

ГИБРИДНАЯ ГИДРОДИНАМИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ РАСЧЕТА
ТРАНСПОРТА ЭЛЕКТРОНОВ В ВОЗДУХЕ В СИЛЬНЫХ
ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ ПОЛЯХ© 2023 г. Е. И. Бочков^{а,*}^аРоссийский федеральный ядерный центр – ВНИИЭФ, Саров, Нижегородская область, Россия

*e-mail: e_i_bochkov@mail.ru

Поступила в редакцию 07.08.2023 г.

После доработки 31.08.2023 г.

Принята к публикации 10.09.2023 г.

Представлена гибридная гидродинамическая модель расчета транспорта электронов в воздухе. В рамках модели транспорт электронов с энергией меньше 300 эВ рассчитывается исходя из диффузионно-дрейфового уравнения, а в области больших энергий с помощью системы многогрупповых уравнений для двух первых моментов функции распределения электронов: баланса концентраций и плотности потока электронов. Представленная гибридная модель предназначена для численного моделирования электроразрядных процессов, протекающих с участием убегающих электронов в воздухе. Выполнено сравнение результатов численных расчетов транспорта электронов в воздухе в однородном и неоднородном электрическом поле, выполненных по гибридной модели, с результатами расчетов методом Монте-Карло.

Ключевые слова: электрическое поле, транспорт электронов, многогрупповые уравнения, гибридная модель

DOI: 10.31857/S0367292123601078, EDN: XNWNOL

1. ВВЕДЕНИЕ

В последние десятилетия вновь возник интерес к лабораторным исследованиям генерации рентгеновского излучения искровыми и стримерными разрядами в открытой атмосфере [1–9]. Во многом это вызвано тем, что было зарегистрировано излучение рентгеновского и гамма-диапазона от разрядов искусственных и естественных молний [10, 11]. Также с борта космических спутников, регистрирующих вспышки гамма-излучения из космоса, неожиданно были зарегистрированы вспышки гамма-излучения, источники которых находятся в земной атмосфере (terrestrial gamma-ray flashes – TGF) [12]. В дальнейшем гамма-вспышки наблюдались не только с борта космических спутников, но и с самолетов, а также в высокогорных условиях и на уровне моря (см. литературу, цитируемую в обзоре [13]). В настоящее время наиболее популярной является гипотеза, согласно которой источником TGF является разряд молнии. Таким образом, лабораторные исследования по генерации рентгеновского излучения в газовом разряде позволяют глубже понять как механизм развития молнии, так и процессы генерации высокоэнергетического излучения в земной атмосфере.

В основе существующих теоретических моделей генерации рентгеновского излучения лабораторными разрядами или разрядами молнии лежит идея о том, что излучение является тормозным излучением высокоэнергетических электронов. Предполагается, что электроны набирают большую энергию в процессе убегания: если при движении электрона в сильном поле электрическая сила, действующая на него, превосходит силу трения за счет потерь энергии на возбуждение и ионизацию атомов среды, то электрон непрерывно ускоряется (убегает от столкновений [14]). Основная трудность данного механизма состоит в том, что необходимые для убегания электронов сильные электрические поля не могут существовать длительное время, поскольку вследствие интенсивной ионизации среды внешнее поле ослабляется полем пространственных зарядов нарабатываемой плазмы. С целью преодоления данной трудности выдвинуты различные гипотезы [15–24], однако ни одна из предложенных гипотез не является на настоящий момент достаточно обоснованной. Одна из трудностей здесь заключается в том, что отсутствует численная модель, которая за разумное счетное время, позволяла бы моделировать транспорт и кинетику электронов во всем

диапазоне энергий от нуля до сотен килоэлектронвольт (кэВ).

Как известно наиболее полная информация, необходимая для описания плазменных процессов может быть получена из функции распределения электронов (ФРЭ), которая может быть рассчитана решением кинетического уравнения (КУ) или методом Монте-Карло (МК). Однако численное моделирование газового разряда непосредственно на основе КУ или метода МК требует больших вычислительных ресурсов. Чаще всего при моделировании газовых разрядов транспорт электронов рассчитывается на основе уравнения баланса концентрации электронов в рамках диффузионно-дрейфового приближения. Однако в сильных электрических полях диффузионно-дрейфовое приближение для концентрации электронов становится неприменимым в связи с появлением большого числа быстрых электронов. Так результаты МК-расчетов развития в однородном электрическом поле лавины электронов показывают, что в гелии диффузионно-дрейфовое приближение для концентрации электронов становится неприменимым в полях больших ≈ 150 Тд [25], а в неоне ≈ 500 Тд [26].

С целью сокращения требования к вычислительным ресурсам с одной стороны и необходимостью учета кинетики быстрых электронов с другой развиваются гибридные модели расчета транспорта электронов в газах [27–34]. В рамках гибридных стохастических моделей (hybrid-particle model) [28, 30, 32–34] транспорт электронов низких энергий описывается с помощью диффузионно-дрейфового уравнения, а электронов более высоких энергий — методом МК. Но, как говорилось выше, стохастические расчеты методом МК требуют больших вычислительных ресурсов, зачастую нереальных. Поэтому в задачах по численному моделированию разрядов, развивающихся в режиме генерации лавин релятивистских убегающих электронов (ЛРУЭ) [35], описание кинетики УЭ ведется в детерминистическом приближении в терминах кинетического уравнения в многогрупповом приближении [36, 37]. В рамках данного подхода интересующий диапазон энергий электрона разбивается на отдельные группы, для каждой группы записываются уравнения, определяющие концентрацию электронов в данной группе, и полученная система уравнений решается численно. В работе [38] многогрупповая модель для описания кинетики убегающих электронов была расширена на область энергий электронов порядка 100 эВ.

Цель данной работы — построить гибридную модель расчета транспорта электронов, в рамках которой транспорт электронов низких энергий описывается с помощью диффузионно-дрейфового уравнения, а кинетика электронов высоких

энергий, рассчитывается из системы многогрупповых уравнений. Данную гибридную модель мы будем называть гидродинамической в противоположность стохастическим моделям, в которых кинетика электронов высоких энергий рассчитывается методом МК. Предложенная модель развита для расчета транспорта электронов в воздухе, но она также может быть обобщена и на другие газы.

2. ГИБРИДНАЯ МОДЕЛЬ РАСЧЕТА ТРАНСПОРТА ЭЛЕКТРОНОВ

Чаще всего при численном моделировании газовых разрядов эволюция концентрации электронов n_e в пространстве и времени описывается уравнением непрерывности в рамках диффузионно-дрейфового приближения. В данной работе мы будем рассматривать одномерную задачу: полагается, что вектор напряженности электрического поля \mathbf{E} направлен против оси OZ и плазма является однородной в направлении, перпендикулярном данной оси. Также нас будет интересовать случай сильных электрических полей, поэтому потерями электронов в реакциях рекомбинации и прилипания мы пренебрегаем. С учетом этих предположений диффузионно-дрейфовое уравнение для величины n_e имеет вид

$$\frac{\partial n_e}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial z} \left(\mu_e E n_e - D_L \frac{\partial n_e}{\partial z} \right) = k_{\text{ion}} N n_e, \quad (1)$$

где μ_e и D_L — коэффициенты подвижности и продольной диффузии электронов, k_{ion} — коэффициент ионизации, N — концентрация молекул воздуха. В рамках приближения локального поля (the local field approximation) полагается, что коэффициенты μ_e , D_L и k_{ion} являются функциями приведенной напряженности поля E/N . Зависимости $\mu_e(E/N)$, $D_L(E/N)$, $k_{\text{ion}}(E/N)$ для воздуха (смесь 80% N_2 и 20% O_2) в диапазоне значений E/N от 200 до 900 Тд были рассчитаны методом МК по программе, описанной в [39], с использованием сечений из [40]. Формулы для вычисления данных величин приведены в [25], расчеты были выполнены в той же постановке, что и в работах [25, 26]. Рассчитанные зависимости представлены в табл. 1, там же приведены значения средней энергии электронов $\bar{\epsilon}$. С целью верификации нашей МК-модели на рис. 1 вычисленные нами зависимости средней энергии и коэффициента ионизации сравниваются с рассчитанными в работе [41], наблюдается хорошее согласие данных между собой.

Как уже отмечалось во Введении, из результатов МК-расчетов развития лавины электронов в однородном поле следует, что диффузионно-дрейфовое приближение для расчета транспорта электронов становится неприменимым в гелии в

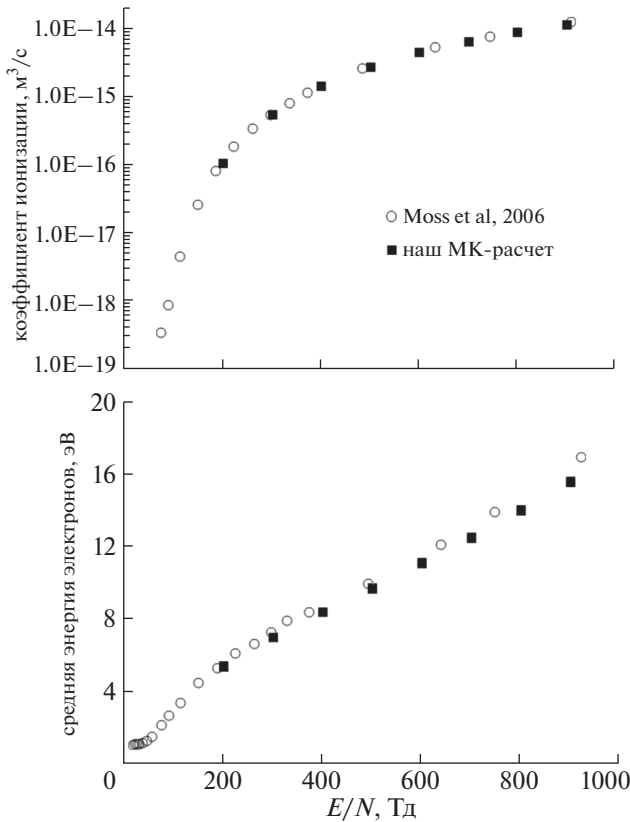


Рис. 1. Зависимости коэффициента ионизации (сверху) и средней энергии электронов (снизу) от приведенной напряженности поля.

полях больших ≈ 150 Тд, в неоне ≈ 500 Тд. Для воздуха МК-расчеты, выполненные по нашей МК-модели, показали, что в полях больших 1000 Тд диффузионно-дрейфовое приближение также нарушается. Это проявляется в том, что пространственное распределение электронов вдоль оси OZ становится ассиметричным и вытянутом вдоль направления действия электрической силы (см. рисунки в разд. 3). Причину этого

легко понять, если рассмотреть величину средних энергетических потерь электрона на единице пути F_D :

$$\begin{aligned}
 F_D &\equiv F_{el} + F_{ex} + F_{ion}, \\
 F_{el}(p) &= Np^2 \sum_{l=1}^L d_l \frac{\sigma_{tr}^{(l)}(p)}{M_l}, \\
 F_{ex}(p) &= N \sum_{l=1}^L d_l \sum_i \epsilon_{ex}^{(l,i)} q_{ex}^{(l,i)}(p), \\
 F_{ion}(p) &= N \sum_{l=1}^L d_l \sum_i (\epsilon_{ion}^{(l,i)} + \langle \epsilon_s \rangle^{(l,i)}) q_{ion}^{(l,i)}(p),
 \end{aligned}
 \tag{2}$$

здесь p – импульс электрона; F_{el} , F_{ex} , F_{ion} – потери энергии электронов в упругих столкновениях, в процессах возбуждения и ионизации молекул соответственно; d_l и M_l – относительная доля молекул типа l и масса молекул (в нашем случае $L = 2$); $\epsilon_{ex}^{(l,i)}$ – энергия возбуждения уровня i молекулы типа l ; $\epsilon_{ion}^{(l,i)}$ – пороговая энергия ионизации i -й оболочки молекулы типа l , а $\langle \epsilon_s \rangle^{(l,i)}$ – средняя энергия вторичных электронов, рождаемых в результате ионизации соответствующей оболочки; $\sigma_{tr}^{(l)}$, $q_{ex}^{(l,i)}$, $q_{ion}^{(l,i)}$ – транспортное сечение и полные сечения возбуждения и ионизации. Рассчитанная по формуле (2), с использованием данных из [40], зависимость от энергии величины F_D/q_e показана на рис. 2 (q_e – элементарный заряд). В дальнейшем мы будем пренебрегать упругими потерями, поскольку эта величина крайне мала (максимальное значение ≈ 0.02 кэВ/см). Как можно видеть максимум величины F_D/q_e равен примерно 255 кэВ/см при значении энергии $\epsilon_m \approx 135$ эВ, в области больших энергий величина F_D/q_e монотонно уменьшается. Соответственно в электрических полях больших 255 кВ/см часть электронов может преодолеть максимум энергетических потерь и перейти в режим непрерывного ускорения, т.е. убегания. Эти электроны опережают основную

Таблица 1. Расчетные зависимости транспортных и кинетических коэффициентов электронов в воздухе

E/N , Тд	$\bar{\epsilon}$, эВ	$\mu_e N$, 10^{24} (В · м · с) $^{-1}$	$D_L N$, 10^{24} (м · с) $^{-1}$	k_{ion} , м 3 · с $^{-1}$
200	5.4	1.06	3.4	1.1×10^{-16}
300	7.0	1.04	4.4	5.5×10^{-16}
400	8.4	1.04	5.4	1.4×10^{-15}
500	9.7	1.05	6.7	2.7×10^{-15}
600	11.1	1.07	8.5	4.4×10^{-15}
700	12.5	1.09	9.9	6.5×10^{-15}
800	14.0	1.12	13	8.8×10^{-15}
900	15.6	1.13	16	1.1×10^{-14}

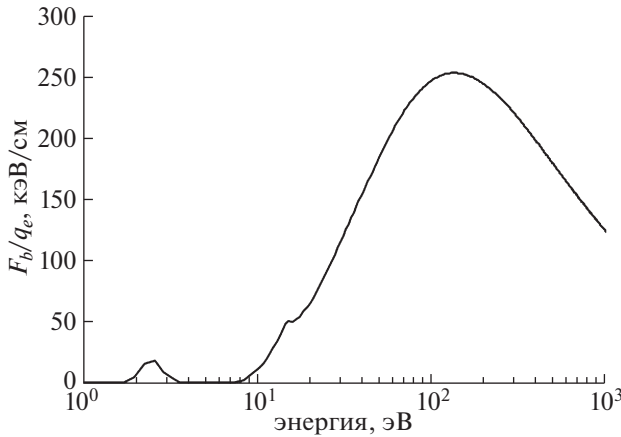


Рис. 2. Средние энергетические потери электрона на единице пути для воздуха (смесь 80% N₂ и 20% O₂).

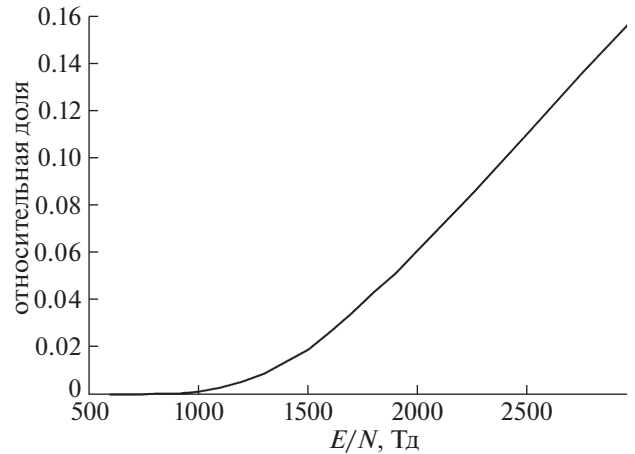


Рис. 3. Относительная доля электронов в лавине с энергией большей ε_m в зависимости от приведенной напряженности поля.

массу электронов, также они предионизируют среду, порождая электроны низких энергий, что приводит к нарушению локального равновесия и соответственно нарушению диффузионно-дрейфового приближения для расчета транспорта электронов. Таким образом, в полях больших примерно 1000 Тд (≈270 кВ/см) при расчете транспорта электронов встает необходимость описывать кинетику быстрых электронов. На рис. 3 для иллюстрации приведена зависимость от E/N доли электронов с энергией большей ϵ_m , полученная в МК-расчетах. Видно, что эта величина начинает быстро расти, начиная со значения $E/N \approx 1000$ Тд.

В работе [38] получена система одномерных многогрупповых уравнений для трех первых моментов ФРЭ: уравнений баланса концентрации, плотности потока и плотности потока импульса электронов. Система справедлива в области энергий электрона $\epsilon \gg \epsilon_{\text{ion}}$. В той же работе получена упрощенная система групповых уравнений, состоящая только из уравнений баланса концентрации и плотности потока электронов

$$\begin{aligned} \frac{\partial n_k}{\partial t} + \frac{\partial j_k}{\partial z} &= \frac{\langle \mu \rangle_{k-1/2} q_e E - F_D(p_{k-1/2})}{p_k - p_{k-1}} n_{k-1/2} - \\ &- \frac{\langle \mu \rangle_{k+1/2} q_e E - F_D(p_{k+1/2})}{p_{k+1} - p_k} n_{k+1/2} + \sum_{m=m_k}^K s_{mk} v_m n_m, \\ \frac{\partial j_k}{\partial t} + \frac{\partial (u_k j_k)}{\partial z} &= \frac{\langle \mu \rangle_{k-1/2} q_e E - F_D(p_{k-1/2})}{p_k - p_{k-1}} j_{k-1/2} - \\ &- \frac{\langle \mu \rangle_{k+1/2} q_e E - F_D(p_{k+1/2})}{p_{k+1} - p_k} j_{k+1/2} - \end{aligned} \quad (3)$$

$$\begin{aligned} &- \left(\frac{F_D(p_k) + \gamma_k F_{\text{ion}}(p_k)}{\gamma_k^2 p_k} + v_{\text{tr},k} \right) j_k + \\ &+ \left(v_k n_k - \frac{\gamma_k^2 - 1}{\gamma_k^2} \langle \mu \rangle_k j_k \right) \frac{q_e E}{p_k} + \sum_{m=m_k}^K s_{mk} \mu_0(\epsilon_m, \epsilon_k) v_k j_m, \end{aligned}$$

где $s_{mk} = N v_k \Delta p_{k+1/2, k-1/2} \sum_{l=1}^L d_l \sum_i \sigma_{\text{ion}}^{(l,i)}(\epsilon_m, \epsilon_k)$, $k = 1, \dots, K$. Здесь K – число разбиений рассматриваемого интервала в пространстве импульсов $[p_{\text{min}}, p_{\text{max}}]$, границы которого определены ниже; k – номер группы, ширина которой $[p_{k-1/2}, p_{k+1/2}]$ в общем случае произвольна; n_k и j_k – концентрация и плотность потока электронов в k -й группе; v_k и $u_k = j_k/n_k$ – скорость и направленная скорость электронов k -й группы; $\langle \mu \rangle_k = u_k/v_k$ – косинус угла между направленной скоростью и полной скоростью электронов; $\gamma_k = \sqrt{1 - (v_k/c)^2}$ – Лоренц-фактор, где c – скорость света в вакууме; $\sigma_{\text{ion}}^{(l,i)}$ – дифференциальное сечение ионизации; $v_{\text{tr},k} = N v_k \sum_{l=1}^L d_l \sigma_{\text{tr}}^{(l)}(p_k)$ – эффективная частота упругих столкновений; $\mu_0 = \frac{\epsilon_k (\epsilon_m + 2m_e c^2)}{\sqrt{\epsilon_m (\epsilon_k + 2m_e c^2)}}$ – косинус угла рассеяния электрона в процессе ионизации, где m_e – масса электрона; m_k – это номер интервала $[p_{m-1/2}, p_{m+1/2}]$ в котором лежит значение $p(2\epsilon_k + \min\{\epsilon_{\text{ion}}^{(l,i)}\})$.

МК-расчеты развития лавины электронов в полях с напряженностью от 1000 до 3000 Тд, показали, что если в расчетах ограничить энергию электрона значением 300 эВ (при достижении данной энергии электроны исключаются из рас-

Таблица 2. Расчетные зависимости транспортных и кинетических коэффициентов электронов с энергией меньшей $\epsilon_{th} = 300$ эВ

E/N , Тд	$\mu_e N$, 10^{24} (В · м · с) $^{-1}$	$D_L N$, 10^{25} (м · с) $^{-1}$	k_{he} , $M^3 \cdot c^{-1}$	k_{ion} , $M^3 \cdot c^{-1}$
1000	1.17	1.8	2.0×10^{-18}	1.4×10^{-14}
1100	1.18	2.1	7.5×10^{-18}	1.7×10^{-14}
1200	1.21	2.5	1.9×10^{-17}	2.0×10^{-14}
1300	1.23	2.8	4.3×10^{-17}	2.3×10^{-14}
1400	1.22	2.8	8.3×10^{-17}	2.6×10^{-14}
1500	1.21	2.9	1.5×10^{-16}	2.9×10^{-14}
1600	1.19	3.0	2.3×10^{-16}	3.1×10^{-14}
1700	1.19	3.0	3.6×10^{-16}	3.4×10^{-14}
1800	1.16	2.8	5.1×10^{-16}	3.7×10^{-14}
1900	1.12	2.6	7.0×10^{-16}	3.9×10^{-14}
2000	1.10	2.5	9.3×10^{-16}	4.2×10^{-14}
2250	1.03	2.4	1.7×10^{-15}	4.7×10^{-14}
2500	0.97	2.1	2.7×10^{-15}	5.1×10^{-14}
2750	0.91	2.1	3.9×10^{-15}	5.5×10^{-14}
3000	0.85	1.8	5.3×10^{-15}	5.7×10^{-14}

смотрения), то тогда транспорт электронов можно описать диффузионно-дрейфовым уравнением. Значение энергии 300 эВ мы выбираем в качестве порогового значения ϵ_{th} , выше которого транспорт электронов описывается системой (3), а ниже диффузионно-дрейфовым уравнением (1). Рассчитанные значения транспортных коэффициентов приведены в табл. 2. Расчеты выполнялись в той же самой постановке, подробно описанной в работах [25, 26], что и при расчете параметров лавины, приведенных в табл. 1. В табл. 2 также приведены значения коэффициента k_{he} , который является скоростью генерации электронов с энергией большей ϵ_{th} . Он рассчитывается из решения системы уравнений

$$\begin{aligned} \frac{dN_{le}}{dt} &= (k_{ion}N)N_{le} - (k_{he}N)N_{le}, \\ \frac{dN_{he}}{dt} &= (k_{he}N)N_{le}, \end{aligned} \quad (4)$$

$$N_{le}(0) = N_{le}^0, \quad N_{he}(0) = 0,$$

где N_{le} — это число электронов с энергией меньше порогового значения, N_{he} — число электронов преодолевших порог. Решая уравнение (4), получаем следующую формулу для вычисления коэффициента k_{he} :

$$k_{he} = \frac{N_{he}(t)}{N_{le}(t) + N_{he}(t) - N_{le}^0} k_{ion}. \quad (5)$$

В процессе расчетов коэффициент k_{he} достигает стационарных значений, которые и приведены в табл. 2. Отметим, что в расчетах равновесие электронов с полем достигается за времена порядка 5–6 τ_{ion} , где $\tau_{ion} = 1/(k_{ion}N)$, при этом расчеты велись до момента времени $t_{run} = 8 \tau_{ion}$, чтобы равновесие гарантировано достигалось.

Выпишем теперь полную систему уравнений, описывающую транспорт электронов:

$$\begin{aligned} \frac{\partial n_{le}}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial z} \left(\mu_e E n_{le} - D_L \frac{\partial n_{le}}{\partial z} \right) &= k_{ion} N n_{le} + S_{ion}^{he} + \\ &+ v_{br} n_k \delta_{lk} - k_{he} N n_{le}, \\ \frac{\partial n_k}{\partial t} + \frac{\partial j_k}{\partial z} &= \frac{\langle \mu \rangle_{k-1/2} q_e E - F_D(p_{k-1/2})}{p_k - p_{k-1}} n_{k-1/2} - \\ &- \frac{\langle \mu \rangle_{k+1/2} q_e E - F_D(p_{k+1/2})}{p_{k+1} - p_k} n_{k+1/2} + \sum_{m=m_k}^K S_{mk} v_m n_m + \\ &+ (k_{he} N n_{le} - v_{br} n_k) \delta_{lk}, \\ \frac{\partial j_k}{\partial t} + \frac{\partial (u_k j_k)}{\partial z} &= \frac{\langle \mu \rangle_{k-1/2} q_e E - F_D(p_{k-1/2})}{p_k - p_{k-1}} j_{k-1/2} - \\ &- \frac{\langle \mu \rangle_{k+1/2} q_e E - F_D(p_{k+1/2})}{p_{k+1} - p_k} j_{k+1/2} - \end{aligned} \quad (6)$$

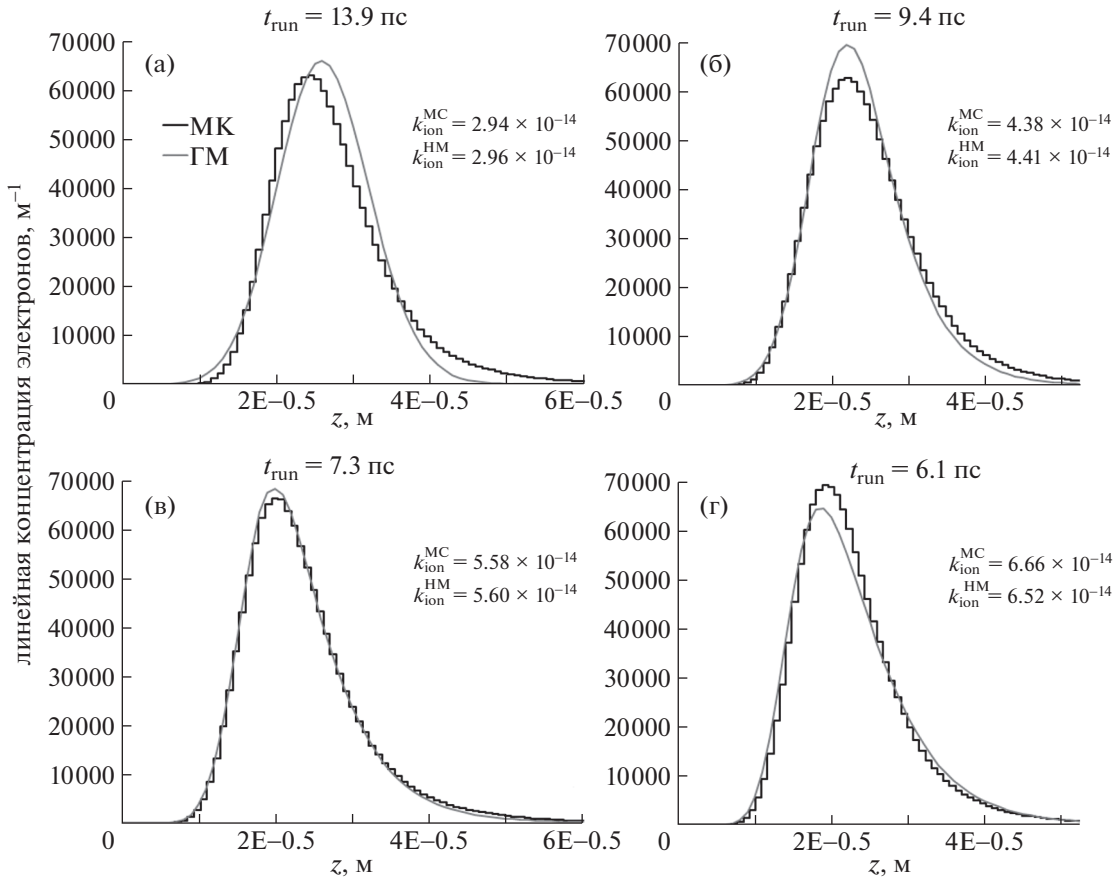


Рис. 4. Пространственные распределения электронов вдоль оси OZ в однородных полях: $E/N = 1500$ Тд (а), 2000 Тд (б), 2500 Тд (в), 3000 Тд (г). МК-расчет и решение по гибридной модели (ГМ).

$$\begin{aligned}
 & - \left(\frac{F_D(p_k) + \gamma_k F_{\text{ion}}(p_k)}{\gamma_k^2 p_k} + v_{\text{tr},k} \right) j_k + \\
 & + \left(v_k n_k - \frac{\gamma_k^2 - 1}{\gamma_k^2} \langle \mu \rangle_k j_k \right) \frac{q_e E}{p_k} + \sum_{m=m_k}^K s_{mk} \mu_0(\epsilon_m, \epsilon_k) v_k j_m + \\
 & + (k_{\text{he}} N n_{\text{e}} v_k - v_{\text{br}} j_k) \delta_{lk}.
 \end{aligned}$$

где δ_{lk} — символ Кронекера; $S_{\text{ion}}^{\text{he}} = \left(\sum_{m=m_k}^K v_m n_m \sum_{l=1}^L N d_l \sum_i \int_0^{p(\epsilon_{\text{th}})} \sigma_{\text{ion}}^{(l,i)}(\epsilon_m, \epsilon) v p^2 dp \right)$ — источник электронов низких энергий, рождаемых электронами высоких энергий; v_{br} — частота ухода электронов из области высоких энергий в подпороговую область в полях с напряженностью, меньшей максимума величины F_D :

$$v_{\text{br}} = \begin{cases} \frac{q_e E - F_D(p(\epsilon_{\text{th}}))}{(p_{3/2} - p_{1/2})}, & (q_e E - F_D(p(\epsilon_{\text{th}}))) < 0, \\ 0, & (q_e E - F_D(p(\epsilon_{\text{th}}))) \geq 0. \end{cases} \quad (7)$$

При решении системы уравнений (6) необходимо вычислять величины $n_{k-1/2}$ и $n_{k+1/2}$, для этого используется следующая процедура:

$$n_{k+1/2} = \begin{cases} n_k, & [\langle \mu \rangle_{k+1/2} eE - F_D(p_{k+1/2})] > 0, \\ n_{k+1}, & [\langle \mu \rangle_{k+1/2} eE - F_D(p_{k+1/2})] < 0. \end{cases} \quad (8)$$

Аналогично рассчитывается величина $j_{k-1/2}$, $j_{k+1/2}$. Величина $\langle \mu \rangle_{k+1/2}$ вычисляется путем линейной интерполяции величин $\langle \mu \rangle_k$ и $\langle \mu \rangle_{k+1}$.

3. РАСЧЕТ ТРАНСПОРТА ЭЛЕКТРОНОВ В ВОЗДУХЕ. СРАВНЕНИЕ С РЕЗУЛЬТАТАМИ РАСЧЕТОВ МЕТОДОМ МОНТЕ-КАРЛО

Для того чтобы верифицировать предложенную гибридную модель были выполнены расчеты транспорта электронов в воздухе при нормальных условиях ($N_0 = 2.69 \times 10^{25} \text{ м}^{-3}$) в однородных и неоднородных электрических полях. Система уравнений (6) решалась численно. Рассматривался диапазон импульса электронов высоких энергий от $p(\epsilon_{\text{th}})$ до $p(\epsilon_{\text{max}})$, где $\epsilon_{\text{max}} = 5$ кэВ. Данный диапазон был разбит на $N_\epsilon = 50$ групп, таким образом, что все интервалы $\Delta p_{k+1/2, k-1/2}$ равны.

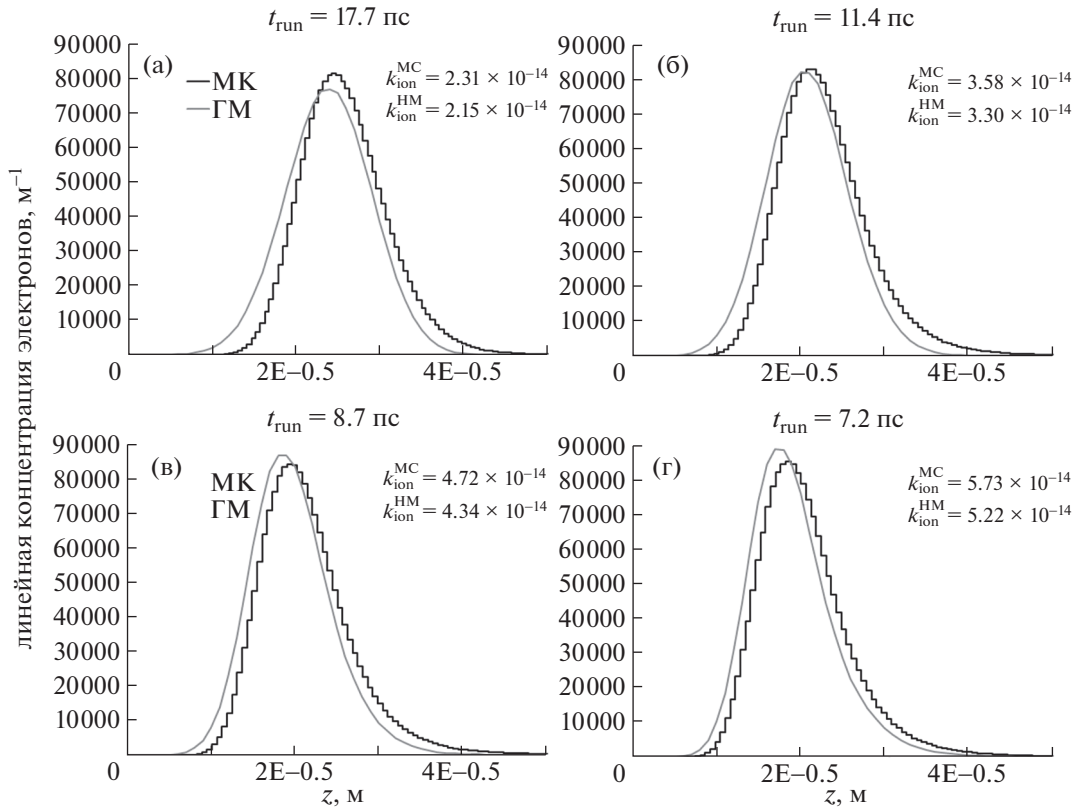


Рис. 5. Пространственные распределения электронов вдоль оси OZ в неоднородных полях: $E_{\max}/N = 1500$ Тд (а), 2000 Тд (б), 2500 Тд (в), 3000 Тд (г). МК-расчет и решение по гибридной модели.

Расчеты выполнялись в следующей постановке: в начальный момент времени в точке $z = 0$ задавался точечный источник электронов

$$\begin{aligned} n_{ie}(z, t = 0) &= \delta_D(z), \\ n_k(z, t = 0) &= 0, \\ j_k(z, t = 0) &= 0, \end{aligned} \quad (9)$$

где δ_D – дельта-функция Дирака. Данная постановка задачи близка к постановке принятой в численном моделировании лавины электронов методом МК [40], что позволяет выполнять прямое сравнение результатов.

На рис. 4 представлены нормированные на единицу пространственные распределения электронов в однородном электрическом поле, рассчитанные по гибридной модели (ГМ) и методом МК, в моменты времени t_{run} , когда число электронов в МК-расчетах увеличивалось в $\exp(11)$ раз. Видно, что наблюдается хорошее согласие между собой пространственных распределений. На рис. 4 также приведены значения коэффициента ионизации k_{ion} в единицах $\text{м}^3/\text{с}$. Относительная разница значений коэффициента k_{ion} , рассчитан-

ных методом МК и по гибридной модели, не превышает 2%.

На рис. 5 приведены нормированные на единицу пространственные распределения электронов в неоднородном электрическом поле, с экспоненциально убывающим профилем поля

$$E(z) = \begin{cases} E_{\max}, & z < 0, \\ E_{\max} \exp(-z/l_z), & \\ l_z = l_0 / \ln(E_{\max}/E_{\min}), & z \geq 0. \end{cases} \quad (10)$$

Расчеты выполнены для четырех значений величины $E_{\max}/N = 1500, 2000, 2500, 3000$ Тд. Во всех расчетах $E_{\min}/N = 500$ Тд, $l_0 = 0.1$ мм. Видно, что пространственные распределения в этом случае также согласуются между собой. Относительная разница значений коэффициента ионизации не превышает 9%.

Также на рис. 6 для примера отдельно показаны пространственные распределения концентрации электронов низких и высоких энергий для случая однородного ($E/N = 3000$ Тд) и неоднородного ($E_{\max}/N = 3000$ Тд) поля.

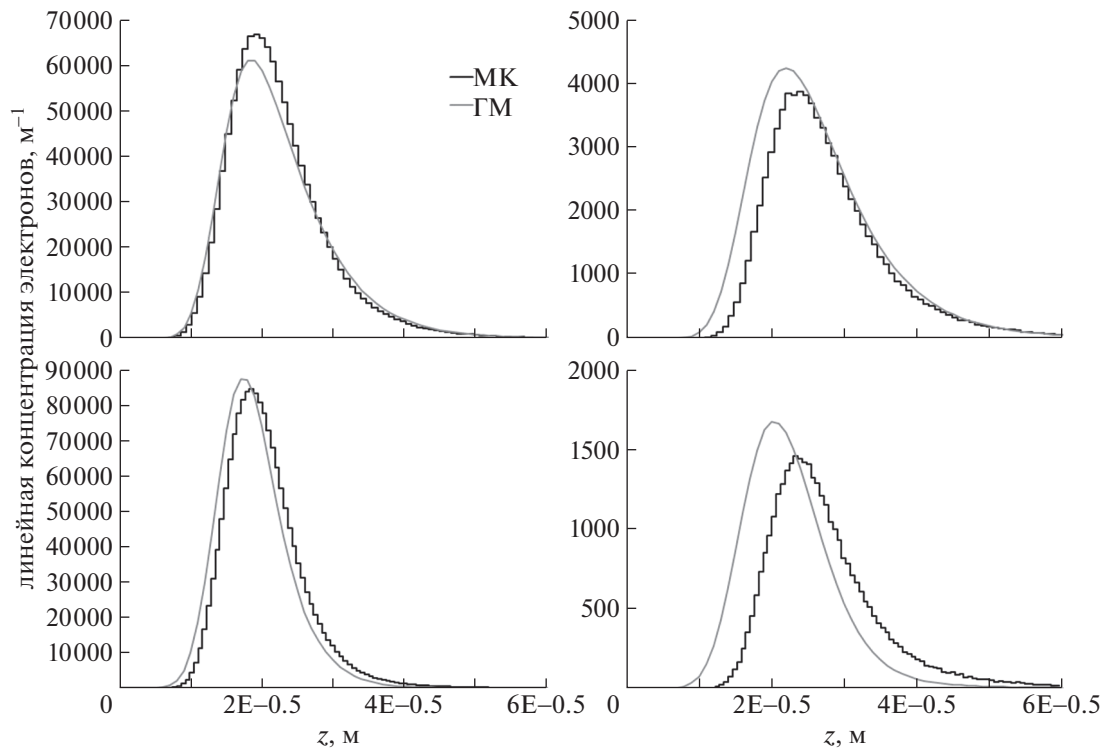


Рис. 6. Пространственные распределения вдоль оси OZ электронов низких (слева) и высоких (справа) энергий. Сверху результаты расчетов в однородно поле $E/N = 3000$ Тд, снизу в неоднородном $E_{\max}/N = 3000$ Тд.

4. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Развита гибридная модель расчета транспорта электронов в воздухе в сильных электрических полях, в которых необходимо учитывать кинетику электронов высоких энергий. В рамках данной модели транспорт электронов с энергией меньше порога 300 эВ рассчитывается исходя из диффузионно-дрейфового уравнения, а в области больших энергий с помощью системы одномерных многогрупповых уравнений. Методом МК рассчитаны транспортные (подвижность и диффузия) и кинетические (скорость ионизации) коэффициенты ансамбля электронов с энергией меньше порогового значения, которые используются в диффузионно-дрейфовом уравнении. Вычислен коэффициент генерации электронов с энергией выше порога в диапазоне полей от 1000 до 3000 Тд. Выполнено сравнение результатов численных расчетов транспорта электронов в воздухе в однородных и неоднородных электрических полях. Рассчитанные по гибридной модели пространственные распределения электронов вдоль оси симметрии лавины хорошо согласуются с результатами расчетов методом МК. Представленная гибридная модель может быть использована для численного моделирования газовых разрядов, развивающихся с участием убегающих электронов в воздухе.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Dwyer J.R., Rassoul H.K., Saleh Z., Uman M.A., Jerauld J., Plumer J.A. // *Geophys. Res. Lett.* 2005. V. 32. P. L20809.
2. Dwyer J.R., Saleh Z., Rassoul H.K., Concha D., Rahman M., Cooray V., Jerauld J., Uman M.A., Rakov V.A. // *J. Geophys. Res.* 2008. V. 113. P. D23207.
3. Nguyen C.V., van Deursen A.P.J., Ebert U. // *J. Phys. D: Appl. Phys.* 2008. V. 41. P. 234012.
4. Rahman M., Cooray V., Ahmad N.A., Nyberg J., Rakov V.A., Sharma S. // *Geophys. Res. Lett.* 2008. V. 35. P. L06805.
5. Nguyen C.V., van Deursen A.P.J., van Heesch E.J.M., Winands G.J.J., Pemen A.J.M. // *J. Phys. D: Appl. Phys.* 2010. V. 43. P. 025202.
6. Shao T., Tarasenko V.F., Zhang C., Rybka D.V., Kostyrya I.D., Kozyrev A.V., Yan P., Kozhevnikov V.Yu. // *New J. Phys.* 2011. V. 13. P. 113035.
7. Рыбка Д.В., Андроников И.В., Евтушенко Г.С., Козырев А.В., Кожневников В.Ю., Костыря И.Д., Тарасенко В.Ф., Тригуб М.В., Шутько Ю.В. // *Оптика атмосферы и океана.* 2013. Т. 26. С. 85.
8. Kochkin P.O., Nguyen C.V., van Deursen A.P.J., Ebert U. // *J. Phys. D: Appl. Phys.* 2012. V. 45. P. 425202.
9. Ostgaard N., Carlson B.E., Nisi R.S., Gjesteland T., Grondahl O., Skeltved A., Lehtinen N.G., Mezentssev A., Marisaldi M., Kochkin P. // *J. Geophys. Res.: Atmos.* 2016. V. 121. P. 2939.

10. Dwyer J.R., Rassoul H.K., Al-Dayeh M., Caraway L., Wright B., Chrest A., Uman M.A., Rakov V.A., Rambo K.J., Jordan D.M., Jerauld J., Smyth C. // *Geophys. Res. Lett.* 2004. V. 31. P. L05119.
11. Dwyer J.R., Rassoul H.K., Al-Dayeh M., Caraway L., Chrest A., Wright B., Kozak E., Jerauld J., Uman M.A., Rakov V.A., Jordan D.M., Rambo K.J. // *Geophys. Res. Lett.* 2005. V. 32. P. L01803.
12. Fishman G.J., Bhat P.N., Mallozzi R., Horack J.M., Koshut T., Kouveliotou C., Pendleton G.N., Meegan C.A., Wilson R.B., Paciesas W.S., Goodman S.J., Christinan H.J. // *Science*. 1994. V. 264. P. 1313.
13. Бабич Л.П. // *УФН*. 2019. Т. 189. С. 1044.
14. Babich L.P. High-energy phenomena in electric discharges in dense gases: theory, experiment and natural phenomena. Arlington, Virginia, USA: Futurepast Inc., 2003.
15. Celestin S., Pasko V.P. // *J. Geophys. Res.* 2011. V. 116. P. A03315.
16. Бабич Л.П., Бочков Е.И., Куцык И.М. // *Письма в ЖЭТФ*. 2014. Т. 99 (7). С. 452. Babich L.P., Bochkov E.I., Kutsyk I.M. // *JETP Lett.* 2014. V. 99 (7). P. 386.
17. Babich L.P., Bochkov E.I., Kutsyk I.M., Neubert T., Chanrion O. // *J. Geophys. Res.: Space Phys.* 2015. V. 120. P. 5087.
<https://doi.org/10.1002/2014JA020923>
18. Babich L.P., Bochkov E.I., Kutsyk I.M., Neubert T., Chanrion O. // *J. Geophys. Res.: Space Phys.* 2017. V. 122. P. 8974.
<https://doi.org/10.1002/2017JA023917>
19. Kohn C., Chanrion O., Babich L.P., Neubert T. // *Plasma Sourc. Sci. Technol.* 2018. V. 27. P. 015017.
20. Kohn C., Chanrion O., Neubert T. // *Geophys. Res. Lett.* 2018. V. 45. P. 5194.
21. Cooray V., Arevalo L., Rahman M., Dwyer J., Rassoul H. // *J. Atmos. Solar-Terr. Phys.* 2009. V. 71. P. 1890.
22. Babich L., Bochkov E. // *J. Phys. D: Appl. Phys.* 2017. V. 50. P. 455202.
23. Kohn C., Chanrion O., Nishikawa K., Babich L., Neubert T. // *Plasma Sourc. Sci. Technol.* 2020. V. 29. 035023.
24. Starikovskiy A.Yu., Aleksandrov N.L., Shneider M.N. // *J. Appl. Phys.* 2021. V. 129. P. 063301.
25. Бочков Е.И., Бабич Л.П. // *Физика плазмы*. 2022. Т. 48. С. 276.
26. Бочков Е.И. // *Физика плазмы*. 2023. Т. 49. С. 381.
27. Sommerer T.J., Hitchon W.N.G., Lawler J.E. // *Phys. Rev. A*. 1989. V. 39. P. 6356.
28. Boeuf J.-P., Pitchford L.C. // *IEEE Transactions Plasma Sci.* 1991. V. 19. P. 286.
29. Hitchon W.N.G., Parker G.J., Lawler J.E. // *IEEE Transactions Plasma Sci.* 1993. V. 21. P. 228.
30. Bogaerts A., Gijbels R., Goedheer W.J. // *Anal. Chem.* 1996. V. 68. P. 2296.
31. Wichaidit C., Hitchon W.N.G. // *J. Computat. Phys.* 2005. V. 203. P. 650.
32. Donko Z., Hartmann P., Kutasi K. // *Plasma Sources Sci. Technol.* 2006. V. 15. P. 178.
33. Brok W.J.M., Wagenaars E., van Dijk J., van der Mulden J.J.A.M. // *IEEE Transactions Plasma Sci.* 2007. V. 35. P. 1325.
34. Derzsi A., Hartmann P., Korolov I., Karacsony J., Bano G., Donko Z. // *J. Phys. D: Appl. Phys.* 2009. V. 42. P. 225204.
35. Бабич Л.П., Кудрявцев А.Ю., Кудрявцева М.Л., Куцык И.М. // *Геомагнетизм и аэрономия*. 2008. Т. 48. С. 381.
36. Бабич Л.П., Кудрявцева М.Л. // *ЖЭТФ*. 2007. Т. 131. С. 808.
37. Бабич Л.П., Бочков Е.И. // *ЖЭТФ*. 2011. Т. 139. С. 568.
38. Бочков Е.И. // *Физика плазмы*. 2023. Т. 49. С. 175.
39. Бочков Е.И., Бабич Л.П., Куцык И.М. // *Физика плазмы*. 2021. Т. 47. С. 935.
40. Babich L.P., Bochkov E.I. // *J. Phys. D: Appl. Phys.* 2021. V. 54. P. 465205.
41. Moss G.D., Pasko V.P., Liu N., Veronis G. // *J. Geophys. Res.* 2006. V. 111. P. A02307.