\lambda \int C_{\nu\lambda}\left(\left|\mathbf{r} - \mathbf{r}'\right|\right) h_{\lambda\mu}(r')\, d\mathbf{r}', \quad (3)$$

где ν, $\mu = 0, 1, ..., q$, $h_{\nu\mu} = g_{\nu\mu} - 1$ – парциальная парная корреляционная функция и $C_{\nu\mu}$ – прямая корреляционная функция, n_λ – усредненная концентрация частиц сорта λ: $n_\lambda = N_\lambda / V$, N_λ – полное число частиц сорта λ в системе с объемом V. Концентрации заряженных частиц плазмы связаны условием полной квазинейтральности

$$\sum_{\lambda=0}^{q} z_\lambda n_\lambda = 0. \tag{4}$$

С учетом симметрии корреляционных функций: $h_{\nu\mu} = h_{\mu\nu}$, $C_{\nu\mu} = C_{\mu\nu}$, система уравнений (3) в общем случае определяет $q(q + 1)/2$ корреляционных функций (в пылевой трехкомпонентной плазме шесть функций). После трехмерного интегрального преобразования Фурье, система интегральных уравнений (3) переходит в систему алгебраических уравнений

$$h_{\nu\mu}(k) = C_{\nu\mu}(k) + \sum_{\lambda=0}^{q} n_\lambda C_{\nu\lambda}(k) h_{\lambda\mu}(k), \quad \nu, \mu = 0, 1, \ldots, q. \tag{5}$$

Здесь и ниже Фурье-образы функций обозначаются той же буквой и их смысл определяется аргументом. Для замыкания уравнений ОЦ (3) в настоящей работе используется гиперцепное приближение

$$C_{\nu\mu}(\mathbf{r}) = \exp\left[-\beta V_{\nu\mu}(\mathbf{r}) + \gamma_{\nu\mu}(\mathbf{r})\right] - \gamma_{\nu\mu}(\mathbf{r}) - 1, \tag{6}$$

где $\gamma_{\nu\mu} = h_{\nu\mu} - C_{\nu\mu}$.

Выпишем все уравнения системы (5) с индексом $\mu = 0$ (аргумент k для сокращения записи опускаем)

$$\begin{aligned} h_{00} &= C_{00} + n_0 C_{00} h_{00} + n_1 C_{10} h_{01} + \ldots + n_q C_{q0} h_{0q}, \\ h_{10} &= C_{10} + n_0 C_{10} h_{00} + n_1 C_{11} h_{10} + \ldots + n_q C_{1q} h_{q0}, \\ &\ldots \\ h_{q0} &= C_{q0} + n_0 C_{q0} h_{00} + n_1 C_{q1} h_{10} + \ldots + n_q C_{qq} h_{q0}. \end{aligned} \tag{7}$$

Из этих уравнений для нахождения связи функций $h_{0\lambda}$ ($\lambda = 1, 2, ..., q$) с функцией h_{00} получаем систему уравнений

$$\mathbf{AH}_0 = (1 + n_0 h_{00}) \mathbf{C}_0, \tag{8}$$

где $\mathbf{A}$ – матрица размерности $q \times q$ с элементами $a_{ij}(k) = \delta_{ij} - n_i C_{ij}(k)$, $\mathbf{H}_0$ – столбец неизвестных $\mathbf{H}_0 = (h_{10}, h_{20}, \ldots, h_{q0})^{\mathrm{T}}$, верхний индекс “T” означает операцию транспонирования, $\mathbf{C}_0 = (C_{10}, C_{20}, \ldots, C_{q0})^{\mathrm{T}}$.

Из системы (8) видно, что ее решение можно представить в виде

$$h_{0\nu}(k) = \left[1 + n_0 h_{00}(k)\right] F_\nu(k), \tag{9}$$

где величины F_ν являются решением системы

$$\mathbf{AF} = \mathbf{C}_0 \tag{10}$$

и их можно найти численными методами при известных C_{10}, C_{20}, ..., C_{q0} или, в случае в рассматриваемой в настоящей работе трехкомпонентной плазмы ($q = 2$), аналитически методом Крамерса (см. [25, 26, 39, 42]).

Теперь, подставив решение (9) в уравнение для h_{00} в системе (5), находим (см. [25, 26])

$$h_{00}(k) = C_{eff}(k) + n_0 C_{eff}(k) h_{00}(k), \tag{11}$$

где введена эффективная прямая корреляционная функция

$$C_{eff}(k) = C_{00}(k) + \sum_{\nu=1}^{q} n_\nu C_{0\nu}(k) F_\nu(k). \tag{12}$$

Уравнение (11) имеет вид уравнения Орнштейна–Цернике для однокомпонентной жидкости.

В работах [25, 26] были рассмотрены условия, когда неидеальность имела место только в пылевой подсистеме и для всех пар взаимодействующих частиц, кроме пары пылевая частица-пылевая частица, для прямых корреляционных функций использовалось дебаевское приближение. При этом были рассмотрены только два набора параметров пылевой плазмы. В настоящей работе исследования проведены для более широкого набора параметров плазмы.

Гиперцепное приближение (6) для замыкания нового уравнения Орнштейна–Цернике (11) преобразуем к виду

$$\begin{aligned} h_{00}(\mathbf{r}) &= \exp\left[-\beta V_{00}(\mathbf{r}) + h_{00}(\mathbf{r}) - C_{00}(\mathbf{r})\right] - 1 \equiv \\ &\equiv \exp\left[-\beta V_{eff}(\mathbf{r}) + h_{00}(\mathbf{r}) - C_{eff}(\mathbf{r})\right] - 1, \end{aligned} \tag{13}$$

где V_{eff} – фурье-образ эффективного потенциала

$$\begin{aligned} V_{eff}(k) &= V_{00}(k) - \frac{C_a(k)}{\beta}, \\ C_a(k) &= \sum_{\nu=1}^{q} n_\nu C_{0\nu}(k) F_\nu(k). \end{aligned} \tag{14}$$

Соответственно сам эффективный потенциал определяется выражением

$$\begin{aligned} V_{eff}(r) &= V_{00}(r) - \frac{C_a(r)}{\beta}, \\ C_a(r) &= \frac{1}{2\pi^2 r} \int_0^\infty C_a(k) k \sin(kr) \, \mathrm{d}k. \end{aligned} \tag{15}$$

Как отмечалось в работах [25, 26], эффективный потенциал V_{eff} вводится только для расщепления системы уравнений Орнштейна–Цернике и выделения из нее одного уравнения для h_{00}, которое может быть решено стандартными численными методами, если известны прямые корреляционные функции $C_{\nu\mu}$ для $\nu = 0, 1, ..., q$ и $\mu = 1, 2, ..., q$. Парный потенциал взаимодействия заряженных частиц в плазме при этом остается кулоновским.

Метод решения уравнений ОЦ в ГПЦ для многокомпонентной плазмы при идеальности всех подсистем, кроме пылевой, подробно описан в работе [26]. В качестве начальных решений используются прямые корреляционные функции в дебаевском приближении [27]

$$C_{\nu\mu}^{D}(r) = -\beta V_{\nu\mu}(r) \equiv -\frac{e^2 z_\nu z_\mu \beta}{r}, \quad C_{\nu\mu}^{D}(k) = -\frac{4\pi e^2 z_\nu z_\mu \beta}{k^2}. \tag{16}$$

При этом для всех ν и μ парная корреляционная функция имеет вид

$$h_{\nu\mu}^{D}(k) = -\frac{4\pi e^2 \beta z_\nu z_\mu}{k^2 + k_D^2}, \tag{17}$$

где k_D – полная постоянная экранирования:

$$k_D^2 = 4\pi\beta e^2 \sum_\nu z_\nu^2 n_\nu. \tag{18}$$

Отметим, что условие полного экранирования [43] подразумевает, что равенство (16) будет выполняться на больших расстояниях при $r \to \infty$. Из условия полного экранирования следует равенство [43]

$$\sum_{\nu=0}^{q} z_\nu n_\nu \int \sum_{\mu=0}^{q} z_\mu n_\mu g_{\nu\mu}(r) d\mathbf{r} = -\sum_{\nu=0}^{q} z_\nu^2 n_\nu. \tag{19}$$

Вследствие дальнедействующего характера кулоновского взаимодействия из условия полного экранирования можно получить также второе равенство [43]

$$4\pi e^2 \int \sum_{\nu=0}^{q} \sum_{\mu=0}^{q} z_\nu z_\mu n_\nu n_\mu g_{\nu\mu}(r) r^2 d\mathbf{r} = -6T. \tag{20}$$

Используя условие квазинейтральности (4), равенства (19) и (20) можно привести к виду

$$\sum_{\mu=0}^{q} z_\mu n_\mu \int h_{\nu\mu}(r) r^2 dr = -\frac{z_\nu}{4\pi}, \quad \nu = 0, 1, ..., q; \quad \sum_{\nu=0}^{q} \sum_{\mu=0}^{q} z_\nu z_\mu n_\nu n_\mu \int h_{\nu\mu}(r) r^4 dr = -\frac{3T}{8\pi^2 e^2}. \tag{21}$$

Эти равенства будут использованы ниже для проверки физичности результатов численного решения уравнения ОЦ в ГЦП.

В работах [25, 26] было показано, что в случае трехкомпонентной пылевой плазмы эффективный потенциал определяется выражением

$$V_{eff}(r) = V_{00}(r) - \frac{1}{2\pi^2 \beta r} \int_0^\infty \frac{n_1 C_{01}^2 (1 - n_2 C_{22}) + n_2 C_{02}^2 (1 - n_1 C_{11}) + 2 n_1 n_2 C_{01} C_{02} C_{12}}{(1 - n_1 C_{11})(1 - n_2 C_{22}) - n_1 n_2 C_{12}^2} k \sin(kr) dk. \tag{22}$$

При применимости дебаевского приближения (16) для прямых корреляционных функций для электронов и ионов, эффективный потенциал (22) принимает вид

$$V_{eff}(r) = \frac{e^2 z_0^2}{r} e^{-k_{ei} r}, \tag{23}$$

где k_{ei} – электрон-ионная постоянная экранирования:

$$k_{ei}^2 = 4\pi\beta e^2 \left(n_1 + z_2^2 n_2\right). \tag{24}$$

ТЕРМОДИНАМИЧЕСКАЯ УСТОЙЧИВОСТЬ МНОГОКОМПОНЕНТНОЙ ПЛАЗМЫ

В работе [26] было показано, что первые два условия термодинамической устойчивости (ТДУ), а именно положительность изохорической теплоемкости и положительность изотермической сжимаемости, в пылевой плазме выполнены. Третье условие термодинамической устойчивости имеет вид [44]

$$\mu_{00} > 0, \quad \mu_{11} > 0, \quad \mu_{00}\mu_{11} - \mu_{01}\mu_{10} > 0, \tag{25}$$

где μ_ν – химический потенциал ν-компоненты плазмы, $\mu_{\nu\lambda}$ – производные химического потенциала ν-компоненты плазмы по полному числу частиц λ-компоненты:

$$\mu_{\nu\lambda} = \mu_{\lambda\nu} = \left(\frac{\partial \mu_\nu}{\partial N_\lambda}\right)_{P,T,N_{\tau,\tau\neq\lambda}}. \tag{26}$$

Определение химических потенциалов компонент пылевой плазмы в численных расчетах встречается с определенными трудностями. В работах [45, 46] было показано, что третье условие ТДУ (25) можно свести к требованию устойчивости неидеальной подсистемы без учета идеальных подсистем, для которой должна быть положительной изотермическая сжимаемость:

$$K_{T,00} = -\frac{1}{V}\left[\left(\frac{\partial P_{00}}{\partial V}\right)_T\right]^{-1}. \tag{27}$$

Здесь в качестве давления пылевой подсистемы использовано P_{00} как в однокомпонентном приближении. Именно условие положительности $K_{T,00}$ используется для определения термодинамической устойчивости в однокомпонентном приближении. В качестве третьего условия в работах [25, 26] использовалось условие положительности изотермической сжимаемости только пылевой подсистемы. Это же условие будет использовано в настоящей работе.

Давление многокомпонентной плазмы определяется выражением [27]

$$P = \frac{n}{\beta} - \frac{1}{6}\sum_{\nu}\sum_{\mu} n_\nu n_\mu \int \mathbf{r}\frac{\partial V_{\nu\mu}(r)}{\partial \mathbf{r}} g_{\nu\mu}(r)\, d\mathbf{r}. \quad (28)$$

Отсюда, для кулоновского потенциала взаимодействия (1), с учетом условия полной квазинейтральности (4), находим

$$P = \frac{n}{\beta} + \frac{2\pi e^2}{3}\sum_{\nu}\sum_{\mu} n_\nu n_\mu z_\nu z_\mu \int_0^\infty h_{\nu\mu}(r)\, r dr \equiv \equiv \frac{n}{\beta} + \frac{1}{3}\Delta U. \quad (29)$$

Здесь ΔU – внутренняя энергия плазмы, обусловленная взаимодействием частиц. В качестве парциального давления пылевой компоненты P_{00} в работах [25, 26] использовалась величина

$$P_{00} = \frac{n_0}{\beta} + \frac{2\pi e^2}{3} n_0^2 z_0^2 \int_0^\infty h_{00}(r)\, r dr. \quad (30)$$

ЧИСЛЕННЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ И ОБСУЖДЕНИЕ

На рис. 1 приведены зависимости изотермической сжимаемости пылевой компоненты $K_{T,00}$ от параметра неидеальности Γ_{00} при $T = 300$ K, $z_0 < 0$ и различных значениях концентрации пылевых частиц и ионов. В расчетах параметр неидеальности варьировался путем изменения заряда пылевых частиц, при этом концентрация электронов определялась из условия квазинейтральности плазмы (4). Видно, что с ростом параметра неидеальности изотермическая сжимаемость пылевой компоненты монотонно уменьшается и становится отрицательной при превышении критического значения параметра неидеальности, которое обозначим как Γ_{cr}. Следовательно, пылевая плазма становится термодинамически неустойчивой при $\Gamma_{00} > \Gamma_{cr}$.

Из рис. 1 видно, что при постоянной концентрации ионов по мере роста концентрации пылевых частиц левая граница области термодинамической неустойчивости пылевой плазмы монотонно сдвигается влево в сторону меньших значений параметра неидеальности. А увеличение концентрации ионов при постоянной концентрации пылевых частиц сдвигает левую границу вправо в сторону больших значений параметра неидеальности.

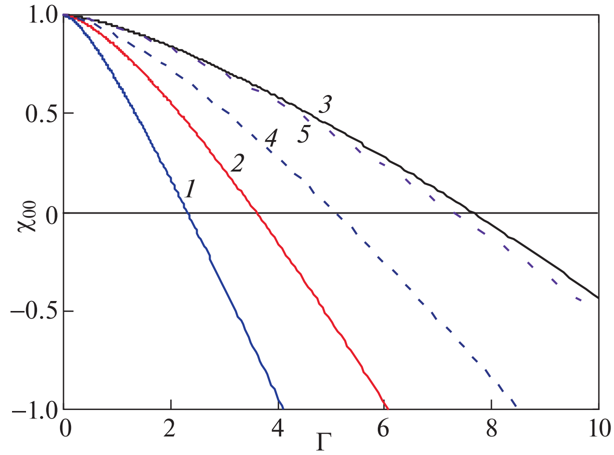

Рис. 1. Зависимости изотермической сжимаемости пылевой компоненты $K_{T,00}$ от параметра неидеальности $\Gamma = \Gamma_{00}$ при $T = 300$ K, $z_0 < 0$: кривая *1* – $n_0 = 10^5$ см$^{-3}$, $n_2 = 10^8$ см$^{-3}$, *2* – $n_0 = 10^4$ см$^{-3}$, $n_2 = 10^8$ см$^{-3}$; *3* – $n_0 = 10^3$ см$^{-3}$, $n_2 = 10^8$ см$^{-3}$; *4* – $n_0 = 10^5$ см$^{-3}$, $n_2 = 10^9$ см$^{-3}$; *5* – $n_0 = 10^5$ см$^{-3}$, $n_2 = 2 \times 10^9$ см$^{-3}$.

Аналогичная картина имеет место и в термической пылевой плазме с положительно заряженными пылевыми частицами, в которой смена знака изотермической сжимаемости пылевой компоненты при $T = 2000$ K, $n_2 = 10^{10}$ см$^{-3}$ происходит при $\Gamma = 2.2$ для $n_0 = 10^7$ см$^{-3}$, $\Gamma = 3.2$ для $n_0 = 10^6$ см$^{-3}$ и $\Gamma = 6.3$ для $n_0 = 10^5$ см$^{-3}$. Как показали расчеты при изменении концентрации пылевых частиц от 10^3 до 5×10^7 см$^{-3}$, концентрации положительных ионов от 10^8 до 4×10^{10} см$^{-3}$, температурах 300 ($z_0 < 0$), 1700 и 2000 K ($z_0 > 0$), при этом параметр $\kappa = k_{ei}a$ менялся в диапазоне от 2.2 до 25.5, критическое значение параметра неидеальности, выше которого пылевая компонента становится термодинамически неустойчивой, очень хорошо описывается зависимостью (см. рис. 2)

$$\Gamma_{cr} \approx 1.2 + 0.39\kappa + 0.0127\kappa^2. \quad (31)$$

Стабилизация пылевой подсистемы возможна, например, при следующем наиболее вероятном сценарии развития термодинамической неустойчивости пылевой компоненты, когда происходит ее стратификация с формированием двух областей с разными плотностями, в одной из которых пылевые частицы, при учете их конечного размера, будут плотно упакованы, а в другой концентрация пылевых частиц в процессе разделения будет снижаться, пока параметр неидеальности не упадет до значения, ниже которого пылевая плазма станет термодинамически устойчивой. Такая картина подобна фазовому разделению натрий-аммиачных растворов при увеличе-

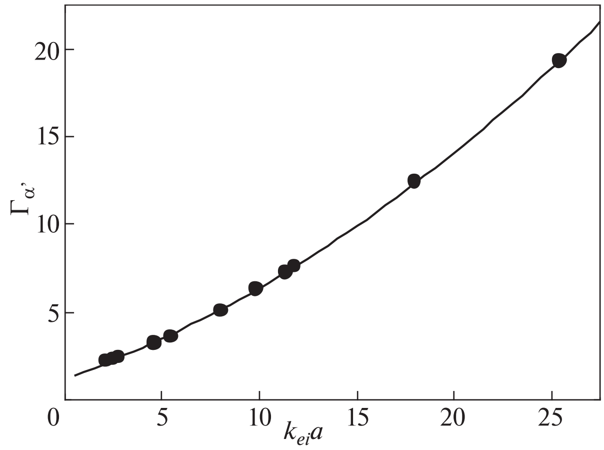

Рис. 2. Зависимость критического значения параметра неидеальности Γ_{cr}, при превышении которого $K_{T,00}$ меняет знак, от произведения электрон-ионной постоянной экранирования на среднее расстояние между пылевыми частицами: • — по данным численного решения уравнения ОЦ в ГЦП, сплошная линия — аппроксимация (31).

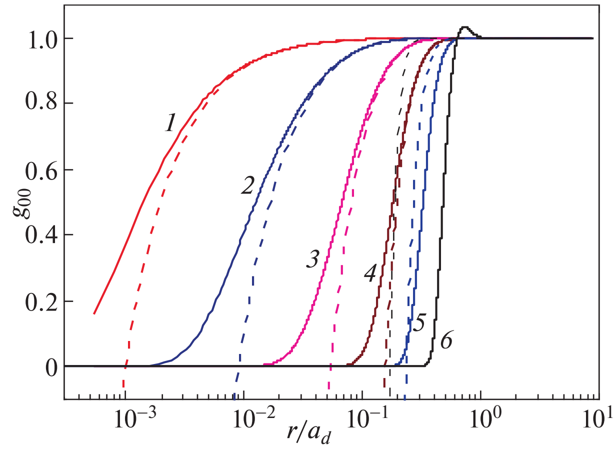

Рис. 3. Парная корреляционная функция пылевая частица-пылевая частица при $n_2 = 2 \times 10^9$ см$^{-3}$, $n_0 = 10^5$ см$^{-3}$, $z_0 < 0$, $T = 300$ К как функция приведенного расстояния для различных значений параметра неидеальности Γ_{00}: *1* – 10^{-3}, *2* – 10^{-2}, *3* – 10^{-1}, *4* – 1, *5* – 10, *6* — 100; сплошные линии — численное решение уравнения ОЦ в ГЦП, штриховые — дебаевское приближение.

нии концентрации раствора, что приводит к резкому падению действительной части диэлектрической проницаемости к большим (по модулю) и отрицательным значениям [47]. Это падение можно интерпретировать как переход металл-неметалл, связанный с очень быстрым уменьшением массы отрицательно заряженных носителей с ростом концентрации раствора.

В экспериментах в земных условиях при развитии термодинамической неустойчивости пылевая плазма может вернуться в область термодинамической устойчивости вследствие ухода части пылевых частиц из области разряда под действием силы тяжести. При этом вырастет параметр a, и, соответственно, вырастет значение произведения $k_{ei}a$, которому уже соответствует большее значение критического параметра неидеальности.

Вообще говоря, в земных условиях пылевая плазма является сильно анизотропной из-за действия силы тяжести и использование интегральных уравнений для однородной жидкости для ее описания нужно дополнительно обосновывать. Но теория интегральных уравнений может быть использована для описания поведения микрочастиц в электролитах и в термической плазме, где система близка к термодинамически равновесному состоянию и роль силы тяжести существенно ослаблена.

ФИЗИЧЕСКАЯ ПРОВЕРКА РЕЗУЛЬТАТОВ ЧИСЛЕННЫХ РЕШЕНИЙ

Хорошо известно, что в дебаевском приближении парная корреляционная функция для частиц с зарядом одного знака на малых расстояниях становится отрицательной (см. (17) и рис. 3). В то же время, найденные путем численного решения уравнения ОЦ в ГЦП функции g_{00} (см. рис. 3), g_{10}, g_{11} и g_{22} оказались положительными во всем исследованном диапазоне расстояний.

Для многокомпонентной плазмы есть еще величины, которые должны быть неотрицательными — это структурные факторы частица-частица и заряд-заряд [27]:

$$S_{NN}(k) = \sum_{\nu}\sum_{\mu} S_{\nu\mu}(k),$$
$$S_{ZZ}(k) = \sum_{\nu}\sum_{\mu} z_\nu z_\mu S_{\nu\mu}(k), \tag{32}$$

где парциальные структурные факторы определены выражением

$$S_{\nu\mu}(k) = \frac{n_\nu}{n}\left[\delta_{\nu\mu} + n_\mu h_{\nu\mu}(k)\right], \tag{33}$$

$\delta_{\nu\mu}$ — символ Кронекера.

На рис. 4 приведены зависимости структурных факторов частица-частица S_{NN} и заряд-заряд S_{ZZ} от волнового числа при $n_2 = 2 \times 10^9$ см$^{-3}$, $n_0 = 10^5$ см$^{-3}$, $z_0 < 0$, $T = 300$ К и различных значениях параметра неидеальности Γ_{00}. Оказалось, что структурный фактор частица-частица практически не отличается от единицы. Значения структурного параметра заряд-заряд также оказались положительными во всем исследованном диапазоне изменения волнового числа, причем с

Таблица 1. Зависимости величин $I_\nu = 4\pi\sum_\mu z_\mu n_\mu \int h_{\nu\mu}(r) r^2 dr$, $\nu = 0, 1, 2$ и $I_s = \sum_\nu \sum_\mu z_\nu z_\mu n_\nu n_\mu \int h_{\nu\mu}(r) r^4 dr$ от параметра неидеальности при $n_2 = 2\times10^9$ см$^{-3}$, $n_0 = 10^5$ см$^{-3}$, $T = 300$ K

Γ_{00}	z_0	I_0	I_1	I_2	I_s	$3T/8\pi^2e^2$
10^{-3}	−1.9667	1.9668	1.0001	−1.0001	−6822.3	6821.4
10^{-2}	−6.2193	6.2197	1.0001	−1.0001	−6822.3	6821.4
10^{-1}	−19.667	19.668	1.0001	−1.0001	−6822.3	6821.4
1	−62.193	62.197	1.0001	−1.0001	−6822.3	6821.4
10	−196.67	196.68	1.0001	−1.0001	−6822.3	6821.4
100	−621.93	621.97	1.0001	−1.0001	−6822.3	6821.4

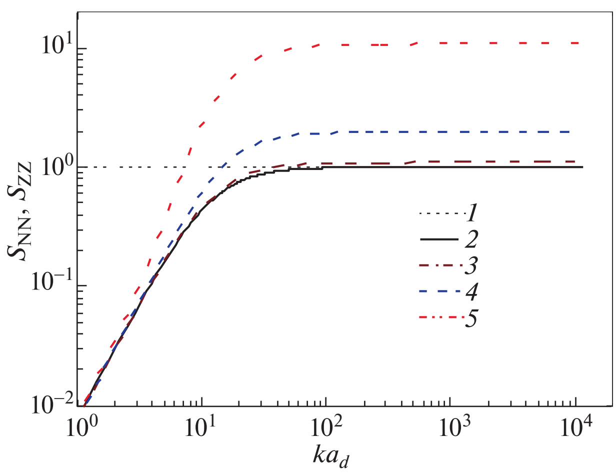

Рис. 4. Структурные факторы частица-частица S_{NN} (кривая *1*) и заряд-заряд S_{ZZ} (кривые *2*–*5*) как функции приведенного волнового числа при $n_2 = 2\times10^9$ см$^{-3}$, $n_0 = 10^5$ см$^{-3}$, $z_0 < 0$, $T = 300$ K и различных значениях параметра неидеальности Γ_{00}: *2* – 10^{-3}, *3* – 1, *4* – 10, *5* – 100.

ростом параметра неидеальности значения S_{ZZ} тоже росли.

Проверка выполнения равенств (21) показала, что они выполнены с высокой относительной точностью, которая превышала 0.01% (см. табл. 1). Поэтому мы можем сделать вывод, что численное решение уравнения ОЦ в ГЦП дает корреляционные функции и структурные факторы, которые не нарушают существующие физические ограничения на них.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В настоящей работе проведено исследование термодинамической устойчивости многокомпонентной плазмы на основе интегральных уравнений Орнштейна–Цернике для многокомпонентной жидкости. Выполнен переход к однокомпонентному уравнению Орнштейна–Цернике для самой неидеальной подсистемы для плазмы с любым числом компонент в условиях применимости дебаевского приближения для прямых корреляционных функций для всех компонент плазмы, кроме самой неидеальной подсистемы. Показано, что все парные корреляционные функции, структурные факторы заряд-заряд и частица-частица остаются положительными при всех значения аргумента во всем исследованном диапазоне параметра неидеальности самой неидеальной подсистемы. Исследованы условия нарушения термодинамической устойчивости трехкомпонентной пылевой плазмы при разных знаках заряда пылевых частиц и разных их концентрациях. Показано, что стабилизация термодинамической неустойчивости многокомпонентной плазмы может происходит путем уменьшения числа пылевых частиц и перехода за счет этого в область параметров неидеальности, где плазма является термодинамически устойчивой.

Настоящая работа выполнена при поддержке Российского научного фонда (проект № 22-22-01000).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Цытович В.Н.* // УФН. 1997. Т. 167. С. 57.
2. *Фортов В.Е., Храпак А.Г., Храпак С.А., Молотков В.И., Петров О.Ф.* // УФН. 2004. Т. 174. С. 495.
3. *Fortov V.E., Ivlev A.V., Khrapak S.A., Khrapak A.G., Morfill G.E.* // Phys. Rep. 2005. V. 421. P. 1.
4. *Mann I., Meyer-Vernet N., Czechowski A.* // Phys. Rep. 2014. V. 536. P. 1.
5. *Ivlev A.V., Khrapak S.A., Molotkov V.I., Khrapak A.G.* Introduction to the Physics of Dust and Complex Plasma. M.: Intellect Publishing House, 2017.
6. *Shukla P.K., Mamun A.A.* Introduction to dusty plasma physics. CRC Press, 2015.
7. *Greiner F., Melzer A., Tadsen B., Groth S., Killer C., Kirchschlager F., Wieben F., Pilch I., Kruger H., Block D., Piel A., Wolf S.* // Eur. Phys. J. D. 2018. V. 72. P. 81. https://doi.org/10.1140/epjd/e2017-80400-7

8. *Ivlev A., Lowen H., Morfill G., Royall C.P.* Complex plasmas and colloidal dispersions: particle-resolved studies of classical liquids and solids. Series in Soft Condensed Matter, vol. 5. Singapore: World Scientific, 2012.
9. *Филиппов А.В., Старостин А.Н., Паль А.Ф.* // ЖЭТФ. 2015. Т. 148. С. 1039.
10. *Babick F.* // Suspensions of Colloidal Particles and Aggregates / Eds. J. Manuel, V. Millan. V. 20 of the series Particle Technology Serie. Cham: Springer International Publishing, 2016. P. 75.
11. *Ohshima H.* // Encyclopedia of Biocolloid and Biointerface Science. Hoboken, NJ, USA: John Wiley & Sons, Inc., 2016. https://doi.org/10.1002/9781119075691.ch34
12. *Филиппов А.В., Дербенев И.Н.* // ЖЭТФ. 2016. Т. 150. С. 1262.
13. *Derbenev I.N., Filippov A.V., Stace A.J., Besley E.* // J. Chem. Phys. 2016. V. 145. P. 084103. https://doi.org/10.1063/1.4961091
14. *Chen C., Huang W.* // Environ. Sci. Technol. 2017. V. 51. P. 2077. https://doi.org/10.1021/acs.est.6b04575
15. *Fortov V.E., Morfill G.E.* Complex and Dusty Plasmas. London: Taylor Francis, 2009.
16. *Ваулина О.С., Петров О.Ф., Фортов В.Е., Храпак А.Г., Храпак С.А.* Пылевая плазма. Эксперимент и теория. М.: Физматлит, 2009. 316 с.
17. *Hamaguchi S., Farouki R.T.* // J. Chem. Phys. 1994. V. 101. P. 9876.
18. *Farouki W.T., Hamaguchi S.* // J. Chem. Phys. 1994. V. 101. P. 9885
19. *Hamaguchi S., Farouki R.T., Dubin D.H.E.* // Phys. Rev. E. 1997. V. 56. P. 4671.
20. *Totsuji H.* // Phys. Plasmas. 2008. V. 15. P. 072111.
21. *Totsuji H.* // Microgravity Sci. Technol. 2011. V. 23. P. 159.
22. *Khrapak S.A., Khrapak A.G., Ivlev A.V., Morfill G.E.* // Phys. Rev. E. 2014. V. 89. P. 023102.
23. *Khrapak S.A., Morfill G.E., Ivlev A.V., Thomas H.M., Beysens D.A., Zappoli B., Fortov V.E., Lipaev A.M., Molotkov V.I.* // Phys. Rev. Lett. 2006. V. 96. P. 015001.
24. *Debye P., Huckel E.* // Phys. Zeitschr. 1923. V. 24. S. 185.
25. *Филиппов А.В., Решетняк В.В., Старостин А.Н., Ткаченко И.М., Фортов В.Е.* // Письма в ЖЭТФ. 2019. Т. 110. С. 651. https://doi.org/10.1134/S0370274X19220041
26. *Filippov A.V., Fortov V.E., Reshetniak V.V., Starostin A.N., Tkachenko I.M.* // AIP Advances. 2020. V. 10. P. 045232. https://doi.org/10.1063/1.5144901
27. *Hansen J.-P., McDonald I.R.* Theory of Simple Liquids. London: Elsevier, 2006.
28. *Саркисов Г.Н.* // УФН. 1999. Т. 169. С. 625.
29. *Решетняк В.В., Старостин А.Н., Филиппов А.В.* // ЖЭТФ. 2018. V. 154. С. 1258.
30. *Решетняк В.В., Филиппов А.В.* // ЖЭТФ. 2019. V. 156. С. 545.
31. *Зеленер Б.В., Норман Г.Э., Филинов В.С.* Теория возмущений и псевдопотенциалов в статистической термодинамике. М.: Наука, 1981.
32. *Kelbg G.* // Ann. Phys. V. 1964. V. 12. P. 219.
33. *Kelbg G.* // Ann. Phys. 1964. V. 12. P. 354.
34. *Климонтович Ю.Л., Крэфт В.Д.* // ТВТ. 1974. V. 12. P. 239.
35. *Deutsch C.* // Phys. Lett. 1977. V. 60A. P. 317.
36. *Deutsh C., Gombert M.M., Minoo H.* // Phys. Lett. 1978. V. 66A. P. 381; 1979. V. 72A. P. 481.
37. *Schwarz V., Bornath T., Kraeft W.D., Glenzer S.H., Holl A., Redmer R.* // Contrib. Plasma Phys. 2007. V. 47. P. 324.
38. *Wunsch K., Hilse P., Schlanges M., Gericke D.O.* // Phys. Rev. E. 2008. V. 77. P. 05640.
39. *Fushiki M.* // J. Chem. Phys. 1988. V. 89. P. 7445. https://doi.org/10.1063/1.455275
40. *Davletov A.E., Yerimbetova L.T., Arkhipov Yu.V., Mukhametkarimov Ye.S., Kissan A., Tkachenko I.M.* // J. Plasma Phys. 2018. V. 84. P. 905840410.
41. *Yerimbetova L.T., Davletov A.E., Arkhipov Y.V., Tkachenko I.M.* // Contrib. Plasma Phys. 2019. V. 59. P. e201800160. https://doi.org/10.1002/ctpp.201800160
42. *Beresford-Smith B., Chan D.Y., Mitchell D.J.* // J. Colloid Interface Sci. 1985. V. 105. P. 216.
43. *Stillinger F.H., Lovett B.* // J. Chem. Phys. 1968. V. 49. P. 1991.
44. *Prigogine I., Defay R.* Chemical Thermodynamics. London, Ney York, Toronto: Longmans Green and Co., 1954.
45. *Норман Г.Э., Старостин А.Н.* // ТВТ. 1968. Т. 6. С. 410.
46. *Норман Г.Э., Старостин А.Н.* // ТВТ. 1970. V. 8. P. 413.
47. *Mahaffey D.W., Jerde D.A.* // Rev. Mod. Phys. 1968. V. 40. P. 710.